

Πειραματική μελέτη περιδινούμενης ροής και μετάδοσης θερμότητας σε ομόκεντρους κυλίνδρους με εφαπτομενική ροή εισόδου



Δαρμάνης Μιχαήλ

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

Η παρούσα εργασία υποβάλλεται προς έγκριση τίτλου
Μηχανολόγου Μηχανικού T.E.

Πειραιάς, Αιγάλεω

Φεβρουάριος 2022

Η πτυχιακή του Δαρμάνη Μιχαήλ εγκρίθηκε από την επιτροπή:

Κωνσταντίνος-Στέφανος Νίκας

Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

(επιβλέπων)

Κωνσταντίνος Μουστρής

Αναπληρωτής Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

Ιωάννης Σιγάλας

Εργαστηριακό Διδακτικό Προσωπικό ΠΑ.Δ.Α.

Φεβρουάριος 2022

Δήλωση

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος **Δαρμάνης Μιχαήλ** του **Παναγιώτη**, με αριθμό μητρώου 36093, φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών, του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της πτυχιακής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου.»



Δαρμάνης Μιχαήλ
Φεβρουάριος 2022

Περίληψη

Η παρούσα πτυχιακή εργασία ασχολείται με την ενίσχυση μετάδοσης θερμότητας κάνοντας χρήση περιδίνησης, η οποία φθίνει κατά μήκος της ροής, σε διάταξη δακτυλιοειδούς διατομής. Η περιδίνηση δημιουργείται από κατάλληλα διαμορφωμένες βάσεις, τοποθετημένες ανάντη της ροής, οι οποίες έφεραν συμμετρικά τέσσερις βρόγχους στην περιφέρειά τους, με εργαζόμενο μέσο αέρα. Τα πειράματα έλαβαν χώρα για εύρη αριθμού Reynolds 1100 με 2000, για διάφορες συνθήκες περιδίνησης, μεταβάλλοντας τον αριθμό και την γωνία βρόγχων. Στο πλαίσιο της ποσοτικοποίησης της μετάδοσης θερμότητας, ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στον ενδελεχή προσδιορισμό αλλά και διάδοση σχετικών σφαλμάτων. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν ήταν ενθαρρυντικά όσον αφορά την ομοιόμορφη ψύξη και τη μετάδοση θερμότητας - σε ορισμένες περιπτώσεις, η συνολική ενίσχυση μετάδοσης θερμότητας έφτανε το 24 %. Ωστόσο, οι διατάξεις περιδίνησης, ήταν αισθητά πιο ενεργοβόρες συγκρινόμενες με τις αντίστοιχες αξονικής ροής. Μολονότι τα σφάλματα των υπολογισθέντων μεγεθών βρίσκονται σε ανεκτά όρια, στα τελικά αποτελέσματα, οι αβεβαιότητες ήταν ιδιαίτερα υψηλές - της τάξεως του 300 % - καθιστώντας την όποια αξιολόγηση, και πόσο μάλλον σύγκρισή τους, αναξιόπιστη.

Λέξεις Κλειδιά: ροή περιδίνησης; ενίσχυση μετάδοσης θερμότητας; ανάλυση αβεβαιότητας

Abstract

The purpose of this thesis is to draw attention to the potential usefulness of swirling decaying flows in heat transfer enhancement. Swirling motion of air was produced by means of tangential inlet slots, through which the air was introduced. The number of slots and the angle of tangency were varied while the resultant flow field inside the annulus was kept below 2000 Reynolds. Careful consideration was given in keeping track of errors from both their collection of sources and through their propagation in the final results. On the matter of heat transfer enhancement, swirling flow showed real promise (augmentation upto 24 % could be achieved), while on the matter of power consumption, swirling flow was considerably more demanding than the fully developed nonswirling laminar flow. Notwithstanding the acceptable accuracy of the experimental measurements, the data reduction yielded unusually large errors - upto 300 % of the calculated value - thereby undermining the results', and the assumptions' made herein, credibility.

Keywords: swirling flow; heat transfer enhancement; uncertainty analysis

Πρόλογος

Η ένταξή μου στο Εργαστήριο Θερμοδυναμικής του İTÜ το 2019, με σκοπό την πραγματοποίηση πρακτικής άσκησης, επέδρασε πολύ περισσότερο στη ζωή μου από το αρχικά αναμενόμενο. Οι δώδεκα αυτοί μήνες ήταν μήνες δημιουργικής έρευνας, η οποία τελικά οδήγησε, μεταξύ άλλων, στην παρούσα πτυχιακή εργασία. Στους μήνες αυτούς προσπάθησα να αποκομίσω όσο το δυνατόν περισσότερα - και να οικειοποιηθώ της περιοχής των θερμορευστών, ειδικότερα του τομέα των περιδινούμενων ροών - και θέλω να ελπίζω ότι η δουλειά που προέκυψε από την έρευνα αυτή, καθώς και η παρούσα εργασία έπεται να εξελιχθούν σε βαθμό τέτοιο ώστε να συμβάλλουν στην πρόοδο του τομέα που πραγματεύονται.

Ξεκινώντας θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της πρακτικής μου άσκησης, καθηγητή του İTÜ κ. Murat Çakan. Με τη δική του προτροπή άρχισε η ενασχόληση με το συγκεκριμένο θέμα, το οποίο αποδείχτηκε εξαιρετικά ενδιαφέρον για εμένα. Οι γνώσεις, οι εμπειρίες, οι μπακλαβάδες (δεν κρατήθηκα), η διάθεση και το ενδιαφέρον του οδήγησαν τη συγκεκριμένη δουλειά σε αυτό το σημείο, ενώ οποιαδήποτε στιγμή ήταν έτοιμος να προσφέρει ό,τι ήταν δυνατό ώστε να ξεπεραστεί κάθε δυσκολία.

Επίσης, στη μέχρι τώρα πορεία μου, αξιοσημείωτα είναι η προσοχή και το ενδιαφέρον που επέδειξε ο επιβλέπων της πτυχιακής μου εργασίας, και εισηγητής της πρακτικής μου άσκησης, καθηγητής του ΠΑ.Δ.Α. κ. Κωνσταντίνος-Στέφανος Νίκας, καθώς και το γεγονός ότι παραστάθηκε με εξαιρετική διάθεση, όποτε του το ζήτησα, σε οποιοδήποτε πρόβλημά μου. Τον ευχαριστώ ιδιαίτερα. Θερμές ευχαριστίες οφείλω και στα άλλα μέλη της τριμελούς επιτροπής, αναπληρωτή καθηγητή του ΠΑ.Δ.Α. κ. Κωνσταντίνο Μουστρή και Ε.ΔΙ.Π. του ΠΑ.Δ.Α. κ. Ιωάννη Σιγάλα.

Ευχαριστίες οφείλω και στον αγαπημένο φίλο και διδάκτορα του ΤΑÜ, κ. Sefer Arda Serbes για την πολύτιμη συνεργασία του στην έρευνά μου, αλλά και στα μέλη του Εργαστηρίου Θερμοδυναμικής και ειδικότερα σε αυτούς που συνεργαστήκαμε στενότερα, συνδυάζοντας την έρευνά μας, με σκοπό να επιτευχθούν τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα. Για τη συνεργασία σε επιστημονική εργασία συναφούς αντικειμένου, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Anil Berk Atalar.

Ιδιαίτερη μνεία θα ήθελα να κάνω στον πρώην καθηγητή του ΠΑ.Δ.Α. κ. Κωνσταντίνο Γιαννακόπουλο, που χάθηκε πρόωρα. Ήταν από εκείνους τους ανθρώπους που στάθηκαν εμπνευστές στο δρόμο της ουσιαστικής γνώσης.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, καθώς και τους φίλους μου για τη συμμετοχή και τη συμβολή τους σε όλες τις στιγμές της ζωής μου.

Δαρμάνης Μιχαήλ
Φεβρουάριος 2022

Περιεχόμενα

Λίστα σχημάτων	xv
Λίστα πινάκων	xvii
Λίστα αλγορίθμων	xix
Αποδόσεις όρων	xxi
1 Εισαγωγή	1
2 Περιδινούμενες ροές σε αγωγούς	3
2.1 Γενέτειρες στροβιλισμού	4
2.2 Ποσοτικοποίηση στροβιλισμού	7
2.3 Θερμαινόμενες στροβιλώδεις ροές	7
2.3.1 Βελτίωση μετάδοσης θερμότητας	8
2.3.2 Πεδίο ροής	10
2.4 Στόχος παρούσας εργασίας	12
3 Εγκατάσταση δοκιμών	13
3.1 Πειραματική διάταξη	13
3.1.1 Βάσεις ροής	14
3.1.2 Διάταξη ομόκεντρων κυλίνδρων	15
3.1.3 Ανεμιστήρας αναρρόφησης	17
3.2 Μετρητικά όργανα και ανάκτηση δεδομένων	17
3.2.1 Θερμοστοιχεία τύπου K	17
3.2.2 Μετρητής φυσικού αερίου	18
3.2.3 Ψηφιακό πολόμετρο	18
3.3 Διερευνηθείσες ροές και μεθοδολογία μετρήσεων	18

4	Υπολογισμοί και ανάλυση αβεβαιότητας	21
4.1	Παραδοχές και ανάλυση δεδομένων	22
4.1.1	Εκτίμηση θερμοκρασίας αέρα	26
4.1.2	Υπολογισμός ογκομετρικής παροχής	26
4.1.3	Υπολογισμός ηλεκτρικής ισχύος αντίστασης και ανεμιστήρα	26
4.1.4	Εκτίμηση θερμοκρασιακής ομοιογένειας	28
4.1.5	Εκτίμηση αριθμού Reynolds	29
4.1.6	Εκτίμηση αριθμού Nusselt	30
4.1.7	Υπολογισμός ροής θερμότητας προς τον αέρα	32
4.1.8	Υπολογισμός δεικτών βελτίωσης	33
4.2	Ανάλυση αβεβαιότητας ατομικών μετρήσεων	34
4.2.1	Αβεβαιότητα στις μετρήσεις	36
4.2.2	Αβεβαιότητα στο αποτέλεσμα	37
4.2.3	Αυτοματοποιώντας την όλη διαδικασία	38
4.3	Αξιολόγηση ποιότητας αποτελεσμάτων	41
4.3.1	Σχετικό σφάλμα ογκομετρικής παροχής	42
4.3.2	Σχετικό σφάλμα ηλεκτρικής ισχύος	42
4.3.3	Σχετικό σφάλμα Reynolds	44
4.3.4	Σχετικό σφάλμα τοπικού Nusselt	46
4.3.5	Σχετικό σφάλμα ροής θερμότητας προς τον αέρα	48
5	Αποτελέσματα δοκιμών και παρατηρήσεις	53
5.1	Θερμοκρασιακή ομοιογένεια	53
5.2	Μοντέλα παρεμβολής και μέσες τιμές ισχύος και αριθμών Nusselt	58
5.3	Δείκτες βελτίωσης	65
6	Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα	69
	Βιβλιογραφία	73
	Παράρτημα Α' Βαθμονόμηση μετρητή παροχής	81
	Παράρτημα Β' Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων	93
	Παράρτημα Γ' Κώδικας MATLAB®	103
	Παράρτημα Δ' Δοκιμές επαλήθευσης	145
	Παράρτημα Ε' Πειραματικά δεδομένα	149

Λίστα σχημάτων

2.1	Περιδίνηση με χρήση βάσεων εφαπτομενικών εισόδων	5
2.2	Βάση περιδίνησης χρησιμοποιώντας οδηγούς-πτερύγια [79]	5
2.3	Δύο συστραμμένες ταινίες στην πειραματική διάταξη των Tamna κ.ά. [69]	6
2.4	Ζώνες πεδίου ταχύτητας περιδινούμενων ροών	11
3.1	Σκαρίφημα πειραματικής διάταξης	14
3.2	Βάσεις ροής	15
3.3	Σύστημα ομόκεντρων κυλίνδρων: (α) Εξωτερικός (β) Εσωτερικός	15
3.4	Θέσεις θερμοστοιχείων της πειραματικής διάταξης	18
4.1	Όγκος ελέγχου πειραματικών διατάξεων	25
4.2	Διάγραμμα ροής για γραμμική διάδοση σφάλματος	40
4.3	Σχετικό σφάλμα ογκομετρικής παροχής για εύρος λειτουργίας.	43
4.4	Σχετικό σφάλμα ισχύος για εύρος λειτουργίας.	44
4.5	Σχετικό σφάλμα Reynolds για εύρος λειτουργίας.	45
4.6	Σχετικό σφάλμα Nusselt για εύρος λειτουργίας.	49
4.7	Σχετικό σφάλμα ρυθμού μετάδοσης θερμότητας για εύρος λειτουργίας. .	51
5.1	Θερμοκρασιακή κατανομή κατά μήκος αντίστασης για διατάξεις αξονικής ροής	54
5.2	Θερμοκρασιακή κατανομή κατά μήκος αντίστασης για διατάξεις περιδι- νόμενων ροών	55
5.3	Συσχέτιση μέσου Nusselt και Reynolds για διατάξεις βρόγχου 45°	61
5.4	Συσχέτιση μέσου Nusselt και Reynolds για διατάξεις βρόγχου 60°	61
5.5	Συσχέτιση μέσου Nusselt και Reynolds για διατάξεις βρόγχου 75°	62
5.6	Συσχέτιση μέσου Nusselt και Reynolds για διατάξεις βρόγχου 90°	62
5.7	Συσχέτιση καταναλισκόμενης ισχύος και παροχής για διατάξεις βρόγχου 45°	63

5.8	Συσχέτιση καταναλισκόμενης ισχύος και παροχής για διατάξεις βρόγχου 60°	63
5.9	Συσχέτιση καταναλισκόμενης ισχύος και παροχής για διατάξεις βρόγχου 75°	64
5.10	Συσχέτιση καταναλισκόμενης ισχύος και παροχής για διατάξεις βρόγχου 90°	64
5.11	Δείκτης βελτίωσης μεταφοράς θερμότητας (HTΠ) για κάθε συνδυασμό γωνίας και αριθμών βρόγχου σε σύγκριση με την απλή περίπτωση αξονικής ροής.	65
5.12	Δείκτης βελτίωσης καταναλισκόμενης ισχύος (PII) για κάθε συνδυασμό γωνίας και αριθμών βρόγχου σε σύγκριση με την απλή περίπτωση αξονικής ροής.	67
5.13	Δείκτης βελτίωσης ωφέλιμου δυναμικού (PEI) για κάθε συνδυασμό γωνίας και αριθμών βρόγχου σε σύγκριση με την απλή περίπτωση αξονικής ροής.	68
A'.1	Περιστροφικός μετρητής θετικής μετατόπισης [3]: (α) Τομή μετρητή (β) Ενδεικτική απόδοση μετρητή	82
A'.2	Διακριτά σημεία μετρήσεων στην έξοδο πειραματική διάταξης	85
A'.3	Απόκλιση μετρήσεων ογκομετρικής παροχής συναρτήσει αυτών θερμικού ανεμόμετρο (πρώτη παρτίδα μετρήσεων)	88
A'.4	Απόκλιση μετρήσεων ογκομετρικής παροχής συναρτήσει αυτών θερμικού ανεμόμετρο (δεύτερη παρτίδα μετρήσεων)	89

Λίστα πινάκων

4.1	Χαρακτηριστά μεγέθη πειραματικής διάταξης	24
5.1	Μέσες θερμοκρασίες και τυπικές αποκλίσεις ($^{\circ}\text{C}$) διατάξεων περιδινόμενων ροών	56
5.2	Σχετική μέση τιμή και τυπική απόκλιση θερμοκρασιών (σε $^{\circ}\text{C}$), για κάθε πειραματική διάταξη βρόγχων, συναρτήσει της μέσης τιμής αξονικής ροής. Όπου ϕ και α η κλίση και ο αριθμός βρόγχων αντίστοιχα.	57
5.3	Αποτελέσματα μοντέλων παρεμβολής	58
5.4	Αντιπροσωπευτικοί αριθμοί Nusselt	59
5.5	Μέση καταναλισκόμενη ισχύς	60
5.6	Δείκτης βελτίωσης μεταφοράς θερμότητας [%] (HTII)	65
5.7	Δείκτης βελτίωσης καταναλισκόμενης ισχύος [%] (PII)	66
5.8	Δείκτης βελτίωσης ωφέλιμου δυναμικού [%] (PEI)	67
A'1	Μετρήσεις τοπικής ταχύτητας στο επίπεδο xy κυκλικής διατομής	85
Δ'1	Δοκιμές επαλήθευσης χρονομέτρου και ψηφιακού πολυμέτρου	145
Δ'2	Δοκιμές επαλήθευσης θερμοστοιχείων	146
Δ'3	Στατιστικός Πίνακας Κατανομής Student	147
E'1	Μετρήσεις αξονικής ροής	149
E'2	Ληφθείσες θερμοκρασίες ($^{\circ}\text{C}$) περιδινόμενων ροών για κλίση βρόγχων (ϕ) 45° και 60°	150
E'3	Ληφθείσες θερμοκρασίες ($^{\circ}\text{C}$) περιδινόμενων ροών για κλίση βρόγχων (ϕ) 75° και 90°	151
E'4	Απαιτούμενος χρόνος (σε seconds) για τη διέλευση 0.1 m^3 αέρα	152
E'5	Μετρήσεις τάσης (Volts) και ρεύματος (Ampere) ανεμιστήρα αναρρόφησης για κάθε διάταξη περιδινούμενης ροής	153

Λίστα αλγορίθμων

Γ'.1	Προσδιορισμός διαστάσεων γραφημάτων	103
Γ'.2	Αλλαγή διερμηνευτή	104
Γ'.3	Εκτίμηση αβεβαιότητας μετρητικών οργάνων	104
Γ'.4	Διάδοση σφαλμάτων	107
Γ'.5	Σταθμισμένα ελάχιστα τετράγωνα	109
Γ'.6	Σταθμισμένος μέσος και διασπορά	113
Γ'.7	Βαθμολόγηση ογκομετρητή παροχής	113
Γ'.8	Ανάλυση δεδομένων	115

Αποδόσεις όρων

Λατινικά Γράμματα

\dot{V}	Ογκομετρική παροχή, $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$
\dot{m}	Παροχή μάζας, kg s^{-1}
$\dot{q}_{conv.}$	Ροή θερμικής ενέργειας στην αντίσταση, $\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2}$
$\dot{Q}_{res.}$	Παρεχόμενη ηλεκτρική ισχύς στην αντίσταση, J s^{-1}
$\dot{Q}_{sys.}$	Ροή θερμότητας προς τον αέρα, J s^{-1}
\dot{W}	Παρεχόμενη ηλεκτρική ισχύς ανεμιστήρα, J s^{-1}
\dot{W}_{avg}	Αντιπροσωπευτική ηλεκτρική ισχύς ανεμιστήρα, J s^{-1}
$\langle \overline{X} \rangle$	Ομαδοποιημένος μέσος όρος
\overline{Nu}	Μέσος αριθμός Nusselt
\overline{Nu}_{avg}	Αντιπροσωπευτικός αριθμός Nusselt
\overline{U}	Μέση ταχύτητα, m s^{-1}
$A_{ann.}$	Εμβαδόν διατομής δακτυλιοειδούς σωλήνα, m^2
A_{heated}	Εμβαδόν θερμαινόμενης επιφάνειας, m^2
Bi	Αριθμός Biot
C_p	Ειδική θερμοχωρητικότητα, $\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
D_β	Διάμετρος οπής βρόγχου, m
$D_{ex.}$	Διάμετρος εξωτερικού κυλίνδρου, m

$D_{\text{εσ.}}$	Διάμετρος εσωτερικού κυλίνδρου, m
f	συνάρτηση
h	Συντελεστής θερμικής συναγωγιμότητας, $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
$I_{\text{ανεμ.}}$	Ένταση ρεύματος τροφοδοσίας ανεμιστήρα, A
J	Ιακωβιανός πίνακας
Nu	Αριθμός Nusselt
p	Περίμετρος συστραμμένης ταινίας, m
Pr	Αριθμός Prandtl
$R_{\text{εξ.}}$	Ακτίνα εξωτερικού κυλίνδρου, m
$R_{\text{εσ.}}$	Ακτίνα εσωτερικού κυλίνδρου, m
Re	Αριθμός Reynolds
s^2	Διασπορά εκάστοτε δεδομένων
$V_{\text{ανεμ.}}$	Τάση τροφοδοσίας ανεμιστήρα, V
w_x	Βάρος εκάστοτε δεδομένων
z/L	ανηγμένο μήκος αντίστασης (εσωτερικού κυλίνδρου)
T_{σ}	Τυπική απόκλιση θερμοκρασίας, °C
T_{mean}	Μέση θερμοκρασία διάταξης, °C
V	Όγκος, m^3
S	Αριθμός στροβιλισμού

Ελληνικά Γράμματα

α	αριθμός βρόγχων
ϕ	γωνία βρόγχου (\angle)
δX_0	Σφάλμα μηδενικής τάξης
δX_1	Σφάλμα πρώτης τάξης

δX_N	Σφάλμα $N^{\text{ης}}$ τάξης
$\delta X_{sens.}$	Σφάλμα ευαισθησίας
δ	Πάχος οριακού στρώματος, m
κ	Θερμική αγωγιμότητα, $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
$\langle \sigma_X \rangle$	Ομαδοποιημένη τυπική απόκλιση
$\langle \sigma_{\overline{X}} \rangle$	Ομαδοποιημένη τυπική απόκλιση των μέσων
μ	Δυναμικό ιξώδες, $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$
ρ	Πυκνότητα, kg m^{-3}
σ	Τυπική απόκλιση

Κάτω Δείκτες

ανεμ.	ανεμιστήρας
αντ.	αντίσταση
x	Θέση θερμοστοιχείων κατά μήκος της αντίστασης, m
exp	experimental
mean	Μέση τιμή
r, θ , z	Κυλινδρικές συνιστώσες
tot	total
tra	transferred
x, y, x	Καρτεσιανές συνιστώσες, m
θ.ν.	Θερμό νήμα
μ.π.	Μετρητής παροχής
ρευ.	ρευστού

Ειδικά Σύμβολα

\iint	Διπλό ολοκλήρωμα
---------	------------------

∇ Τελεστής Euler

Συντμήσεις

İTÜ İstanbul Teknik Üniversitesi

AI Artificial Intelligence

CFD Computational Fluid Dynamics

DRE Data Reduction Equation

err Root mean square

HTII Heat Transfer Improvement Index

KDE Kernel Density Estimation

ML Machine Learning

PEI Potential Efficiency Index

PII Power Improvement Index

PIV Particle Image Velocimetry

RSS Root-Sum-Squared

TAÜ Türk-Alman Üniversitesi

ΔΕ Διάστημα Εμπιστοσύνης

Ε.ΔΙ.Π. Εργαστηριακό Διδακτικό Προσωπικό

ΠΑ.Δ.Α. Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

ΣΜΤ Σχετική Μέση Τιμή

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

“Begin at the beginning,” the King said, gravely, “and go on till you come to an end; then stop.”

– Lewis Carroll, *Alice in Wonderland*

Σήμερα, περισσότερο από ποτέ, η αποτελεσματική αξιοποίηση της ενέργειας αποτελεί προς εξέταση θέμα για ένα ευρύ φάσμα επιστημών. Η εξοικονόμηση της ενέργειας, και δει της θερμότητας, μπορεί όχι μόνο να συμβάλλει σημαντικά στην ανάπτυξη και τη βιωσιμότητα των βιομηχανιών, αλλά και στη μείωση λειτουργικών δαπανών. Ο οικονομικός σχεδιασμός καθώς επίσης και η λειτουργία βιομηχανικών μονάδων καθορίζονται από την αποτελεσματική χρήση της θερμότητας εξάλλου.

Η πλειονότητα των εναλλακτών θερμότητας που χρησιμοποιούνται σε χημικές, πετροχημικές και βιοϊατρικές εγκαταστάσεις θερμαίνουν/ψύχουν ρευστά υψηλού ιξώδους. Αυτές οι δραστηριότητες αποτελούν επενδύσεις πολλών εκατομμυρίων ετησίως - τόσο για το κόστος λειτουργίας όσο και τη συντήρησή τους.

Εν τω μεταξύ, τα ιξώδη ρευστά δημιουργούν στρωτές ροές με χαμηλούς αριθμούς Reynolds με αποτέλεσμα χαμηλούς συντελεστές συναγωγής. Συνεπώς, οι χαμηλοί συντελεστές συναγωγής (και μεταφοράς εν γένει) είναι ένα από τα προβλήματα που πρέπει να αντιμετωπιστούν στην βελτιστοποίηση των εναλλακτών στη βιομηχανία.

Τις τελευταίες δεκαετίες έχουν αναπτυχθεί μια πληθώρα μεθόδων που αποσκοπούν στην ενίσχυση των φαινομένων μεταφοράς. Μια εκτεταμένη ανασκόπηση των μεθόδων αυτών γίνεται από τους Bergles [7] και Webb [76], οι οποίοι τις διακρίνουν σε ενεργητικές και παθητικές.

Οι ενεργητικές τεχνικές βελτίωσης απαιτούν εξωγενή χρήση ισχύος για τη βελτίωση μεταφοράς θερμότητας. Οι παθητικές τεχνικές, εν αντιθέσει, δεν απαιτούν εξωτερική χρήση ενέργειας, εκτός από αυτήν της αντλίας ή του φυσητήρα για τη μετακίνηση του

ρευστού, και περιλαμβάνουν τη χρήση τραχειών επιφανειών, συσκευών στροβιλώδους ροής κλπ.

Κατά συνέπεια, οι παθητικές τεχνικές έχουν περισσότερη απήχηση. Οι δύο πιο κοινές μέθοδοι είναι η εισαγωγή ρευστού διαμέσου καθορισμένης γωνίας οδηγών πτερυγίων, είτε αεροδυναμικά μέσω εφαπτομενικών ρευμάτων αέρα, και έχει διαπιστωθεί ότι αμφότερες είναι εξαιρετικά αποτελεσματικές. Σημαντική βελτίωση μεταφοράς μπορεί να επιτευχθεί, ιδιαίτερα σε στρωτές ροές αγωγών, οι οποίες όταν αναπτυχθούν πλήρως, η μετάδοση θερμότητας παραμένει σταθερή¹.

Το θέμα αυτό αποτελεί και το θέμα αυτής της πτυχιακής εργασίας. Συγκεκριμένα την παραγωγή περιδινούμενης ροής, η οποία φθίνει ελεύθερα κατά μήκος της διαδρομής του ρευστού, με σκοπό την ενίσχυση της μεταφοράς θερμότητας. Η περιδίνηση δημιουργείται μέσω εφαπτομενικών εισόδων ροής (ή βρόγχους) σε διάταξη δακτυλίου (ή ομόκεντρων κυλίνδρων).

Η παρούσα πτυχιακή εργασία ακολουθεί την εξής δομή: το **Κεφάλαιο 2** κάνει μια γενική εισαγωγή στις ροές στροβιλισμού, συγκεκριμένα στις ροές εκείνες όπου ο στροβιλισμός εξασθενεί κατά μήκος της ροής ενός αγωγού (swirl decaying flows), και τη μετάδοση θερμότητας που δύνανται αυτές να πετύχουν. Γίνεται επίσης, εν μέρει, βιβλιογραφική ανασκόπηση σε παρόμοιες πειραματικές μελέτες και τις εμπειρικές συσχετίσεις που έχουν αυτές εξάγει. Το **Κεφάλαιο 3** παρουσιάζει την πειραματική διάταξη που κατασκευάστηκε προς διερεύνηση της περιδινούμενης ροής, καθώς επίσης και όλα τα περιφερειακά όργανα μετρήσεων και το σύστημα ανάκτησης δεδομένων. Επίσης συζητιέται η μεθοδολογία εκτέλεσης των πειραμάτων. Το **Κεφάλαιο 4** δίνει μια λεπτομερή ανάλυση των υπολογισμών που χρησιμοποιήθηκαν, συζητιέται η ανάλυση αβεβαιότητας των μετρήσεων, προσδιορίζεται το σφάλμα των μετρητικών οργάνων και παρουσιάζεται η αυτοματοποιημένη διαδικασία (βλ. Αλγόριθμο Γ'.4) μετάδοσής τους στους επακόλουθους υπολογισμούς. Το **Κεφάλαιο 5** παρουσιάζει τα αποτελέσματα των αναλυτικών υπολογισμών, σχολιάζει τη βελτίωση στη μετάδοση θερμότητας που παρουσιάζουν οι περιδινούμενες ροές και αποσαφηνίζει το κατά πόσον η χρησιμοποιηθείσα ανάλυση ήταν ορθή βάσει των σφαλμάτων στα τελικά αποτελέσματα. Τέλος, το **Κεφάλαιο 6** κλείνει την πτυχιακή σχολιάζοντας τα τελικά συμπεράσματα που εξήχθησαν και προτείνοντας μελλοντικά βήματα για περαιτέρω διερεύνηση. Ακολουθούν η Βιβλιογραφία και πέντε παραρτήματα τα οποία συμπληρώνουν το βασικό σκέλος της πτυχιακής.

¹ οι τοπικοί αριθμοί Nusselt ανεξαρτητοποιούνται των αριθμών Reynolds και Prandtl, λαμβάνοντας τιμές 4.36 και 3.66 για οριακές συνθήκες σταθερής ροής θερμότητας και σταθερής θερμοκρασίας αντίστοιχα [8, 48]

Κεφάλαιο 2

Περιδινούμενες ροές σε αγωγούς

“The bed was soft enough to suit me...But I soon found that there came such a draught of cold air over me from the sill of the window that this plan would never do at all, especially as another current from the rickety door met the one from the window and both together formed a series of small whirlwinds in the immediate vicinity of the spot where I had thought to spend the night.”

– H. Melville, *Moby Dick*

Ως ροή στροβιλισμού ορίζεται οποιαδήποτε ροή που έχει περιστροφική κίνηση. Μερικά παραδείγματα ροών που εμπίπτουν σε αυτή την κατηγορία είναι οι διαχωριστές κυκλώνων, οι φυσικοί ανεμοστρόβιλοι, ορισμένοι εναλλάκτες θερμότητας και κινητήρες καύσης [26].

Οι στροβιλώδεις (ή περιδινούμενες) ροές αποτελούν αντικείμενο εντατικών ερευνών τα τελευταία χρόνια. Το κύριο χαρακτηριστικό τους έγκειται στη σημαντική βελτίωση μεταφοράς θερμότητας και μάζας που μπορούν να πετύχουν, ελαχιστοποιώντας παράλληλα το ενεργειακό κόστος.

Χρησιμοποιούνται σε ένα ευρύ εφαρμογών, όπως εναλλάκτες θερμότητας και μάζας [30, 74, 15], τουρμπίνες καύσης [42], πυράυλους ή διαχωριστές που χρησιμοποιούν φυγοκεντρικά φαινόμενα, όπως οι κυκλώνες και οι υδροκυκλώνες, προκειμένου να απομακρύνουν σωματίδια ή σταγονίδια από μείγματα [3]. Είναι επίσης μια δημοφιλής μέθοδος σταθεροποίησης της φλόγας σε πολλά βιομηχανικά συστήματα καύσης [81], αλλά και της αποτελεσματικής αντιμετώπισης του προβλήματος της υπερθέρμανσης (στη περιοχή σύνδεσης πτερυγίου – δαπέδου) σε αεριοστρόβιλο [83].

Πρόσφατα έχουν εφαρμοστεί και σε συστήματα πνευματικής μεταφοράς προκειμένου να μειώσουν τη πίεση που προκαλείται από καθίζηση σωματιδίων, και να αποφευχθεί πιθανή φραγή [46, 47]. Έχει επίσης μελετηθεί η χρήση στροβίλου για την εναπόθεση μι-

κρών πετρωμάτων από γεωτρύπανο κατά τη διάρκεια της γεώτρησης [60]. Η δημιουργία ενός τύπου περιδινούμενης ροής σε έναν θάλαμο καύσης δύναται να βελτιώσει την ποιότητά της [64].

Από τις πρώτες μελέτες που πραγματοποιήθηκαν τις περιδινούμενες ροές ήταν αυτή του Talbot [68], ο οποίος παρατήρησε ότι η περιστροφική κίνηση ενός υγρού που προκαλείται από τη περιστροφή του τμήματος εισόδου του εσωτερικού κυλίνδρου ενός δακτυλιοειδούς σωλήνα, δημιουργεί εφαπτομενική ροή η οποία φθίνει κατά μήκος του σωλήνα, δημιουργώντας αστάθειες που μπορούν να ερμηνευθούν ως κατακρήμνιση δινών¹ [12]. Παρατηρήθηκε ότι η ροή αυτή ήταν αρκετά σύνθετη, παρουσιάζοντας έντονη τριδιάστατη συμπεριφορά και χαρακτηριζόταν από καμπύλες γραμμές ροής, συνεπώς διέφερε σημαντικά από αξονικές ροές - ειδικά στην περιοχή πλησίον των τοιχωμάτων [78].

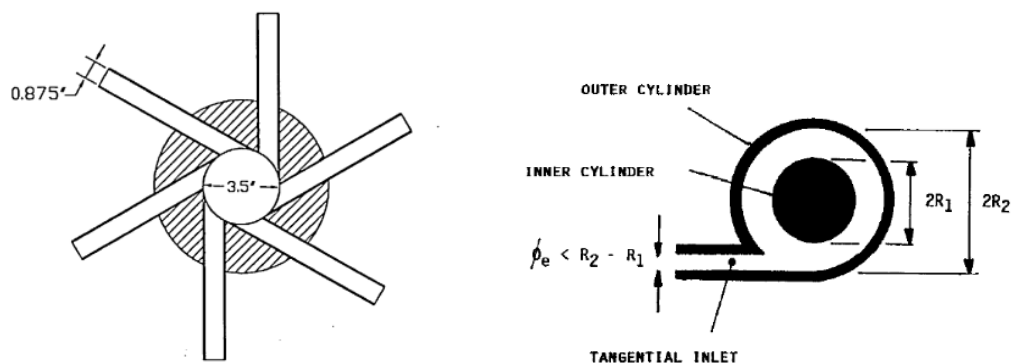
2.1 Γενέτειρες στροβιλισμού

Μεγάλος αριθμός μελετών έχει πραγματοποιεί τη δημιουργία περιδινούμενης ροής, χρησιμοποιώντας ποικίλες μεθόδους όπως: (i) με εισαγωγή του ρευστού μέσω μίας (ή περισσότερων) εφαπτομενικής(-ών) εισόδου(-ών), (ii) με πτερύγια οδηγούς που παρεμβάλλονται ακτινικά μεταξύ δύο δίσκων στο τμήμα εισόδου ενός σωλήνα, (iii) με περιστροφή ενός τμήματος ενός σωλήνα ή μίας διακτυλιοειδούς διάταξης και (iv) με την απότομη διαστολή ενός σωλήνα αξονικής ροής, όπως για παράδειγμα σε θάλαμο καύσης [27].

Όσον αφορά τη μέθοδο εφαπτομενικών εισόδων (Σχήμα 2.1), έχει χρησιμοποιηθεί σε αρκετές έρευνες πειραματικής φύσεως [57, 65, 51, 44, 45, 41], στις οποίες ο αριθμός εισόδων που χρησιμοποιείται κυμαίνεται από μία [28] έως 224 [67]. Η μια εφαπτομενική είσοδος παρήγαγε ασύμμετρη ροή, ενώ η ύπαρξη μόνο δύο εισόδων στις 180 μοίρες παρήγαγε συμμετρικό στροβιλισμό [57, 32]. Επίσης, σύμφωνα με τους Legentilhomme και Legrand [45], η προκαλούμενη περιδίνηση διαφέρει αισθητά ανάλογα με το λόγο πάχους του δακτυλίου, $(R_{\epsilon\zeta} - R_{\epsilon\sigma})$, προς τη διάμετρο των βρόγχων, (D_β) , και διακρίνεται σε τρία είδη: (i) κανονική περιδινούμενη ροή (pure swirl flow) όταν $R_{\epsilon\zeta} - R_{\epsilon\sigma} = D_\beta$, (ii) συστολική περιδινούμενη ροή (contraction swirl flow) όταν $R_{\epsilon\zeta} - R_{\epsilon\sigma} < D_\beta$ και (iii) διασταλτική περιδινούμενη ροή (expansion swirl flow) όταν $R_{\epsilon\zeta} - R_{\epsilon\sigma} > D_\beta$.

Πολλά ερευνητικά έργα [55, 79, 54] έχουν χρησιμοποιήσει οδηγούς-πτερύγια. Αυτά ισαπέχουν γύρο από την είσοδο της εγκατάστασης και προσδίδουν εφαπτομενική ταχύτητα στη ροή (Σχήμα 2.2). Η ισχύς της συνιστώσας στροβιλισμού μπορεί να μεταβληθεί ρυθμίζοντας τη γωνία των πτερυγίων και η ομοιομορφία του πεδίου ροής μπορεί επίσης να βελτιωθεί με την αύξηση του αριθμού των πτερυγίων.

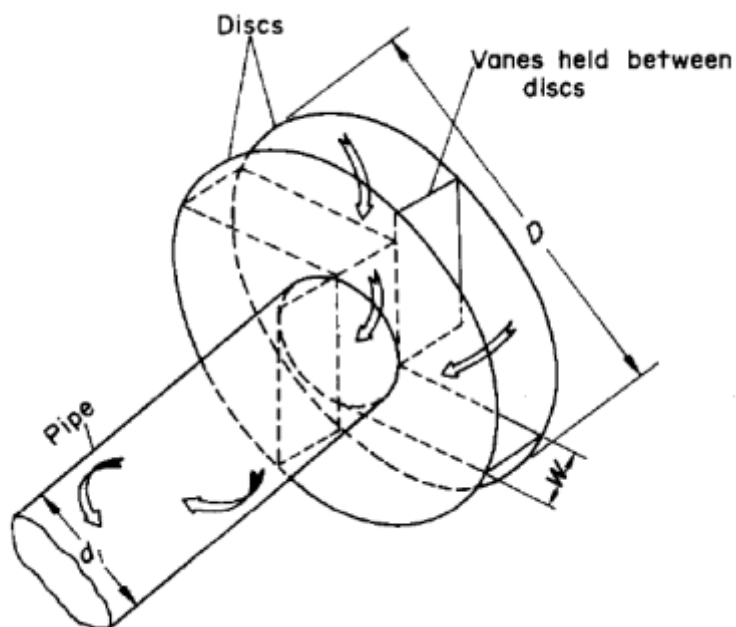
¹ο αγγλικός όρος είναι: ruptures of swirling eddies



(α') Τομή βάσης εφαπτομενικών εισόδων [16]

(β') Βάση διασταλτικής περιδίνησης [45]

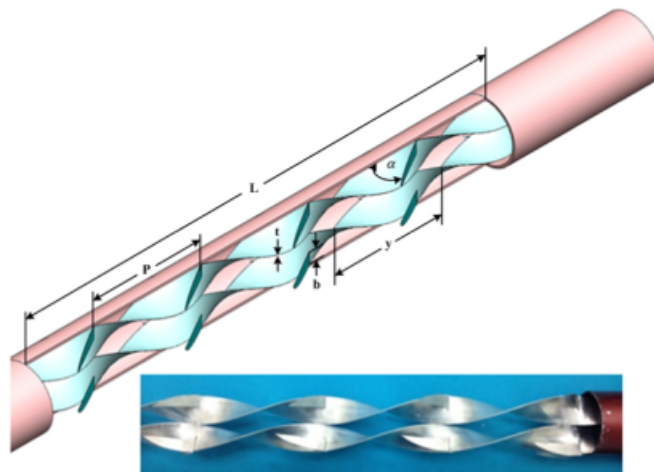
Σχήμα 2.1 Περιδίνηση με χρήση βάσεων εφαπτομενικών εισόδων



Σχήμα 2.2 Βάση περιδίνησης χρησιμοποιώντας οδηγούς-πτερύγια [79]

Η τεχνική των περιστρεφόμενων τμημάτων [55, 68, 20], η οποία προκαλεί στροβιλισμό με αντίσταση τριβής από ένα περιστρεφόμενο τοίχωμα, δημιουργεί ασθενή στροβιλισμό εάν χρησιμοποιηθεί σε απλή κυλινδρική διατομή. Οι Murakami κ.ά. [55] χρησιμοποίησαν μια ακτινική πτερωτή η οποία περιστρεφόταν μαζί με τον σωλήνα και δημιουργούσε μια ισχυρή δίνη κατά μήκος της ροής. Στις δακτυλιοειδείς ροές, η δημιουργία στροβιλισμού από την περιστροφή των εσωτερικού και του εξωτερικού κυλίνδρων έχει μελετηθεί εκτενώς από τον Taylor [70] ο οποίος χρησιμοποίησε ένα σύστημα ομόκεντρων κυλίνδρων, με τον εσωτερικό να περιστρέφεται, για να διερευνήσει το πώς εξελίσσεται ο στροβιλισμός κατά μήκος του αγωγού.

Τούτων λεχθέντων, η μακράν πιο συνηθισμένη διάταξη παραγωγή στροβιλισμού είναι μέσω συστραμμένης ταινίας (twisted tape) (Σχήμα 2.3) [30, 75, 50]. Ταινίες, πλάτους ίσου με τη διάμετρο του σωλήνα, συστρέφονται γύρω από το διαμήκη άξονα και εισάγονται σε σωλήνα, αναγκάζοντας το εργαζόμενο μέσο να περιστρέφεται μαζί με την ταινία. Το πεδίο ροής που παράγεται από την ταινία είναι πολύ διαφορετικό από εκείνο των εφαιπτομενικών μεθόδων στροβιλισμού. Για αρχή, η συστραμμένη ταινία διαιρεί τη ροή σε δύο μικρότερες ημικυκλικής διατομής, οπότε δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ως αξονοσυμμετρική. Η αυξημένη βρεγμένη επιφάνεια προκαλεί ανάπτυξη οριακών στρωμάτων που διαταράσσουν το πεδίο ροής και αυξάνουν αισθητά τον συντελεστή τριβής. Έχουν παρατηρηθεί επίσης σημαντικές διακυμάνσεις στα χαρακτηριστικά μεταφοράς θερμότητας της ροής.



Σχήμα 2.3 Δύο συστραμμένες ταινίες στην πειραματική διάταξη των Tamna κ.ά. [69]

2.2 Ποσοτικοποίηση στροβιλισμού

Βασικό χαρακτηριστικό των περιδινόμενων ροών, που δημιουργούνται μέσω κάποιας διάταξης τοποθετημένης στην αρχή της ροής, είναι η εξασθένιση του στροβιλισμού κατά μήκος της διαδρομής της ροής λόγω της μείωσης της γωνιακής συνιστώσας της ταχύτητας. Ο συνηθής τρόπος ποσοτικοποίησης της στροβιλότητας είναι ο αριθμός στροβιλισμού (swirl number) [26, 23]. Συμβολίζεται με το γράμμα S και είναι ο λόγος της εφαπτομενικής προς την αξονική ορμή:

$$S = \frac{\int_0^R u_z u_\theta r^2 dr}{R \int_0^R \left(u_z^2 - \frac{1}{2} u_\theta^2 \right) r dr} \quad (2.1)$$

όπου R η ακτίνα του αγωγού και u_z , u_θ η αξονική και η εφαπτομενική ταχύτητα για την ακτινική διεύθυνση αντίστοιχα.

2.3 Θερμαινόμενες στροβιλώδεις ροές

Οι πρώτες πειραματικές μελέτες που αξιοποίησαν διατάξεις δημιουργίας στροβιλισμό ο οποίος εξασθενεί κατά μήκος της ροής σωλήνα δακτυλιοειδούς διατομής είναι έξι στο σύνολό τους, όπως αναφέρει ο Solnordal [66]. Όλες αυτές οι έρευνες προσδιόριζαν, μεταξύ άλλων, τον συντελεστή μετάδοσης θερμότητας των τοιχωμάτων του συστήματος κοιλοτήτων.

Ο τοπικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας, όπως αυτές έδειξαν, είναι συνυφασμένος με την απόσταση από τη γενέτειρα ροής (x/d), τον αριθμό Reynolds (Re), την ένταση στροβιλισμού (S) και το πηλίκο θερμοκρασίας ρευστού προς την θερμοκρασία θερμαινόμενης επιφάνειας ($T_{αντ}/T_{ρεν}$). Όλες αυτές οι μελέτες υπολόγισαν τον τοπικό αριθμό Nusselt και εν συνεχεία άλλαζαν τις προαναφερθείσες παραμέτρους προσπαθώντας να εξάγουν μια συσχέτιση. Μια κοινή παρατήρηση ήταν ότι ο τοπικός συντελεστής συναγωγής αυξανόταν με αντίστοιχη αύξηση των αριθμού Reynolds και της έντασης στροβιλισμού [10, 39, 28, 59], ενώ οι Klepper [39] και Blackwelder [10] παρατήρησαν ότι ο αριθμός Nusselt αυξανόταν όσο μεγαλύτερη ήταν η θερμοκρασιακή διαφορά μεταξύ ρευστού και κοιλότητας.

2.3.1 Βελτίωση μετάδοσης θερμότητας

Σε όλες τις έρευνες βρέθηκε ότι ο τοπικός συντελεστής μεταφορά θερμότητας μειώνεται εκθετικά [10, 39, 28, 59], πράγμα που σημαίνει ότι η ενίσχυση μετάδοσης θερμότητας ήταν άμεσα συνυφασμένη με τη γωνιακή συνιστώσα της διατμητικής τάση του τοιχώματος, και ως εκ τούτου, με τον αριθμό στροβιλισμού.

Ο Blackwelder [10] βρήκε ότι η ενίσχυση μετάδοσης θερμότητας άρχισε να μειώνεται σημαντικά σε μήκος 60 με 80 διαμέτρους κατάντη της γενέτειρας ροής της πειραματικής του διάταξης, για αριθμούς Reynolds μέχρι 90×10^3 . Οι Hay και West [28], χρησιμοποιώντας μικρότερους αριθμούς Reynolds και περισσότερη ένταση στροβιλισμού, βρήκαν ότι η ενίσχυση μετάδοσης θερμότητας μειώθηκε γύρω στο 25 % της αρχικής της τιμής, σε μήκος 17.5 διαμέτρων κατάντη της ροής.

Οι Zaherzadeh και Jagadish [79] έδειξαν ότι η ενίσχυση μετάδοσης θερμότητας μπορούσε να φτάσει μέχρι και το 80 %. Οι Hay και West [28] και οι Prata και Sparrow [59] υπολόγισαν ενίσχυση μετάδοσης θερμότητας της τάξεως του 500 % στην έξοδο των γενετειρών στροβιλισμού τους. Αμφότερες μελέτες χρησιμοποίησαν ιδιαίτερα υψηλές τιμές στροβιλισμού.

Η εμπειρική σχέση των Hay και West [28] ήταν συναρτήσει του αριθμού στροβιλισμού, S (σχέση 2.2). Αυτή η συσχέτιση περιγράφει τα δεδομένα τους με ακρίβεια ± 40 %. Αν και η αβεβαιότητα ήταν εκτός αποδεκτών ορίων (όπως καλή ώρα και τα δικά μας αποτελέσματα αργότερα), είναι λογικό δεδομένης της απλοϊκότητας του μοντέλου:

$$\frac{Nu}{Nu_{ax}} = (S + 1)^{1.75} \quad (2.2)$$

Οι Blackwelder [10] και Klepper [39] βρήκαν ότι οι τοπικοί συντελεστές συναγωγής ήταν συνυφασμένοι με την θερμοκρασιακή διαφορά ρευστού και τοιχώματος. Αμφότεροι χρησιμοποίησαν ιδιαίτερα υψηλές τιμές ροής θερμότητας, εντείνοντας την θερμοκρασιακή διαφορά. Ο διάταξη του Blackwelder είχε $T_{αντ}/T_{ρεν} \leq 2.1$ ενώ αυτή του Klepper, $T_{αντ}/T_{ρεν} = 1.5$.

Επιπλέον, ο Blackwelder [10] εφήρμοσε γραμμική παλινδρόμηση στα δεδομένα του, για συγκεκριμένο αριθμό Reynolds, χρησιμοποιώντας:

$$\frac{Nu}{Nu_{ax}} \left(\frac{T_{αντ}}{T_{ρεν}} \right)^{A \frac{x}{d}} \quad \text{με} \quad \frac{x}{d} \quad (2.3)$$

όπου A σταθερά που εξαρτάται από την κλίση της συστραμμένης ταινίας. Για αξονικές ροές, ο Klepper [39] συσχέτισε, για πλήρως αναπτυγμένη ροή, τον αριθμό Nusselt με μια τροποποιημένη εξίσωση των Dittus και Boelter [21]:

$$Nu_{ax} = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \left(\frac{T_{\text{αντ}}}{T_{\text{ρεν}}} \right)^{-0.5} \quad (2.4)$$

Τροποποιώντας την έκφραση αυτή, εξήγαγαν συσχέτιση για τους τοπικούς Nusselt σε περιδινούμενη ροή που φθίνει:

$$Nu_{ax} = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \left(\frac{T_{\text{αντ}}}{T_{\text{ρεν}}} \right)^{-0.5} ab \quad (2.5)$$

$$a = \frac{0.7 + 4.2 \times 10^{-5} Re}{1 + 3.9 \times 10^{-5} Re}$$

$$b = 1 + \frac{1.05}{\left\{ 0.5 \frac{p}{d_o} + 1.25 \times 10^{-3} \frac{p}{d_o} \left(\frac{x}{d_o} \right)^2 \right\}^{0.6}}$$

όπου ο όρος a ισχύει για εύρη Reynolds 20×10^3 με 380×10^3 και ο όρος p είναι η περίμετρος της συστραμμένης ταινίας. Τα δεδομένα του Klepper προσεγγίζονται από την ανωτέρω συσχέτιση με ακρίβεια $\pm 10\%$.

Να σημειωθεί εδώ ότι τα πειραματικά δεδομένα του Klepper ήταν πάρα πολλά, εκατοντάδες, και κάλυπταν ένα ευρύ φάσμα παραμέτρων (Re από 20×10^3 μέχρι 380×10^3 , p/d_o από 4.76 μέχρι 8.05, $T_{\text{αντ}}/T_{\text{ρεν}}$ από 1 μέχρι 2.1). Τα δεδομένα του Klepper φαίνεται να συμφωνούν με αυτά άλλων δημοσιεύσεων, οπότε η εξίσωση αυτή είναι μια καλή προσέγγιση για περιδινούμενες ροές με χρήση συστραμμένων ταινιών.

Η προσέγγιση των Narezhnyy, Sudarev κ.ά. [56] ήταν λίγο διαφορετική. Επειδή τα οριακά στρώματα εξελίσσονται κατά μήκος του σωλήνα, έκριναν πως η συσχέτιση μεταξύ των αριθμών Nusselt και Reynolds θα εξαρτιόταν από την εκάστοτε απόσταση των γενετειρών στροβιλισμού.

Παρατηρώντας τους τοπικούς Nusselt, Nu_x , να μεταβάλλονται αναλογικά με $Re_x^{0.8}$ όπως στην εξίσωση Dittus-Boelter [21], προσπάθησαν να βρουν μια συσχέτιση της μορφής:

$$Nu_x = c Re_x^{0.8} \quad (2.6)$$

όπου η σταθερά c θεωρήθηκε ότι εξαρτιόταν της απόστασης, κατά μήκος της διάταξης, από την γενέτειρα στροβιλισμού και γωνίας εισροής ρευστού. Προσπαθώντας να προσαρμόσουν λοιπόν τα δεδομένα σε αυτού του είδους την εξίσωση κατέληξαν:

$$Nu_x = c_{ax} (1 + \tan\phi)^{0.8 \exp(-0.0027 \frac{x}{d_o})} Re_x^{0.8} \quad (2.7)$$

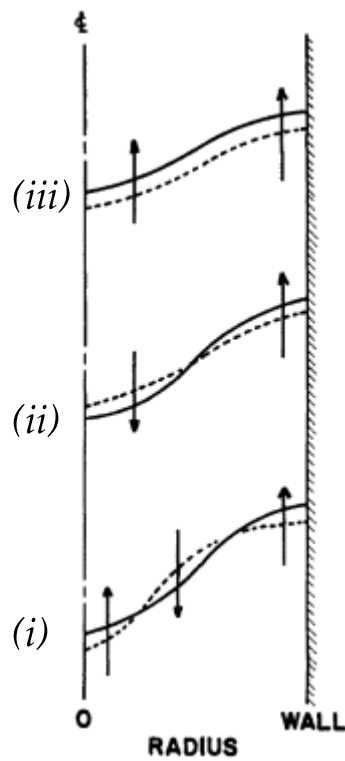
η ανωτέρω εξίσωση είναι εφαρμόσιμη για εύρη τοπικών Reynolds από 8×10^4 με 10^7 , $\phi \leq 75^\circ$, και $x/d_o \leq 150$, ενώ η ακρίβεια της κυμαίνεται στο $\pm 25\%$.

2.3.2 Πεδίο ροής

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των διατάξεων με στροβιλισμό έγκειται, όπως και αναφέρθηκε πιο πάνω, στο πολύπλοκο πεδίο ροής που δημιουργείται λόγω μίας κεντρικής ζώνης ανακυκλοφορίας [1].

Μία από τις πρώτες προσπάθειες διερεύνησης του πεδίου ροής περιδινούμενων ροών που φθίνουν έγινε από τους Nissan και Bresan [57]. Αυτοί μελέτησαν πειραματικά σωλήνα δακτυλιοειδούς διατομής όπου η περιδίνηση δημιουργείται από δύο, αντίθετα τοποθετημένες, εφαπτομενικές εισόδους. Παρατήρησαν ότι το πεδίο ταχύτητας χωριζόταν σε τρεις διαφορετικές ζώνες ανάλογα τη μορφολογία του: (i) κοντά στον άξονα, η γωνιακή συνιστώσα της ταχύτητας αυξανόταν με την απομάκρυνση από τον άξονα, ενώ η αξονική γινόταν αρνητική, το οποίο υποδηλώνει την ύπαρξη αντιστρεπτής ροής, (ii) με την απομάκρυνση από τον άξονα υπήρξε αύξηση της γωνιακής ταχύτητας ενώ μηδενιζόταν η αξονική - εδώ, κοντά στον άξονα, υπάρχει πάλι αντιστροφή ροής και τέλος (iii) κοντά στο τοίχωμα, η γωνιακή ταχύτητα μειωνόταν απότομα ενώ η αξονική αυξανόταν. Η αποτύπωση των ζωνών ταχύτητας φαίνεται στο Σχήμα 2.4.

Επιπλέον, σε μια δακτυλιοειδή περιδινούμενη ροή που προκαλείται με τη βοήθεια οδηγών πτερυγίων, οι Morsi και Clayton [54] έδειξαν ότι το εφαπτομενικό προφίλ ταχύτητας μοιάζει με αυτό εξαναγκασμένης δίνης η οποία τείνει προς το εσωτερικό τοίχωμα και φαίνεται να μειώνεται γραμμικά ενώ πλησιάζει τον εξωτερικό κύλινδρο. Αναλυτικότερα: η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας φαινόταν να ακολουθεί ροή περιδίνησης, αλλά μεταβαλλόταν ριζικά κατά μήκος της διαδρομής της. Υψηλότερες αξονικές ταχύτητες εντοπίστηκαν κοντά στον εσωτερικό κύλινδρο, και αυτές φαίνονται να μειώνονται με τη αύξηση της αξονικής απόστασης από το τμήμα εισόδου του δακτυλίου. Αυτά τα δεδομένα επιβεβαιώθηκαν πειραματικά και από τους Bottaro κ.ά. [12] για ίδια διάταξη και συνθήκες στρωτής ροής, όπου η έγχυση ρευστού γινόταν μέσω μίας εφαπτομενικής εισόδου, καθώς επίσης και από τους Khodadadi και Vlachos [37], οι οποίοι έκαναν ακριβώς τις ίδιες παρατηρήσεις, για παρόμοια διάταξη, σε συνθήκες τυρβώδους ροής.



Σχήμα 2.4 Οι τρεις διαφορετικές ζώνες ταχυτήτων που δημιουργούνται από στροβιλισμό σε σωλήνα [57]. Οι συνεχείς γραμμές απεικονίζουν την κατανομή πίεσης στην αξονική απόσταση z , ενώ οι διακεκομμένες την κατανομή πίεσης στην απειροστή μεταβολή $z + dz$.

2.4 Στόχος παρούσας εργασίας

Στην παρούσα εργασία, για την πειραματική διερεύνηση της βελτίωσης μετάδοσης θερμότητας, χρησιμοποιήθηκε στροβιλισμός σε σωλήνα δακτυλιοειδούς διατομής, ο οποίος εξασθενεί όσο εξελίσσεται η ροή. Η εν λόγω ροή δημιουργείται από ειδικά διαμορφωμένες βάσεις που φέρουν εφαπτομενικές εισόδους ροής και είναι τοποθετημένες ανάντη της διάταξης - παρόμοια με αυτή των Chang και Dhir [16]. Επίσης, ο λόγος πάχους του δακτυλίου που σχηματίζουν οι ομόκεντροι κύλινδροι, $(R_{εξ.} - R_{εσ.})$, ισούται με τη διάμετρο των βρόγχων, (D_β) , ώστε να εξασφαλίζονται συνθήκες ροής "pure swirl flow" [45].

Αυτού του είδους η διάταξη ήταν σχετικά εύκολο να σχεδιαστεί και να συντηρηθεί διότι δεν περιλάμβανε κινητά μέρη - όπως περιστρεφόμενους κυλίνδρους - και προκαλεί εν γένει ασθενέστερη πτώση πίεσης σε σύγκριση με τη μέθοδο οδηγών πτερυγίων. Επιπλέον η χρήση της εφαπτομενικής εισόδου καθιστά εύκολη την στεγανοποίηση της διάταξης. Το κύριο μειονέκτημα αυτών των ροών, ωστόσο, είναι ότι η ροή εξελίσσεται κατά μήκος της διαδρομής με φθίνοντα ρυθμό, όπου και παρατηρείται μείωση των συντελεστών μεταφοράς [44, 45, 65].

Για την ποσοτικοποίηση της βελτίωσης μετάδοσης θερμότητας, αναγκαία ήταν η χρήση συσχέτισης $\overline{Nu} = f(Re)$ για τον προσδιορισμό των αντιπροσωπευτικών Nusselt (βλ. υποενότητα 4.1.6). Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε η πιο απλή από τις προαναφερθείσες συσχετίσεις, μια παρόμοια αυτής των Dittus-Boelter [21]. Η αποτίμηση της επιλογής αυτής θα γίνει με το πέρας των υπολογισμών, όπου θα έχει προηγηθεί στατιστική ανάλυση, και θα φανεί η αβεβαιότητα στα τελικά αποτελέσματα.

Κεφάλαιο 3

Εγκατάσταση δοκιμών

“It doesn’t matter how beautiful your theory is, it doesn’t matter how smart you are. If it doesn’t agree with experiment, it’s wrong.”

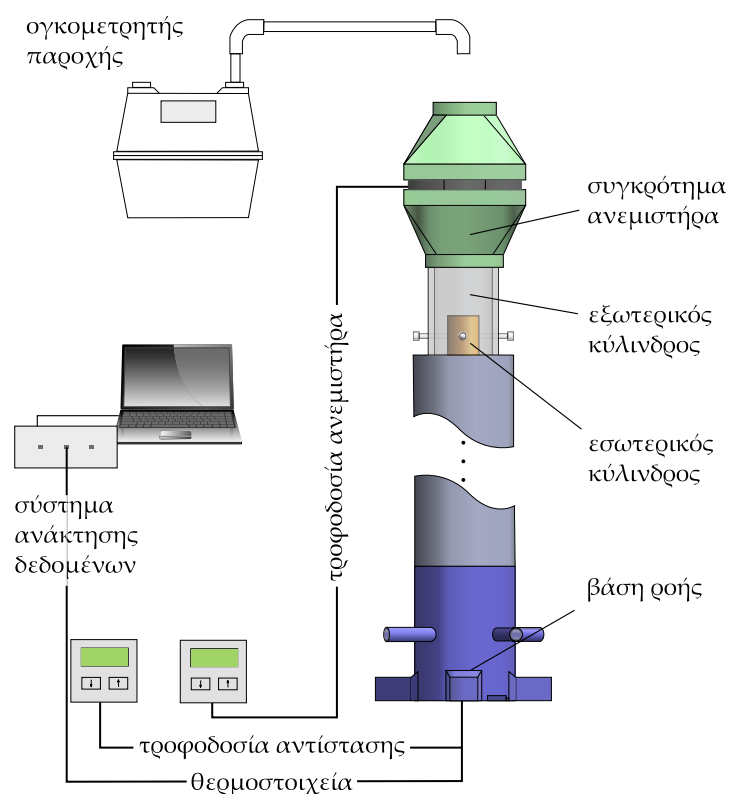
– Richard Feynman¹

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η πειραματική διάταξη που κατασκευάστηκε για την διερεύνηση της ενίσχυσης μετάδοσης θερμότητας περιδινούμενων ροών. Περιγράφονται επίσης οι πειραματικές συσκευές και τα χρησιμοποιηθέντα μετρητικά όργανα, και γίνεται αναφορά στην πειραματική διαδικασία λήψης μετρήσεων.

3.1 Πειραματική διάταξη

Σκαρίφημα της πειραματικής διάταξης απεικονίζεται στο Σχήμα 3.1. Πρόκειται για σύστημα που απαρτίζεται από (i) τη βάση ροής, (ii) τη διάταξη ομόκεντρων κυλίνδρων και (iii) από έναν ανεμιστήρα αναρρόφησης. Η σχεδίαση των ομόκεντρων κυλίνδρων και βάσεων βρόγχων ήταν τέτοια ώστε ο λόγος πάχους του δακτυλίου των πρώτων ($R_{\text{εξ.}} - R_{\text{εσ.}}$) με τη διάμετρο των βρόγχων (D_β) να είναι 1:1. Έτσι εξασφαλίζονται συνθήκες ροής "pure swirl flow" [45]. Οι βάσεις ροής ήταν τοποθετημένες ανάντη της διάταξης ενώ ο ανεμιστήρας αναρρόφησης κατάντη της, και ήταν ικανός να παρέχει ταχύτητες μέχρι και 2 m s^{-1} στην έξοδο της διάταξης.

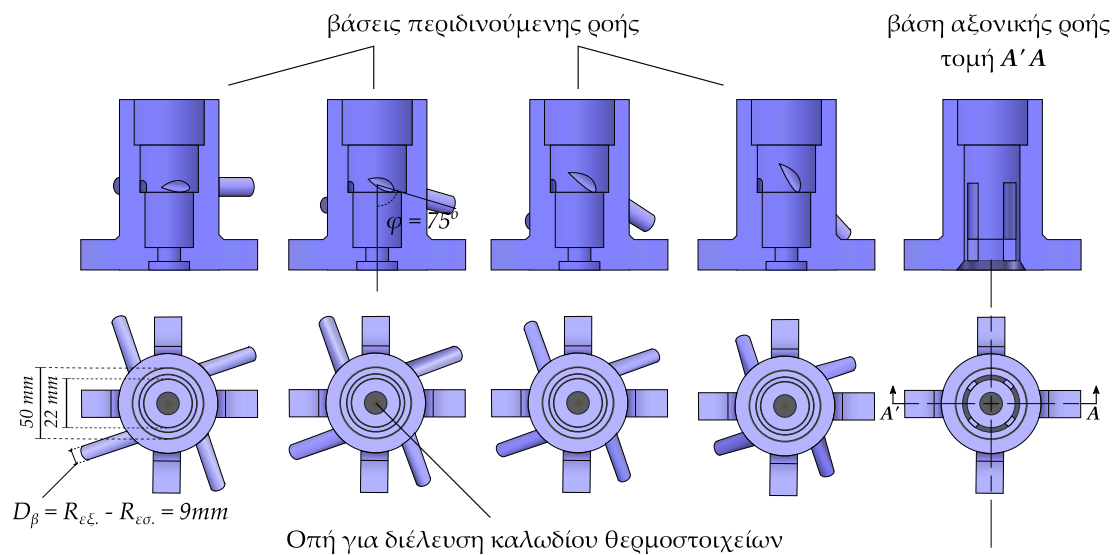
¹Αυτό έχει ειπωθεί στις διαλέξεις του Feynman στο Cornell, το 1964. Κομμάτι των διαλέξεων αυτών είναι διαθέσιμο στο σύνδεσμο <https://youtu.be/OL6-x0modwY>. Ένα πιο πλήρες κείμενο μπορεί να βρεθεί στον ιστότοπο του Pomeroy [58].



Σχήμα 3.1 Σκαρίφημα πειραματικής διάταξης

3.1.1 Βάσεις ροής

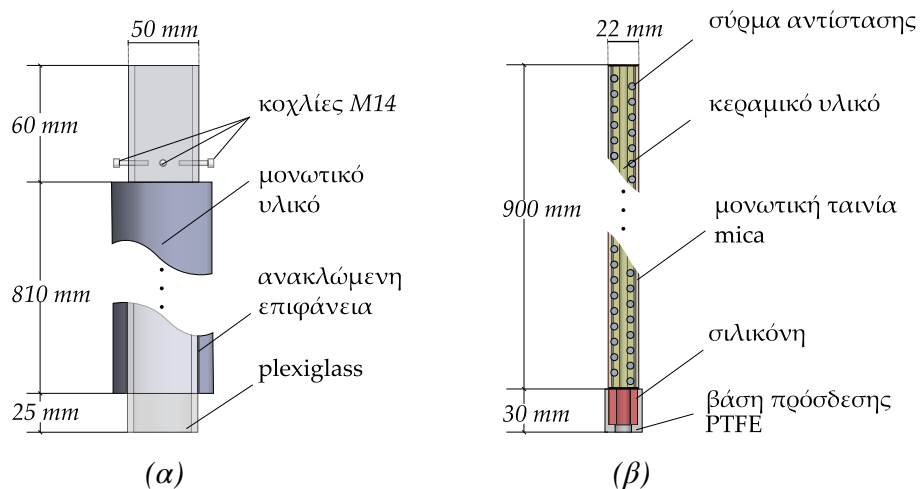
Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.2, οι βάσεις ροής ήταν πέντε στο σύνολό τους: μία βάση αξονικής και τέσσερις περιδινούμενης ροής. Οι βάσεις περιδινούμενης (θα αναφέρονται στο κείμενο και ως βάσεις βρόγχων) είχαν συμμετρικά τέσσερις βρόγχους στην περιφέρειά τους, με κλίση (ϕ) σε σχέση με την εγκάρσια διατομή τους. Όλες εκτυπώθηκαν με τριδιάστατο εκτυπωτή και είναι κατασκευασμένες από υλικό με αντοχή σε θερμικά φορτία μέχρι $150\text{ }^{\circ}\text{C}$. Σχεδιάστηκαν με τρόπο τέτοιο ώστε να γίνεται καλή εφαρμογή με το σύστημα κυλίνδρων, ενώ στη βάση τους υπάρχει μια μικρή οπή για τη διέλευση των θερμοστοιχείων που είναι τοποθετημένα στον εσωτερικό κύλινδρο. Περιδίνηση ροής δημιουργείται εφαρμόζοντας την κατάλληλη βάση, η οποία εισάγει εφαπτομενικό ρεύμα αέρα και ψύχει τον εσωτερικό κύλινδρο ο οποίος θερμαίνεται.



Σχήμα 3.2 Βάσεις ροής

3.1.2 Διάταξη ομόκεντρων κυλίνδρων

Το βασικό κομμάτι της εγκατάστασης αποτελείται από δύο ομόκεντρους κυλίνδρους, τον εσωτερικό (ή αντίσταση) και εξωτερικό, στο διάκενο των οποίων ρέει το ρευστό. Η διάταξη των ομόκεντρων κυλίνδρων φαίνεται στο Σχήμα 3.3.



Σχήμα 3.3 Σύστημα ομόκεντρων κυλίνδρων: (α) Εξωτερικός (β) Εσωτερικός

Εξωτερικός κύλινδρος

Ως εξωτερικός κύλινδρος χρησιμοποιήθηκε σωλήνας Plexiglass εσωτερικής διαμέτρου 40 mm με πάχος 5 mm και μήκος 895 mm. Η επιλογή του υλικού ήταν τέτοια ώστε να διευ-

κολύνεται η περαιτέρω κατεργασία του, σε περίπτωση που αυτή χρειαζόταν, και οι μηχανικές του ιδιότητες να συνδράμουν στην ομαλή διεξαγωγή των πειραμάτων - το υλικό έχει χαμηλό συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας και είναι διαφανές.

Υλικό ανακλώμενης επιφάνειας τυλίχτηκε γύρω από τον εξωτερικό κύλινδρο, ώστε να περιοριστούν οι απώλειες θερμότητας λόγω ακτινοβολίας από τον εσωτερικό προς τον εξωτερικό κύλινδρο. Προστέθηκε επίσης άλλη μια στρώση μονωτικού υλικού προς μείωση απωλειών λόγω αγωγής.

Τέλος, στην κορυφή του εξωτερικού κυλίνδρου, τοποθετήθηκαν τρεις κοχλίες M14 για να διασφαλιστεί η εκκεντρότητα του με τον εσωτερικό κύλινδρο και να μειωθούν, όσο αυτό ήταν εφικτό, τα χωρικά σφάλματα.

Εσωτερικός κύλινδρος

Για τη δημιουργία του εσωτερικού κυλίνδρου χρησιμοποιήθηκε σωλήνας διαμέτρου 22 mm, πάχους 1 mm και μήκους 900 mm, με καλυμμένη τη μία του έξοδο, ανάντη του συστήματος. Εντός του σωλήνα τοποθετήθηκε κεραμικό υλικό, ανθεκτικό σε θερμικά φορτία, και περί αυτού τυλίχτηκε ομοιόμορφα σύρμα αντίστασης σε κατάλληλα σχηματισμένες αυλακώσεις, για τα επιτευχθεί όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφη θέρμανση. Κατά τη διάρκεια της τοποθέτησης του καλωδίου αντίστασης, δόθηκε ιδιαίτερη προσοχή στην αποφυγή περιτύλιξης για αποφυγή βραχυκύκλωσής του.

Η αντίσταση τροφοδοτείτο από σταθερή πηγή τάσης τύπου MERSAN, με ονομαστική τιμή 50 V. Επειδή η τάση που διέπει το καλώδιο δεν πρέπει να μεταδοθεί στον χάλκινο σωλήνα, χρησιμοποιήθηκε μονωτική ταινία τύπου Mica η οποία είναι ηλεκτρικά καλός μονωτής και ταυτόχρονα θερμικά αγωγίμο υλικό. Η τοποθέτηση της ταινίας ήταν τέτοια ώστε να επικαλύπτει επακριβώς το διάκενο μεταξύ αυλακώσεων και τυλιγμένου σύρματος, και να βρίσκεται όσο το δυνατόν πλησιέστερα στο χάλκινο σωλήνα.

Για τον προσδιορισμό της θερμοκρασίας κατά μήκος της επιφάνειας του χάλκινου σωλήνα χρησιμοποιήθηκαν θερμοστοιχεία τύπου K, τοποθετημένα, με ομοιόμορφο μοτίβο, κατά μήκος της εσωτερικής επιφάνειάς του, με θερμικά αγωγίμη κόλλα. Επειδή τα θερμοστοιχεία τοποθετήθηκαν στο εσωτερικό του σωλήνα, για μην εμποδίσουν το πεδίο ροής, πακτώθηκαν στο κάτω άκρο της αντίστασης με σιλικόνη - θερμικά αγωγίμο υλικό μεν, ηλεκτρικά μονωτικό δε. Στο κάτω μέρος της αντίστασης τοποθετήθηκε κατάλληλη βάση ώστε να προσδένεται με τις βάσεις ροής, και η οποία αποτελείτο από PTFE, το οποίο έχει χαμηλό συντελεστή μετάδοσης θερμότητας και αντοχή σε υψηλά θερμικά φορτία.

3.1.3 Ανεμιστήρας αναρρόφησης

Στο πάνω μέρος της διάταξης τοποθετήθηκε ανεμιστήρας αναρρόφησης τύπου Corsair iCUE SP120, ονομαστικής τάσης 24 V. Για τον έλεγχο της ροής, ο ανεμιστήρας συνδεόταν με πηγή συνεχούς ρεύματος EZ GP-4303D DC, ονομαστικής τάσης 40 V. Για την εφαρμογή του ανεμιστήρα με τη διάταξη ομόκεντρων κυλίνδρων, αλλά και για την σύνδεσή του με τον μετρητή ογκομετρικής παροχής, δημιουργήθηκε ειδική θήκη. Η θήκη αυτή αποτελείτο από το ίδιο υλικό με αυτό των βάσεων ροής, και η ανοχή των διαστάσεων της δεν υπερέβαινε, σύμφωνα με τον κατασκευαστή τουλάχιστον, τα 0.2 mm.

3.2 Μετρητικά όργανα και ανάκτηση δεδομένων

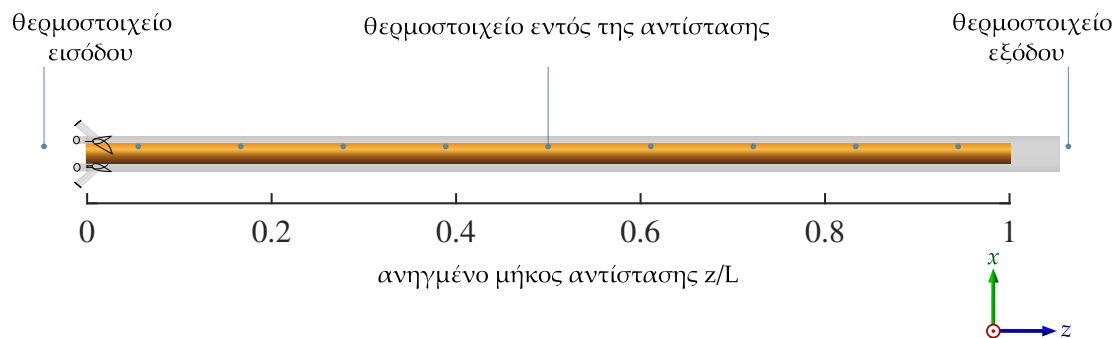
Για την πειραματική διερεύνηση της ενίσχυσης μετάδοσης θερμότητας στον εσωτερικό κύλινδρο, λήφθηκαν μετρήσεις θερμοκρασίας, χρόνου και τάσεως-έντασης ρεύματος. Οι πρώτες έγιναν με χρήση θερμοστοιχείων τύπου K, αυτές του χρόνου με συνδυασμό χρονομέτρου χειρός και μετρητή παροχής, και αυτές των τάσεων-έντασης ρεύματος με πολύμετρο ακριβείας. Οι μετρήσεις των θερμοκρασιών καταγράφονται σε ηλεκτρονικό υπολογιστή, ενώ οι υπόλοιπες λήφθηκαν χειρωνακτικά. Η ανάλυση της πειραματικής αβεβαιότητας των μετρήσεων καθώς επίσης και των υπολογισθέντων μεγεθών, αναφέρονται στην υποενότητα 4.2.

3.2.1 Θερμοστοιχεία τύπου K

Για μετρήσεις θερμοκρασιών, χρησιμοποιήθηκαν θερμοστοιχεία τύπου K, τα οποία συγκολλήθηκαν στο εργαστήριο λίγο πριν την τοποθέτησή τους στον εσωτερικό κύλινδρο. Στο σύνολό τους ήταν έντεκα: εννέα μετρούσαν τοπικές θερμοκρασίες κατά μήκος της αντίστασης, ένα κατάντη της διάταξης για την θερμοκρασία εισόδου του ρευστού και άλλο ένα ανάντη της διάταξης για μέτρηση της θερμοκρασίας εξόδου.

Για τη συνεχή καταγραφή της θερμοκρασίας, επί και εκτός της αντίστασης, χρησιμοποιήθηκε πολύμετρο τύπου KEITHLEY 2700. Δυστυχώς δεν κατέστη δυνατή η συνεχής αποθήκευση των δεδομένων αυτών λόγω «διαξιφισμού» λογισμικών πολυμέτρου-υπολογιστή. Ωστόσο, χρησιμοποιήθηκε επιτυχώς για τον συνεχή έλεγχο των θερμοκρασιών, μέχρι αυτές να συγκλίνουν προς μία σταθερή τιμή.

Τα θερμοστοιχεία, εξαιτίας της σχετικά απλής χρήσης τους, αποτελούν την πλέον διαδεδομένη μέθοδο μέτρησης της θερμοκρασίας. Ωστόσο, οι μετρήσεις μπορούν να επηρεαστούν (και συνήθως επηρεάζονται) σημαντικά από απώλειες θερμότητας λόγω συναγωγής και της διαδικασίας συγκόλλησής τους. Οπότε οι μετρήσεις τείνουν να υπερε-



Σχήμα 3.4 Θέσεις θερμοστοιχείων της πειραματικής διάταξης

κτιμούνται αυτών των πραγματικών τιμών λόγω φαινομένων αδράνειας και ενεργειακών απωλειών [25]. Στην παρούσα εργασία, δεν έγινε καμία προσπάθεια αντιμετώπισης των σφαλμάτων αυτών.

3.2.2 Μετρητής φυσικού αερίου

Ο μετρητής φυσικού αερίου συνδέεται στην έξοδο του συγκροτήματος ανεμιστήρα. Χρησιμοποιήθηκε σε συνδυασμό με χρονόμετρο, όπου, σε κάθε πείραμα, καταγράφονται ο απαιτούμενος χρόνος για τη διέλευση 0.1 m^3 αέρα. Όλες οι παροχές του αέρα, για κάθε διάταξη ροής, προέρχονται από τον ανεμιστήρα αναρρόφησης, οι στροφές του οποίου ρυθμίζονται κάνοντας χρήση πηγής συνεχούς ρεύματος.

Λόγω παλαιότητάς του πραγματοποιήθηκε «σχετική βαθμονόμηση» με θερμό νήμα, ώστε να υπάρξει μια εκτίμηση για την εγκυρότητά του. Περισσότερες πληροφορίες για διαδικασία αναφέρονται στο Παράρτημα Α'.

3.2.3 Ψηφιακό πολύμετρο

Λόγω παλαιότητας των πηγών τάσεως, οι ενδείξεις των εγγενών ενδείξεων τους δεν ήταν αξιόπιστες. Κρίθηκε σκόπιμο λοιπόν να χρησιμοποιηθεί πολύμετρο ακριβείας τύπου DT-9205A, για τη μέτρηση των τιμών τάσης και έντασης ρεύματος του ανεμιστήρα και της αντίστασης.

3.3 Διερευνηθείσες ροές και μεθοδολογία μετρήσεων

Έχοντας συναρμολογήσει την όλη διάταξη, σε πρώτο στάδιο, ορίστηκαν οι συνθήκες λειτουργίας των πειραμάτων και η μεθοδολογία για την αξιολόγηση μετάδοσης θερμότητας των βάσεων περιδίνησης. Αποφασίστηκε ότι σε κάθε πειραματική διάταξη θα λαμ-

βάνονται δεδομένα για τέσσερις αριθμούς Reynolds: 1100, 1400, 1700 και 2000 - εύρος που εξασφαλίζει συνθήκες στρωτής ροής για την εν λόγω διάταξη [22]. Όλα τα μεγέθη ήταν χρονικά αμετάβλητα, δηλαδή επικρατούσαν συνθήκες μόνιμης ροής. Για να επιτευχθεί αυτό, υπήρξε συνεχής έλεγχος των ενδείξεων των θερμοστοιχείων μέχρι οι τιμές τους να συγκλίνουν προς μία σταθερή τιμή. Τέλος, για να μπορέσει να καταστεί δυνατή η σύγκριση μετάδοσης θερμότητας μεταξύ των διατάξεων, η ηλεκτρική τροφοδότηση του εσωτερικού κυλίνδρου ήταν η ίδια για όλα τα πειράματα [6], με ένταση ρεύματος 0.63 A και τάσης 29.5 V, οι οποίες δίνουν την παρεχόμενη ηλεκτρική ισχύ της αντίστασης $\dot{Q}_{res.} = 18.85 \text{ W}$.

Έγιναν λοιπόν πειράματα, με όλους τους πιθανούς συνδυασμούς αριθμών (α) και κλίσης (ϕ) βρόγχων, για τέσσερις αριθμούς Reynolds. Επίσης, για το ίδιο εύρος Reynolds, έλαβαν χώρα άλλα τέσσερα πειράματα χρησιμοποιώντας τη διάταξη αξονικής ροής, ώστε να υπάρχουν τιμές αναφοράς για την ενίσχυση μετάδοσης θερμότητας. Στο σύνολό τους, τα πειράματα ήταν 68.

Τα πειράματα έλαβαν χώρα σε διάστημα δύο μηνών, τον Οκτώβριο και το Νοέμβριο του έτους 2019. Για λόγους συνέπειας, τα πειράματα ξεκινούσαν τις πρωινές ώρες και ολοκληρώνονταν νωρίς το μεσημέρι της ίδιας ημέρας ώστε να μειωθεί η συνεισφορά του παράγοντα εξωτερικής θερμοκρασίας, η οποία αυξανόταν αισθητά το μεσημέρι. Πριν την εκκίνηση των πειραμάτων της ημέρας, κάθε φορά, παρατηρούνταν με σχολαστικότητα οι ενδείξεις των θερμοστοιχείων κατά μήκος του εσωτερικού κυλίνδρου. Αυτές θα έπρεπε πάντα να έχουν αύξουσα τιμή, διαβάζοντας τις ανάντη του κυλίνδρου, λόγω φυσικής κυκλοφορίας του αέρα.

Ιδιαίτερη προσοχή δόθηκε στην τοποθέτηση των συσκευών λήψης δεδομένων και των μετρητικών συστημάτων, ώστε να αποφευχθούν πιθανές μετακινήσεις και άσκοπες αποσυναρμολογήσεις την ώρα των πειραμάτων. Λάθη που σχετίζονται με την ελλιπή πρόσδεση των κυλίνδρων, πιθανόν να δημιουργήσουν διαρροές, άρα και διαφορετικές συνθήκες ροής συγκριτικά με αυτές των υπολοίπων. Επιπλέον, τυχόν ανεπάρκεια στην ευθυγράμμιση των εσωτερικού και εξωτερικού κυλίνδρων είναι ικανή να επάγει ανεπιθύμητες αλλαγές στο πεδίο ροής, και να οδηγήσει σε λανθασμένες μετρήσεις. Γενικά δεν επιχειρήθηκε να αξιολογηθεί η αβεβαιότητα που σχετίζεται με την ανεπάρκεια ευθυγράμμισης (χωρικό σφάλμα). Κατά τη διάρκεια των πειραμάτων δεχτήκαμε, κατά σύμβαση, ότι οι ανοχές μεταξύ των προσδεμένων μερών, καθώς και η ευθυγράμμισή τους, ελεγχόταν αρκετά αποτελεσματικά, και ότι τυχόν αβεβαιότητες, που θα μπορούσαν να αποδοθούν σε κακή συνδεσμολογία, ήταν αμελητέες.

Αποτελέσματα δοκιμών

Τα πειραματικά αποτελέσματα καταγράφονται στο Παράρτημα Ε'. Οι ληφθείσες μετρήσεις αξονικής ροής εμπεριέχονται όλες στον Πίνακα Ε'.1. Ενώ οι μετρήσεις περιδινούμενων ροών, λόγω αυξημένου όγκου δεδομένων, εμπεριέχονται στις υπόλοιπες σελίδες. Συγκεκριμένα: οι μετρήσεις θερμοκρασίας βρίσκονται στους Πίνακες Ε'.2-Ε'.3, οι μετρήσεις τάσης και έντασης ρεύματος του ανεμιστήρα στον Πίνακα Ε'.4 και τέλος, οι μετρήσεις χρόνου για τη διέλευση 0.1 m^3 αέρα, στον Πίνακα Ε'.4.

Στο επόμενο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν η ανάλυση δεδομένων καθώς επίσης και η εκτιμώμενη αβεβαιότητα των μετρητικών οργάνων και των υπολογισθέντων μεγεθών.

Κεφάλαιο 4

Υπολογισμοί και ανάλυση αβεβαιότητας

“True genius resides in the capacity for evaluation of uncertain, hazardous, and conflicting information.”

– Winston Churchill

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η αναλυτική μεθοδολογία που αναπτύχθηκε για τη θερμοδυναμική διερεύνηση όλων των διατάξεων ροών ομόκεντρων κυλίνδρων (περιδινούμενων και αξονικών). Συγκεκριμένα: (i) αναφέρεται η ανάλυση δεδομένων καθώς και οι υποθέσεις στις οποίες αυτή βασίστηκε, (ii) παρουσιάζεται λεπτομερώς η ανάλυση αβεβαιότητας των μετρούμενων τιμών, και η συνεισφορά αυτών στα τελικά αποτελέσματα και (iii) παρουσιάζονται οι σχετικές αβεβαιότητες που θα έχουν τα αποτελέσματα των αναλυτικών υπολογισμών για τα εύρη λειτουργίας στα οποία ελήφθησαν οι πειραματικές μετρήσεις.

Ο συγγραφέας οφείλει να ομολογήσει σε αυτό το σημείο ότι ο τρόπος συγγραφής του παρόντος κεφαλαίου συνιστά πλεονασμό. Πράγματι, πειραματικής φύσεως διατριβές [83, 81] είθισται να αναφέρονται στην ανάλυση αβεβαιότητας περιληπτικά, συμπεριλαμβάνοντας επιμέρους επεξηγήσεις στα παραρτήματα. Ωστόσο, επειδή η αρχική πρόθεση του συγγραφέα ήταν να στήσει ένα αρκετά στιβαρό πείραμα, αξιοποιώντας ό,τι εργαλεία είχε στη διάθεση του, και επειδή ο περισσότερος φόρτος εργασίας (υλοποίηση κώδικα, αναλυτικοί υπολογισμοί, ανασκόπηση βιβλιογραφίας κλπ.) καταναλώθηκε για τον σκοπό αυτό, αποφάσισε να συντάξει το παρών κεφάλαιο με λίγες παραπάνω κουβέντες.

4.1 Παραδοχές και ανάλυση δεδομένων

Κύριος στόχος των πειραματικών μετρήσεων ήταν ο προσδιορισμός του τοπικού αδιάστατου αριθμού Nusselt, \overline{Nu} , κατά μήκος του όγκου ελέγχου του συστήματος, δηλαδή στην περιοχή που περιβάλλεται από τον εξωτερικό και εσωτερικό κύλινδρο. Με αυτό ως γνώμονα, αναπτύχθηκε αναλυτική μεθοδολογία προσδιορισμού των σχετικών μεγεθών, βασισμένη σε ορισμένες παραδοχές που αφορούν (i) το πεδίο ροής και (ii) την πειραματική διάταξη.

Οι προϋποθέσεις που πρέπει να ικανοποιούνται στο πεδίο ροής είναι οι εξής:

- Το εργαζόμενο μέσο είναι αέρας και εισέρχεται στην διάταξη με θερμοκρασία ίση με αυτή του περιβάλλοντος.
- Το εργαζόμενο μέσο είναι Νευτώνικό ρευστό και συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο.
- Η θερμοκρασία του αέρα, μεταξύ εισόδου και εξόδου της διάταξης, συμβαίνει γραμμικά. Η παραδοχή αυτή είναι συνήθης σε ροές κυκλικών διατομών για οριακές συνθήκες σταθερής ροής θερμότητας της θερμαινόμενης επιφάνειας [8].
- Η ειδική θερμότητα (C_p) λήφθηκε $1.005 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, η μέση τιμή μεταξύ θερμοκρασιών 250 και 350 K [29] - στο πείραμα η θερμοκρασία του αέρα κυμάνθηκε από 298 μέχρι 329 K. Οι υπόλοιπες θερμοδυναμικές ιδιότητες του ρευστού (ρ , κ , μ) ελήφθησαν για τη μέση τιμή θερμοκρασιών εισόδου και εξόδου, για ατμοσφαιρική πίεση μίας ατμόσφαιρας. Αυτή είναι μια καλή πρακτική για θερμοκρασιακές διαφορές θερμαινόμενης επιφάνειας-αέρα μικρότερες των 20°C σύμφωνα με τους Kays και Crawford [35]. Αναλυτικότερα, οι θερμοδυναμικές ιδιότητες του αέρα υπολογίστηκαν ως εξής:

- η πυκνότητα ρ , για μέση θερμοκρασία εισόδου-εξόδου $T_{avg.}$, υπολογίστηκε από της εξίσωση ιδανικών αερίων [84]:

$$\rho = \frac{P}{RT_{avg}}$$

- η θερμική αγωγιμότητα αέρα $\kappa_{\alpha\epsilon\rho\alpha}$, για μέση θερμοκρασία εισόδου-εξόδου $T_{avg.}$, υπολογίστηκε από την εμπειρική εξίσωση των Kannuluik και Carman [34]:

$$\kappa \simeq 5.75 \times 10^{-5} (1 + 317 \times 10^{-5} T_{avg.} - 21 \times 10^{-7} T_{avg.}^2) 418.4$$

- το δυναμικό ιξώδες μ , για μέση θερμοκρασία εισόδου-εξόδου $T_{avg.}$, υπολογίστηκε από την εμπειρική εξίσωση Sutherland [84]:

$$\mu \simeq 1.716 \times 10^{-6} \left(\frac{T_{avg.} + 273.15}{273.15} \right)^2 + \left(\frac{273.15 + 110.56}{T_{avg.} + 110.56} \right)$$

- Η ροή θεωρείται ασυμπίεστη. Εδώ υιοθετείται η ακριβής έννοια¹ του όρου, δηλαδή ότι η πυκνότητα της ροής είναι ανεξάρτητη από την πίεση αλλά δύναται να επέλθουν διαφοροποιήσεις λόγω μοριακής αγωγιμότητας της θερμότητας του ρευστού². Ουσιαστικά, και αυτό είναι ερμηνεία του συγγραφέα, η πυκνότητα μεταβάλλεται αλλά προσεγγιστικά (προσέγγιση Boussinesq) ισχύει $\nabla \cdot U = 0$.
- Η ροή είναι μόνιμη, οπότε όλα τα χαρακτηριστικά μεγέθη του πεδίου ροής είναι ανεξάρτητα του χρόνου.
- Το πάχος του υδροδυναμικού οριακού στρώματος (δ), σε όλο το πεδίο ροής, συμπίπτει με αυτό του θερμικού οριακού στρώματος, δηλαδή $Pr = 1$. Αυτό σημαίνει πολύ απλά ότι η μεταφορά ενέργειας και ορμής, μέσω του μηχανισμού της διάχυσης, είναι συγκρίσιμες.
- Η ροή, στο σημείο που εξασθενεί η περιδίνησή της, είναι στρωτή. Αυτό βρίσκει σύμφωνη τη βιβλιογραφία [22] για εύρος αριθμού Reynolds 1100 - 2000, και για διάταξη ομόκεντρων κυλίνδρων των οποίων το πάχος δακτυλίου ($R_{εξ.} - R_{εσ.}$) ισούται με τη διάμετρο οπής βρόγχων (D_β). Αυτού του είδους η ροή είναι γνωστή και ως "pure swirl flow" [45].

Ενώ οι προϋποθέσεις που πρέπει να πληροί η πειραματική εγκατάσταση είναι:

- Η θέρμανση του εσωτερικού κυλίνδρου γίνεται αξονοσυμμετρικά, αυτό σημαίνει πολύ απλά ότι η αντίσταση θερμαίνεται ομοιόμορφα ως προς τη γωνιακή συνιστώσα θ ή διαφορετικά $\partial T_{αντ.,x} / \partial \theta = 0$.
- Οι τοπικές θερμοκρασίες του εσωτερικού κυλίνδρου είναι ενδεικτικές της επιφάνειάς του αλλά και της μέσης εσωτερικής θερμοκρασίας του. Θεωρείται ουσιαστικά ότι η κλίση της εσωτερικής θερμοκρασίας ∇T_x είναι αρκετά μικρότερα της θερμοκρασιακής διαφοράς $T_{αντ.,x} - T_{αέρα,x}$ που χρησιμοποιείται στον προσδιορισμό

¹είθισται, με τη διασταλτική έννοια του όρου, λέγοντας ασυμπίεστη ροή να εννοείται ότι η πυκνότητα είναι ανεξάρτητη όλων των παραγόντων και όχι μόνο της πίεσης [82]

²για να είναι το πεδίο ροής ασυμπίεστο, δηλαδή να είναι το πεδίο ταχύτητας σωληνοειδές, θα πρέπει

του τοπικού συντελεστή συναγωγής h_x . Αυτό είθισται να ποσοτικοποιείται με τον αριθμό Biot, hr/k , ο οποίος συνήθως ορίζεται να είναι μικρότερος του 0.01 (ανάλογα με το πόσο κρίσιμο είναι το πείραμα φυσικά) [52].

- Η διαδικασία θεωρείται αδιαβατική, δεν υπάρχουν απώλειες λόγω ακτινοβολίας και αγωγής/συναγωγής του εξωτερικού κυλίνδρου. Το σύστημα θεωρείται τέλεια μονωμένο.

Για κάθε σενάριο που μελετήθηκε, το πείραμα έτρεχε για περίπου 90 λεπτά προτού γίνουν οποιεσδήποτε μετρήσεις, έτσι ώστε να εξασφαλιστεί σταθερή ροή θερμότητας στην αντίσταση, \dot{q}_{conv} . Αυτό επιτεύχθηκε με τον συνεχή έλεγχο των ενδείξεων των θερμοστοιχείων μέχρι οι τιμές τους να συγκλίνουν προς μία σταθερή τιμή.

Τα χαρακτηριστικά μεγέθη της πειραματικής διάταξης αναγράφονται στον Πίνακα 4.1.

Πίνακας 4.1 Χαρακτηριστά μεγέθη πειραματικής διάταξης

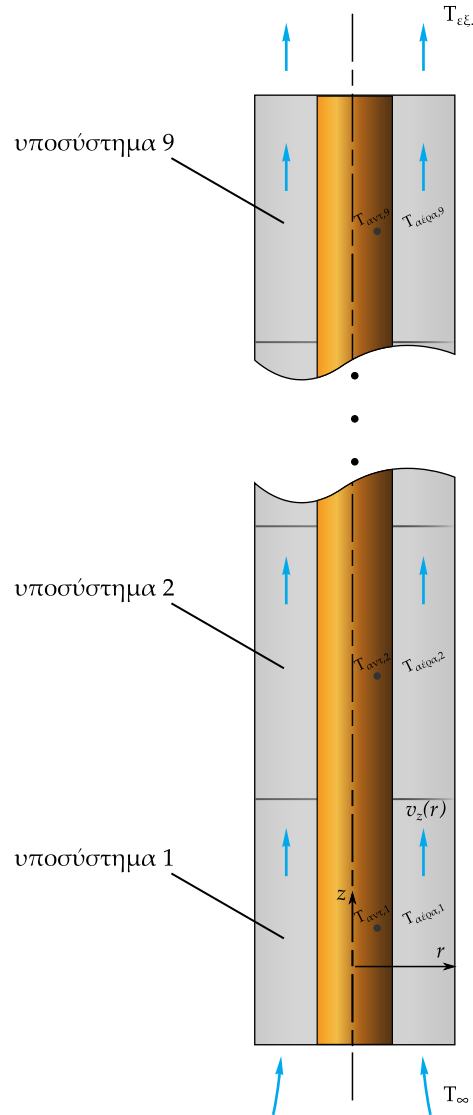
Μέγεθος	Σύμβολο	Διαστάσεις	Τυπική τιμή
Διάμετρος εξωτερικού κυλίνδρου	$D_{εξ.}$	m	40×10^{-3}
Διάμετρος εσωτερικού κυλίνδρου	$D_{εσ.}$	m	22×10^{-3}
Διάμετρος οπής βρόγχων	D_β	m	9×10^{-3}
Μήκος εσωτερικού κυλίνδρου	L	m	0.9
Γωνία βρόγχων	ϕ	°*	45°, 60°, 75° και 90°
Αριθμός βρόγχων	α	...	1, 2, 3 και 4

* Δεν είναι μονάδα SI, όμως το επίσημο εγχειρίδιο «*Le Système international d'unités (SI)*» [13] λέει εμφατικά «accepted non-SI unit,» σελ. 145–146

Για την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας μεταφοράς θερμότητας χρησιμοποιήθηκαν οι μετρήσεις των εννέα, ομοιόμορφα τοποθετημένων, θερμοστοιχείων κατά μήκος της αντίστασης. Ως εκ τούτου, το σύστημα χωρίστηκε σε εννέα επιμέρους υποσυστήματα, καθένα από τα οποία θα έχει το δικό του αντιπροσωπευτικό θερμοστοιχείο. Κατ' επέκταση ο όγκος ελέγχου θα χωρίστηκε σε εννέα επιμέρους όγκους. Στο Σχήμα 4.1 φαίνεται η σχετική αναπαράσταση όσων ειπώθηκαν.

Ο αέρας εισέρχεται από το υποσύστημα 1, το κάτω μέρος της πειραματικής διάταξης, και απομακρύνεται από το υποσύστημα 9, το πάνω μέρος της πειραματικής διάταξης. Η T_∞ είναι η θερμοκρασία του αέρα που εισέρχεται στο σύστημα και $T_{εξ.}$ η θερμοκρασία του αέρα που εξέρχεται αυτού. Η αντιπροσωπευτική θερμοκρασία της αντίστασης κάθε

υποσυστήματος συμβολίζεται ως $T_{αντ.,x}$, ενώ η θερμοκρασία του αέρα, για το ύψος z που είναι τοποθετημένο το έκαστοθε θερμοστοιχείο, συμβολίζεται ως $T_{αέρα,x}$.



Σχήμα 4.1 Όγκος ελέγχου πειραματικών διατάξεων

4.1.1 Εκτίμηση θερμοκρασίας αέρα

Όπως και αναφέρθηκε προηγουμένως, για οριακές συνθήκες σταθερής ροής θερμότητας εκ μέρους της αντίστασης, η θερμοκρασία του αέρα, μεταξύ εισόδου και εξόδου της διάταξης, εξελίσσεται γραμμικά [8]. Η θερμοκρασία του αέρα, οπότε, υπολογίζεται από:

$$T_{\alpha\epsilon\rho\alpha,x} = \left(\frac{T_{\epsilon\chi.} - T_{\infty}}{0.9} \right) z + T_{\infty} \quad (4.1)$$

4.1.2 Υπολογισμός ογκομετρικής παροχής

Η ογκομετρική παροχή υπολογίστηκε λαμβάνοντας τον χρόνο που χρειάστηκαν 0.1 m^3 αέρα να εξέλθουν από την πειραματική διάταξης. Η εξίσωση που χρησιμοποιήθηκε άρα ήταν η εξής:

$$\dot{V} = \frac{V}{t} \quad (4.2)$$

4.1.3 Υπολογισμός ηλεκτρικής ισχύος αντίστασης και ανεμιστήρα

Η ηλεκτρική ισχύς στο παρών πείραμα ήταν δίσημη, και αυτό διότι χρειάστηκε για θέρμανση της αντίστασης (δηλαδή του εσωτερικού κυλίνδρου) και την τροφοδότηση του ανεμιστήρα αναρρόφησης. Η τιμή της πρώτης παρέμεινε σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια των πειραμάτων - για να καταστεί δυνατή η σύγκριση μεταξύ των διαφόρων διατάξεων - με τιμές ρεύματος 0.63 A και τάσης 29.5 V , οι οποίες δίνουν την παρεχόμενη ηλεκτρική ισχύ της αντίστασης:

$$\dot{Q}_{res.} = 18.85 \text{ W}$$

Εν αντιθέσει, η ηλεκτρική ισχύς για την τροφοδότηση του ανεμιστήρα αναρρόφησης, μεταβάλλεται για διάφορες τιμές της παροχής. Η καταναλισκόμενη ισχύς βρίσκεται από:

$$\dot{W} = V_{\alpha\epsilon\mu.} A_{\alpha\epsilon\mu.} \quad (4.3)$$

Αντιπροσωπευτική τιμή ισχύος

Έχοντας τις τιμές ηλεκτρικής ισχύος \dot{W} , για τέσσερις τιμές παροχής, μπορούμε πλέον να εφαρμόσουμε παλινδρόμηση δύναμης ούτως ώστε να εξαχθεί σχέση συσχέτισης για συνθήκες ροής 1100 με 2000 Reynolds. Τα υπό εξέταση δεδομένα φέρουν αβεβαιότητες, με πιο επικρατούσα να είναι αυτή της παροχής (βλ. υποενότητες 4.3.2 και 4.3.1), ως εκ

τούτου χρησιμοποιήθηκε ο Αλγόριθμο Γ'.5 ο οποίος βασίζεται στη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, και η μεθοδολογία του οποίου αναπτύσσεται διεξοδικά στο Παράρτημα Β'.

Οπότε για τα τέσσερα ζεύγη δεδομένων ($\dot{W} \pm \sigma_{\dot{W}}$, $\dot{V} \pm \sigma_{\dot{V}}$) βρίσκεται:

$$\dot{W} = a\dot{V}^b \quad (4.4)$$

όπου a και b , σταθερές της συσχέτισης δύναμης.

Η αντιπροσωπευτική τιμή ισχύος μπορεί να υπολογισθεί, πλέον, από το θεώρημα μέσης τιμής της ανάλυσης συναρτήσεων:

$$\dot{W}_{avg} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-3} - 0.8 \times 10^{-3}} \int_{0.8 \times 10^{-3}}^{1.6 \times 10^{-3}} a\dot{V}^b d(\dot{V}) \quad (4.5)$$

Η τιμή \dot{W}_{avg} υπολογίστηκε αριθμητικά με τη συνάρτηση ολοκλήρωσης³ [73] του προγραμματιστικού περιβάλλοντος MATLAB®. Όσον αφορά τη διάδοση του σφάλματος στον όρο \dot{W}_{avg} , η μεθοδολογία που αναπτύσσεται στην συνέχεια (βλ. υποενότητα 4.2.2) δεν μας καλύπτει. Ως εκ τούτου, χρησιμοποιήθηκε η στατιστική εργαλειοθήκη⁴ [72] του MATLAB®, όπου εκτιμούνται τα άνω και κάτω όρια της συνάρτησης 4.4, και εν συνεχεία ολοκληρώνονται για να χρησιμοποιηθούν ως σχετικές αβεβαιότητες. Ακολουθεί απόσπασμα από τον Αλγόριθμο Γ'.8 που πραγματεύεται ακριβώς αυτό:

```

561 % Υπολογισμός αντιπροσωπευτικής ισχύος, και του αντίστοιχου σφάλματος, για κάθε
562 % διάταξη
563 g1 = fit(flowdata', wattdata', 'power1');
564 a = g1.a;
565 b = g1.b;
566
567 func = @(x) a*x^b;
568
569 % Συνεισφορά αβεβαιότητας ογκομετρικής παροχής
570 uP = zeros(1, 4);
571 for i = 1:4
572     [Pu, uP(1, i)] = UncertaintyPropagation(func, flowdata
        (1, i), flowerr(1, i));
573 end
574
```

³trapz

⁴Curve Fitting toolbox

```

575 % Συνολικά βάρη συνάρτησης
576 error = sqrt(watterr .^ 2 + uP .^ 2);
577 weights = 1 ./ error .^ 2;
578
579 g2 = fit(flowdata', wattdata', 'power1', 'weight', weights);
580
581 yhat = g2.a * exp(qFit * g2.b);
582 CIO = predint(g2, qFit, 0.95, 'obs');
583
584 % Υπολογισμός αντιπροσωπευτικής Ισχύος και των αβεβαιοτήτων της
585 relWattFan(1, 1, k) = trapz(qFit, yhat) / (max(qFit) - min(
    qFit));
586 relWattFanErr(1, 1, k) = trapz(qFit, CIO(:, 2)) / (max(qFit)
    - min(qFit)) - trapz(qFit, yhat) / (max(qFit) - min(qFit
    ));

```

4.1.4 Εκτίμηση θερμοκρασιακής ομοιογένειας

Στο πλαίσιο της θερμοδυναμικής σύγκρισης μεταξύ των διαφόρων διατάξεων, κρίθηκε σκόπιμη η εκτίμηση της θερμοκρασιακής ομοιογένειας - δηλαδή το πόσο ομοιόμορφο είναι το θερμοκρασιακό προφίλ σε κάθε πείραμα. Για να γίνει αυτό, χρησιμοποιήθηκαν οι στατιστική όροι της μέσης τιμής και της τυπικής απόκλισης.

Η μέση τιμή θερμοκρασίας T_{mean} θα δώσει μία αρχική εκτίμηση της αντιπροσωπευτικής θερμοκρασίας στην οποία ισορροπεί κάθε πειραματική διάταξη, για διάφορες τιμές παροχής, ενώ η τυπική απόκλιση T_σ θα επιδείξει την εγγύτητα των διαφορετικών θερμοκρασιών ως προς τη μέση αυτή τιμή. Ποσοτικοποιείται κατ' αυτόν τον τρόπο το εύρος θερμοκρασιών κάθε διάταξης, και μπορούμε να εξάγουμε συμπεράσματα ως προς την ομοιομορφία ψύξης. Μία μικρή τιμή T_σ , για παράδειγμα, σημαίνει ότι το εύρος θερμοκρασιών είναι σχετικά μικρό, και άρα, η εν λόγω διάταξη υπόκειται σε μικρότερες θερμικές καταπονήσεις.

Τα θερμοστοιχεία διέπονται από διαφορετικές αβεβαιότητες όμως, άρα κάθε μέτρηση θα πρέπει να έχει διαφορετική βαρύτητα αναλόγως του σφάλματός της. Οπότε, για την συνεισφορά του κάθε θερμοστοιχείου σε μια συνολική τιμή μέσης θερμοκρασίας T_{mean} , χρησιμοποιείται ο σταθμισμένος μέσος [71, 33]:

$$T_{mean} = \frac{\sum_{x=1}^9 w_x T_{\alpha\tau, x}}{\sum_{x=1}^9 w_x} \quad (4.6)$$

όπου

$$w_x = \frac{1}{(\delta T_x)^2}$$

Η διασπορά του σταθμισμένου μέσου δίνεται από [9, 38]:

$$(s_T^2)_{wd} = \frac{\sum_{x=1}^9 w_x (T_{\alpha\tau, x} - T_{mean})^2}{\sum_{x=1}^9 w_x} \frac{n}{n-1} \quad (4.7)$$

και αξιοποιώντας το θεώρημα μέσης τιμής, η σταθμισμένη τυπική απόκλιση θα είναι:

$$T_\sigma = \sqrt{\frac{(s_T^2)_{wd}}{n}} \quad (4.8)$$

Οι σταθμισμένοι μέσος και τυπική απόκλιση υπολογίστηκαν αξιοποιώντας τον Αλγόριθμο Γ'.6.

4.1.5 Εκτίμηση αριθμού Reynolds

Έχοντας υπολογίσει την παροχή, μπορεί να προσδιοριστεί ο αριθμός Reynolds κάθε ροής. Ο αδιάστατος αριθμός αυτός ισούται με το λόγο αδρανειακών και ιξωδών δυνάμεων, και χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό του είδους ροής. Λαμβάνοντας υπόψη τον τύπο της υδραυλικής διαμέτρου για το εν λόγω σύστημα:

$$D_h = \frac{4 \left(D_{\varepsilon\xi}^2 - D_{\varepsilon\sigma}^2 \right)}{\pi (D_{\varepsilon\xi} + D_{\varepsilon\sigma})} = D_{\varepsilon\xi} - D_{\varepsilon\sigma}.$$

και τη μέση ταχύτητα ροής,

$$\bar{U} = \frac{\dot{V}}{A_{ann.}}, \text{ όπου } A_{ann.} = \frac{\pi (D_{εξ.}^2 - D_{εσ.}^2)}{4}$$

ο αριθμός Reynolds θα είναι:

$$Re = \frac{\rho \bar{U} D_h}{\mu} = \frac{4 \rho \dot{V}}{\pi \mu (D_{εξ.} + D_{εσ.})} \quad (4.9)$$

4.1.6 Εκτίμηση αριθμού Nusselt

Η πιο σύνηθες έκφραση για τον προσδιορισμό της αποτελεσματικότητας της ενίσχυσης μεταφοράς θερμότητας, μέσω εξαναγκασμένης ροής, έχει καθιερωθεί να είναι ο αδιάστατος αριθμός Nusselt (Nu). Ο αριθμός αυτός εκφράζει την ενίσχυση μεταφοράς θερμότητας λόγω συναγωγής σε σύγκριση με την αγωγή, και είναι συνήθως συνάρτηση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του συστήματος (x, L) και των αριθμών Reynolds και Prandtl:

$$Nu_x = f(x, Re_x, Pr)$$

η οποία για την παραδοχή $Pr = 1$ γίνεται:

$$Nu_x = f(x, Re_x) \quad (4.10)$$

Στην παρούσα εργασία θέλουμε να εξάγουμε έναν αντιπροσωπευτικό Nusselt για κάθε διάταξη και για εύρη συνθηκών ροής Reynolds 1100 με 2000. Για να επιτευχθεί αυτό, θα λειτουργήσουμε αποσπασματικά: (i) θα υπολογιστούν οι τοπικοί αριθμοί Nusselt που αντιστοιχούν στις θέσεις που έχουν τοποθετηθεί τα θερμοστοιχεία κάθε διάταξης, (ii) θα υπολογιστεί ο μέσος αριθμός Nusselt από στατιστική ανάλυση των επιμέρους τοπικών αριθμών Nusselt, και (iii) θα γίνει παλινδρόμηση δύναμης για να οριστεί συνάρτηση συσχέτισης, όπως αυτή της 4.10, από την οποία θα εκτιμηθεί ο αντιπροσωπευτικός αριθμός Nusselt με χρήση αριθμητικής μεθόδου ολοκλήρωσης.

Τοπικός Nusselt

Ο τοπικός αριθμός Nusselt εκφράζεται ως:

$$Nu_x = \frac{h_x D_h}{k_{αέρα}} = \frac{h_x (D_{εξ.} - D_{εσ.})}{k_{αέρα}} \quad (4.11)$$

όπου h_x ο τοπικός συντελεστής συναγωγής, D_h η υδραυλική διάμετρος της διάταξης και $k_{\alpha\epsilon\rho\alpha}$ η θερμική αγωγιμότητα του αέρα. Εφαρμόζοντας ενεργειακό ισοζύγιο σε απειροστά μικρή απόσταση από την επιφάνεια του εσωτερικού κυλίνδρου, ο τοπικός συντελεστής συναγωγής, με τη σειρά του, δίνεται από:

$$\begin{aligned} h_x &= \frac{\dot{q}_{conv.}}{T_{αντ., x} - T_{\alpha\epsilon\rho\alpha, x}} = \frac{\dot{Q}_{res.}}{A_{heated} (T_{αντ., x} - T_{\alpha\epsilon\rho\alpha, x})} \\ &= \frac{V_{αντ.} A_{αντ.}}{\frac{\pi D_{εσ.} L}{0.9} (T_{αντ., x} - T_{\alpha\epsilon\rho\alpha, x})} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Μέσος αριθμός Nusselt

Όπως στην περίπτωση των θερμοστοιχείων, έτσι κι εδώ, οι Nu_x διέπονται από διαφορετικές αβεβαιότητες, άρα κάθε υπολογισμός θα πρέπει να έχει διαφορετική βαρύτητα αναλόγως το σφάλμα του. Οπότε, για τον συνδυασμό του κάθε Nu_x σε μια συνολική τιμή \overline{Nu} , χρησιμοποιείται ο σταθμισμένος μέσος [71, 33]:

$$\overline{Nu} = \frac{\sum_{x=1}^9 w_x Nu_x}{\sum_{x=1}^9 w_x} \quad (4.13)$$

όπου

$$w_x = \frac{1}{(\delta Nu_x)^2}$$

Η διασπορά του σταθμισμένου μέσου δίνεται από [9]:

$$(s_{Nu}^2)_{wtd} = \frac{\sum_{x=1}^9 w_x (Nu_x - \overline{Nu})^2}{\sum_{x=1}^9 w_x} \frac{n}{n-1} \quad (4.14)$$

και αξιοποιώντας το θεώρημα μέσης τιμής, η σταθμισμένη τυπική απόκλιση θα είναι:

$$\sigma_{\overline{Nu}} = \frac{(s_{Nu}^2)_{wtd}}{\sqrt{n}} \quad (4.15)$$

Η τυπική απόκλιση της 4.15 θα χρησιμοποιηθεί στους υπολογισμούς του αντιπροσωπευτικού Nusselt.

Αντιπροσωπευτικός αριθμός Nusselt

Όπως και στον υπολογισμό της αντιπροσωπευτικής τιμής ισχύος (\dot{W}_{avg}), έτσι κι εδώ, έχουμε τους μέσους αριθμούς Nusselt \overline{Nu} , για τέσσερις τιμές Reynolds, και άρα μπορούμε πλέον να εφαρμόσουμε παλινδρόμηση δύναμης ούτως ώστε να εξαχθεί σχέση συσχέτισης για συνθήκες ροής 1100 με 2000 Reynolds.

Οπότε για τα τέσσερα ζεύγη δεδομένων $(Re \pm \sigma_{Re}, \overline{Nu} \pm \sigma_{\overline{Nu}})$ και βρίσκεται:

$$\overline{Nu} = aRe^b$$

όπου a και b , σταθερές της συσχέτισης δύναμης. Να σημειωθεί ότι ίδια συσχέτιση έχει χρησιμοποιηθεί υπό ίδιες παραδοχές, και σε παρόμοια γεωμετρία, και σε άλλες έρευνες [28, 56, 11, 61].

Ο αντιπροσωπευτικός αριθμός Nusselt μπορεί να υπολογισθεί, πλέον, από το θεώρημα μέσης τιμής ανάλυσης συναρτήσεων:

$$\overline{Nu}_{avg} = \frac{1}{2000 - 1100} \int_{1100}^{2000} aRe^b d(Re) \quad (4.16)$$

Η τιμή \overline{Nu}_{avg} καθώς επίσης και στο σφάλμα της, $\sigma_{\overline{Nu}_{avg}}$, υπολογίστηκαν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο που υπολογίστηκαν τα \dot{W}_{avg} , $\sigma_{\dot{W}_{avg}}$ (βλ. υποενότητα 4.1.3).

4.1.7 Υπολογισμός ροής θερμότητας προς τον αέρα

Η ροή θερμότητας προς τον αέρα κάθε διάταξης, δηλαδή ο ρυθμός ψύξης της αντίστασης από τον αέρα, υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$\dot{Q}_{sys.} = \dot{m} C_p \Delta T = \rho \dot{V} C_p (T_{εξ.} - T_{\infty}) \quad (4.17)$$

όπου \dot{m} η ροή μάζας αέρα, ρ η πυκνότητα του αέρα, C_p η ειδική θερμοχωρητικότητα του αέρα και T_{∞} , $T_{εξ.}$ οι θερμοκρασίες εισόδου και εξόδου του αέρα αντίστοιχα.

4.1.8 Υπολογισμός δεικτών βελτίωσης

Τα αποτελέσματα κάθε πειραματικής διάταξης θα παρουσιάζουν τις δικές τους ιδιομορφίες, προφανώς λόγω των διαφορετικών παραμέτρων (α, ϕ) που χρησιμοποιήθηκαν για κάθε περίπτωση. Για να διευκολυνθεί λοιπόν η σύγκριση, στις περιπτώσεις περιδινούμενης ροής με την αντίστοιχη της αξονικής ροής, θα χρησιμοποιηθούν δείκτες οι οποίοι θα υποδηλώνουν τη (i) θερμική, (ii) την ενεργειακή και (iii) τη δυναμική βελτίωση.

Δείκτης βελτίωσης θερμικής μεταφοράς

Η βελτίωση μετάδοσης θερμότητας, για κάθε διάταξη περιδινούμενης ροής, σε σύγκριση με την αντίστοιχη αξονική, δίνεται από:

$$HTII = \frac{\overline{Nu}_{avg,\alpha,\phi} - \overline{Nu}_{avg,axial}}{\overline{Nu}_{avg,axial}} \times 100 \quad (4.18)$$

όπου α = αριθμός βρόγχων, ϕ = γωνία βρόγχων, $axial$ = αξονική ροή. Η σημασία είναι η ίδια στους δύο ακόλουθους δείκτες βελτίωσης.

Δείκτης βελτίωσης καταναλισκόμενης ισχύος

Η βελτίωση καταναλισκόμενης ισχύος, για την τροφοδοσία ανεμιστήρα, για κάθε διάταξη περιδινούμενης ροής, σε σύγκριση με την αντίστοιχη αξονική, δίνεται από:

$$PII = \frac{\dot{W}_{avg,axial} - \dot{W}_{avg,\alpha,\phi}}{\dot{W}_{avg,axial}} \times 100 \quad (4.19)$$

Να σημειωθεί ότι οι κάτω δείκτες είναι ανεστραμμένοι με τους αντίστοιχους των $HTII$, PEI . Αυτό συμβαίνει διότι, στην κατανάλωση ισχύος, ως βελτίωση θεωρείται η μείωση της απαιτούμενης ισχύος.

Δείκτης βελτίωσης ωφέλιμου δυναμικού

Το ωφέλιμο δυναμικό, στην προκειμένη περίπτωση, ορίζεται ως το πόση ροή θερμότητας έλαβε ο αέρας για δεδομένη παροχή ισχύος του ανεμιστήρα. Η βελτίωση του ωφέλιμου δυναμικού δίνεται, λοιπόν, για κάθε διάταξη περιδινούμενης ροής, σε σύγκριση με την αντίστοιχη αξονική, από:

$$PEI = \frac{\left(\frac{\dot{Q}_{sys.}}{\dot{W}_{avg}}\right)_{\alpha,\phi} - \left(\frac{\dot{Q}_{sys.}}{\dot{W}_{avg}}\right)_{axial}}{\left(\frac{\dot{Q}_{sys.}}{\dot{W}_{avg}}\right)_{axial}} \times 100 \quad (4.20)$$

4.2 Ανάλυση αβεβαιότητας ατομικών μετρήσεων

Στα πραγματοποιηθέντα πειράματα, το χρονικό διάστημα εκτέλεσής τους ήταν χονδρικά μιάμιση ώρα, ούτως ώστε να εξασφαλιστούν οριακές συνθήκες μόνιμης ροής. Αυτό καθιστά την αναπαραγωγή των πειραμάτων, για την εύρεση της επανααναληψιμότητας των μετρήσεων, δυσοίωνα από πλευράς χρόνου. Ως εκ τούτου, χρησιμοποιήθηκε ανάλυση αβεβαιότητας ατομικών μετρήσεων (γνωστή και ως Single-Sample Uncertainty Analysis) [53].

Η φιλοσοφία της βασίζεται στη συλλογή δεδομένων, για αντιπροσωπευτικό χρόνο λειτουργίας, *a priori* της έναρξης πειραματικών διαδικασιών. Τα δεδομένα αυτά αναλύονται και εξάγονται συμπεράσματα για την συμπεριφορά του συστήματος. Γενικά πρόκειται για χρονοβόρα μεν αλλά αναγκαία (για λόγους πειραματικής συνέπειας) διαδικασία, που περιλαμβάνει τον προσδιορισμό (i) σφάλματος του συστήματος (σφάλμα μηδενικής τάξης), (ii) σφαλμάτων που οφείλονται σε διάφορες μεταβλητές που διέπουν τη λειτουργία του συστήματος (σφάλματα πρώτης και ανωτέρας τάξης) και (iii) σφάλματος που να συμπεριλαμβάνει τα προαναφερθέντα καθώς επίσης και το σφάλμα βαθμονόμησης του οργάνου (γνωστό και ως σφάλμα N^{th} τάξης).

Σύμφωνα με τον Moffat [53], η όλη διαδικασία πρέπει να περιλαμβάνει κατ' ελάχιστο τις επιδράσεις που βρίσκονται στα συστηματικά και τα πρώτης τάξεως σφάλματα. Δεδομένου των διαθέσιμων πόρων, και χρόνου, η διαδικασία που ακολουθήθηκε είχε ως εξής:

1. Προσδιορίστηκε, ή λήφθηκε από σχετικά έντυπα, το σφάλμα ευαισθησίας του μετρητικού, $\delta X_{sens.}$.
2. Προσδιορίστηκε, για κάθε μετρητικό, το σφάλμα μηδενικής τάξης, δX_0 , λαμβάνοντας 31 μετρήσεις⁵ ενώ η πειραματική διάταξη βρισκόταν σε ηρεμία, με όσο το δυνατόν σταθερότερες συνθήκες. Για τα δεδομένα αυτά, υπολογίστηκε η τυπική απόκλιση από:

⁵ οι 31 μετρήσεις μας εξασφαλίζουν ότι η κατανομή student (βλ. Πίνακας Δ'3) προσεγγίζει την κανονική, και ότι θα λαμβάνουμε τον συνελεστή διόρθωσης, $t_{30,95\%}$ ίσο με 2.042 για δύο τυπικές αποκλίσεις

$$\sigma_X = \left\{ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right\}^{1/2} \quad \text{όπου} \quad \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{31} X_i$$

και για διάστημα εμπιστοσύνης δύο τυπικών αποκλίσεων, το σφάλμα μηδενικής τάξης υπολογίστηκε:

$$\delta X_0 = t_{n-1,95} \sigma_X$$

3. Τα σφάλματα $\delta X_{sens.}$ και δX_0 , καθώς αμφότερα αφορούν το σύστημα, συνδυάζονται μέσω της μεθόδου RSS [62]:

$$\delta X_{0,tot.} = \left\{ (\delta X_{sens.})^2 + (\delta X_0)^2 \right\}^{1/2}$$

4. Προσδιορίστηκαν, μόνο για τα θερμοστοιχεία, σφάλματα πρώτης τάξης δX_1 , λαμβάνοντας 31 μετρήσεις σε διάφορες συνθήκες λειτουργίας της πειραματικής διάταξης. Εφαρμόζεται, με μια έννοια, ομαδοποιημένη στατιστική για «κοντινά» σημεία λειτουργίας του συστήματος υπό την προϋπόθεση ότι η διασπορά σε αυτά θα είναι πραπλήσια [2, 62]. Η λήψη n αριθμού μετρήσεων, για αριθμό αναπαραγωγών m , δίνει τον ομαδοποιημένο μέσο όρο [62, 24]:

$$\langle \bar{X} \rangle = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n X_{ij}$$

Η ομαδοποιημένη τυπική απόκλιση βρίσκεται από:

$$\langle \sigma_X \rangle = \left\{ \frac{1}{m(n-1)} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 \right\}^{1/2} = \left\{ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \sigma_{X_j}^2 \right\}^{1/2}$$

με βαθμούς ελευθερίας $m(n-1)$. Η ομαδοποιημένη τυπική απόκλιση των μέσων ορίζεται ως:

$$\langle \sigma_{\bar{X}} \rangle = \frac{\langle \sigma_X \rangle}{(mn)^{1/2}}$$

και για διάστημα εμπιστοσύνης δύο τυπικών αποκλίσεων, τελικά έχουμε:

$$\delta X_1 = t_{m-1,95} \langle \sigma_{\bar{X}} \rangle$$

5. Υπολογίστηκε το σφάλμα $N^{\text{ης}}$ τάξης, για κάθε μετρητικό, κάνοντας χρήση του:

$$\delta X_N = \left\{ (\delta X_{0,tot.})^2 + (\delta X_1)^2 \right\}^{1/2} \quad (4.21)$$

Η ανωτέρω διαδικασία αυτοματοποιήθηκε με τον Αλγόριθμο Γ'.3, εναρμονίζεται στον βασικό κώδικα υπολογισμών (βλ. Αλγόριθμο Γ'.8), όπου υπολογίζει τα σφάλματα $N^{ης}$ τάξης των μετρητικών και εν συνεχεία τα αποθηκεύει για περαιτέρω επεξεργασία.

4.2.1 Αβεβαιότητα στις μετρήσεις

Η ευαισθησία (sensitivity) του χρονομέτρου ήταν 0.01 s ενώ το μέγεθος του σφάλματος μηδενικής τάξης 0.95 s (Πίνακας Δ'.1), το οποίο για δύο τυπικές αποκλίσεις γίνεται 1.86 s. Η συνολική αβεβαιότητα του χρονομέτρου ήταν λοιπόν:

$$\delta t = 1.86 \text{ s}$$

Οι αβεβαιότητες που σχετίζονται με την ευαισθησία του πολυμέτρου για τιμές τάσης και έντασης ρεύματος ήταν 0.01 A και 0.01 V αντίστοιχα, ενώ τα μεγέθη των σφαλμάτων μηδενικής τάξης 0.11 A και 0.01 V (Πίνακας Δ'.1). Για δύο τυπικές αποκλίσεις, τα σφάλματα αυτά έγιναν 0.22 A και 0.03 V. Οι συνολικές αβεβαιότητες της τάσης και της έντασης ρεύματος ήταν:

$$\delta V = 0.22 \text{ V}$$

$$\delta A = 0.03 \text{ A}$$

Σφάλματα μηδενικής τάξεως (όπως υπολογίστηκαν στην ίδια διάταξη από Serbes [63]) που σχετίζονται με τη μέτρηση της θερμοκρασίας, για όλα τα θερμοστοιχεία, ήταν σχετικά μικρά, της τάξεως του 0.01 °C. Τα αποτελέσματα της ομαδοποιημένης στατιστικής, ωστόσο, ήταν κατά μέσο όρο μία τάξη μεγέθους μεγαλύτερα (Πίνακας Δ'.2). Τα τελικά σφάλματα των τιμών θερμοκρασίας, για διάστημα εμπιστοσύνης δύο τυπικών αποκλίσεων, εκτιμήθηκαν ως:

$$\delta T_{αντ., 1} = 0.14 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\delta T_{αντ., 2} = 0.17 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\delta T_{αντ., 3} = 0.18 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\delta T_{αντ., 4} = 0.18 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\delta T_{αντ., 5} = 0.18 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\delta T_{αντ., 6} = 0.18 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\delta T_{αντ., 7} = 0.17 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\delta T_{αντ., 8} = 0.16 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\delta T_{αντ., 9} = 0.14 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\delta T_{εξ.} = 0.02 \text{ } ^\circ\text{C},$$

$$\delta T_{\infty} = 0.01 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Στο υπόλοιπο της εργασίας, όποτε θα γίνεται αναφορά σε σφάλμα, μετρητικού ή αποτελέσματος, θα εννοείται ότι είναι αυτό της $N^{\text{ης}}$ τάξης.

4.2.2 Αβεβαιότητα στο αποτέλεσμα

Δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις εκείνες όπου δε γίνεται να μετρηθεί απευθείας η επιθυμητή μεταβλητή κατά την εκτέλεση ενός πειράματος. Οπότε, αντί αυτού, μετριοούνται οι τιμές των επιμέρους μεταβλητών της και εν συνεχεία συνδυάζονται με μια εξίσωση συσχέτισης (Data Reduction Equation ή DRE) ώστε να ληφθεί το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Η γενική μορφή μιας εξίσωσης συσχέτισης είναι η ακόλουθη:

$$F = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (4.22)$$

όπου η μεταβλητή F είναι το αποτέλεσμα συνδυασμού N μεταβλητών.

Για παράδειγμα, στον προσδιορισμό του είδους ροής σε διάταξη ομόκεντρων κυλίνδρων, η εξίσωση που συνδέει τον αριθμό Reynolds με την παροχή είναι:

$$Re = \frac{4 \dot{V} \rho}{\mu \pi (D_{\text{εξ.}} + D_{\text{εσ.}})} \quad (4.23)$$

όπου η μεταβλητή ρ αντιπροσωπεύει την πυκνότητα αέρα, η μεταβλητή μ το δυναμικό ιξώδες του αέρα, το \dot{V} αναπαριστά την παροχή των δοκιμών και $D_{\text{εξ.}}$, $D_{\text{εσ.}}$ είναι η οι διάμετροι των εξωτερικού και εσωτερικού κυλίνδρων αντιστοίχως. Κανείς καταλαβαίνει ότι σφάλματα στις μετρήσεις των μεγεθών του δεξιού μέλους στη σχέση 4.23, θα προκαλέσουν σφάλματα και στην ίδια τη τιμή Re - αυτό ορίζεται ως διάδοση αβεβαιότητας ή propagation of uncertainties.

Σε μία τυπική ανάλυση αβεβαιότητας λοιπόν, ο στόχος είναι να εκφραστεί η συνολική αβεβαιότητα μίας υπολογισμένης μεταβλητής F , στο ίδιο διάστημα εμπιστοσύνης με τα αντίστοιχα σφάλματα των επιμέρους συνιστωσών της x_i . Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος γραμμικής διάδοσης του σφάλματος, η οποία βασίζεται στο ανάπτυγμα της σειράς Taylor διατηρώντας τα διαφορικά πρώτης τάξεως⁶. Η προσέγγιση αυτή, γνωστή και ως Root-Sum-Squared ή RSS, μπορεί να υπολογίσει το συνολικό σφάλμα με αρκετά καλή ακρίβεια, όπως έδειξαν οι Kline και McClintock [40].

Η μέθοδος περιγράφει τη διαδικασία υπολογισμού της ολικής αβεβαιότητας μιας μεταβλητής, υπολογίζοντας τις επιμέρους αβεβαιότητες των συνιστωσών που αποτελούν την μεταβλητή αυτή. Το μέγεθος του υπολογισθέντος σφάλματος είναι επίσης γνωστό

⁶ αυτό γίνεται με τη θεώρηση ότι οι μεταβολές $\delta x_1, \delta x_2, \dots$ είναι αρκετά μικρές ούτως ώστε τα διαφορικά δεύτερης τάξης ή γινόμενα της μορφής $(\delta x_1 \delta x_2)$ να είναι ανεπαίσθητα

και σαν το μέγιστο αναμενόμενο σφάλμα στην υπολογιζόμενη μεταβλητή [53], και δίνεται από:

$$\delta F = \left\{ \left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \delta x_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \delta x_2 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_N} \delta x_N \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (4.24)$$

Η σχέση 4.24 ισχύει εφόσον:

1. Οι αβεβαιότητες δx_i είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.
2. Η κατανομή των αβεβαιοτήτων δx_i είναι παραπλήσια με αυτή κανονικής κατανομής, για κάθε x_i .
3. Όλες οι αβεβαιότητες αφορούν το ίδιο διάστημα εμπιστοσύνης - συνήθως 2σ ή 95%.

(όπως αναφέρονται από Kline και McClintock [40])

Οι προαναφερθείσες υποθέσεις δεν πληρούνται πάντα προφανώς, οπότε ένα εναλλακτικό και πιο στιβαρό σενάριο, για τον υπολογισμό του συνολικού σφάλματος, θα ήταν η προσομοίωση μέσω *Monte Carlo* [31]. Ωστόσο, επειδή απαιτείται αρκετά μεγάλος αριθμός επαναλήψεων για κάθε υπολογισμό (της τάξεως 10^5), αυτή η προσέγγιση είναι χρονοβόρα και υπολογιστικά απαιτητική.

Ως εκ τούτου, για τους σκοπούς της παρούσας εργασίας, και για λόγους ευκολίας πραγματοποίησής της, θα χρησιμοποιηθεί η μέθοδος RSS για τους υπολογισμούς εκτίμησης συνολικού σφάλματος.

4.2.3 Αυτοματοποιώντας την όλη διαδικασία

Η μετάδοση της πειραματικής αβεβαιότητας δx_i , για τον προσδιορισμό του συνολικού σφάλματος της εκάστοτε συνάρτησης δF , πραγματοποιείται από τον Αλγόριθμο Γ'.4. Ο αλγόριθμος αυτός είναι μια επαναληπτική μέθοδος που επιλύει την σχέση 4.24, και εν συνεχεία επιστρέφει το συνολικό σφάλμα κάθε υπολογισμού. Παρόμοια ρουτίνα έχει προταθεί από τον Moffat [52].

Μια δυσκολία που προέκυψε σε αυτό το εγχείρημα ήταν οι υπολογισμοί των μερικών παραγώγων της μεταβλητής F . Κρίθηκε σκόπιμη λοιπόν, η χρήση μίας υπορουτίνας που να υπολογίζει αριθμητικά τα διαφορικά πρώτης τάξεως.

Η αριθμητική μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε είναι γνωστή και ως προσέγγιση πεπερασμένων διαφορών [77], και δίνεται από [62]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x_1} \delta x_1 &= \left(\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F_{x_1+\Delta x_1} - F_{x_1}}{\Delta x_1} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F_{x_1} - F_{x_1-\Delta x_1}}{\Delta x_1} \right) \frac{\delta x_1}{2} \\ &\approx \frac{(F_{x_1+\Delta x_1} - F_{x_1}) + (F_{x_1} - F_{x_1-\Delta x_1})}{2} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Ουσιαστικά λαμβάνεται ο μέσος όρος της «εμπρόσθιας» και «οπίσθιας» διαφοράς της συνάρτησης $F(x_1)$ με την απόλυτη τιμή της συνεισφοράς του σφάλματος δx_i . Πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι η σχέση 4.25 ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι το σχετικό σφάλμα είναι μικρό, δηλαδή $\delta x_1/F_{x_1} \ll 1$.

Τα βήματα που υιοθετούνται στον Αλγόριθμο Γ'.4 συνοψίζονται στο Σχήμα 4.2. Κάθε μεταβλητή που χρησιμοποιείται στον προσδιορισμό της συνάρτησης F είναι καταχωρημένη στο άνυσμα x_i , ενώ η αντίστοιχη αβεβαιότητά της στο άνυσμα δx_i . Με τις υπολογισθείσες ποσότητες των παραγώγων, συμπληρώνεται ο Ιακωβιανός πίνακας J και, κατ' επέκταση, το πρόβλημα λύνεται σε μορφή πινάκων όπως περιγράφεται από τον Arras [4].

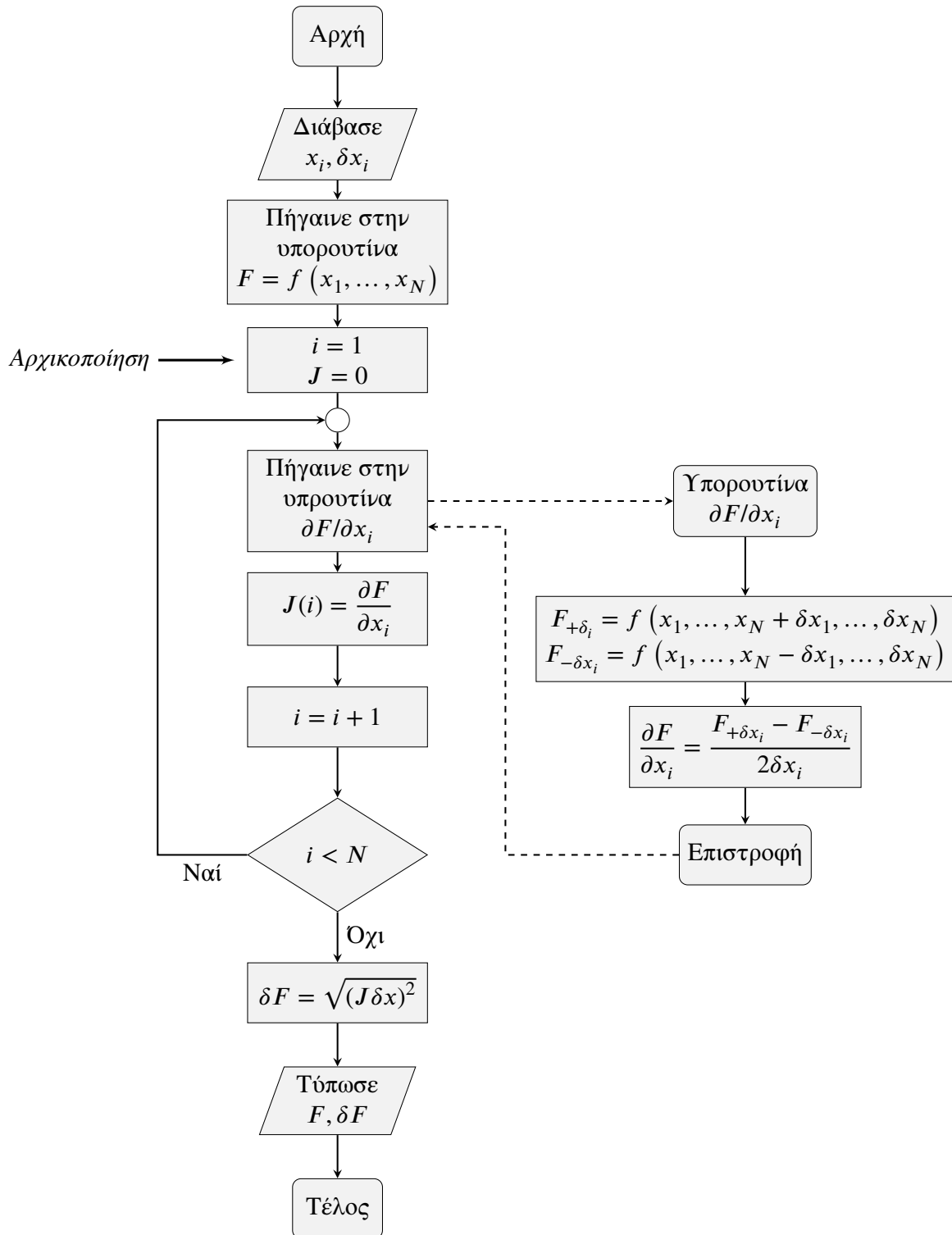
Το μόνο που απαιτείται λοιπόν στην ανάλυση δεδομένων είναι η δήλωση DRE (βλ. σχέση 4.22) και οι τιμές των επιμέρους μεταβλητών x_i , συνοδευόμενες φυσικά από τις αντίστοιχες αβεβαιότητές τους δx_i . Λαμβάνοντας υπόψη το παράδειγμα από τη σχέση 4.23, η σχετική δήλωση σε κώδικα MATLAB[®] είναι

```
238 % Συνάρτηση υπολογισμού αριθμού Reynolds
239 Re = @(Q, density , dviscosity , dOuter , dInner) 4 * Q *
    density / (pi * dviscosity * (dOuter + dInner));
```

όπου η τιμή καθώς και η αβεβαιότητα του αριθμού Reynolds υπολογίζονται από

```
264 % Reynolds
265 [Reynolds(1, i, k), ReynoldsErr(1, i, k)] =
    UncertaintyPropagation(Re, [flowrate density dviscosity
    dOuter dInner], [uflowrate udensity udviscosity uDim uDim
    ]);
```

Οι ανωτέρω γραμμές κώδικα ανήκουν στον Αλγόριθμο Γ'.8, ενώ η συνάρτηση Uncertainty Propagation αποτελεί τον Αλγόριθμο Γ'.4.



Σχήμα 4.2 Διάγραμμα ροής για γραμμική διάδοση σφάλματος

4.3 Αξιολόγηση ποιότητας αποτελεσμάτων

Η σχέση 4.24 δύνανται να γραφτεί και σε αδιάστατη μορφή - μορφή ιδιαίτερα χρήσιμη στα πρώτα στάδια σχεδίασης ενός πειράματος - γνωστή και ως *a priori* ανάλυση αβεβαιότητας [52] ή *pre-test* ανάλυση [2].

Στην ειδική περίπτωση που η σχέση 4.24 δύνανται να εκφραστεί ως γινόμενο των επιμέρους της μεταβλητών:

$$F = C x_1^a x_2^b x_3^c x_4^d \dots \quad (4.26)$$

τότε η αδιάστατη μορφή της θα είναι:

$$\frac{\delta F}{F} = \left\{ \left(a \frac{\delta x_1}{x_1} \right)^2 + \left(b \frac{\delta x_2}{x_2} \right)^2 + \left(c \frac{\delta x_3}{x_3} \right)^2 + \left(d \frac{\delta x_4}{x_4} \right)^2 + \dots \right\}^{1/2} \quad (4.27)$$

στην οποία ο όρος $\delta F/F$ δηλώνεται ως σχετική αβεβαιότητα του αποτελέσματος, και οι παράγοντες $\delta x_i/x_i$ ως σχετικές αβεβαιότητες των μεταβλητών. Οι σταθερές δύναμης (a, b , κλπ) που πολλαπλασιάζονται με τις σχετικές αβεβαιότητες των μεταβλητών, ορίζονται ως συντελεστές μεγέθυνσης αβεβαιότητας [31], και δηλώνουν τη συμβολή της αντίστοιχης αβεβαιότητας της εκάστοτε μεταβλητής, δx_i , στην αβεβαιότητα του αποτελέσματος, δF . Στη σχέση 4.26 για παράδειγμα, μια τιμή $a > 1$ υποδεικνύει ότι η επιρροή της αβεβαιότητας δx_1 , μεγεθύνεται όσο αυτή διαδίδεται μέσω της εξίσωσης συσχέτισης (DRE).

Για την αξιολόγηση της ποιότητας των μετρήσεων που έλαβαν χώρα στο συγκεκριμένο πείραμα, θα χρησιμοποιηθεί η ανάλυση αβεβαιότητας με το πέρας της ανάλυσης δεδομένων. Αυτό θα δώσει μια ξεκάθαρη εικόνα για τα αναμενόμενα εύρη σχετικών σφαλμάτων, και θα καταστήσει την αξιολόγηση των αντίστοιχων μεταβλητών τους πιο αντικειμενική.

Οι μεταβλητές που θα εξεταστούν θα είναι (i) η παροχή, \dot{V} , (ii) η ηλεκτρική ισχύς, \dot{W} , (iii) ο αριθμός Reynolds, Re , (iv) ο τοπικός αριθμός Nusselt, Nu_x , και (v) ο ροή θερμότητας του συστήματος προς τον αέρα, \dot{Q}_{sys} .

Η συμβολή που θα έχουν οι επιμέρους αβεβαιότητες στα αντίστοιχα τελικά αποτελέσματα θα εξαρτηθεί από τις τιμές των μεταβλητών τους, ορισμένες από τις οποίες θα μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια των πειραμάτων. Για το λόγο αυτό θα χρησιμοποιηθούν τα δεδομένα και οι μετρήσεις όλων των πραγματοποιηθέντων πειραμάτων.

Τέλος, πρέπει να σημειωθεί ότι οι αβεβαιότητες που σχετίζονται με τις θερμοδυναμικές ιδιότητες του αέρα (ρ , κ , μ) θεωρήθηκαν μηδενικές. Πράγματι, οι ιδιότητες αυτές

υπολογίστηκαν βάσει της μέσης θερμοκρασίας εισόδου και εξόδου του αέρα σε συνδυασμό με τις εκάστοτε εμπειρικές τους σχέσεις, έχοντας αβεβαιότητες $\delta T_{\infty} = 0.01^{\circ}\text{C}$ και $\delta T_{\varepsilon_{\text{ξ}}} = 0.02^{\circ}\text{C}$ αντίστοιχα. Συνδυάζοντας αμφότερες για την αβεβαιότητα μέσης τιμής αυτών βρίσκουμε $\delta T_{\text{avg.}} = 0.0158^{\circ}\text{C}$, ενώ το τυπικό σφάλμα ενός θερμοστοιχείου κυμαίνεται στο 0.18°C - τάξη μεγέθους μεγαλύτερο.

4.3.1 Σχετικό σφάλμα ογκομετρικής παροχής

Εφαρμόζοντας την 4.27 στην σχέση 4.2 έχουμε:

$$\frac{\delta \dot{V}}{\dot{V}} = \left\{ \left(-1 \frac{\delta t}{t} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

όπου η συνολική αβεβαιότητα μέτρησης χρόνου είναι:

$$\delta t = 1.86 \text{ s}$$

Η αβεβαιότητα της ογκομετρικής παροχής καθορίζεται εξ' ολοκλήρου από μία μεταβλητή, αυτή του χρόνου. Οπότε, η συνολική αβεβαιότητα θα εξαρτηθεί από τις τιμές του χρόνου, t , ο οποίος μεταβάλλεται για διάφορες τιμές της παροχής, \dot{V} . Το μόνο που χρειάζεται λοιπόν είναι τα αντίστοιχα εύρη τιμών \dot{V} , t , όπου υπολογίζεται ο λόγος $\delta t/t$ και εν συνεχεία δημιουργείται γράφημα για της αντίστοιχες τιμές \dot{V} .

Οι πειραματικές τιμές ογκομετρικής παροχής κυμαίνονται από $8.18 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ μέχρι $16 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, και αντιστοιχούν σε 122.28 s με 62.15 s μετρήσεις χρόνου. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο Γράφημα 4.3.

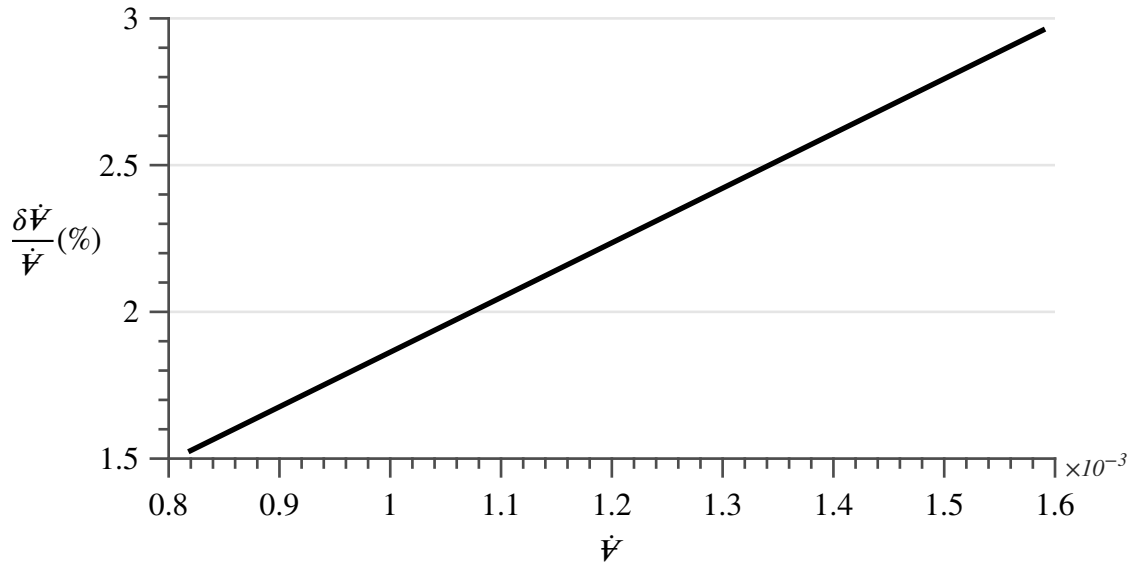
Η σχετική αβεβαιότητα της \dot{V} λαμβάνει μέγιστη τιμή για υψηλές τιμές της \dot{V} , όπου η t έχει μικρές τιμές. Γενικά το σφάλμα κυμαίνεται από 1.5 % μέχρι 3 %, θεμιτό αποτέλεσμα στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας.

4.3.2 Σχετικό σφάλμα ηλεκτρικής ισχύος

Κατ' αντιστοιχία, εφαρμόζοντας την 4.27 στην σχέση 4.3 έχουμε:

$$\frac{\delta \dot{W}}{\dot{W}} = \left\{ \left(\frac{\delta V}{V} \right)^2 + \left(\frac{\delta I}{I} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

όπου οι συνολικές αβεβαιότητες των μετρήσεων τάσης και ρεύματος είναι:



Σχήμα 4.3 Σχετικό σφάλμα ογκομετρικής παροχής για εύρος λειτουργίας.

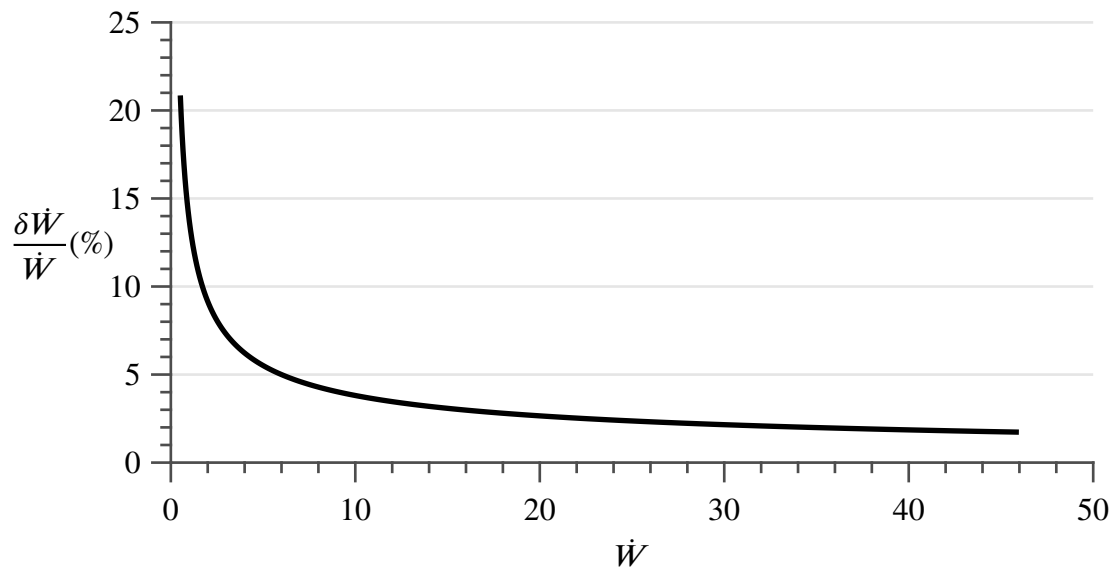
$$\delta V = 0.22 \text{ V}$$

$$\delta I = 0.03 \text{ A}$$

Η αβεβαιότητα της ηλεκτρικής ισχύος καθορίζεται από δύο μεταβλητές, αυτές της τάσης και του ρεύματος. Οπότε η συνολική αβεβαιότητα θα εξαρτηθεί από τις τιμές του ρεύματος, V , σε συνδυασμό με τις τιμές του ρεύματος, I , που μεταβάλλονται για διάφορες τιμές της ηλεκτρικής ισχύος, \dot{W} . Το μόνο που χρειάζεται λοιπόν είναι τα αντίστοιχα εύρη τιμών $V - I$, \dot{W} , όπου υπολογίζονται οι λόγοι $\delta V/V$ και $\delta I/I$ και, εν συνεχεία, δημιουργείται γράφημα για αντίστοιχες τιμές \dot{W} .

Τα πειραματικά ζεύγη τιμών τάσης-ρεύματος κυμαίνονται από 3.96 V - 0.13 A μέχρι 26.97 V - 1.7 A, και αντιστοιχούν σε 0.51 W με 37.16 W μετρήσεις ηλεκτρικής ισχύος. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο Γράφημα 4.4.

Η σχετική αβεβαιότητα της \dot{W} έχει μέγιστη τιμή για χαμηλές τιμές της \dot{W} , όπου οι I , V έχουν μικρές τιμές. Το σφάλμα μικραίνει αισθητά από 10 W και μετά, ακολουθώντας φθίνουσα πορεία. Συμπεραίνουμε ότι το συγκεκριμένο μετρητικό δεν είναι κατάλληλο για χαμηλές μετρήσεις ισχύος, πράγμα που θα φανεί σε περαιτέρω επεξεργασία δεδομένων στο Κεφάλαιο 5.



Σχήμα 4.4 Σχετικό σφάλμα ισχύος για εύρος λειτουργίας.

4.3.3 Σχετικό σφάλμα Reynolds

Εφαρμόζοντας την 4.27 στην σχέση 4.9, και λαμβάνοντας υπόψη την σχέση 4.2, έχουμε:

$$\frac{\delta Re}{Re} = \left\{ \left(\frac{\delta \rho}{\rho} \right)^2 + \left(-1 \frac{\delta \mu}{\mu} \right)^2 + \left(\frac{\delta t}{t} \right)^2 + \left(\frac{\delta \Sigma D}{\Sigma D} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

όπου οι συνολικές αβεβαιότητες των μετρήσεων πυκνότητας, δυναμικού ιξώδους και χρόνου είναι:

$$\delta \rho = 0 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\delta \mu = 0 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

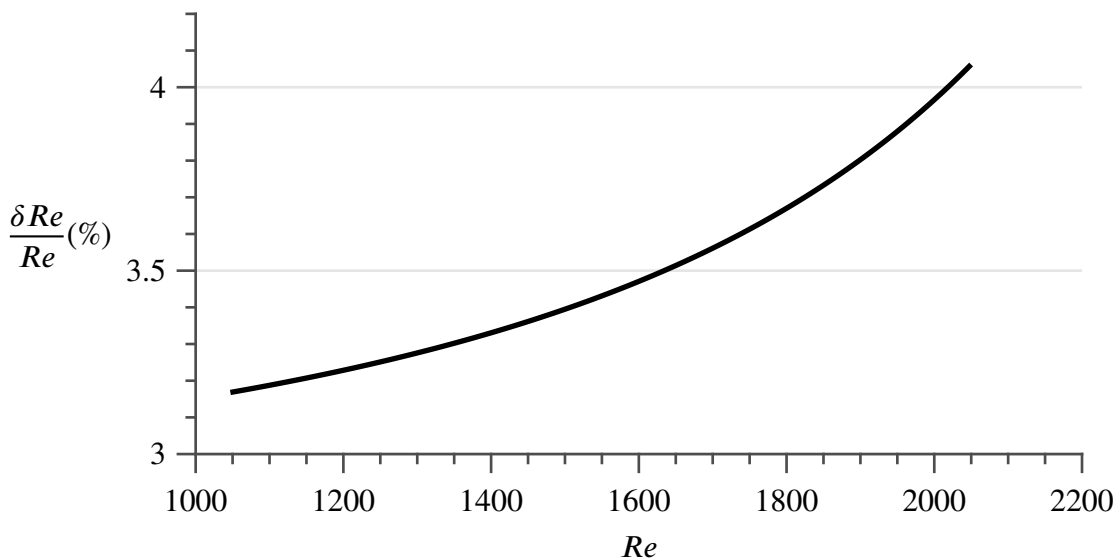
$$\delta t = 1.86 \text{ s}$$

ενώ η αβεβαιότητα του αθροίσματος των εσωτερικού και εξωτερικού κυλίνδρων λαμβάνεται από:

$$\begin{aligned}\delta\Sigma D &= \delta(D_{\varepsilon\xi.} + D_{\varepsilon\sigma.}) = \left\{ (\delta D_{\varepsilon\xi.})^2 + (\delta D_{\varepsilon\sigma.})^2 \right\}^{1/2} \\ &= \left\{ (0.05 \times 10^{-3})^2 + (0.05 \times 10^{-3})^2 \right\}^{1/2} = 0.71 \times 10^{-3} \text{ m}\end{aligned}$$

Η αβεβαιότητα του αριθμού Reynolds καθορίζεται από δύο μεταβλητές, αυτές του χρόνου και υδραυλικής διαμέτρου της δακτυλιοειδούς διάταξης. Οι λοιπές μεταβλητές είναι μηδέν λόγω παραδοχών που έγιναν στην ανάλυση δεδομένων. Η συνολική αβεβαιότητα θα εξαρτηθεί άρα, από τις τιμές χρόνου, t , σε συνδυασμό με την τιμή του αθροίσματος των διαμέτρων, ΣD , για διάφορες τιμές του αριθμού Reynolds, Re . Το μόνο που χρειάζεται λοιπόν είναι τα εύρη τιμών t και η σχετική αβεβαιότητα $\delta\Sigma D$, βάσει των οποίων υπολογίζονται οι όροι $\delta t/t$ και $\delta\Sigma D/\Sigma D$, και εν συνεχεία δημιουργείται γράφημα για διάφορες τιμές του Re .

Το άθροισμα των διαμέτρων ισούται με $62 \times 10^{-3} \text{ m}$ με σχετική αβεβαιότητα 0.0011 %, μια παραπάνω από ικανοποιητική τιμή. Οι πειραματικές μετρήσεις χρόνου κυμαίνονται από 62.15 s μέχρι 122.28 s. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο Γράφημα 4.5.



Σχήμα 4.5 Σχετικό σφάλμα Reynolds για εύρος λειτουργίας.

Όπως στη περίπτωση της \dot{V} (βλ. Γράφημα 4.3), έτσι κι εδώ, η αβεβαιότητα της Re λαμβάνει μέγιστη τιμή για υψηλές τιμές της Re , όπου ο t έχει μικρές τιμές. Αυτό είναι λογικό καθώς σε αμφοτέρες περιπτώσεις η μεταβλητή που παίζει καθοριστικό ρόλο στη

συνολική αβεβαιότητα είναι ο t . Η ύπαρξη της ΣD , εντός τετραγωνικής ρίζας, καθιστά τη μορφή της δεύτερης μη γραμμική. Η μέγιστη τιμή αβεβαιότητας της Re είναι της τάξεως του 4 %, γεγονός που, όπως και στην περίπτωση της \dot{V} , καθιστά θεμιτή την διαδικασία μέτρησης στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας.

4.3.4 Σχετικό σφάλμα τοπικού Nusselt

Εφαρμόζοντας την 4.27 στην σχέση 4.11, και λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση 4.12, έχουμε:

$$\frac{\delta Nu_x}{Nu_x} = \left\{ \left(-1 \frac{\delta L}{L} \right)^2 + \left(-1 \frac{\delta D_{\varepsilon\sigma.}}{D_{\varepsilon\sigma.}} \right)^2 + \left(\frac{\delta D_h}{D_h} \right)^2 + \left(\frac{\delta W}{W} \right)^2 + \left(\frac{\delta \Delta T_x}{\Delta T_x} \right)^2 + \left(-1 \frac{\delta k_{\alpha\epsilon\rho\alpha}}{k_{\alpha\epsilon\rho\alpha}} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

όπου οι συνολικές αβεβαιότητες των μετρήσεων μήκους/ακτίνας εσωτερικού κυλίνδρου, ισχύος της αντίστασης και θερμικής αγωγιμότητας αέρα είναι:

$$\begin{aligned}\delta L &= 0.05 \times 10^{-3} \text{ m} \\ \delta D_{\varepsilon\sigma.} &= 0.05 \times 10^{-3} \text{ m} \\ \delta W &= 0.50 \text{ W} \\ \delta k_{\alpha\epsilon\rho\alpha} &= 0 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}\end{aligned}$$

ενώ η συνολική αβεβαιότητα της υδραυλικής διαμέτρου λαμβάνεται από:

$$\begin{aligned}\delta D_h &= \delta (D_{\varepsilon\xi.} - D_{\varepsilon\sigma.}) = \left\{ (\delta D_{\varepsilon\xi.})^2 + (\delta D_{\varepsilon\sigma.})^2 \right\}^{1/2} \\ &= \left\{ (0.05 \times 10^{-3})^2 + (0.05 \times 10^{-3})^2 \right\}^{1/2} = 0.71 \times 10^{-3} \text{ m}\end{aligned}$$

και η συνολική αβεβαιότητα θερμοκρασιακής διαφοράς αντίστασης-αέρα:

$$\delta\Delta T = \delta(T_{\text{αντ.}, x} - T_{\text{αέρα}, x}) = \left\{ (\delta T_{\text{αντ.}, x})^2 + (\delta T_{\text{αέρα}, x})^2 \right\}^{1/2}$$

όπου ο δείκτης x υποδηλώνει την επί της αντίστασης θέση του εκάστοτε θερμοστοιχείου.

Επίσης, οι αβεβαιότητες στη θερμοκρασιακή διαφορά αντίστασης-αέρα εξαρτώνται από τις αβεβαιότητες των σχετικών θερμοστοιχείων και τις αβεβαιότητες παρεμβολής αέρα⁷, για κάθε διάταξη. Οι τελευταίες υπολογίζονται κάθε φορά χρησιμοποιώντας τον Αλγόριθμο Γ'.5, ενώ αυτές των θερμοστοιχείων είναι:

$$\begin{array}{lll} \delta T_{\text{αντ.}, 1} = 0.14 \text{ } ^\circ\text{C}, & \delta T_{\text{αντ.}, 2} = 0.17 \text{ } ^\circ\text{C}, & \delta T_{\text{αντ.}, 3} = 0.18 \text{ } ^\circ\text{C} \\ \delta T_{\text{αντ.}, 4} = 0.18 \text{ } ^\circ\text{C}, & \delta T_{\text{αντ.}, 5} = 0.18 \text{ } ^\circ\text{C}, & \delta T_{\text{αντ.}, 6} = 0.18 \text{ } ^\circ\text{C} \\ \delta T_{\text{αντ.}, 7} = 0.17 \text{ } ^\circ\text{C}, & \delta T_{\text{αντ.}, 8} = 0.16 \text{ } ^\circ\text{C}, & \delta T_{\text{αντ.}, 9} = 0.14 \text{ } ^\circ\text{C} \end{array}$$

Η αβεβαιότητα του τοπικού αριθμού Nusselt καθορίζεται από πέντε μεταβλητές, αυτές του μήκους και της ακτίνας του εσωτερικού κυλίνδρου, της ισχύος της αντίστασης, της υδραυλικής διαμέτρου του δακτυλιοειδή σωλήνα και αυτή της θερμοκρασιακής διαφοράς αντίστασης-αέρα. Η αβεβαιότητα της θερμικής αγωγιμότητας του αέρα είναι μηδέν λόγω παραδοχών που έγιναν στην ανάλυση δεδομένων.

Η συνολική αβεβαιότητα θα εξαρτηθεί άρα από την τιμή του μήκους αντίστασης, L , την τιμή της εσωτερικής διαμέτρου του κυλίνδρου, $D_{\text{εσ.}}$, τη τιμή της ισχύος της αντίστασης, \dot{W} , τη τιμή της υδραυλικής διαμέτρου, D_h , και τις τιμές των θερμοκρασιακών διαφορών αντίστασης-αέρα, $\delta\Delta T_x$, για διάφορες τιμές του τοπικού αριθμού Nusselt, Nu_x .

Οι τέσσερις πρώτες των μεταβλητών είναι σταθερές για όλες τις πειραματικές διατάξεις, δηλαδή θα ισχύουν $L = 0.9 \text{ m}$, $D_{\text{εσ.}} = 22 \times 10^{-3} \text{ m}$, $\dot{W} = 18.58 \text{ W}$ και $D_h = 18 \times 10^{-3} \text{ m}$ για όλα τα πειράματα που έλαβαν χώρα. Το μόνο που χρειάζεται λοιπόν είναι τα εύρη τιμών $\delta\Delta T_x$, για κάθε θερμοστοιχείο, βάσει των οποίων υπολογίζεται ο όρος $\delta\Delta T_x / \Delta T_x$, και εν συνεχεία δημιουργείται γράφημα για τις διάφορες τιμές του Nu_x .

Τα εύρη των τιμών που λαμβάνει κάθε στοιχείο είναι (βλ. Παράρτημα Ε):

⁷είναι της τάξεως του δεκάτου του χιλιοστού οπότε η συνεισφορά τους είναι ανεπαίσθητη, αναφέρονται κυρίως για λόγους πληρότητας

$$\begin{aligned}
T_{αντ.,1} &= 24.57 - 55.91 \text{ } ^\circ\text{C} & T_{αντ.,2} &= 28.59 - 53.23 \text{ } ^\circ\text{C} & T_{αντ.,3} &= 33.10 - 52.48 \text{ } ^\circ\text{C} \\
T_{αντ.,4} &= 36.40 - 50.97 \text{ } ^\circ\text{C} & T_{αντ.,5} &= 38.14 - 49.15 \text{ } ^\circ\text{C} & T_{αντ.,6} &= 38.46 - 51.47 \text{ } ^\circ\text{C} \\
T_{αντ.,7} &= 36.16 - 52.90 \text{ } ^\circ\text{C} & T_{αντ.,8} &= 34.30 - 53.45 \text{ } ^\circ\text{C} & T_{αντ.,9} &= 33.68 - 55.12 \text{ } ^\circ\text{C}
\end{aligned}$$

ενώ οι τοπικοί Nusselt κυμαίνονται,

$$\begin{aligned}
Nu_1 &= 59 - 340 & Nu_2 &= 68 - 557 & Nu_3 &= 75 - 283 \\
Nu_4 &= 86 - 229 & Nu_5 &= 98 - 207 & Nu_6 &= 93 - 223 \\
Nu_7 &= 94 - 369 & Nu_8 &= 100 - 769 & Nu_9 &= 99 - 160
\end{aligned}$$

Τα αποτελέσματα φαίνονται στο Γράφημα 4.6.

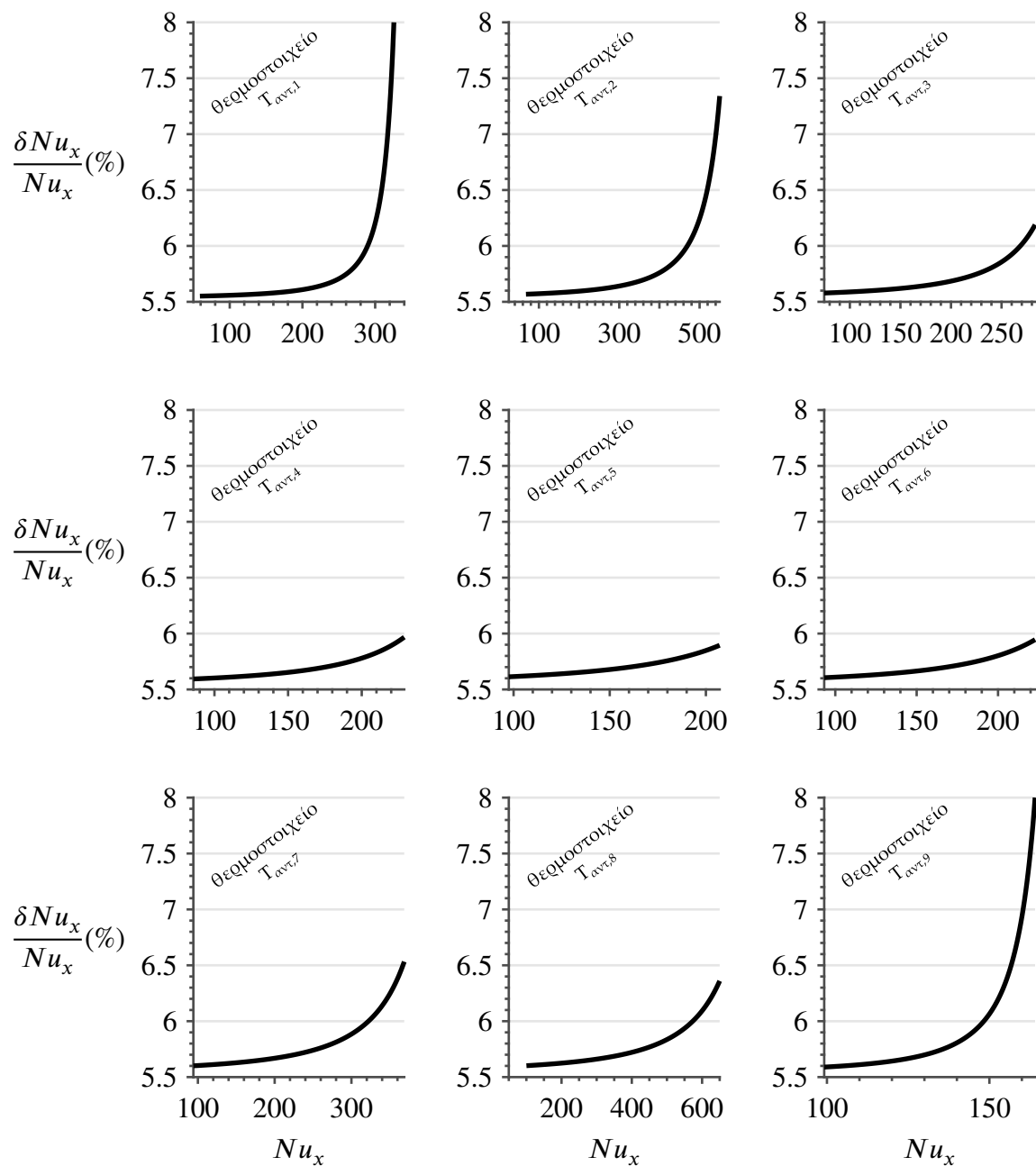
Η σχετική αβεβαιότητα του Nu_x , για όλα τα θερμοστοιχεία, είναι μεγαλύτερη για υψηλές τιμές του Nu_x , όπου η αβεβαιότητα $\delta\Delta T_x$ επικρατεί των υπολοίπων. Χαμηλές τιμές της ΔT_x φαίνεται να επισύρουν το σχετικό σφάλμα. Σε ορισμένες περιπτώσεις αυτό καθίσταται αρκετά αισθητό, όπως στα θερμοστοιχεία 1,2 και 9 όπου παρουσιάστηκε μέγιστο σχετικό σφάλμα της τάξεως του 8 %, ενώ στα λοιπά κυμαινόταν από 5.5 % μέχρι 6.5 %, για τα υπό εξέταση εύρη τιμών. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι τα θερμοστοιχεία δεν είναι κατάλληλα για μικρές τιμές μέτρησης θερμοκρασίας, και ότι προβλέπεται επαναξιολόγηση (ή στην εσχάτη των περιπτώσεων, αλλαγή) ως προς την καταλληλότητά τους. Για πρακτικούς λόγους, ωστόσο, θα συνεχιστεί κανονικά η εργασία αναμένοντας έντονα σφάλματα στα τελικά αποτελέσματα.

4.3.5 Σχετικό σφάλμα ροής θερμότητας προς τον αέρα

Για τελευταία φορά (κούρασα, ξέρω), εφαρμόζοντας την 4.27 στην σχέση 4.17 έχουμε:

$$\frac{\delta\dot{Q}_{sys.}}{\dot{Q}_{sys.}} = \left\{ \left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)^2 + \left(\frac{\delta t}{t} \right)^2 + \left(\frac{\delta C_p}{C_p} \right)^2 + \left(\frac{\delta\Delta T}{\Delta T} \right)^2 \right\}^{1/2}$$

όπου οι συνολικές αβεβαιότητες των μετρήσεων πυκνότητας, χρόνου και ειδικής θερμότητας είναι:



Σχήμα 4.6 Σχετικό σφάλμα Nusselt για εύρος λειτουργίας.

$$\delta\rho = 0 \text{ kg}^3 \text{ m}^{-1}$$

$$\delta t = 1.86 \text{ s}$$

$$\delta C_p = 0 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

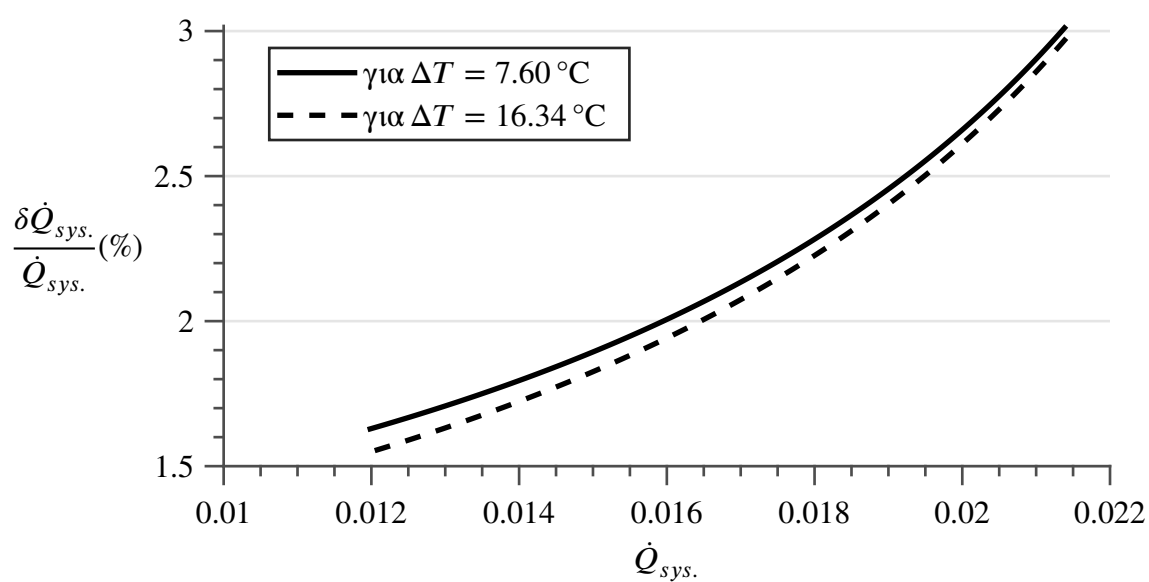
ενώ η συνολική αβεβαιότητα της διαφοράς θερμοκρασιών εξόδου-εισόδου λαμβάνεται από:

$$\begin{aligned} \delta\Delta T &= \delta (T_{\infty} - T_{\text{εξ.}}) = \left\{ (\delta T_{\infty})^2 + (\delta T_{\text{εξ.}})^2 \right\}^{1/2} \\ &= \{0.01^2 + 0.04^2\}^{1/2} = 0.04 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

Η αβεβαιότητα του ρυθμού ροής θερμότητας καθορίζεται από δύο μεταβλητές, αυτές του χρόνου και της θερμοκρασιακής διαφοράς. Οι υπόλοιπες αβεβαιότητες είναι μηδέν λόγω παραδοχών που έγιναν στην ανάλυση δεδομένων. Η συνολική αβεβαιότητα θα εξαρτηθεί από τις τιμές του χρόνου, t , σε συνδυασμό με τις τιμές της θερμοκρασιακής διαφοράς, ΔT , που μεταβάλλονται για διάφορες τιμές του ρυθμού μετάδοσης θερμότητας, $\dot{Q}_{\text{sys.}}$. Το μόνο που χρειάζεται λοιπόν είναι τα ανάλογα εύρη τιμών t , ΔT όπου υπολογίζονται οι λόγοι $\delta t/t$ και $\delta\Delta T/T$ και, εν συνεχεία, δημιουργείται γράφημα για διάφορες τιμές $\dot{Q}_{\text{sys.}}$.

Οι πειραματικές μετρήσεις θερμοκρασίας κυμαίνονται από $7.6 \text{ }^{\circ}\text{C}$ μέχρι $16.34 \text{ }^{\circ}\text{C}$, ενώ οι μετρήσεις χρόνου από 62.15 s μέχρι 122.28 s . Για αποφυγή υπερφόρτωσης του γραφήματος, έχουν ληφθεί μονάχα οι δύο ακραίες τιμές της θερμοκρασιακής διαφοράς για το εύρος των μετρήσεων χρόνου. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο Γράφημα 4.7.

Η συνεισφορά της ΔT μοιάζει ανεπαίσθητη. Η σχετική αβεβαιότητα του $\dot{Q}_{\text{sys.}}$ είναι μεγαλύτερη για υψηλές τιμές του $\dot{Q}_{\text{sys.}}$, όπου η αβεβαιότητα δt επικρατεί αυτής της ΔT . Οι τιμές της $\delta\dot{Q}_{\text{sys.}}$ κυμαίνονται από 3.2% μέχρι 4.1% , για όλο τα πιθανά εύρη πειραματικών τιμών, γεγονός που καθιστά τον υπολογισμό της αρκετά ικανοποιητικό στο πλαίσιο του συγκεκριμένου πειράματος.



Σχήμα 4.7 Σχετικό σφάλμα ρυθμού μετάδοσης θερμότητας για εύρος λειτουργίας.

Κεφάλαιο 5

Αποτελέσματα δοκιμών και παρατηρήσεις

“Research experiments are like icebergs: only about 10% of the total effort (the output data) are ever visible. The other 90% is unseen – relegated to the logbook, but that 90% is what establishes the validity of the visible 10%!”

– Robert J. Moffat¹, Stanford University, USA

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από τις αναλυτικές πράξεις της υπολογιστικής ρουτίνας στο MATLAB[®] (βλ. Αλγόριθμο Γ'.8). Συγκεκριμένα: (i) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της θερμοκρασιακής ομοιογένειας, (ii) τα μοντέλα παλινδρόμησης καθώς επίσης και οι αντιπροσωπευτικοί Nusselt και τιμές ισχύος, και (iii) οι δείκτες βελτίωσης των διατάξεων βρόγχων.

5.1 Θερμοκρασιακή ομοιογένεια

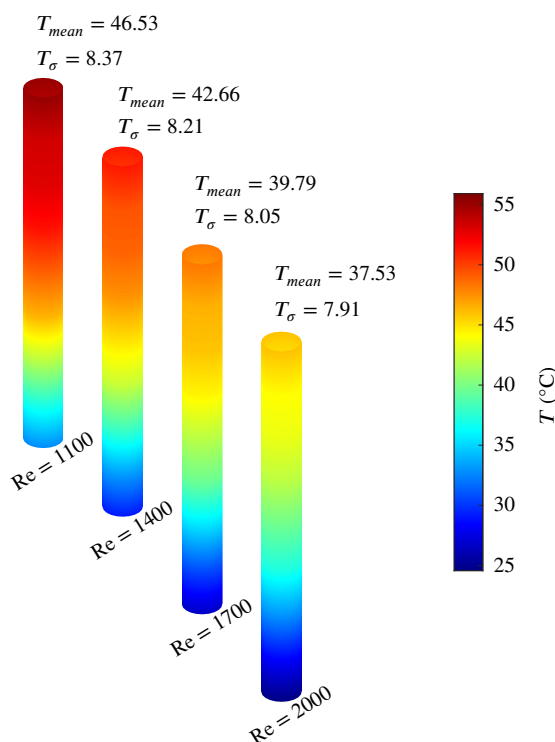
Οι μετρήσεις που ελήφθησαν, για κάθε διάταξη, όταν επικρατούσαν συνθήκες μόνιμης ροής, φαίνονται στο Παράρτημα Ε'. Προφανώς σε τέτοια μορφή είναι αρκετά δύσκολο να εξαχθεί οποιουδήποτε είδους συμπέρασμα. Ως εκ τούτου, δημιουργήθηκαν θερμοκρασιακά προφίλ των εσωτερικών κυλίνδρων καθώς και σχετικός πίνακας όπου αναγράφονται οι σταθμισμένες μέσες τιμές και οι τυπικές αποκλίσεις τους.

Οι θερμοκρασίες, κατά μήκος του αγωγού, στις οποίες το σύστημα ισορρόπησε φαίνονται στο Σχήμα 5.1 για διάταξη αξονικής ροής και στο Σχήμα 5.2 για διατάξεις βρόγχων. Τα στατιστικά δεδομένα, για την περίπτωση της αξονικής ροής (4 ζεύγη τιμών στο σύνολό τους), είναι τοποθετημένα στο σχετικό σχήμα, ενώ αυτά των περιδινούμενων ροών

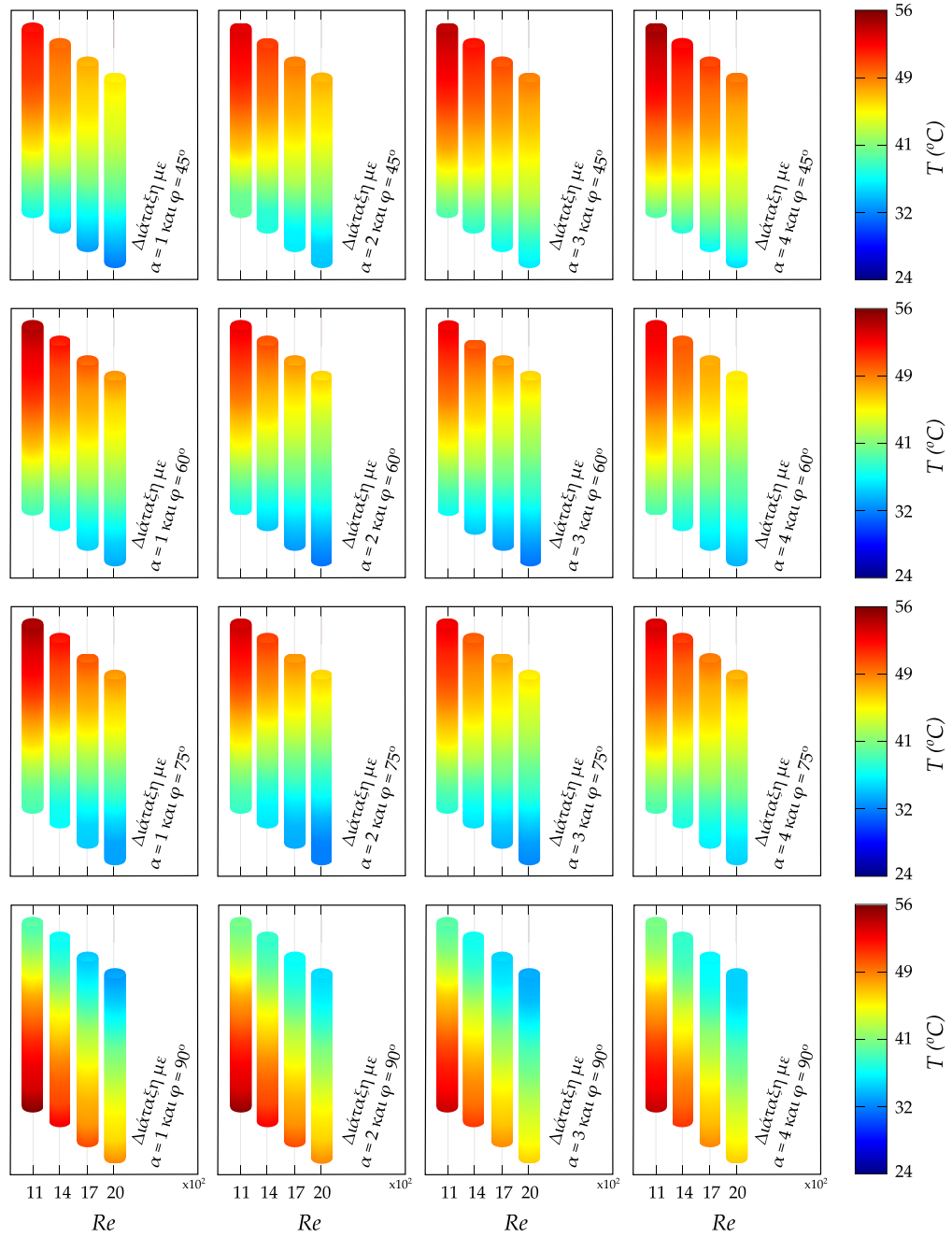
¹Αναφορά από το πρόσφατό του βιβλίο “Planning and Executing Credible Experiments” [62], σελ. 185

(64 ζεύγη τιμών στο σύνολό τους) τα αναφέρει ο Πίνακας 5.1 για αποφυγή υπερφόρτωσης του σχετικού σχήματος. Να σημειωθεί ότι τα θερμοκρασιακά προφίλ φέρουν την τιμή της σημειακής μετρηθείσας θερμοκρασίας, από το εκάστοτε θερμοστοιχείο, η οποία, θεωρώντας κατά σύμβαση ότι αντιπροσωπεύει το σχετικό υποσύστημα της διάταξης (βλ. Σχήμα 4.1), λαμβάνεται ως αντιπροσωπευτική τιμή αυτού. Οπότε τα θερμοκρασιακά προφίλ είναι αποτέλεσμα αυτής της γενίκευσης και δεν πρέπει, σε καμία περίπτωση, να θεωρηθεί ότι έχουν διακριτή ακρίβεια.

Παρατηρώντας τα θερμοκρασιακά προφίλ, συμπεραίνουμε ότι στην περίπτωση των διατάξεων βρόγχων 90 μοιρών παρουσιάζεται αναστροφή του θερμοκρασιακού προφίλ του εσωτερικού κυλίνδρου. Σε όλες τις διατάξεις, συμπεριλαμβανομένων και των αξονικών, η μεγαλύτερη ψύξη παρουσιάζεται ανάντη της διάταξης και εν συνεχεία φθίνει, ενώ σε αυτές με βρόγχους 90 μοιρών παρουσιάζεται κατάντη αυτής. Αυτό συμβαίνει διότι το ρευστό εγχέεται κάθετα στον άξονα συμμετρίας του δακτυλιοειδούς σωλήνα, με αποτέλεσμα η αξονική συνιστώσα (z) της ορμής να είναι μηδενική [23], και να υπάρχει πύκνωση ροϊκών γραμμών προς τον εξωτερικό κύλινδρο. Επίσης είναι ενδεικτικό της λανθασμένης θεώρησης μηδενικού χωρικού σφάλματος. Όντως, ακόμα και να αποκτούν μηδενική συνιστώσα αξονικής ορμής οι ροϊκές γραμμές, θα έπρεπε να ψύχουν την αντίσταση στο σημείο ανακοπής, πράγμα που δεν συμβαίνει.



Σχήμα 5.1 Θερμοκρασιακή κατανομή κατά μήκος αντίστασης για διατάξεις αξονικής ροής



Σχήμα 5.2 Θερμοκρασιακή κατανομή κατά μήκος αντίστασης για διατάξεις περιδινούμενων ροών

Πίνακας 5.1 Μέσες θερμοκρασίες και τυπικές αποκλίσεις ($^{\circ}\text{C}$) διατάξεων περιδινούμενων ροών

	$Re \simeq 1100$				$Re \simeq 1400$				$Re \simeq 1700$				$Re \simeq 2000$			
	$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		$\alpha = 3$		$\alpha = 4$		$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		$\alpha = 3$		$\alpha = 4$	
	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$
<i>Μέση τιμή διάταξης</i>																
$\phi = 45^{\circ}$																
T_{mean}	45.46	46.77	47.55	48.19	42.88	44.33	45.46	45.92	40.91	42.45	43.84	44.17	39.34	40.95	42.53	42.75
$\phi = 60^{\circ}$																
T_{mean}	47.15	45.26	45.40	46.42	44.50	42.55	42.88	43.61	42.46	40.49	41.09	41.48	40.84	38.84	39.46	39.78
$\phi = 75^{\circ}$																
T_{mean}	49.92	46.02	45.63	46.48	44.06	42.84	42.77	44.09	41.88	40.43	40.60	42.26	40.15	38.52	38.87	40.79
$\phi = 90^{\circ}$																
T_{mean}	47.64	47.68	46.59	47.09	44.64	44.93	43.57	44.03	42.36	42.84	41.28	41.71	40.54	41.16	39.46	39.87
<i>Τυπική απόκλιση</i>																
$\phi = 45^{\circ}$																
$T_{\sigma,mean}$	5.85	5.55	5.85	5.92	5.42	5.18	5.33	5.43	5.10	4.90	4.93	5.06	4.84	4.68	4.62	4.76
$\phi = 60^{\circ}$																
$T_{\sigma,mean}$	6.10	6.04	5.87	5.37	5.68	5.59	5.37	4.84	5.37	5.26	5.05	4.44	5.12	4.99	4.73	4.13
$\phi = 75^{\circ}$																
$T_{\sigma,mean}$	6.39	6.11	5.80	5.61	6.02	5.71	5.31	5.11	5.74	5.41	4.94	4.74	5.52	5.18	4.66	4.44
$\phi = 90^{\circ}$																
$T_{\sigma,mean}$	6.37	5.89	5.68	5.38	5.92	5.37	5.18	4.87	5.60	4.99	4.80	4.50	5.34	4.69	4.51	4.21

Ο Πίνακας 5.2² «σουλωνώνει» τα προαναφερθέντα δεδομένα και τα ανάγει σε σχετικές διαφορές από τη μέση τιμή θερμοκρασίας της αξονικής ροής. Όπου οι συντμήσεις ΣΜΤ και ΔΕ είναι οι Σχετική Μέση τιμή και το Διάστημα Εμπιστοσύνης αντιστοίχως.

Οι διατάξεις βρόγχων παρουσιάζουν μικρότερη διασπορά στις μετρήσεις θερμοκρασίας συγκριτικά με την αξονική ροή (8.14 °C). Μεταξύ αυτών, η μέγιστη τυπική απόκλιση παρουσιάζεται στη διάταξη 75 μοιρών και ενός βρόγχου (5.91 °C), ενώ η ελάχιστη παρουσιάζεται στη διάταξη 90 μοιρών και τεσσάρων βρόγχων (4.73 °C). Παρατηρείται ότι για διατάξεις ενός και τριών βρόγχων, ο εσωτερικός κύλινδρος ψύχεται πιο ανομοιογενώς, εν αντιθέσει με αυτές των δύο και τεσσάρων βρόγχων. Αυτό είναι ενδεικτικό της συμμετρίας έγχυσης ρευστού, ως προς τον κατακόρυφο άξονα του δακτυλίου, που παρουσιάζουν οι τελευταίες.

Πίνακας 5.2 Σχετική μέση τιμή και τυπική απόκλιση θερμοκρασιών (σε °C), για κάθε πειραματική διάταξη βρόγχων, συναρτήσει της μέσης τιμής αξονικής ροής. Όπου ϕ και α η κλίση και ο αριθμός βρόγχων αντίστοιχα.

Διάταξη ($\phi - \alpha$)		ΣΜΤ	64% ΔΕ
45 – 1		0.52	(-4.78 με +5.82)
45 – 2		2.00	(-3.08 με +7.08)
45 – 3		3.22	(-1.97 με +8.40)
45 – 4		3.63	(-1.66 με +8.93)
60 – 1		2.11	(-3.46 με +7.68)
60 – 2		0.16	(-5.32 με +5.63)
60 – 3		0.58	(-4.68 με +5.83)
60 – 4		1.19	(-3.50 με +5.89)
75 – 1		1.63	(-4.29 με +7.54)
75 – 2		0.33	(-5.28 με +5.93)
75 – 3		0.34	(-4.84 με +5.52)
75 – 4		1.78	(-3.20 με +6.75)
90 – 1		2.17	(-3.64 με +7.97)
90 – 2		2.53	(-2.71 με +7.76)
90 – 3		1.10	(-3.95 με +6.14)
90 – 4		1.55	(-3.19 με +6.29)
αξονική		0.00	(-8.14 με +8.14)

²Ο πίνακας εμπνεύστηκε από τον κώδικα TikZ του Alfonso R. Reyes, διαθέσιμο στο <https://github.com/f0nzie>.

5.2 Μοντέλα παρεμβολής και μέσες τιμές ισχύος και αριθμών Nusselt

Πίνακας 5.3 Αποτελέσματα μοντέλων παρεμβολής

	$\overline{Nu} = aRe^b$					$\dot{W} = a\dot{V}^b$				
	a	σ_a	b	σ_b	r^2	$a \times 10^{-10}$	$\sigma_a \times 10^{-10}$	b	σ_b	r^2
$\phi = 45^\circ$										
$\alpha = 1$	2.12	0.91	0.59	0.06	0.9765	1149.10	1702.43	3.73	0.22	0.9724
$\alpha = 2$	4.38	1.63	0.48	0.05	0.9951	0.68	1.00	2.83	0.22	0.9948
$\alpha = 3$	4.23	1.59	0.48	0.05	0.9989	0.08	0.14	2.60	0.26	0.9863
$\alpha = 4$	9.10	3.19	0.37	0.05	0.9913	0.01	0.01	2.16	0.26	0.9808
$\phi = 60^\circ$										
$\alpha = 1$	5.21	1.98	0.45	0.05	0.9752	762.82	1083.21	3.67	0.21	0.9921
$\alpha = 2$	4.39	1.61	0.47	0.05	0.9863	3.62	5.27	3.04	0.22	0.9938
$\alpha = 3$	1.55	0.73	0.62	0.06	0.9812	70736.96	143638.32	4.47	0.30	0.9872
$\alpha = 4$	3.88	1.53	0.50	0.05	0.9990	0.09	0.17	2.63	0.27	0.9798
$\phi = 75^\circ$										
$\alpha = 1$	3.02	1.28	0.53	0.06	0.9821	2694.81	4484.46	3.92	0.25	0.9934
$\alpha = 2$	1.85	0.77	0.61	0.06	0.9759	12.73	20.73	3.25	0.24	0.9648
$\alpha = 3$	2.18	0.91	0.58	0.06	0.9997	0.79	1.38	2.91	0.26	0.9920
$\alpha = 4$	2.35	0.99	0.56	0.06	0.9917	0.58	1.08	2.88	0.28	0.9960
$\phi = 90^\circ$										
$\alpha = 1$	1.73	0.83	0.55	0.07	0.9998	14936.32	25208.21	4.14	0.25	0.9806
$\alpha = 2$	1.38	0.69	0.58	0.07	0.9982	76.27	142.51	3.51	0.28	0.9905
$\alpha = 3$	1.98	0.94	0.54	0.07	0.9789	2.15	3.99	3.05	0.28	0.9717
$\alpha = 4$	2.21	1.00	0.52	0.06	0.9756	0.22	0.41	2.75	0.27	0.9651
αξονική	1.23	0.62	0.64	0.07	0.9950	0.02	0.05	2.45	0.44	0.9974

Ο Πίνακας 5.3 έχει τις παραμέτρους, καθώς και τις αβεβαιότητες, των μοντέλων παρεμβολής για τις συσχετίσεις $\overline{Nu} = f(Re)$ και $\dot{W} = f(\dot{V})$. Παρατηρείται ότι ο συντελεστής συσχέτισης Pearson (ο όρος r^2 , γνωστός και ως coefficient of determination) [36] προσέγγιζε, σε όλες της περιπτώσεις, την μονάδα. Αυτό είναι ενδεικτικό της καταλληλότητας των μοντέλων παρεμβολής, ως αρχική εκτίμηση τουλάχιστον. Για την ακρίβεια,

όσον αφορά την σχέση $\overline{Nu} = f(Re)$, είναι μια επιβεβαίωση της εμπειρικής σχέσης που προέκυψε από την βιβλιογραφία (βλ. υποενότητα 4.10).

Έχοντας πλέον αυτά τα δεδομένα, και εφαρμόζοντας τις σχέσεις 4.16 και 4.5, βρίσκουμε τους αντιπροσωπευτικούς Nusselt (Πίνακας 5.4) και τις αντιπροσωπευτικές τιμές ισχύος (Πίνακας 5.5). Τα διαγράμματα συσχέτισης αριθμών Nusselt-Reynolds (Σχήματα 5.3 με 5.6) και αυτά της Ισχύος-παροχής (Σχήματα 5.7 με 5.10) ακολουθούν των σχολιασμών.

Αντιπροσωπευτικοί Nusselt

Πίνακας 5.4 Αντιπροσωπευτικοί αριθμοί Nusselt

Γωνία βρόγχων	Αριθμός βρόγχων							
	$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		$\alpha = 3$		$\alpha = 4$	
	\overline{Nu}_{avg}	$\sigma_{\overline{Nu}_{avg}}$	\overline{Nu}_{avg}	$\sigma_{\overline{Nu}_{avg}}$	\overline{Nu}_{avg}	$\sigma_{\overline{Nu}_{avg}}$	\overline{Nu}_{avg}	$\sigma_{\overline{Nu}_{avg}}$
$\phi = 45^\circ$	160.04	14.12	144.58	4.95	137.40	2.20	135.80	4.92
$\phi = 60^\circ$	139.85	10.22	136.79	7.97	146.32	11.64	149.45	2.31
$\phi = 75^\circ$	143.31	10.05	155.79	15.69	147.35	1.54	140.88	6.99
$\phi = 90^\circ$	98.80	0.71	100.04	2.39	106.08	8.48	103.78	9.19

Οι διατάξεις βρόγχων παρουσίασαν, στην συντριπτική τους πλειοψηφία, μεγαλύτερο αντιπροσωπευτικό Nusselt από αυτόν της αξονικής ροής (128.41 ± 5.32). Μεταξύ αυτών, μέγιστη τιμή παρουσίασε η διάταξη 45 μοιρών και ενός βρόγχου (159.65 ± 13.97), ενώ ελάχιστη τιμή παρουσίασε η διάταξη 90 μοιρών και ενός βρόγχου (96.37 ± 0.69). Αυτό έρχεται σε συμφωνία με παρόμοια έρευνα στην ίδια πειραματική διάταξη [63].

Να σημειωθεί εδώ ότι ενώ οι διατάξεις βρόγχων ενδείκνυνται για σκοπούς ψύξης, δεν έχουν πρακτική εφαρμογή σε εφαρμογές θέρμανσης του εργαζόμενου μέσου. Σύμφωνα με τους Farias Neto, Legentilhomme και Legrand [23], κοντά στον εξωτερικό κύλινδρο, η τοπική ένταση στροβιλισμού είναι πάντα μεγαλύτερη αυτής του εσωτερικού, γεγονός που εξηγεί γιατί η μεταφορά μάζας στο εξωτερικό κύλινδρο είναι μεγαλύτερος από αυτόν που μετράται στον εσωτερικό του δακτυλίου [43, 44].

Τα σφάλματα των μετρήσεων κυμάνθηκαν σε σχετικά ικανοποιητικά όρια, με μέγιστο 9.6 % της ένδειξης και ελάχιστο 1.2 % της ένδειξης.

Αντιπροσωπευτικές τιμές ισχύος

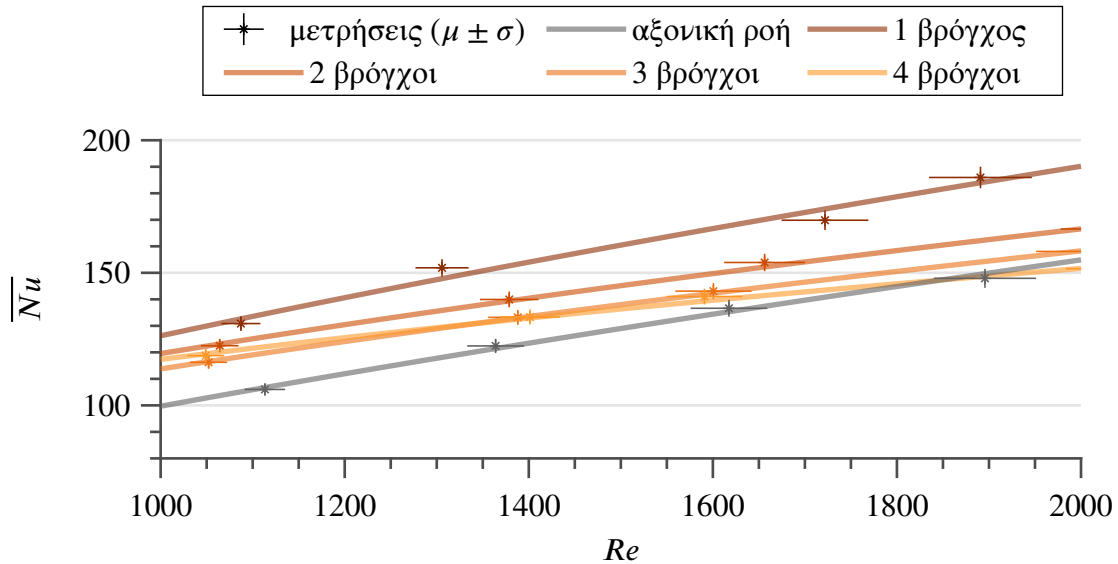
Πίνακας 5.5 Μέση καταναλισκόμενη ισχύς

Γωνία βρόγχων	Αριθμός βρόγχων							
	$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		$\alpha = 3$		$\alpha = 4$	
	\dot{W}_{avg}	$\sigma_{\dot{W}_{avg}}$	\dot{W}_{avg}	$\sigma_{\dot{W}_{avg}}$	\dot{W}_{avg}	$\sigma_{\dot{W}_{avg}}$	\dot{W}_{avg}	$\sigma_{\dot{W}_{avg}}$
$\phi = 45^\circ$	18.78	16.96	4.06	2.94	2.32	4.37	1.59	4.38
$\phi = 60^\circ$	17.35	16.14	5.17	4.06	8.60	4.48	2.08	2.61
$\phi = 75^\circ$	12.12	3.01	4.56	4.49	2.82	1.36	2.50	0.95
$\phi = 90^\circ$	14.86	5.32	5.24	1.09	2.98	3.06	2.20	3.72

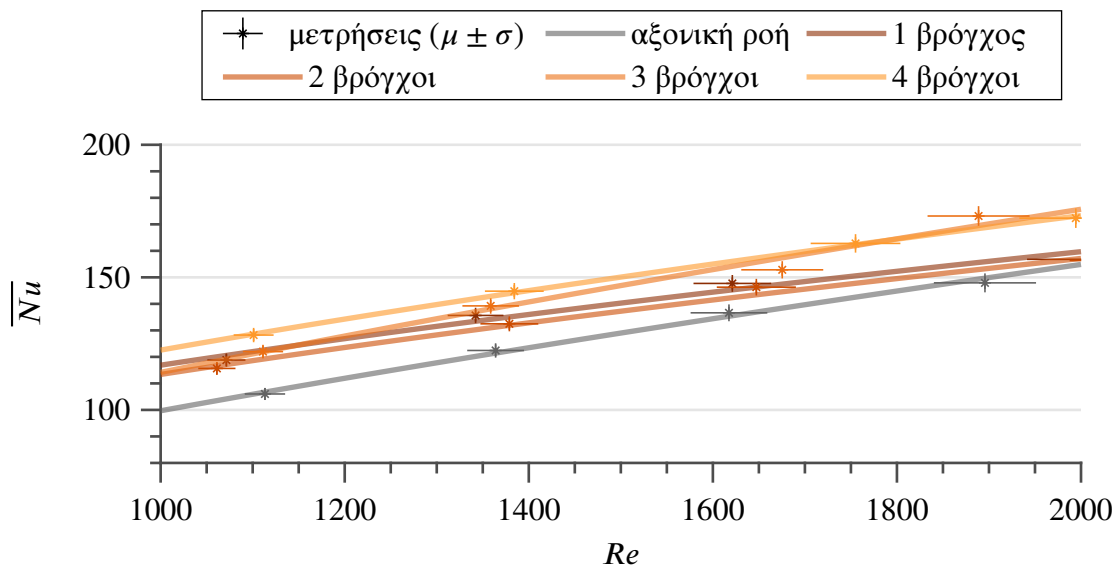
Όπως δείχνει ο Πίνακας 5.5, όλες οι διατάξεις βρόγχων απαιτούσαν περισσότερη ισχύ για να εξασφαλίσουν ίδιες συνθήκες ροής με αυτήν της αξονικής. Η αξονική ροής είχε ως αντιπροσωπευτική τιμή ισχύος 1.21 ± 0.43 W. Μεταξύ των διατάξεων βρόγχου, μέγιστη καταναλισκόμενη ισχύ παρουσίασε η διάταξη 45 μοιρών και ενός βρόγχου (18.78 ± 16.69 W), ενώ ελάχιστη παρουσίασε η διάταξη 45 μοιρών και τεσσάρων βρόγχων (1.59 ± 4.39 W). Αυτό έρχεται σε αντίθεση με τη βιβλιογραφία [23]. Στη διάταξη βρόγχων 90 μοιρών, το ρευστό εγχέεται κάθετα στον άξονα συμμετρίας του δακτυλιοειδούς σωλήνα, με αποτέλεσμα η αξονική συνιστώσα (z) της ορμής να είναι μηδενική, προκαλώντας κατ' αυτόν τον τρόπο μεγάλες απώλειες πίεσης.

Τα σφάλματα των μετρήσεων ήταν αρκετά αισθητά, της τάξεως του 300 %. Αυτό καθιστά την όποια αξιολόγηση, και πόσο μάλλον σύγκρισή τους, αναξιόπιστη. Μέγιστο σφάλμα μέτρησης παρουσίασε η διάταξη 90 μοιρών και τεσσάρων βρόγχων (315.11 % της ένδειξης), ενώ ελάχιστο είχε η διάταξη 75 μοιρών και τριών βρόγχων (25 % της ένδειξης). Αυτή η τάξη μεγεθών σχετικών σφαλμάτων είναι απόρροια των αβεβαιοτήτων των σχετικών μοντέλων παρεμβολής όπως δείχνει ο Πίνακας 5.3.

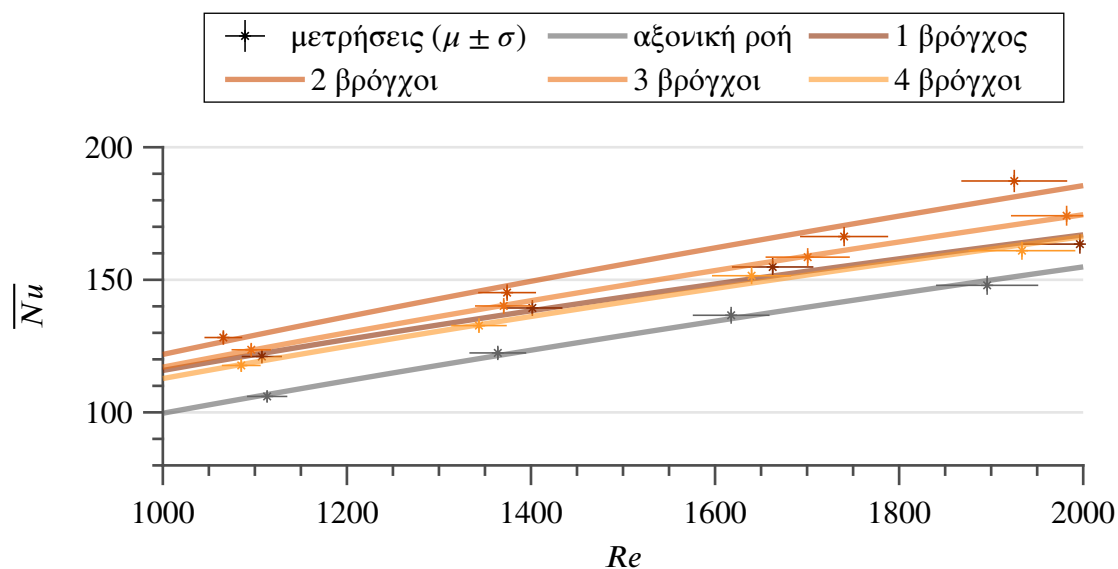
Μία εύλογη παρατήρηση εδώ είναι η αντίφαση που δημιουργείται μεταξύ του, κατά γενική ομολογία, αποδεκτού συντελεστή Pearson και τις μεγάλες αβεβαιότητες που φέρουν οι παράμετροι των μοντέλων παρεμβολής a, b . Αυτό είναι ξεκάθαρα πταίσμα της παρούσας έρευνας. Ενώ ο συντελεστής προσδιορισμού είναι μία καλή ένδειξη της εγκυρότητας της παρεμβολής, δεν είναι η μόνη ένδειξή της. Ιδανικά θα έπρεπε, μεταξύ άλλων, να υπολογιστεί και ο αμερόληπτος συντελεστής συνδιασποράς (residual sum of squares, SSres) [49] για να γίνει εκτίμηση της εγγύτητας των πειραματικών δεδομένων.



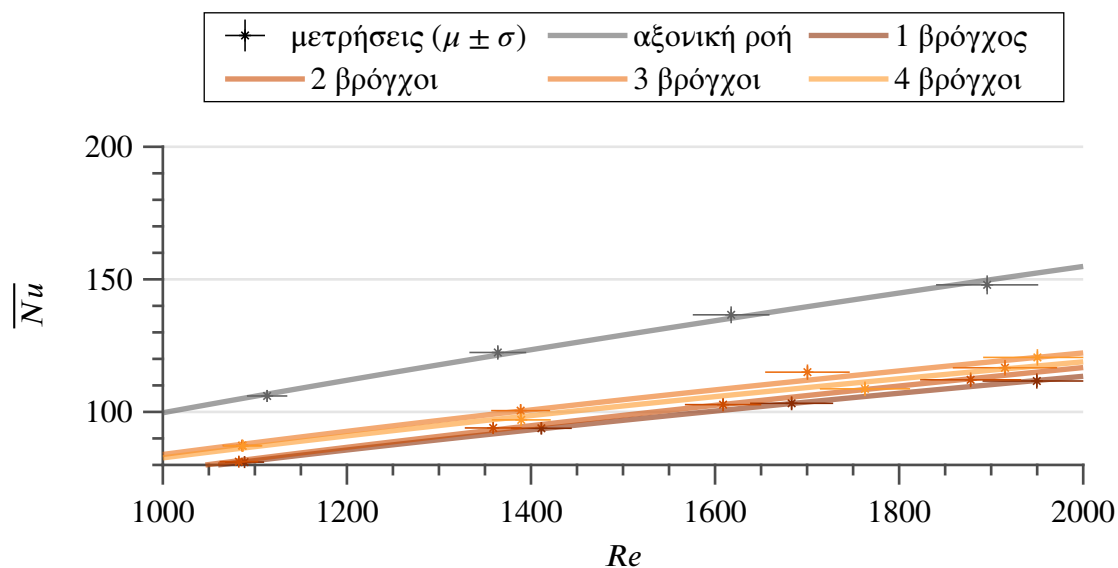
Σχήμα 5.3 Συσχέτιση μέσου Nusselt και Reynolds για διατάξεις βρόγχου 45°



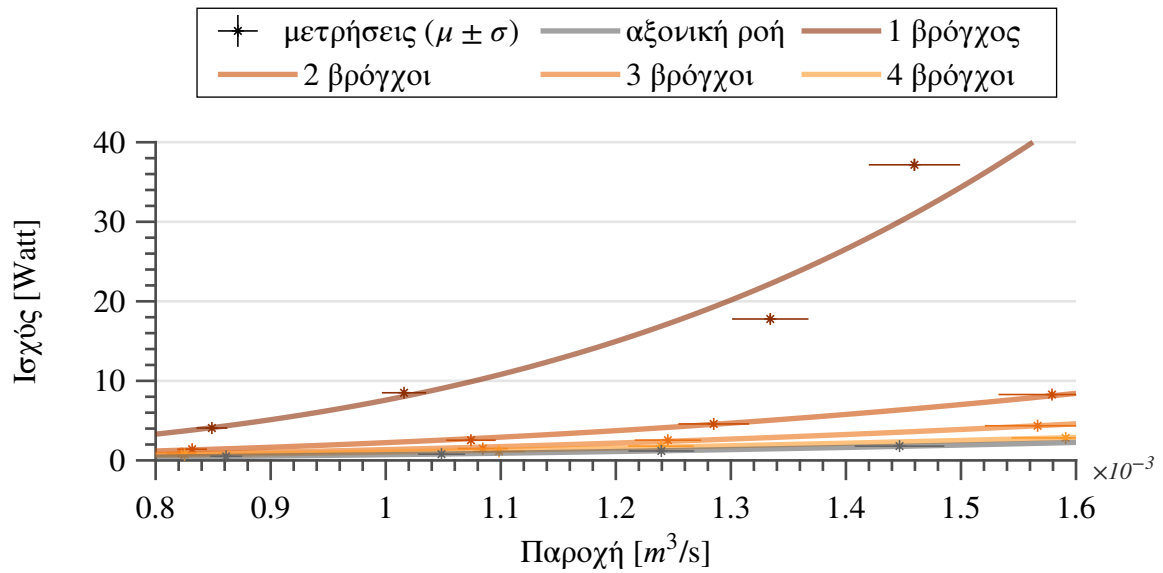
Σχήμα 5.4 Συσχέτιση μέσου Nusselt και Reynolds για διατάξεις βρόγχου 60°



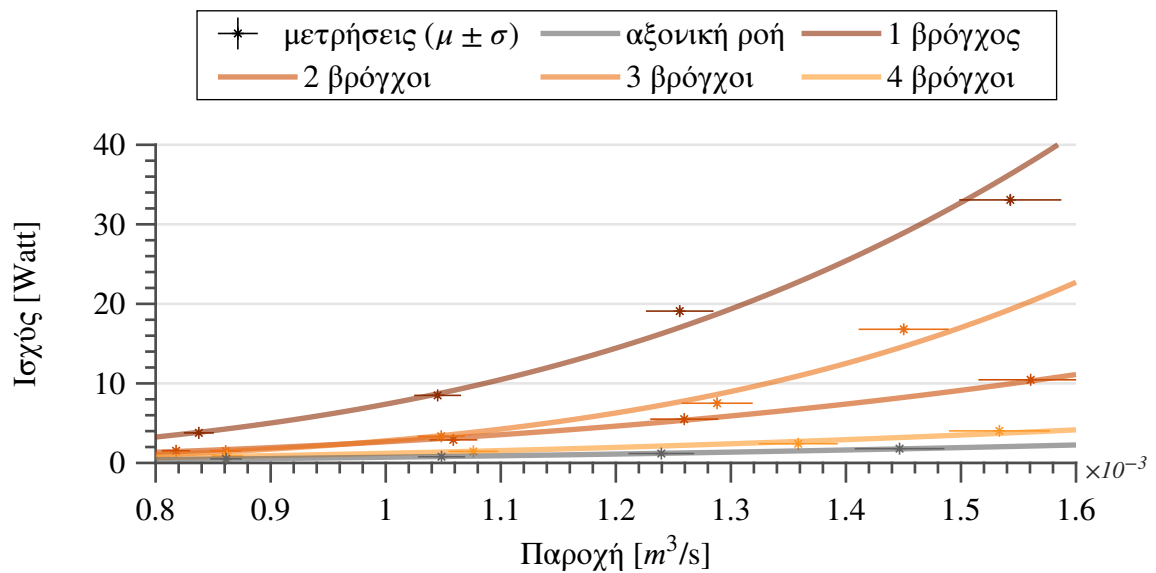
Σχήμα 5.5 Συσχέτιση μέσου Nusselt και Reynolds για διατάξεις βρόγχου 75°



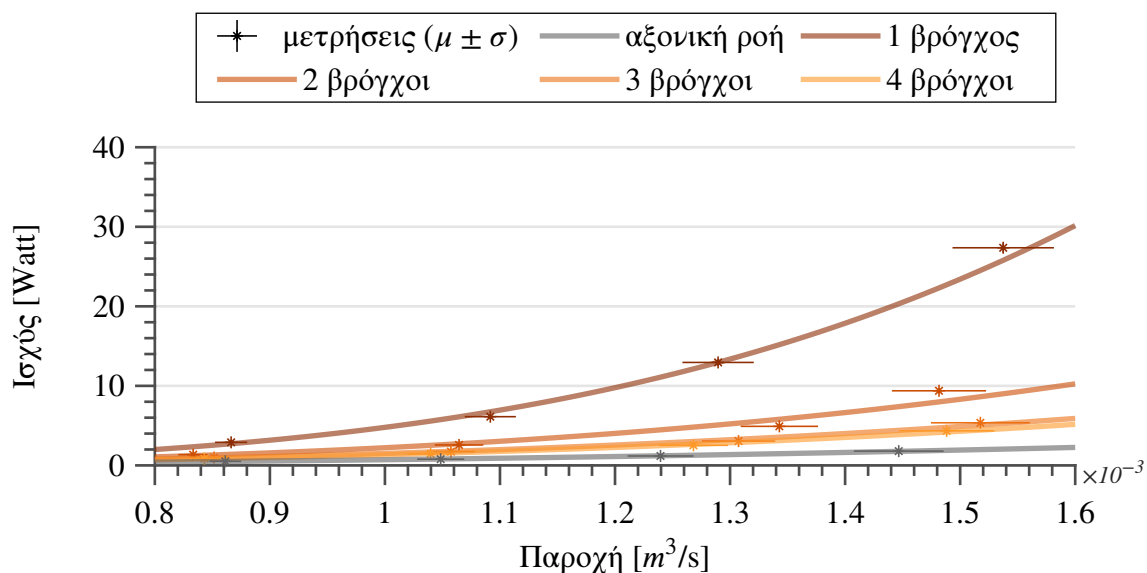
Σχήμα 5.6 Συσχέτιση μέσου Nusselt και Reynolds για διατάξεις βρόγχου 90°



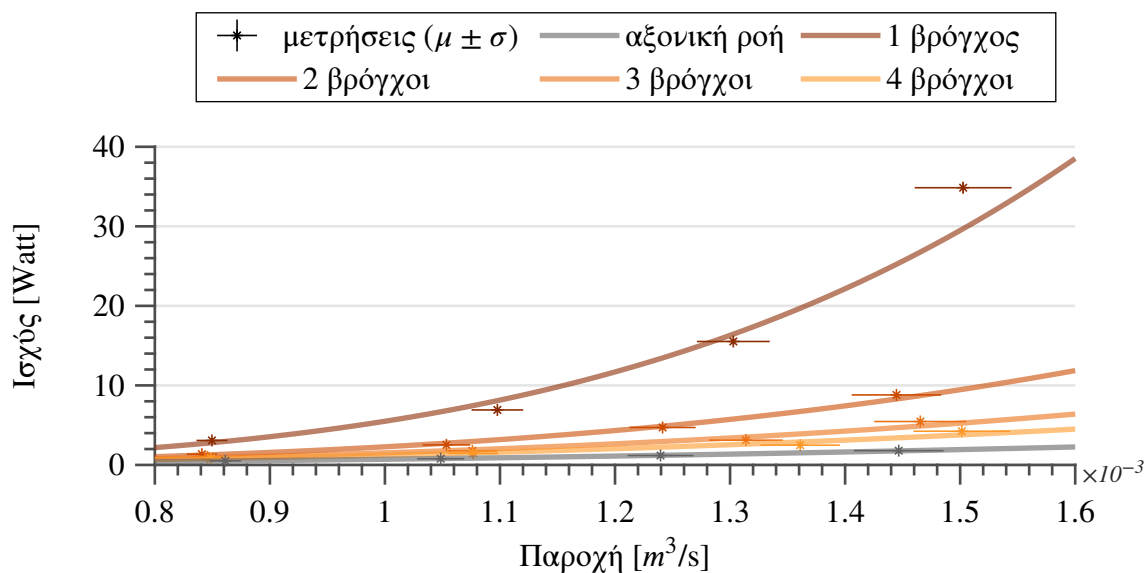
Σχήμα 5.7 Συσχέτιση καταναλισκόμενης ισχύος και παροχής για διατάξεις βρόγχου 45°



Σχήμα 5.8 Συσχέτιση καταναλισκόμενης ισχύος και παροχής για διατάξεις βρόγχου 60°



Σχήμα 5.9 Συσχέτιση καταναλισκόμενης ισχύος και παροχής για διατάξεις βρόγχου 75°



Σχήμα 5.10 Συσχέτιση καταναλισκόμενης ισχύος και παροχής για διατάξεις βρόγχου 90°

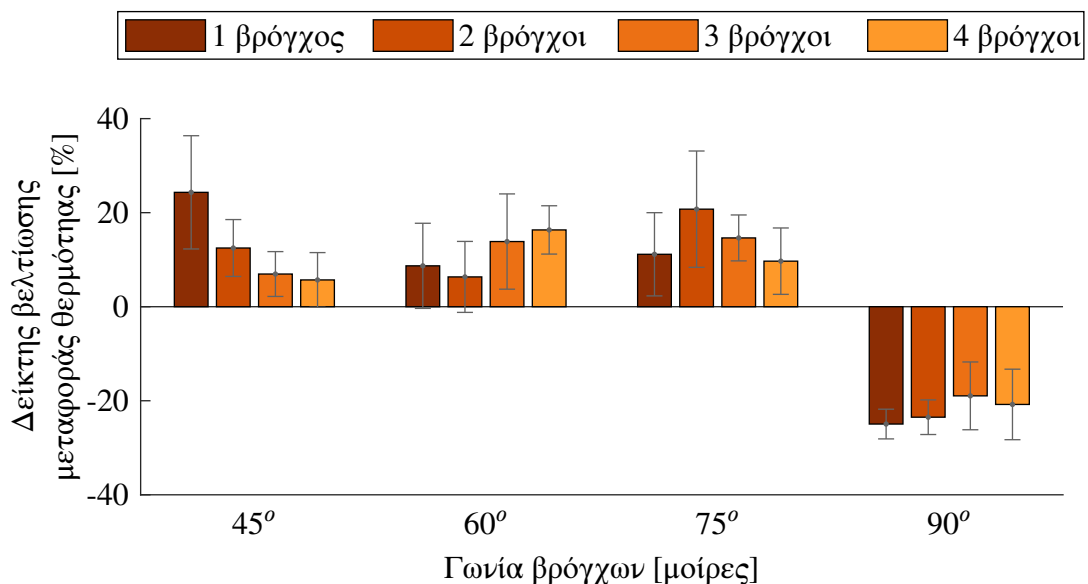
5.3 Δείκτες βελτίωσης

Μέσω των αντιπροσωπευτικών αριθμών Nusselt και τιμών ισχύος, και λαμβάνοντας υπόψη το ποσό ροής θερμότητας που έλαβε ο αέρας για κάθε διάταξη (βλ. σχέση 4.17), βρίσκουμε πλέον σε θέση να κρίνουμε την βελτίωση (όπου αυτή υπήρξε) των διατάξεων βρόγχων σε σύγκριση με αυτήν της αξονικής ροής.

Δείκτης βελτίωσης μεταφοράς θερμότητας (HTII)

Πίνακας 5.6 Δείκτης βελτίωσης μεταφοράς θερμότητας [%] (HTII)

Γωνία βρόγχων	Αριθμός βρόγχων							
	$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		$\alpha = 3$		$\alpha = 4$	
	HTII	σ_{HTII}	HTII	σ_{HTII}	HTII	σ_{HTII}	HTII	σ_{HTII}
$\phi = 45^\circ$	24.32	12.04	12.48	6.05	6.95	4.77	5.70	5.81
$\phi = 60^\circ$	8.69	9.05	6.34	7.55	13.86	10.13	16.33	5.14
$\phi = 75^\circ$	11.15	8.85	20.75	12.37	14.63	4.88	9.69	7.06
$\phi = 90^\circ$	-24.95	3.16	-23.50	3.68	-18.96	7.21	-20.78	7.50



Σχήμα 5.11 Δείκτης βελτίωσης μεταφοράς θερμότητας (HTII) για κάθε συνδυασμό γωνίας και αριθμών βρόγχου σε σύγκριση με την απλή περίπτωση αξονικής ροής.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.11, οι περισσότερες διατάξεις βρόγχων παρουσίασαν βελτίωση μεταφοράς θερμότητας. Μόνο αυτές με κλίση βρόγχων 90 μοιρών δεν παρουσίασαν βελτίωση. Μεταξύ αυτών, μέγιστη βελτίωση παρουσίασε η διάταξη 45 μοιρών και ενός βρόγχου ($24.32 \pm 12.04 \%$), ενώ ελάχιστη τιμή παρουσίασε η διάταξη 90 μοιρών και ενός βρόγχου ($-24.45 \pm 3.16 \%$).

Σχετικά με τις αβεβαιότητες των μετρήσεων, αυτές κυμαίνονται από 101.35 % της ένδειξης για την διάταξη 45 μοιρών και τεσσάρων βρόγχων, μέχρι 13.16 % για την διάταξη 90 μοιρών και τεσσάρων βρόγχων. Η πλειονότητα των τιμών δεν είναι αξιόπιστη. Τα σφάλματα των σταθερών μοντέλων παρεμβολής (βλ. Πίνακας 5.3) φαίνεται να επισύρουν τους υπολογισμούς δεικτών.

Δείκτης βελτίωσης καταναλισκόμενης ισχύος (PII)

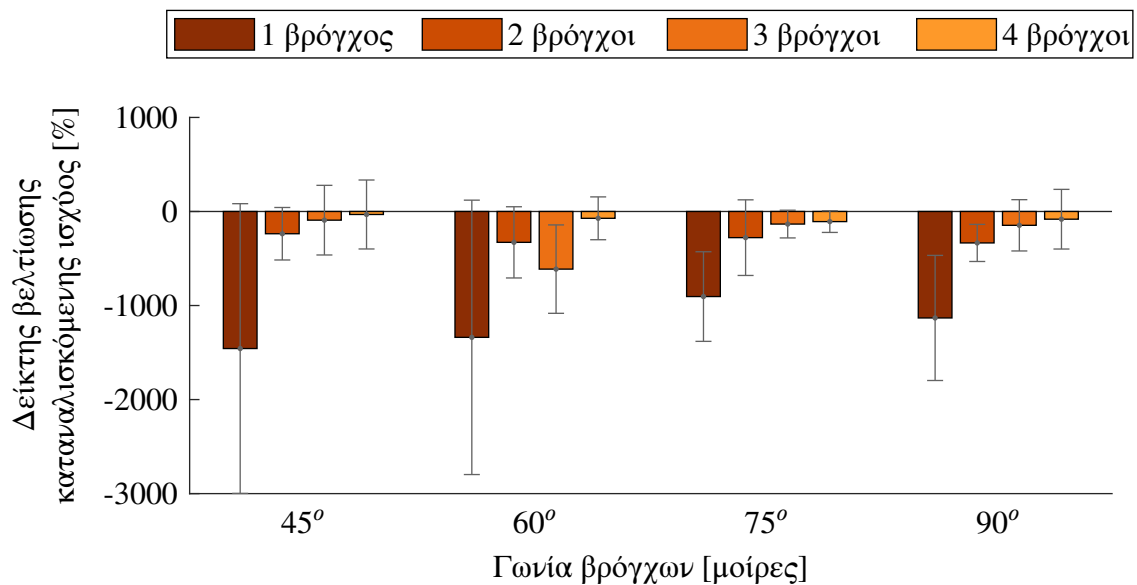
Πίνακας 5.7 Δείκτης βελτίωσης καταναλισκόμενης ισχύος [%] (PII)

Γωνία βρόγχων	Αριθμός βρόγχων							
	$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		$\alpha = 3$		$\alpha = 4$	
	PII	σ_{PII}	PII	σ_{PII}	PII	σ_{PII}	PII	σ_{PII}
$\phi = 45^\circ$	-1457.43	1540.37	-236.65	279.08	-92.32	370.21	-31.95	366.66
$\phi = 60^\circ$	-1338.43	1458.93	-328.27	378.62	-612.90	470.01	-72.60	227.72
$\phi = 75^\circ$	-904.64	476.40	-278.18	402.08	-133.91	147.19	-107.60	115.17
$\phi = 90^\circ$	-1132.16	665.14	-334.46	197.27	-147.15	272.66	-82.05	317.21

Όπως και ήταν αναμενόμενο από τις αντιπροσωπευτικές τιμές ισχύος, δεν υπάρχει βελτίωση όσον αφορά την απαιτούμενη ισχύ στις διατάξεις βρόγχου. Ωστόσο, μέγιστη βελτίωση παρουσίασε η διάταξη 45 μοιρών και τεσσάρων βρόγχων ($-31.95 \pm 366.66 \%$), ενώ ελάχιστη η διάταξη 45 μοιρών και ενός βρόγχου ($-1457.43 \pm 1540.37 \%$).

Παρατηρώντας όλους τους δείκτες στο Σχήμα 5.12, συμπεραίνουμε για τις εξεταζόμενες διατάξεις βρόγχων ότι αυξανόμενου του αριθμού βρόγχων, βελτιώνεται ο δείκτης βελτίωσης ισχύος. Αυτό συμβαίνει διότι για να εξασφαλιστούν οι εκάστοτε συνθήκες ροής, για μικρό αριθμό βρόγχων, απαιτείται η έγχυση ρευστού από μικρότερη επιφάνεια και ως εκ τούτου έχει περισσότερες απώλειες.

Τα σφάλματα των μετρήσεων ήταν πολύ άνω του αποδεκτού ορίου. Μέγιστο σφάλμα μέτρησης παρουσίασε η διάταξη 45 μοιρών και τεσσάρων βρόγχων (1180.64 % της ένδειξης), ενώ ελάχιστο είχε η διάταξη 75 μοιρών και τριών βρόγχων (58.74 % της ένδειξης).



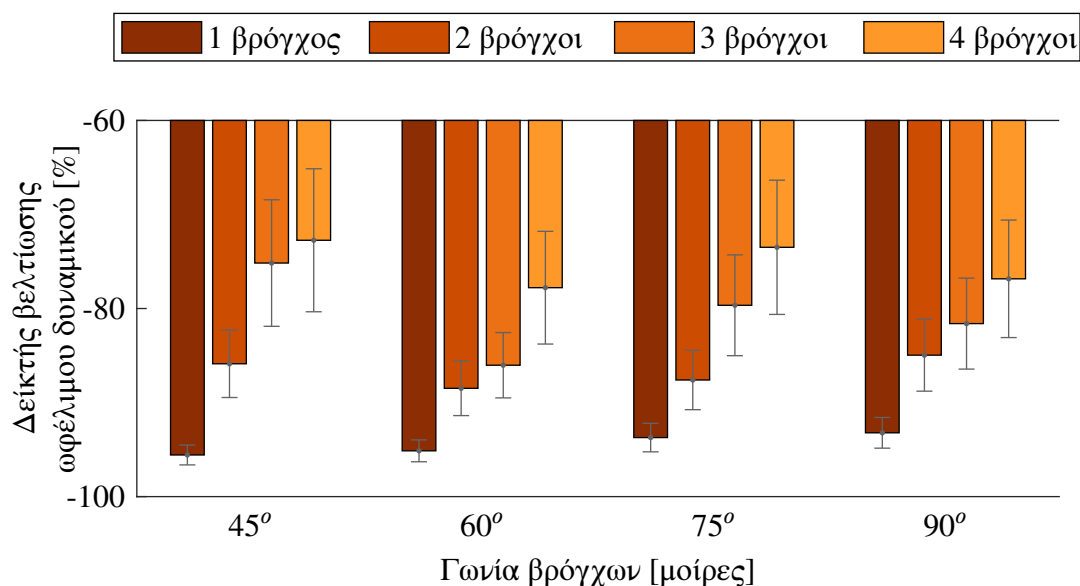
Σχήμα 5.12 Δείκτης βελτίωσης καταναλισκόμενης ισχύος (PII) για κάθε συνδυασμό γωνίας και αριθμών βρόγχων σε σύγκριση με την απλή περίπτωση αξονικής ροής.

Δείκτης βελτίωσης ωφέλιμου δυναμικού (PEI)

Πίνακας 5.8 Δείκτης βελτίωσης ωφέλιμου δυναμικού [%] (PEI)

Γωνία βρόγχων	Αριθμός βρόγχων							
	$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		$\alpha = 3$		$\alpha = 4$	
	PEI	σ_{PEI}	PEI	σ_{PEI}	PEI	σ_{PEI}	PEI	σ_{PEI}
$\phi = 45^\circ$	-88.93	2.64	-64.69	8.97	-37.91	16.82	-31.86	19.01
$\phi = 60^\circ$	-87.83	2.91	-71.22	7.25	-65.07	8.68	-44.46	14.98
$\phi = 75^\circ$	-84.31	3.79	-69.00	7.89	-49.14	13.40	-33.73	17.84
$\phi = 90^\circ$	-83.04	4.08	-62.40	9.57	-54.01	12.09	-42.10	15.62

Το αξιοποιήσιμο δυναμικό, για όλες τις διατάξεις βρόγχου, ήταν αρνητικό. Η ροή ηλεκτρικής ενέργειας (δηλαδή η καταναλισκόμενη ισχύς του ανεμιστήρα) αξιοποιήθηκε πιο αποδοτικά στην αύξηση της ροής θερμικής ενέργειας προς τον αέρα, στη διάταξη αξονικής ροής. Αν περιοριστούμε όμως στις διατάξεις βρόγχων, η ροή ηλεκτρικής ενέργειας του ανεμιστήρα, αξιοποιήθηκε καλύτερα για το σύστημα 45 μοιρών και ενός βρόγχου (-31.86 ± 19.01 %), και δυσμενέστερα για το σύστημα 45 μοιρών και τεσσάρων βρόγχων (-88.93 ± 2.64 %).



Σχήμα 5.13 Δείκτης βελτίωσης ωφέλιμου δυναμικού (PEI) για κάθε συνδυασμό γωνίας και αριθμών βρόγχου σε σύγκριση με την απλή περίπτωση αξονικής ροής.

Παρατηρώντας όλους τους δείκτες στο Σχήμα 5.13, μπορούμε να συμπεράνουμε για τις εξεταζόμενες διατάξεις βρόγχων ότι αυξανόμενου του αριθμού βρόγχων, βελτιώνεται ο δείκτης ωφέλιμου δυναμικού. Αυτό είναι απόρροια της φύσεως των γεωμετρικών χαρακτηριστικών των διατάξεων. Με περισσότερους βρόγχους, η περιδίνηση έχει περισσότερα μέτωπα να εξελιχθεί, με αποτέλεσμα την ενίσχυση της μεταφοράς θερμότητας, ενώ ταυτόχρονα μειώνονται οι απώλειες πίεσης άρα και απαιτούμενης ισχύος.

Όσον αφορά τις αβεβαιότητες των μετρήσεων, αυτές κυμαίνονται από 59.64 % της ένδειξης για την διάταξη 45 μοιρών και τεσσάρων βρόγχων, μέχρι 2.90 % για την διάταξη 45 μοιρών και ενός βρόγχου. Η πλειονότητα των τιμών δεν είναι αξιόπιστη, για άλλη μια φορά δυστυχώς. Βάσει των τιμών αβεβαιοτήτων στον Πίνακα 5.8, διακρίνεται ότι ο αριθμός βρόγχων παίζει σημαντικό ρόλο στην αβεβαιότητα των μετρήσεων - αυξανόμενου του αριθμού βρόγχων, η αβεβαιότητα αυξάνεται. Αυτή η συμπεριφορά οφείλεται στην αντιπροσωπευτική τιμή ισχύος (βλ. σχέση 4.20). Όπως δείχνει ο Πίνακας 5.3, οι αβεβαιότητες στα μοντέλα παρεμβολής σ_a , σ_b , είναι μεγαλύτερες για αυξανόμενο αριθμό βρόγχων.

Κεφάλαιο 6

Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα

“The main thing is to keep the main thing the main thing.”

– Tom Curran, *Air Force Research Laboratory*

Η παρούσα πτυχιακή εργασία επικεντρώθηκε στην τεχνική έγχυσης ρευστού μέσω βρόγχων με σκοπό τη δημιουργία περιδούμενης ροής, και την ενίσχυση της μεταφοράς θερμότητας, κάνοντας χρήση πειραματικών μεθόδων. Η εργασία κινήθηκε σε δύο άξονες: (i) ανάλυση αβεβαιότητας των βασικών υπολογισθέντων θερμοδυναμικών μεγεθών και (ii) την περαιτέρω επεξεργασία των μεγεθών αυτών για τον προσδιορισμό της επίδρασης του αριθμού (α) και κλίσης (ϕ) βρόγχων στη μετάδοση θερμότητας.

Σκοπός ήταν ναδειχτεί ότι οι περιδινόμενες ροές μπορούν να βελτιώσουν τη μετάδοση θερμότητας. Τα πειράματα έλαβαν χώρα σε αγωγό δακτυλιοειδούς διατομής σε συνθήκες στρωτής ροής, για εύρη αριθμού Reynolds 1100 με 2000. Κατά την μελέτη διερευνήθηκαν (i) η θερμοκρασιακή ομοιογένεια, (ii) η βελτίωση μετάδοσης θερμότητας, (iii) η βελτίωση καταναλισκόμενης ισχύος και (iv) η βελτίωση ωφέλιμου δυναμικού. Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στην επιμελή διάδοση σφαλμάτων, για όλο το φάσμα των υπολογισμών.

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν είναι ενθαρρυντικά όσον αφορά την ομοιόμορφη ψύξη και τη μετάδοση θερμότητας, και μπορούν να αποτελέσουν βάση για μελλοντική διερεύνηση της συγκεκριμένης μεθόδου έγχυσης ρευστού. Συγκεκριμένα, διαπιστώθηκε ότι οι περιδινόμενες ροές μπορούν να ενισχύσουν τη μετάδοση θερμότητας μέχρι και 24.23 %. Παρατηρήθηκε ότι η κλίμακα ενίσχυσης έχει άμεση σχέση με τον αριθμό και την κλίση των βρόγχων. Οι διατάξεις με άρτιο αριθμό βρόγχων παρουσίασαν πιο ομοιογενή ψύξη συγκριτικά αυτών με περιττό αριθμό βρόγχων. Επίσης, για διατάξει με βρόγχους κλίσης 90 μοιρών, παρουσιάστηκε μείωση της μετάδοσης θερμότητας που έφτανε μέχρι και 24.45 %.

Όσον αφορά την καταναλισκόμενη ισχύ και το ωφέλιμο δυναμικό, δεν παρουσιάστηκε βελτίωση σε καμία από τις διατάξεις. Αυτό ήταν αναμενόμενο λαμβάνοντας υπόψη τη φύση των περιδινούμενων ροών. Η μέγιστη απαιτούμενη ισχύς ήταν 1457.43 % περισσότερη της αξονικής, ενώ η χαμηλότερη τιμή ωφέλιμου δυναμικού έφτασε το 88.93 % της αξονικής.

Στην ανάλυση αβεβαιότητας, τα σφάλματα στα αποτελέσματα των αρχικών υπολογισμών βρίσκονται σε ανεκτά όρια, μικρότερα του 4.5 % των ενδείξεων. Ωστόσο, οι τοπικοί Nusselt παρουσίασαν αβεβαιότητες που κυμάνθηκαν από 5 % μέχρι 8 % της ένδειξής τους.

Στον υπολογισμό των δεικτών βελτίωσης, οι αβεβαιότητες φάνηκαν να «ξεφεύγουν», κατακρημνίζοντας έτσι την όποια υπόσταση είχαν τα τελικά αποτελέσματα. Συγκεκριμένα, τα σφάλματα ενδείξεων θερμικής βελτίωσης κυμάνθηκαν από 13.16 % μέχρι 101.35 % της ένδειξης, αυτά της βελτίωσης κατανάλωσης ισχύος από 58.74 % μέχρι 1180.64 % (ναι ξέρω, είναι πολύ!) της ένδειξης και αυτά του ωφέλιμου δυναμικού από 2.9 % μέχρι 59.64 % της ένδειξης.

Αυτό είναι ενδεικτικό των περιορισμών (ή των ελλিপών υποθέσεων) που έχει η χρησιμοποιηθείσα ανάλυση και καθίσταται εμφανές ότι η μεθοδολογία οφείλει να επαναξιολογηθεί ως προς την καταλληλότητά της. Το μέγεθος των σφαλμάτων αυτών οφείλεται, κατά κύριο λόγο, στις αβεβαιότητες των παραμέτρων του εκάστοτε μοντέλου παλινδρόμησης, σ_a και σ_b , οι οποίες είναι με τη σειρά τους απόρροια των αβεβαιοτήτων των υπολογισθέντων μεγεθών. Επίσης, όπως και αναφέρθηκε στην υποενότητα 4.2.3, οι μεγάλες τιμές αβεβαιοτήτων υποβαθμίζουν την εγκυρότητα της αριθμητικής μεθόδου υπολογισμού των μερικών παραγώγων, που χρησιμοποιήθηκε στη διάδοση των σφαλμάτων (βλ. Αλγόριθμο Γ'.4).

Ο συγγραφέας προτείνει την πιο ενδελεχή μοντελοποίηση σχέσεων συσχέτισης, με χρήση κατάλληλου στατιστικού προγράμματος, καθώς επίσης και μία πιο στιβαρή διαδικασία εύρεσης σφαλμάτων και ακριβέστερης αξιολόγησης διάδοσής τους. Κάτι τέτοιο θα περιλάμβανε την εφαρμογή βαθμονόμησης για κάθε μετρητικό όργανο, δηλαδή τη βαθμονόμηση βάσει της μεγαλύτερης δυνατής μονάδας του συνολικού συστήματος μέτρησης (end-to-end system calibration) [31]. Επίσης η ανάλυση αβεβαιότητας θα μπορούσε να εφαρμοστεί πριν και κατά τη διάρκεια των πειραματικών διεργασιών, για μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα των σφαλμάτων 1^{ης} και N^{ης} τάξεως ξεχωριστά όπως περιγράφουν οι Hugh W. Coleman [31] και οι Robert J. Moffat [62].

Για την περαιτέρω πειραματική διερεύνηση της ενίσχυσης μετάδοσης θερμότητας των διατάξεων βρόγχων, προτείνεται χρήση PIV (Particle Image Velocimetry) ούτως ώστε να υπάρχουν πειραματικά δεδομένα που αφορούν το πεδίο ταχύτητας. Τούτου λεχθέντος, η πειραματική διάταξη θα μπορούσε να εξοπλιστεί με θερμοστοιχεία που να λαμβά-

νουν τοπικές θερμοκρασίες στην εσωτερική επιφάνεια του εξωτερικού κυλίνδρου, ούτως ώστε να υπάρχει μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα για τη θερμοδυναμική συμπεριφορά του συστήματος.

Δυστυχώς οι συσχετίσεις $\overline{Nu} = f(Re)$ δεν μπόρεσαν να συγκριθούν με αντίστοιχες της βιβλιογραφίας για τον πολύ απλό λόγο ότι παρεμφερείς πειραματικές εργασίες διαπραγματεύονται πεδία τυρβώδων ροών. Ως εκ τούτου, προτείνεται η επέκταση της πειραματικής διερεύνησης των διατάξεων βρόγχων σε τυρβώδη πεδία ροής, τα οποία παρουσιάζουν αρκετά διαφορετικό υδροδυναμικό χαρακτήρα με τα συγκρινόμενα στρωτά [18, 17, 19].

Ένα άλλο ζητούμενο της μελλοντικής έρευνας είναι η χρήση των μεθόδων Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (Computational Fluid Dynamics) στη βελτιστοποίηση της μετάδοσης θερμότητας για τις διατάξεις βρόγχων. Μια τέτοια υπολογιστική διαδικασία όχι μόνο θα έδινε εκτιμήσεις για την περιγραφή του πεδίου ροής, αλλά και θα διευκόλυνε, κατά κόρον, στην βελτιστοποίηση των διατάξεων βρόγχων, με την ανάπτυξη πολλαπλών παραμετρικών μελετών και ανάλυσης ευαισθησίας των σημαντικότερων παραμέτρων που διέπουν την εκάστοτε διάταξη. Επίσης, θα μπορούσαν να δοκιμαστούν διάφορες διατάξεις, για πολλές συνθήκες, σε σχετικά λιγότερο χρόνο με μόνες επιβαρύνσεις αυτές της υπολογιστικής ισχύος και του υπολογιστικού χρόνου.

Κλείνοντας, δεδομένης της ύπαρξης πειραματικών και υπολογιστικών τιμών, προτείνεται η χρήση τεχνικών ανάλυσης δεδομένων μέσω μεθόδων Τεχνητής νοημοσύνης (AI) και Μηχανικής εκμάθησης (ML). Αν και σχετικά πρόσφατος κλάδος της ρευστοδυναμικής [80, 14], φαίνεται να παντρεύει τις παραδοσιακές μεθόδους επίλυσης, ενσωματώνοντας πειραματικά και υπολογιστικά δεδομένα, και παρέχοντας κατ' αυτόν τον τρόπο μια διαφορετική οπτική στην βελτιστοποίηση και την παραμετρική ανάλυση στην οποία έκανε νύξη η συγκεκριμένη εργασία.

Βιβλιογραφία

- [1] Yasir M Al-Abdeli and Assaad R Masri. “Recirculation and flowfield regimes of unconfined non-reacting swirling flows.” In: *Experimental Thermal and Fluid Science* 27.5 (May 2003), pp. 655–665. doi: 10.1016/s0894-1777(02)00280-7.
- [2] R. B. Abernathy et al. *Handbook, Uncertainty in Gas Turbine Measurements*, AEDC-TR-73-5, AD 755356. Tech. rep. Feb. 1973. doi: 10.21236/ad0755356.
- [3] Tetsuo Akiyama, Taketoshi Marui, and Motomi Kono. “Experimental investigation on the dust collection efficiency of a straight-through cyclone with air suction by means of secondary rotational air charge.” In: *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development* 25.4 (Oct. 1986), pp. 914–918. doi: 10.1021/i200035a013.
- [4] Kai Oliver Arras. *An Introduction To Error Propagation: Derivation, Meaning and Examples of Equation $C_y = J_x C_x J_x^T$* , EPFL-ASL-TR-98-01 R3. Tech. rep. Sept. 1998.
- [5] George Keith Batchelor. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, Feb. 2000. doi: 10.1017/cbo9780511800955.
- [6] A. E. Bergles, R. L. Bunn, and G. H. Junkhan. “Extended performance evaluation criteria for enhanced heat transfer surfaces.” In: *Letters Heat Mass Transfer* 1 (1974), pp. 113–120.
- [7] Arthur E. Bergles. “Techniques to augment heat transfer.” In: *Handbook of Heat Transfer*. Nov. 1991, pp. 11.1–11.60.
- [8] Theodore L. Bergman et al. *Fundamentals of heat and mass transfer*. Hoboken, NJ: Wiley, 2011.
- [9] Philip R. Bevington and D. Keith Robinson. *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*. Boston: McGraw-Hill, 2003.
- [10] F. Blackwelder R .and Kreith. “An experimental investigation of heat transfer and pressure drop in a decaying swirl flow.” In: *Trans. ASME Augmentation of Convective Heat and Mass Transfer* (1970), pp. 102–108.

- [11] Harold A. Blum and Larry R. Oliver. “Heat transfer in a decaying vortex system.” In: *MECHANICAL ENGINEERING*. Vol. 89. 3. ASME-AMER SOC MECHANICAL ENG 345 E 47TH ST, NEW YORK, NY 10017. 1967, p. 77.
- [12] Alessandro Bottaro et al. “Laminar swirling flow and vortex breakdown in a pipe.” In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 89.1-3 (Aug. 1991), pp. 41–57. doi: 10.1016/0045-7825(91)90036-6.
- [13] SI Brochure. *Le Système international d’unités; The International System of Units, ; Bureau International des Poids et Mesures*, 2019. 2019.
- [14] Steven L. Brunton. “Applying machine learning to study fluid mechanics.” In: *Acta Mechanica Sinica* (Jan. 2022). doi: 10.1007/s10409-021-01143-6.
- [15] F. M. Bsebsu and G. Bede. “Theoretical study in Single-Phase Forced-Convection Heat Transfer Characteristics for Narrow Annuli Fuel Coolant Channels.” In: *Periodica Polytechnica Mechanical Engineering* 46 (2002), pp. 15–27.
- [16] F. Chang and V. K. Dhir. “Mechanisms of heat transfer enhancement and slow decay of swirl in tubes using tangential injection.” In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 16.2 (Apr. 1995), pp. 78–87. doi: 10.1016/0142-727x(94)00016-6.
- [17] Baiman Chen et al. “Fluid dynamics and heat transfer investigations of swirling decaying flow in an annular pipe Part 1: Review, problem description, verification and validation.” In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 97 (June 2016), pp. 1029–1043. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.07.129.
- [18] Baiman Chen et al. “Fluid dynamics and heat transfer investigations of swirling decaying flow in an annular pipe Part 2: Fluid flow.” In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 97 (June 2016), pp. 1012–1028. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.01.069.
- [19] Baiman Chen et al. “The effects of swirling decaying flow towards pipe entry length and heat transfer in an annular pipe.” In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 123 (Aug. 2018), pp. 668–677. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.12.160.
- [20] C. M. Crane and D. M. Burley. “Numerical studies of laminar flow in ducts and pipes.” In: *Journal of Computational and Applied Mathematics* 2.2 (June 1976), pp. 95–111. doi: 10.1016/0771-050x(76)90014-0.
- [21] F. W. Dittus and L. M. K. Boelter. “Heat transfer in automobile radiators of the tubular type.” In: *University of California publications in Engineering* 2 (1930), p. 371.

- [22] Hua-Shu Dou, Boo Cheong Khoo, and Her Mann Tsai. *Determining the Critical Condition for Flow Transition in a Full-Developed Annulus Flow*. Apr. 2005.
- [23] S. R. de Farias Neto, P. Legentilhomme, and J. Legrand. “Finite-element simulation of laminar swirling decaying flow induced by means of a tangential inlet in an annulus.” In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 165.1 (1998), pp. 189–213. DOI: 10.1016/S0045-7825(98)00040-1.
- [24] Richard S. Figliola and Donald E. Beasley. *Theory and Design for Mechanical Measurements*. Hoboken, NJ: J. Wiley, 2011.
- [25] Von Karman Institute for Fluid Dynamics. *Introduction to Measurement Techniques*. Lecture series / Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Rhode Saint Genèse-Belgium, October 11-15, 1993. 1994.
- [26] A. K. Gupta. *Swirl Flows*. Tunbridge Wells, Kent: Abacus Press, 1984.
- [27] W. L. H. Hallett and C. Y. Ding. “A momentum integral model for central recirculation in swirling flow in a sudden expansion.” In: *The Canadian Journal of Chemical Engineering* 73.3 (1995), pp. 284–291.
- [28] N. Hay and P. D. West. “Heat Transfer in Free Swirling Flow in a Pipe.” In: *J. Heat Transfer* 97.3 (Aug. 1975), pp. 411–416. DOI: 10.1115/1.3450390.
- [29] Joseph Hilsenrath. *Tables of thermal properties of gases: comprising tables of thermodynamic and transport properties of air, argon, carbon dioxide, carbon monoxide, hydrogen, nitrogen, oxygen, and steam*. Vol. 564. US Department of Commerce, National Bureau of Standards, 1955.
- [30] S. W. Hong and A. E. Bergles. “Augmentation of Laminar Flow Heat Transfer in Tubes by Means of Twisted-Tape Inserts.” In: *Journal of Heat Transfer* 98.2 (May 1976), pp. 251–256. DOI: 10.1115/1.3450527.
- [31] W. Glenn Steele Hugh W. Coleman. *Experimentation, Validation, and Uncertainty Analysis for Engineers*. WILEY, May 28, 2018. 384 pp.
- [32] Shiro Ito, Kohei Ogawa, and Chiaki Kuroda. “Turbulent swirling flow in a circular pipe.” In: *Journal of Chemical Engineering of Japan* 13.1 (1980), pp. 6–10.
- [33] Frederick James. *Statistical Methods in Experimental Physics*. World Scientific Publishing Company, Nov. 29, 2006. 364 pp.
- [34] WG Kannuluik and EH Carman. “The Temperature Dependence of the Thermal Conductivity of Air.” In: *Australian Journal of Chemistry* 4.3 (1951), p. 305. DOI: 10.1071/ch9510305.

- [35] William M. Kays and Michael E. Crawford. *Convective Heat and Mass Transfer*. New York: McGraw-Hill, 1993.
- [36] Maurice Kendall. *The Advanced Theory of Statistics*. New York: Oxford University Press, 1987.
- [37] J. M. Khodadadi and N. S. Vlachos. “Effects of turbulence model constants on computation of confined swirling flows.” In: *AIAA Journal* 28.4 (Apr. 1990), pp. 750–752. doi: 10.2514/3.10455.
- [38] James Kirchner. *Data Analysis Toolkit 12: Weighted averages and their uncertainties*. http://seismo.berkeley.edu/~kirchner/Toolkits/Toolkit_12.pdf. [Online; accessed 19-January-2022]. 2006.
- [39] O. H. Klepper. “Heat transfer performance of short twisted tapes.” In: *Heat Transfer: Fundamentals and Industrial Applications* (Dec. 14–16, 2007). Vol. 69. Tenerife, Spain, 1973, pp. 87–93.
- [40] S. J. Kline and F. A. McClintock. “Describing Uncertainties in Single-Sample Experiments.” In: *Mech. Engineering* 75 (1953), pp. 3–8.
- [41] Ranganathan Kumar and Timothy Conover. “Flow visualization studies of a swirling flow in a cylinder.” In: *Experimental thermal and fluid science* 7.3 (1993), pp. 254–262.
- [42] J. Lede et al. “Flash pyrolysis of wood in a cyclone reactor.” In: *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* 20.6 (Nov. 1986), pp. 309–317. doi: 10.1016/0255-2701(86)80009-5.
- [43] P. Legentilhomme, H. Aouabed, and J. Legrand. “Developing mass transfer for annular swirling decaying flow induced by means of a tangential inlet.” In: *The Chemical Engineering Journal* 52.3 (Oct. 1993), pp. 137–147. doi: 10.1016/0300-9467(93)80063-t.
- [44] P. Legentilhomme and J. Legrand. “Overall mass transfer in swirling decaying flow in annular electrochemical cells.” In: *Journal of Applied Electrochemistry* 20.2 (Mar. 1990), pp. 216–222. doi: 10.1007/bf01033597.
- [45] P. Legentilhomme and J. Legrand. “The effects of inlet conditions on mass transfer in annular swirling decaying flow.” In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 34.4-5 (Apr. 1991), pp. 1281–1291. doi: 10.1016/0017-9310(91)90036-e.
- [46] Hui Li and Yuji Tomita. “An Experimental Study of Swirling Flow Pneumatic Conveying System in a Horizontal Pipeline.” In: *Journal of Fluids Engineering* 118.3 (Sept. 1996), pp. 526–530. doi: 10.1115/1.2817790.

- [47] Hui Li and Yuji Tomita. “Characteristics of Swirling Flow in a Circular Pipe.” In: *Journal of Fluids Engineering* 116.2 (June 1994), pp. 370–373. doi: 10.1115/1.2910283.
- [48] J. H. Lienhard IV and J. H. Lienhard V. *A Heat Transfer Textbook*. 5th. Version 5.10. Mineola, N.Y: Phlogiston Press, 2020. 784 pp.
- [49] Louis Lyons. “Least squares fitting.” In: *A Practical Guide to Data Analysis for Physical Science Students*. Cambridge University Press, Nov. 1991, pp. 44–70. doi: 10.1017/cbo9781139170321.
- [50] Raj M. Manglik, S. Maramraju, and Arthur E. Bergles. “The Scaling and Correlation of Low Reynolds Number Swirl Flows and Friction Factors in Circular Tubes with Twisted-Tape Inserts.” In: *Journal of Enhanced Heat Transfer* 8.6 (2001), pp. 383–395. doi: 10.1615/jenhheattransf.v8.i6.30.
- [51] Heather L. McClusky and Donald E. Beasley. “The Effect of Axial Flow on Heat Transfer in Decaying, Swirling Flow in a Pipe.” In: *Heat Transfer: Volume I*. ASMEDC, Jan. 2003. doi: 10.1115/ht2003-47177.
- [52] R. J. Moffat. “Using Uncertainty Analysis in the Planning of an Experiment.” In: *Journal of Fluids Engineering* 107.2 (June 1985), pp. 173–178. doi: 10.1115/1.3242452.
- [53] Robert J. Moffat. “Describing the uncertainties in experimental results.” In: *Experimental Thermal and Fluid Science* 1.1 (Jan. 1988), pp. 3–17. doi: 10.1016/0894-1777(88)90043-x.
- [54] Y. S. M. Morsi and B. R. Clayton. “Determination of principal characteristics of turbulent swirling flow along annuli.” In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 7.3 (Sept. 1986), pp. 208–222. doi: 10.1016/0142-727x(86)90025-1.
- [55] Mitsukiyo Murakami et al. “An experimental study of swirling flow in pipes.” In: *Bulletin of JSME* 19.128 (1976), pp. 118–126.
- [56] E. G. Narezhnny, A. V. Sudarev, et al. “Local heat transfer in air flowing in tubes with a turbulence promoter at the inlet.” In: *Int. J. Heat and Mass Transfer* 3 (1971), pp. 62–66.
- [57] Alfred H. Nissan and V. P. Bresan. “Swirling flow in cylinders.” In: *AIChE Journal* 7.4 (Dec. 1961), pp. 543–547. doi: 10.1002/aic.690070404.
- [58] S. R. Pomeroy. *The key to science (and life) is being wrong*. *Scientific American*. Dec. 2012. URL: <https://blogs.scientificamerican.com/guest-blog/the-key-to-science-and-life-is-being-wrong/>.

- [59] A. T. Prata and E. M. Sparrow. “Heat transfer and fluid flow characteristics for an annulus of periodically varying cross section.” In: *Numerical Heat Transfer* 7.3 (July 1984), pp. 285–304. doi: 10.1080/01495728408961826.
- [60] Jingyu Qu et al. “Decaying Swirl Flow and Particle Behavior through the Hole Cleaning Device for Horizontal Drilling of Fossil Fuel.” In: *Energies* 12.3 (Jan. 2019), p. 336. doi: 10.3390/en12030336.
- [61] Yu Rao, Christoph Biegger, and Bernhard Weigand. “Heat transfer and pressure loss in swirl tubes with one and multiple tangential jets pertinent to gas turbine internal cooling.” In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 106 (Mar. 2017), pp. 1356–1367. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.10.119.
- [62] Roy W. Henk Robert J. Moffat. *Planning and Executing Credible Experiments: A Guidebook for Engineering, Science, Industrial Processes, Agriculture, and Business*. WILEY, Jan. 19, 2021. 352 pp.
- [63] Arda Sefer Serbes. “Halkasal Kesitli Borulardaki Teğetsel Girişli Sönümlü Döngülü Laminer Akışlarda Isı Taşınımı Karakteristiğinin Deneysel Olarak İncelenmesi.” Turkish. MA thesis. <http://hdl.handle.net/11527/18225>: İstanbul Teknik Üniversitesi, Enerji Enstitüsü, May 3, 2019.
- [64] H. J. Sheen, W. J. Chen, and S. Y. Jeng. “Recirculation zones of unconfined and confined annular swirling jets.” In: *AIAA Journal* 34.3 (Mar. 1996), pp. 572–579. doi: 10.2514/3.13106.
- [65] Ehsan Shoukry and Leslie W. Shemilt. “Mass transfer enhancement in swirling annular pipe flow.” In: *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development* 24.1 (Jan. 1985), pp. 53–56. doi: 10.1021/i200028a009.
- [66] Christopher Baard Solnordal. “Modelling of fluid flow and heat transfer of decaying swirl in a heated annulus.” PhD thesis. 1992.
- [67] E. M. Sparrow and A. Chaboki. “Swirl-affected turbulent fluid flow and heat transfer in a circular tube.” In: (1984).
- [68] L. Talbot. “Laminar swirling pipe flow.” In: *J. Appl. Mech.* (1954), pp. 1–7.
- [69] Sombat Tamna et al. “Heat transfer enhancement in tubular heat exchanger with double V-ribbed twisted-tapes.” In: *Case Studies in Thermal Engineering* 7 (Mar. 2016), pp. 14–24. doi: 10.1016/j.csite.2016.01.002.
- [70] Geoffrey Ingram Taylor. “Distribution of velocity and temperature between concentric rotating cylinders.” In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A-Mathematical and Physical Sciences* 151.874 (1935), pp. 494–512.

- [71] John R. Taylor. *Introduction to Error Analysis, Second Edition: The Study of Uncertainties in Physical Measurements (Revised)*. University Science Books, July 1, 1997. 327 pp.
- [72] Inc. The MathWorks. *Curve Fitting Toolbox*. Natick, Massachusetts, United States, 2020.
- [73] Inc. The MathWorks. *Trapezoidal numerical integration*. Natick, Massachusetts, United States, 1984 - 2017.
- [74] F. C. Walsh and G. Wilson. “The electrolytic removal of gold from spent electroplating liquors.” In: *Transactions of the IMF* 64.1 (Jan. 1986), pp. 55–61. DOI: 10.1080/00202967.1986.11870735.
- [75] Li Wang, Peiyong Ni, and Guannan Xi. “The effect of off-center placement of twisted tape on flow and heat transfer characteristics in a circular tube.” In: *Scientific Reports* 11.1 (Mar. 2021). DOI: 10.1038/s41598-021-86285-0.
- [76] Ralph Webb. *Principles of enhanced heat transfer*. Boca Raton: Taylor & Francis, 2005.
- [77] Paul Wilmott, Sam Howison, and Jeff Dewynne. *The Mathematics of Financial Derivatives*. Cambridge University Press, Sept. 1995. DOI: 10.1017/cbo9780511812545.
- [78] F. M. Yowakim and R. J. Kind. “Mean Flow and Turbulence Measurements of Annular Swirling Flows.” In: *Journal of Fluids Engineering* 110.3 (Sept. 1988), pp. 257–263. DOI: 10.1115/1.3243542.
- [79] N. H. Zaherzadeh and B. S. Jagadish. “HEAT TRANSFER IN DECAYING SWIRL FLOWS.” In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 18.7-8 (July 1975), pp. 941–944. DOI: 10.1016/0017-9310(75)90187-8.
- [80] Wei-Wei Zhang and Bernd R. Noack. “Artificial intelligence in fluid mechanics.” In: *Acta Mechanica Sinica* 37.12 (Jan. 2022), pp. 1717–1719. DOI: 10.1007/s10409-021-01154-3.
- [81] Ελευθέριος Δόγκας. “An experimental investigation of the turbulent mixing and combustion in a stratified bluff body primary zone interacting with a coannular swirl-induced recirculation.” Greek. PhD thesis. Πανεπιστήμιο Πατρών, Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών, 2020. DOI: 10.12681/eadd/48853.
- [82] Ανδρέας Θεοδωρακάκος. *Διαλέξεις Μηχανικής Πενστών II, Διαφορική Ανάλυση της Ροής των Πενστών*. <https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=MECH109&openDir=/6173c80aOIxf>. [Online; accessed 16-January-2022]. 2021.

- [83] Κύπρος Μηλιδόνης. “Film cooling effectiveness in the blade-endwall junction corner with injection assisted by the recirculating vortex flow.” Greek. PhD thesis. Πανεπιστήμιο Πατρών, Τμήμα Μηχανολόγων και Αεροναυπηγών Μηχανικών, 2015. DOI: 10.12681/eadd/39941.
- [84] Ανδρόνικος Ε. Φιλίος. *Τυπολόγιο Μηχανικής των Ρευστών*. <https://sites.google.com/a/tfeeg.net/aef/home/education/fluid-mechanics/contents/annexes/typologio>. [Online; accessed 11-January-2022]. 2020.

Παράρτημα Α΄

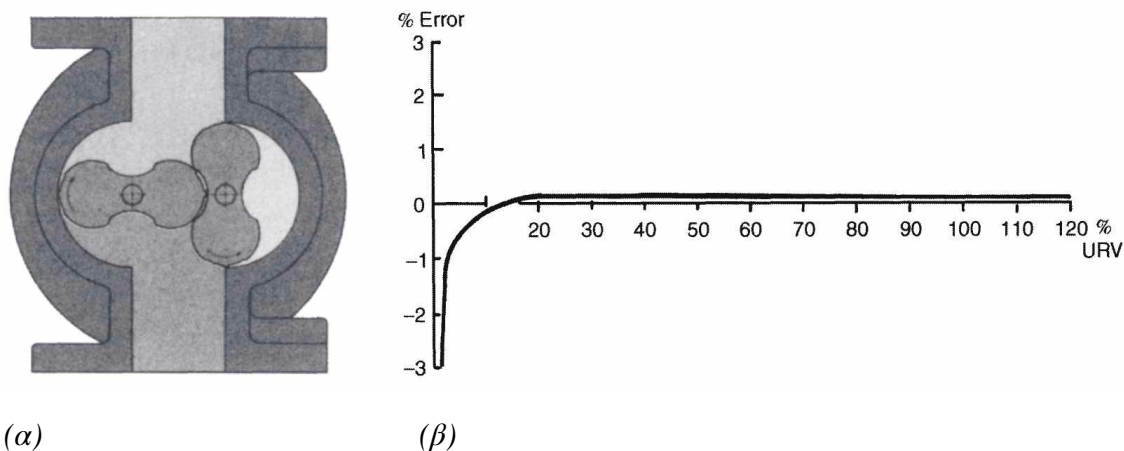
Βαθμονόμηση ογκομετρητή θετικής μετατόπισης

Οι μετρητές θετικής μετατόπισης απαρτίζονται από κινούμενα μέρη που ορίζουν έναν γνωστό, μετρούμενο όγκο, γεμάτο με ρευστό. Τα κινούμενα μέρη μετατοπίζονται (ή περιστρέφονται) με τη δράση του κινούμενου ρευστού και ο συνολικός όγκος που έχει περάσει μπορεί να διαβαστεί από μονάδα αναλογικής απεικόνισης στο πλάι του μετρητή. Αυτή η μέθοδος μέτρησης είναι κοινή στους μετρητές νερού, βενζίνης και φυσικού αερίου. Για τον προσδιορισμό ροής όγκου, η μέτρηση όγκου από τη συσκευή πρέπει να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με χρονομέτρη, έτσι ώστε:

$$\dot{V} = \frac{V}{t} \quad (\text{Α΄.1})$$

Στην παρούσα έρευνα χρησιμοποιήθηκε περιστροφικός μετρητής αερίου θετικής μετατόπισης, γνωστός και ως μετρητής Roots [3]. Στο Σχήμα Α΄.1 φαίνεται ένα σκαρίφημα τυπικό αυτού του είδους μετρητή. Δύο στροφείς περιστρέφονται μέσα σε ένα οβάλ περιγράμμα σώματος ούτως ώστε η διαρροή να περιοριστεί στο ελάχιστο, και το αέριο να μεταφερθεί στην έξοδο. Οι δύο στροφείς είναι τοποθετημένοι με πολύ μικρές ανοχές και, ως εκ τούτου, είναι απαραίτητο το αέριο να είναι απαλλαγμένο από μικροσωματίδια.

Η αβεβαιότητα μπορεί να κυμανθεί μέχρι και το 0.2% (95%) της πραγματικής ροής. Ωστόσο, η ακρίβεια τους μπορεί να υποβαθμιστεί λόγω παλλόμενης ροής που προκύπτει λόγω σχεδιασμού [4], καθώς επίσης και από βίαια μεταβαλλόμενους ρυθμούς ροής.



Σχήμα Α'.1 Περιστροφικός μετρητής θετικής μετατόπισης [3]: (α) Τομή μετρητή (β) Ενδεικτική απόδοση μετρητή

Σχετική βαθμονόμηση

Αν και θα μπορούσαμε να λάβουμε την αβεβαιότητα του μετρητικού όπως συνιστάται από τη βιβλιογραφία [3, 4, 2], η πολυετής του χρήση επιβάλλει τη διεξαγωγή βαθμονόμησης. Αλλοίωση των χαρακτηριστικών του οργάνου λόγω γήρανσης, παρουσίας σκόνης στους στροφείς, είναι μερικοί από τους πολλούς παράγοντες που μπορούν να επηρεάσουν το τελικό αποτέλεσμα της μέτρησης. Χρησιμοποιήθηκε λοιπόν μετρητικό όργανο ανεμομετρίας θερμού νήματος (hot-wire) του ITÜ. Λόγω της μεγάλης ακρίβειας αυτού του μετρητικού, θεωρήθηκε δόκιμο να χρησιμοποιηθεί ως περιστασιακό πρότυπο εργασίας για τη βαθμονόμηση του περιστροφικού μετρητή αερίου.

Η διαδικασία που θα ακολουθήσει αποκλίνει λίγο από την τυπική της βαθμονόμησης: σχεδιασμός καμπύλης βαθμονόμησης (και της αβεβαιότητας αυτής) στον χώρο που πρόκειται να χρησιμοποιηθεί το μετρητικό, και υπό τις συνθήκες μετρήσεων στις οποίες θα διεξαχθεί το πείραμα. Δεν θα σχεδιαστεί καμία καμπύλη βαθμονόμησης. Θα συγκριθούν μονάχα οι σχετικές αποκλίσεις μεταξύ μετρητικού (μετρητή παροχής) και προτύπου (θερμό νήμα), για διάφορα εύρη, και θα κριθεί εντέλει κατά πόσο έχει νόημα η χρήση του συγκεκριμένου μετρητή θετικής μετατόπισης.

Η εκτίμηση του σφάλματος θα γίνει υπολογίζοντας το ποσοστιαίο σφάλμα μεταξύ των δύο μετρητικών από:

$$\dot{V}_{\sigma\chi.} = 100 \frac{\dot{V}_{\mu.π.} - \dot{V}_{\theta.ν.}}{\dot{V}_{\theta.ν.}} \quad (Α'.2)$$

και για την αναγωγή του σε ολόκληρο το εύρος παροχής, υπολογίζεται το σφάλμα Root-mean-square (err) όπως ορίζεται από τους Kenney και Keeping [5],

$$\begin{aligned}
 \text{err}_{\text{εύρος}} &= \left[\frac{1}{N_{\mu.\pi.}} \sum_{n=1}^{N_{\mu.\pi.}} \frac{\left(\dot{V}_n^{\mu.\pi.} - \dot{V}_n^{\theta.\nu.} \right)^2}{\left(\dot{V}_n^{\theta.\nu.} \right)^2} 100 \right]^{1/2} \\
 &= \left[\frac{1}{N_{\mu.\pi.}} \sum_{n=1}^{N_{\mu.\pi.}} \left(\frac{\dot{V}_n^{\mu.\pi.} - \dot{V}_n^{\theta.\nu.}}{\dot{V}_n^{\theta.\nu.}} 100 \right)^2 \right]^{1/2} \\
 &= \left[\frac{1}{N_{\mu.\pi.}} \sum_{n=1}^{N_{\mu.\pi.}} \left(\dot{V}_n^{\sigma\chi.} \right)^2 \right]^{1/2} \\
 &= \left[\frac{1}{N_{\mu.\pi.}} \sum_{n=1}^{N_{\mu.\pi.}} \left(\dot{V}_n^{\sigma\chi.} \right)^2 \right]^{1/2}
 \end{aligned} \tag{A'3}$$

όπου μ.π. και θ.ν. είναι οι μετρήσεις του μετρητή παροχής και θερμικού νήματος αντίστοιχα, και το εύρος αφορά το πλαίσιο μετρήσεων στο οποίο εφαρμόστηκε.

Οι μετρήσεις των ταχυτήτων για τη βαθμονόμηση του ογκομετρητή (δηλαδή οι ταχύτητες αναφοράς) έγιναν βάσει προτεινόμενης μεθοδολογίας από τους Figliola και Beasley [2, σελ. 425-426]. Η βαθμονόμηση πραγματοποιήθηκε σε διάφορες μεταβολές της παροχής/ταχύτητας, χωρίς έντονη διακύμανση, λαμβάνοντας υπόψη την ανώτερη τιμή μέτρησης που μπορεί να λάβει το θερμό νήμα.

Η διαδικασία βαθμονόμησης που πραγματοποιήθηκε είχε ως εξής:

1. Μετρήσεις σημειακών ταχυτήτων με θερμό νήμα κατά μήκος, και περί, της διατομής.
2. Απομάκρυνση του θερμού νήματος από τη διάταξη και τοποθέτηση του ογκομετρητή παροχής.
3. Λήψη δεδομένων από τον ογκομετρητή στις ίδιες συνθήκες ροής (ίδια ισχύς ανεμιστήρα) με αυτές του θερμικού νήματος. Τα δεδομένα λαμβάνονται υπό μορφή τάσης μέσω ηλεκτρονικής ένδειξης που φέρει το θερμικό ανεμόμετρο.
4. Επεξεργασία δεδομένων, εξαγωγή ποσοστιαίας απόκλισης μεταξύ των μετρητικών και υπολογισμός του σφάλματος Root-mean-square.

Λόγω πιθανών διακυμάνσεων, οι τιμές αναφοράς του θερμικού ανεμομέτρου, πρέπει να είναι οι χρονικά μέσες τιμές για ένα παρατεταμένο χρονικό διάστημα (γύρω στα 10-30s) [1]. Σε βαθμονομήσεις που η λήψη των μεγεθών (V) γίνεται με πολύμετρο, η παραπάνω συνθήκη ικανοποιείται με παρατήρηση των διακυμάνσεων, ενώ σε αυτές που τα δεδομένα λαμβάνονται μέσω προσαρτημένων υπολογιστικών συστημάτων (όπως στην προκειμένη περίπτωση) υπολογίζεται η μέση τιμή τους.

Να σημειωθεί ότι ο προσανατολισμός του θερμού νήματος, σε σχέση με τη ροή, αποτελεί παράγοντα καθοριστικής σημασίας για τη μέτρηση. Τα αισθητήρια πρέπει να τοποθετούνται εντός ροής με τον άξονά τους και κάθετα στην διεύθυνση της ροής. Στην παρούσα βαθμονόμηση, οι μετρήσεις ελήφθησαν στην έξοδο της ροής. Το θερμό νήμα τοποθετήθηκε, σε κάθε περίπτωση, πλησίον της διατομής εξόδου, ούτως ώστε η θεώρηση «τοποθέτησης εντός της ροής» να έχει κάποια δόση αλήθειας.

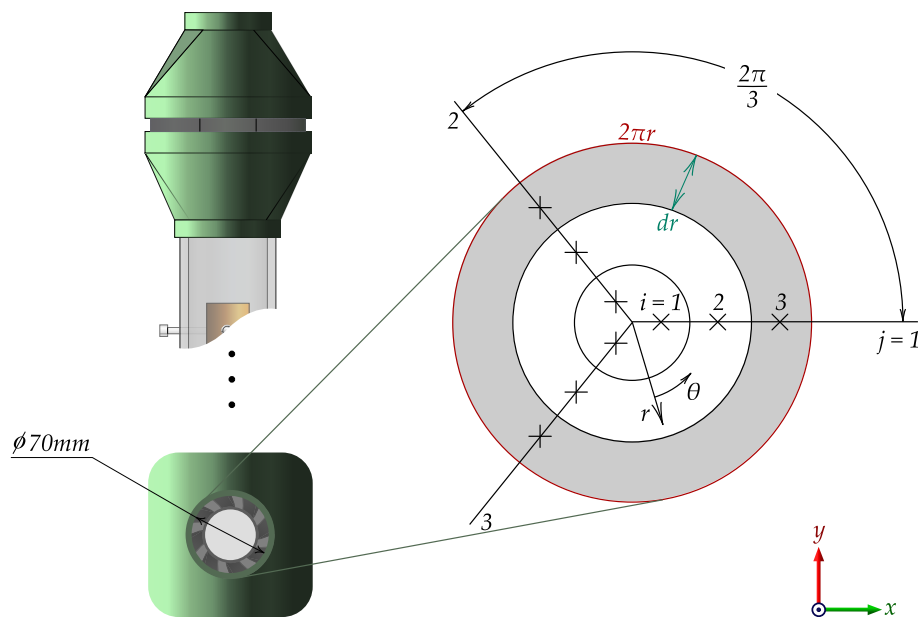
Παράδειγμα υπολογισμού

Οι οριακές συνθήκες που διέπουν όλες τις μετρήσεις, από κάθε όργανο μέτρησης, θεωρούνται ίδιες με αυτές που ελήφθησαν κατά τη διάρκεια του πειράματος, δηλαδή σταθερή, μόνιμη και ασυμπίεστη ροή. Το παράδειγμα που ακολουθεί αφορά τη διάταξη περιδινούμενης ροής, με 4 γενέτειρες, και κλίσης 45° .

Τέθηκε η πηγή τάσης, που κινεί τον ανεμιστηράκι αναρρόφησης αέρα της διάταξης, σε σταθερή τιμή. Ξεκινώντας με την μέτρηση ογκομετρικής παροχής, υπολογίστηκε πόσο χρόνο χρειάστηκαν 0.1 m^3 αέρα να περάσουν από την πειραματική διάταξη. Χρησιμοποιώντας τη σχέση Α'.1, υπολογίστηκε

$$\dot{V} = \frac{0.1}{102.1} \approx 9.4332 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Για τοπικές ταχύτητες ρευστού, σε αγωγό κυλινδρικής διατομής, η απλούστερη μέθοδος υπολογισμού ροής είναι ο διαχωρισμός της υπό εξέταση κυκλικής διατομής σε μικρότερες, ίσες περιοχές ($i = 1, 2, 3$). Οι μετρήσεις λαμβάνονται στο μισό της ακτίνας κάθε δακτυλίου ($j = 1, 2, 3$), και κάθε ταχύτητα είναι αντιπροσωπευτική αυτής της δακτυλοειδούς επιφάνειας. Η διάμετρος της διατομής ήταν περίπου 70 mm, ενώ η θερμοκρασία περιβάλλοντος 26.8°C . Το θερμό νήμα τοποθετήθηκε στα μέσο του πάχους κάθε δακτυλίου (σύμβολο x) των ισεμβαδικά καταναμεμένων προσαυξήσεων, όπως φαίνεται στο Σχήμα Α'.2



Σχήμα Α'.2 Διακριτά σημεία μετρήσεων στην έξοδο πειραματική διάταξης

Ελήφθησαν λοιπόν οι σημειακές μετρήσεις ταχύτητας $U_{ij}(r/r_f)$ για $i = 1, 2, 3$ και $j = 1, 2, 3$, όπως έχουν καταγραφεί στον Πίνακας Α'.1,

Πίνακας Α'.1 Μετρήσεις τοπικής ταχύτητας στο επίπεδο xy κυκλικής διατομής

Ακτινική Θέση, i	r/r_f	$U_{ij}(m/s)$		
		Τμήμα 1 ($j = 1$)	Τμήμα 2 ($j = 2$)	Τμήμα 3 ($j = 3$)
1	0.2884	0.2481	0.2982	0.1686
2	0.6965	0.3331	0.3180	0.2678
3	0.9082	0.3355	0.3250	0.2987

Ο μέσος ρυθμός ροής υπολογίζεται κατά μήκος κάθε διατομής που διασχίζεται χρησιμοποιώντας την εξίσωση

$$\dot{V} = \iint_A u \, dA \quad (A'.4)$$

Ο ρυθμός ροής είναι ίσος με τον μέσο των αντιπροσωπευτικών ροών κάθε δακτυλίου και με διακριτοποίηση των δεδομένων ταχύτητας, η σχέση Α'.4 μπορεί να γραφτεί και ως

$$\dot{V}_j = 2\pi \int_0^{r_f} U r dr \approx 2\pi \sum_{i=1}^3 U_{ij} r_i \Delta r_i$$

όπου Δr είναι η ακτινική απόσταση που χωρίζει κάθε δακτύλιο. Και δεδομένου ότι οι δακτύλιοι που απαρτίζουν την διατομή είναι ίδιου εμβαδού, η ίδια σχέση δύναται να απλοποιηθεί περαιτέρω

$$\begin{aligned} \dot{V}_j &= 2\pi \sum_{i=1}^3 U_{ij} r_i \Delta r_i \\ &= 2\pi (U_{1j} r_i \Delta r_1 + U_{2j} r_2 \Delta r_2 + U_{3j} r_3 \Delta r_3) \\ &= U_{1j} 2\pi r_i \Delta r_1 + U_{2j} 2\pi r_2 \Delta r_2 + U_{3j} 2\pi r_3 \Delta r_3 \quad \text{όπου} \quad 2\pi r_i \Delta r_i = \frac{A}{3}, i \in \{1, 2, 3\} \\ &= U_{1j} \frac{A}{3} + U_{2j} \frac{A}{3} + U_{3j} \frac{A}{3} \\ &= \frac{A}{3} (U_{1j} + U_{2j} + U_{3j}) \\ &= \frac{A}{3} \sum_{i=1}^3 U_{ij} \end{aligned}$$

οπότε, ο μέσος ρυθμός ροής κατά μήκος κάθε τμήματος διέλευσης είναι

$$\dot{V}_1 \approx 0.0009 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad \dot{V}_2 \approx 0.0012 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad \dot{V}_3 \approx 0.0012 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

και τελικά, ο μέσος ρυθμός ροής της κυκλικής διατομής, $\overline{\dot{V}}$, είναι ο μέσος όρος των επιμέρους ρυθμών ροής

$$\overline{\dot{V}} = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 \dot{V}_j \approx 9.4332 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$$

Έχοντας και τις δύο τιμές παροχής, εφαρμόζεται η σχέση Α'.2 για να υπολογιστεί το ποσοστιαίο σφάλμα της μέτρησης

$$\dot{V}_{er} = 100 \frac{9.8224 \times 10^{-4} - 9.4332 \times 10^{-4}}{9.4332 \times 10^{-4}} = 4.11\%$$

Λαμβάνοντας 7 ακόμη ζεύγη μετρήσεων, εφαρμόζεται η σχέση Α'.3 για να εκτιμηθεί το ποσοστιαίο σφάλμα του μετρητή παροχής,

$$err_{231-1250} = \left[\frac{1}{8} \sum_{n=1}^8 \frac{(\dot{V}_n^{μ.π.} - \dot{V}_n^{θ.ν.})^2}{(\dot{V}_n^{θ.ν.})^2} \right]^{1/2} = 12.13\%$$

Αποτελέσματα βαθμονόμησης και συμπεράσματα

Το Γράφημα Α'.3 και το Γράφημα Α'.4 προκύπτουν από την επεξεργασία όλων των δεδομένων, όπου η τεταγμένη συμβολίζει το σχετικό σφάλμα μεταξύ των δύο μετρητικών, θεωρώντας, κατά σύμβαση, ως πραγματική τιμή αυτή του θερμού νήματος. Τα δεδομένα αφορούν οχτώ διαφορετικές παροχές αέρα, σταδιακά αυξανόμενες, οι οποίες καθορίστηκαν μέσω πηγής σταθερής τάσης που κινούσε το ανεμιστηράκι αναρρόφησης αέρα της διάταξης.

Παρατηρείται ότι οι μετρήσεις παροχής του μετρητή θετικής μετατόπισης είναι αρκετά κοντά με αυτές του θερμού νήματος, ειδικά από Reynolds 400 και άνω όπου δεν υπερβαίνουν τις 2 ποσοστιαίες μονάδες. Και στα δύο γραφήματα, ωστόσο, η ακρίβεια του μετρητή παροχής φαίνεται να έχει αρκετά μεγάλη απόκλιση στις αρχικές τιμές παροχής (μέχρι και -29,6%). Αυτό συνάδει με την προβλεπόμενη απόδοση ενός ογκομετρική παροχής θετικής μετατόπισης (βλ. Σχήμα Α'.1 (β)). Η παροχή πρέπει να αποκτήσει μια ελάχιστη τιμή ούτως ώστε οι στροφείς, καθώς και ο αναλογικός δείκτης, να υπερβούν τις όποιες δυνάμεις τριβής.

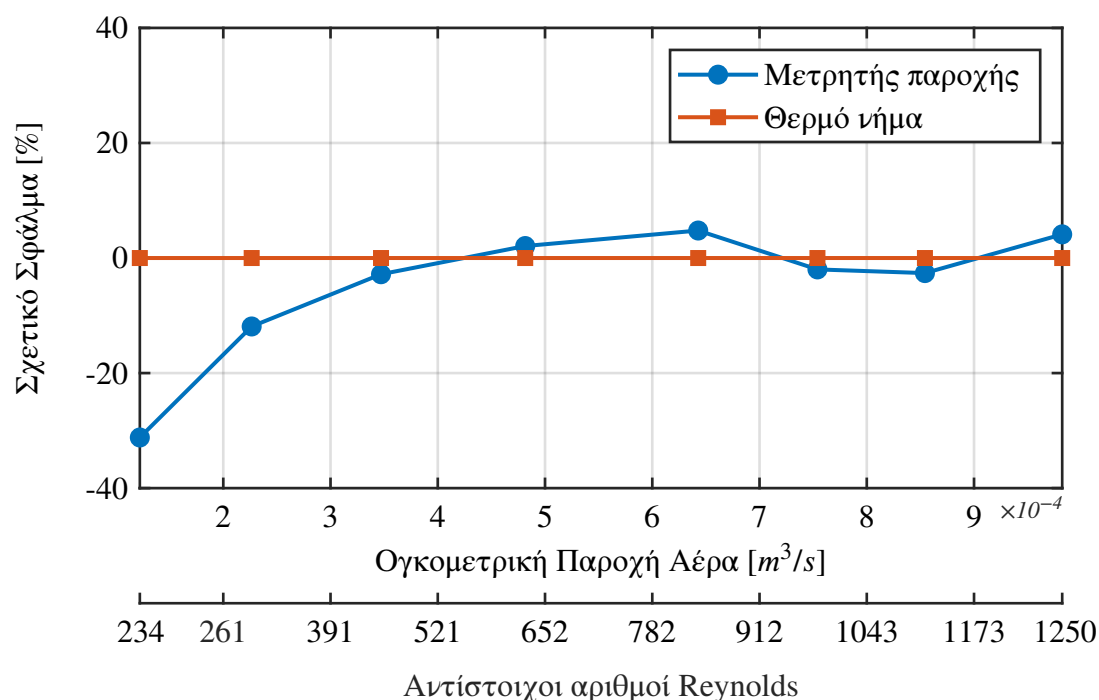
Ακολούθως, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από τη σχέση Α'.3,

$$\begin{aligned} 1^{\eta} \text{ παρτίδα μετρήσεων : } err_{231-1250} &= 12.13\%, & err_{420-1250} &= 3.24\% \\ 2^{\eta} \text{ παρτίδα μετρήσεων : } err_{203-1196} &= 11.90\%, & err_{401-1196} &= 2.13\% \end{aligned}$$

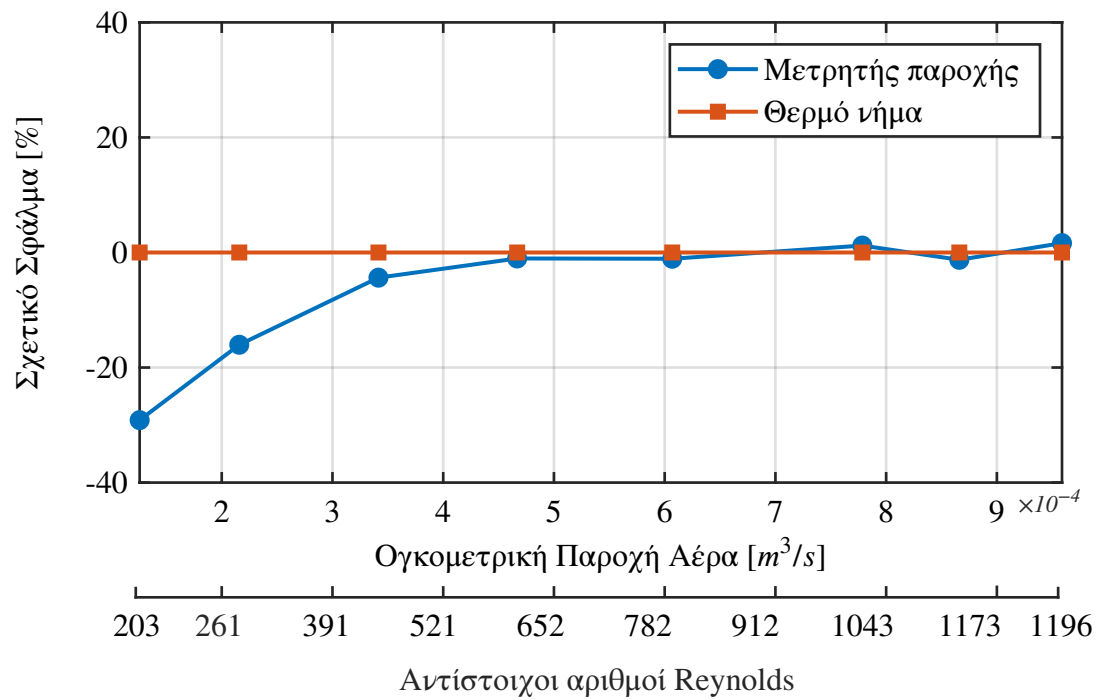
στη θέση του εύρους έχουν τοποθετηθεί οι αντίστοιχοι Reynolds, των υπό εξέταση τιμών παροχών, για να αποφευχθεί υπερφόρτωση της παρουσίας.

Η ποσοστιαία απόκλιση μεταξύ του μετρητή θετικής μετατόπισης και του θερμού νήματος, λαμβάνοντας υπόψη όλο το εύρος παροχής μετρήσεων, δεν ξεπερνά το 12.13%, σε καμία από τις δύο παρτίδες μετρήσεων. Ενώ, αν περιοριστούμε στα εύρη Reynolds 420 με 1250 και 401 με 1196, η διαφορά κυμαίνεται κάτω του 3.24%.

Δεδομένου του μικρού σφάλματος του μετρητικού από Reynolds 400 και άνω, επιβεβαιώνεται η δυνατότητα υπολογισμού ογκομετρικής παροχής, με χρήση του μετρητή θετικής μετατόπισης, για το εύρος λειτουργίας 1100 με 2000 Reynolds.



Σχήμα Α'3 Απόκλιση μετρήσεων ογκομετρικής παροχής συναρτήσει αυτών θερμικού ανεμόμετρο (πρώτη παρτίδα μετρήσεων)



Σχήμα Α'4 Απόκλιση μετρήσεων ογκομετρικής παροχής συναρτήσει αυτών θερμικού ανεμόμετρο (δεύτερη παρτίδα μετρήσεων)

Βιβλιογραφία

Βιβλία

- [1] H. H. Bruun. *Hot wire anemometry : principles and signal analysis*. Oxford New York: Oxford University Press, 1995.
- [2] Richard S. Figliola and Donald E. Beasley. *Theory and Design for Mechanical Measurements*. Hoboken, NJ: J. Wiley, 2011.

Κεφάλαια βιβλίων

- [3] Roger C. Baker. “Positive Displacement Flowmeters.” In: *Flow Measurement Handbook: Industrial Designs, Operating Principles, Performance, and Applications*. Cambridge University Press, 2000, pp. 182–214. DOI: 10.1017/CBO9780511471100.011.
- [4] H. H. Dijstelbergen. “Gas meters.” In: *Developments in Flow Measurements*. Applied Science Publishers, 1982. Chap. 5.
- [5] J. F. Kenney and E. S. Keeping. “Root Mean Square.” In: *Mathematics of Statistics*. Princeton, NJ: Van Nostrand, Jan. 1962. Chap. 4.15, pp. 59–60.

Παράρτημα Β'

Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων είναι ένα δημοφιλές στατιστικό εργαλείο που χρησιμοποιείται σε ευρύ φάσμα επιστημών, φάσμα που εκτείνεται από τον τομέα της πληροφορικής μέχρι τον τομέα της ψυχολογίας. Στην απλούστερη μορφή της, η τεχνική, επιτρέπει τον προσδιορισμό εκτίμησης της κλίσης m και της τομής b (με την τεταγμένη καρτεσιανού συστήματος) μιας ευθείας γραμμής, για ένα σύνολο δεδομένων (x_i, y_i) .

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε μονάχα η απλή αυτή μορφή, και στο παράρτημα αυτό γίνεται μια συνοπτική ανασκόπηση της μεθόδου, καθώς επίσης και της λογικής που υιοθετήθηκε στον Αλγόριθμο Γ'.5.

Οι σχέσεις μοντελοποίησης που εξετάζονται είναι οι εξής: (i) γραμμική μοντελοποίηση και (ii) σχέση δύναμης (με κατάλληλο γραμμικό μετασχηματισμό).

Γραμμική μοντελοποίηση

Η αναλυτική μέθοδος της γραμμικής παλινδρόμησης, βασιζόμενη στα ελάχιστα τετράγωνα πάντα, περιλαμβάνει τον προσδιορισμό των γραμμικών παραμέτρων A και B έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η συνολική απόκλιση μεταξύ των πειραματικών δεδομένων (x_i, y_i) και της ευθείας $y = A + Bx$, λαμβάνοντας υπόψη τις αβεβαιότητες κάθε πειραματικού σημείου φυσικά. Με πιο απλά λόγια, βρίσκει τις παραμέτρους του μοντέλου εκείνες που δίνουν την καλύτερη δυνατή προσαρμογή στα διαθέσιμα δεδομένα.

Για κάθε σημείο, η απόκλιση από την τεταγμένη (ή οριζόντια απόκλιση), υπολογίζεται λαμβάνοντας το τετράγωνο της διαφοράς μεταξύ των σημείων και της ευθείας, και δίνεται από

$$(y_i - A - Bx_i)^2 \quad (B'.1)$$

Σε αυτή της τη μορφή, η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις που θεωρείται, κατά σύμβαση, ότι δεν υπάρχει σφάλμα στη μεταβλητή X . Ωστόσο, υπάρχουν πολλές περιστάσεις στις οποίες αμφότερες μεταβλητές υπόκεινται σε σφάλματα, και δεν θεωρείται πλέον δόκιμο να ληφθούν μονάχα οι οριζόντιες αποκλίσεις. Για παράδειγμα, στο Κεφάλαιο 5, όπου μοντελοποιήθηκαν οι συναρτήσεις $\overline{Nu} = f(Re)$ και $P = f(Q)$. Σε τέτοιου είδους σενάρια, πρέπει είτε να γίνει επαναμοντελοποίηση του προβλήματος των ελαχίστων τετραγώνων [11, 1, 3, 2, 13] είτε να ληφθεί υπόψη η συνεισφορά της αβεβαιότητας δx_i στη μεταβλητή Y - πράγμα που θα διευκρινιστεί στη συνέχεια.

Για κάθε σημείο, η απόκλιση B'.1 διαιρείται με την αντίστοιχη αβεβαιότητα $(\delta y_i)^2$, ή διαφορετικά πολλαπλασιάζεται με τον όρο $w_i = 1 / (\delta y_i)^2$, ο οποίος δίνει τη δυνατότητα να προσδιοριστεί ο βαθμός συνεισφοράς κάθε μέτρησης στον υπολογισμό της λύσης. Τούτων λεχθέντων, η συνολική απόκλιση μετριέται με το άθροισμα των επιμέρους αποκλίσεων, για όλο το εύρος των σημείων, από:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - A - Bx_i)^2}{(\delta y_i)^2} = \sum_{i=1}^N w_i (y_i - A - Bx_i)^2 \quad (B'.2)$$

Ο αθροιστικός αυτός όρος είναι γνωστός και ως χ^2 (chi square). Οι μεταβλητές x_i, y_i και δy_i είναι γνωστές, οπότε η ποσότητα χ^2 δύναται να εκφραστεί συναρτήσει των παραμέτρων A και B . Ο στόχος εδώ είναι να προσδιοριστούν, αναλυτικά, οι τιμές αμφοτέρων παραμέτρων έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η ποσότητα χ^2 .

Για να ελαχιστοποιείται λοιπόν η χ^2 (σχέση B'.2), ικανή και αναγκαία συνθήκη είναι να μηδενίζονται οι πρώτες παράγωγοι των δύο παραμέτρων της:

$$\begin{cases} \frac{\partial \chi^2}{\partial A} = 0 \\ \frac{\partial \chi^2}{\partial B} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\sum_i w_i \right) A + \left(\sum_i w_i x_i \right) B = \sum_i w_i y_i \\ \left(\sum_i w_i x_i \right) A + \left(\sum_i w_i x_i^2 \right) B = \sum_i w_i x_i y_i \end{cases} \quad (B'.3)$$

Καταλήγουμε λοιπόν σε σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων, με αγνώστους τα A και B , των οποίων οι λύσεις είναι [4, 10, 5, 6]:

$$A = \frac{(\sum_i w_i x_i^2) (\sum_i w_i y_i) - (\sum_i w_i x_i) (\sum_i w_i x_i y_i)}{\Delta w} \quad (B'.4)$$

$$B = \frac{(\sum_i w_i) (\sum_i w_i x_i y_i) - (\sum_i w_i y_i) (\sum_i w_i x_i)}{\Delta w} \quad (B'.5)$$

όπου

$$\Delta w = \left(\sum_i w_i \right) \left(\sum_i w_i x_i^2 \right) - \left(\sum_i w_i x_i \right)^2 \quad (B'.6)$$

Στην ειδική περίπτωση που οι αβεβαιότητες δy_i είναι ίδιες για όλα τα σημεία, οι σχέσεις B'.4 - B'.5 γίνονται:

$$A = \frac{(\sum_i x_i^2) (\sum_i y_i) - (\sum_i x_i) (\sum_i x_i y_i)}{\Delta} \quad (B'.7)$$

$$B = \frac{N (\sum_i x_i y_i) - (\sum_i y_i) (\sum_i x_i)}{\Delta} \quad (B'.8)$$

όπου

$$\Delta = N \left(\sum_i x_i^2 \right) - \left(\sum_i x_i \right)^2 \quad (B'.9)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τις αβεβαιότητες της ανεξάρτητης μεταβλητής x

Όταν η φύση του υπολογισμού επιβάλλει την ύπαρξη των αβεβαιοτήτων δx_i , τότε αυτές δύνανται να συμπεριληφθούν στην ανάλυση ακολουθώντας τα εξής βήματα [4, 10]:

1. Υπολογίζονται οι παράμετροι A' και B' της γραμμικής παρεμβολής χρησιμοποιώντας τις σχέσεις B'.7 - B'.8.
2. Οι αβεβαιότητες $(\delta x_i)_{exp}$ της μεταβλητής X μετατρέπονται σε συνεισφορές $(\delta y_i)_{tra}$ των αβεβαιοτήτων της Y , μέσω της διάδοσης σφαλμάτων όπως ορίζεται από τους Kline και McClintock [12], δίνοντας για κάθε σημείο:

$$(\delta y_i)_{tra} = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x}(\delta x_i)_{exp}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{d(A' + B'x)}{dx}(\delta x_i)_{exp}\right)^2} = |B'| (\delta x_i)_{exp}$$

3. Οι δύο συνεισφορές στην αβεβαιότητα της Y , δηλαδή η πειραματική και η διαδομένη, συνδυάζονται για κάθε σημείο με το άθροισμα των τετραγώνων τους όπως ορίζεται από τον Moffat [14], δίνοντας:

$$(\delta y_i)_{tot}^2 = (\delta y_i)_{exp}^2 + (\delta y_i)_{tra}^2$$

4. Οι τελικές παράμετροι A και B υπολογίζονται από τις σχέσεις B'.4 - B'.5, όπου πλέον $w_i = 1 / (\delta y_i)_{tot}^2$.

Μια αλγεβρική προσέγγιση

Σε μορφή πινάκων, ένα γραμμικό μοντέλο δίνεται από:

$$y = X\beta + \epsilon \quad (B'.10)$$

όπου

- y ο πίνακας δεδομένων, διαστάσεων $n \times 1$
- β ο πίνακας γραμμικών μεταβλητών, διαστάσεων $m \times 1$
- X ο πίνακας επίλυσης, διαστάσεων $n \times m$
- ϵ ο πίνακας σφαλμάτων, διαστάσεων $n \times 1$

Για πολυώνυμο πρώτου βαθμού, οι n εξισώσεις με δύο αγνώστους δύνανται να εκφραστούν συναρτήσει των y , X και β από:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 1 \\ x_2 1 \\ x_3 1 \\ \vdots \\ x_n 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix}$$

Η επίλυση των ελαχίστων τετραγώνων του γραμμικού μοντέλου B'.10 δίνεται από το άνυσμα \hat{a} , το οποίο υπολογίζει τους γραμμικούς συντελεστές β . Η εξίσωση επίλυσης είναι [8]:

$$(X^T X) \hat{a} = X^T y \quad (\text{B'.11})$$

όπου X^T ο ανάστροφος του πίνακα επίλυσης X . Λύνοντας για \hat{a} ,

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T y = X / y \quad (\text{B'.12})$$

Η επίλυση X / y ¹ αποτελεί την κατά MATLAB[®] βέλτιστη λύση [9]. Λαμβάνοντας υπόψη τις αβεβαιότητες του ανύσματος ϵ , η B'.12 γίνεται:

$$\hat{a} = (X^T W X)^{-1} X^T W y \quad (\text{B'.13})$$

όπου W ο διαγώνιος πίνακας σφαλμάτων [7].

Ο Αλγόριθμος 1 περιγράφει τη διαδικασία προσαρμογής σε ευθεία γραμμή, ενός συνόλου δεδομένων $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^m$.

Αλγόριθμος 1: Γραμμική μοντελοποίηση

Δεδομένα: $\{x, y, \delta x, \delta y\} \in \mathbb{R}^m, n = 1$

Διαδικασία:

1. Προσδιορισμός m από το μέγεθος του ανύσματος δεδομένων x .
2. Δημιουργία άδειου πίνακα $X \in \mathbb{R}^{m \times (n+1)}$
3. Συμπλήρωση του πίνακα X .

```

for  $i = 1$  to  $m$  do
    for  $j = 1$  to  $n + 1$  do
         $X_{i,j} = x_i^{j-1}$ 
    end
end

```

¹γνωστή και ως εντολή mldivide

4. Επίλυση του συστήματος ελαχίστων τετραγώνων.

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T y = X / y$$

5. Λήψη συντελεστών γραμμικής παρεμβολής.

$$c = \hat{a}' = (m', b')^T \quad \text{-προσδιορίζει το γραμμικό μοντέλο}$$

$$y = m'x + b'$$

6. Προσδιορισμός συνεισφοράς $(\delta x_i)_{exp}$ σφάλματος στην y .

$$(\delta y_i)_{tra} = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x}(\delta x_i)_{exp}\right)^2} = |m'|(\delta x_i)_{exp}$$

7. Προσδιορισμός συνολικού σφάλματος $(\delta y_i)_{tot}$.

$$(\delta y_i)_{tot}^2 = (\delta y_i)_{exp}^2 + (\delta y_i)_{tra}^2$$

8. Προσδιορισμός πίνακα σταθμισμένων, πλέον, δεδομένων β .

$$\beta = y ./ (\delta y)_{tot}$$

9. Επανασυμπλήρωση του πίνακα X .

```

for  $i = 1$  to  $m$  do
    |
    for  $j = 1$  to  $n + 1$  do
    | |  $X_{i,j} = x_i^{j-1} \setminus (\delta y_i)_{tot}$ 
    | end
    end
end

```

10. Επίλυση του συστήματος ελαχίστων τετραγώνων.

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T \beta = X / \beta$$

Αποτελέσματα:

- Λήψη συντελεστών γραμμικής παρεμβολής.

$$c = \hat{a} = (m, b)^T \quad \text{-προσδιορίζει το γραμμικό μοντέλο}$$

$$y = mx + b$$

Γραμμική παλινδρόμηση σχέσεων δύναμης

Ένα μοντέλο δύναμης έχει μορφή:

$$y = ax^b$$

Λαμβάνοντας το φυσικό λογάριθμο της ανωτέρω σχέσης έχουμε:

$$\ln y = \ln(ax^b) \longrightarrow \ln y = \ln a + \ln x^b \longrightarrow \ln y = \ln a + b \ln x$$

$$\boxed{\ln y = \ln(ax^b) \iff \ln y = \ln a + b \ln x} \quad (\text{B'.14})$$

Η σχέση B'.14 δεν είναι τίποτε άλλο παρά ένα πολυώνυμο πρώτου βαθμού και, ως εκ τούτου, δύναται να γραφτεί ως:

$$y_l = a_0 + a_1 x_l$$

όπου έχει προηγηθεί η εξής αντικατάσταση μεταβλητών

$$y_l = \ln y, \quad x_l = \ln x$$

Λογικό και επόμενο λοιπόν:

$$\ln a = a_0 \longrightarrow \boxed{a = e^{a_0}} \quad (\text{B'.15})$$

$$\boxed{b = a_1} \quad (\text{B'.16})$$

Ο Αλγόριθμος 2 περιγράφει τη διαδικασία προσαρμογής σε σχέση δύναμης, ενός συνόλου δεδομένων $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^m$.

Αλγόριθμος 2: Μοντελοποίηση δεδομένων σε σχέση δύναμης

Δεδομένα: $\{x, y, \delta x, \delta y\} \in \mathbb{R}^m$

Διαδικασία:

1. Γραμμικός μετασχηματισμός όλων των x_i και y_i δεδομένων, καθώς επίσης και των αντίστοιχων σφαλμάτων τους.

$$x_l = \ln x_i, \quad \delta x_l = \sqrt{\left(\frac{\partial x_l}{\partial x_i} \delta x_i\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{d \ln(x_i)}{d x_i} \delta x_i\right)^2} = \left|\frac{\delta x_i}{x_i}\right|$$

$$y_l = \ln y_i, \quad \delta y_l = \sqrt{\left(\frac{\partial y_l}{\partial y_i} \delta y_i\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{d \ln(y_i)}{d y_i} \delta y_i\right)^2} = \left|\frac{\delta y_i}{y_i}\right|$$

2. Προσδιορισμός συντελεστών γραμμικής παρεμβολής \hat{a} , για τα πλέον μετασχηματισμένα δεδομένα και αβεβαιότητες $(x_l, y_l, \delta x_l, \delta y_l)$, κάνοντας χρήση του Αλγορίθμου 1.
3. Προσδιορισμός συντελεστών δύναμης m και b από $\hat{a} = (a_0, a_1)^T$.
 $m = e^{a_0}, \quad b = a_1$

Αποτελέσματα:

- Λήψη συντελεστών παρεμβολής δύναμης.

$$c = \hat{a} = (m, b)^T \quad \text{-προσδιορίζει το μοντέλο δύναμης}$$

$$y = mx^b$$

Βιβλιογραφία

Βιβλία

- [1] W. Deming. *Statistical Adjustment of Data*. New York: Dover Publications, 1964.
- [2] Wayne A. Fuller. *Measurement Error Models*. John Wiley Sons, Aug. 7, 2006. 474 pp.
- [3] Maurice Kendall. *The Advanced Theory of Statistics*. New York: Oxford University Press, 1987.

Κεφάλαια βιβλίων

- [4] Paolo Fornasini. “Correlation of physical quantities.” In: *The Uncertainty in Physical Measurements: An Introduction to Data Analysis in the Physics Laboratory*. SPRINGER NATURE, Sept. 1, 2008, pp. 184–185.
- [5] W. Glenn Steele Hugh W. Coleman. “Least Squares Regression.” In: *Experimentation, Validation, and Uncertainty Analysis for Engineers*. WILEY, May 28, 2018, pp. 246–259.
- [6] Louis Lyons. “Least squares fitting.” In: *A Practical Guide to Data Analysis for Physical Science Students*. Cambridge University Press, Nov. 1991, pp. 44–70. doi: 10.1017/cbo9781139170321.
- [7] Louis Lyons. “Using the error matrix.” In: *Statistics for Nuclear and Particle Physicists*. Cambridge University Press, Mar. 19, 1989, pp. 62–65.
- [8] Anthony Patera, James Douglass Penn, and Masayuki Yano. “Least Squares.” In: *Numerical Computation for Mechanical Engineers*. 2012, pp. 243–267.
- [9] Anthony Patera, James Douglass Penn, and Masayuki Yano. “Solution of Linear Systems: Matlab Backslash.” In: *Numerical Computation for Mechanical Engineers*. 2012, pp. 272–273.

- [10] John R. Taylor. “Least-Squares Fitting.” In: *Introduction to Error Analysis, Second Edition: The Study of Uncertainties in Physical Measurements (Revised)*. University Science Books, July 1, 1997, pp. 181–200.

Δημοσιεύσεις

- [11] P. Glaister. “Least Squares Revisited.” In: *The Mathematical Gazette* 85.502 (Mar. 2001), pp. 104–107. doi: 10.2307/3620485.
- [12] S. J. Kline and F. A. McClintock. “Describing Uncertainties in Single-Sample Experiments.” In: *Mech. Engineering* 75 (1953), pp. 3–8.
- [13] K. Linnet. “Evaluation of Regression Procedures for Methods Comparison Studies.” In: *Clinical Chemistry* 39.3 (Mar. 1993), pp. 424–432. doi: 10.1093/clinchem/39.3.424.
- [14] Robert J. Moffat. “Describing the uncertainties in experimental results.” In: *Experimental Thermal and Fluid Science* 1.1 (Jan. 1988), pp. 3–17. doi: 10.1016/0894-1777(88)90043-x.

Παράρτημα Γ΄

Κώδικας MATLAB[®]

Στο Παράρτημα Γ΄ συγκεντρώνονται οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση δεδομένων, τα αποτελέσματα της οποίας βρίσκονται στη σελ. 140 υπό την ετικέτα results.txt. Οι καταγεγραμμένοι αλγόριθμοι συντάχθηκαν από τον συγγραφέα, ενώ αλγόριθμοι τρίτων προσώπων, που ενίοτε χρησιμοποιούνταν στην ανάλυση, αναφέρονται στις παραπομπές.

Ιδιαίτερα χρήσιμος ήταν ο κώδικας του Kis [11] (βλ. Αλγόριθμο Γ΄.5), ο οποίος προεκτάθηκε ούτως ώστε να συμπεριλαμβάνει αβεβαιότητες, και η μεθοδολογία του οποίου αναλύεται διεξοδικά στο Παράρτημα Β΄. Γλύτωσε από το συγγραφέα αρκετές ώρες εργασίας.

Χρήσιμα ήταν επίσης η συνάρτηση αριθμητικής ολοκλήρωσης¹ [9] και η στατιστική εργαλειοθήκη² [8] του MATLAB[®]. Αμφότερα συνέβαλαν στην απλοποίηση ορισμένων, κατά τα άλλα, αρκετά περίπλοκων υπολογισμών (βλ. υποενότητες 4.1.3 και 4.1.6).

Βιβλία που βοήθησαν, και ενέπνευσαν, στην υλοποίηση του κώδικα είναι της Attaway [1], του Johnson [2] και των Patera, Penn και Yano [5]. Ενώ για τη σύνθεση γραφημάτων, καθοριστικό ρόλο έπαιξε η συνάρτηση του Jong [10] σε συνδυασμό με το λογισμικό ανυσματικών γραφικών *Inkscape*[©] [3, 4] καθώς επίσης και το βιβλίο του Tufte [6]. Έγινε επίσης εκτενής χρήση της βιβλιοθήκης παραγωγής γραφημάτων του L^AT_EX, TikZ [7].

Αλγόριθμος Γ΄.1 Προσδιορισμός διαστάσεων γραφημάτων

```
1 function PlotDimensions(h, Units, Plotsize, Fontsize)
2
3     h.Units = Units; %μονάδες μέτρησης διαστάσεων
```

¹trapz

²Curve Fitting toolbox

```

4      h.Position(2) = (h.Position(2) - 8.5); %θέση γραφήματος
5      h.Position((3:4)) = Plotsize; %προσδιορισμός διαστάσεων
6      set(findall(h, '-property', 'FontSize'), 'FontSize',...
7          Fontsize); %μέγεθος φόντου
8  end

```

Αλγόριθμος Γ'.2 Αλλαγή διερμηνευτή

```

1  function ChangeInterpreter(h, Interpreter)
2
3      %Μεταβλητές τύπου string του γραφήματος
4      TexObj = findall(h, 'Type', 'Text');
5      LegObj = findall(h, 'Type', 'Legend');
6      AxeObj = findall(h, 'Type', 'Axes');
7      ColObj = findall(h, 'Type', 'Colorbar');
8
9      Obj = [TexObj; LegObj]; %Ομαδοποίηση Legend και Text
10
11     n_Obj = length(Obj);
12     for i = 1:n_Obj
13         Obj(i).Interpreter = Interpreter;
14     end
15
16     Obj = [AxeObj; ColObj]; %Ομαδοποίηση Axes και Colorbar
17
18     n_Obj = length(Obj);
19     for i = 1:n_Obj
20         Obj(i).TickLabelInterpreter = Interpreter;
21     end
22 end

```

Αλγόριθμος Γ'.3 Εκτίμηση αβεβαιότητας μετρητικών οργάνων

```

1  function [sigma] = InstrumentUncertainty(errVI, errTime,
    errTemp)

```



```

2  % Η παρούσα συνάρτηση υπολογίζει το συνολικό σφάλμα των χρησιμοποιούμενων
3  % μετρητικών οργάνων ακολουθώντας την ανάλυση αβεβαιότητας για πειράματα
4  % περιορισμένου αριθμού λήψης μετρήσεων (single sample experiments)
5  % όπως ορίζεται από τον Moffat [2]
6
7  % Σχετική βιβλιογραφία:
8  % [1] Hugh W. Coleman, W. Glenn Steele Experimentation, Validation,
9  % and Uncertainty Analysis for Engineers, σελ. 199
10 %
11 % [2] Moffat, Robert J. Describing the uncertainties in experimental results
12 % 1988-01
13 %
14 % [3] Serbes, Arda Sefer Halkasal Kesitli Borulardaki Teğetsel Girişli
15 % Sönümlü Döngülü Laminer Akışlarda Isı Taşınımı Karakteristiğinin
16 % Deneysel Olarak İncelenmesi, σελ. 86
17
18
19 % Εκτίμηση αβεβαιότητας μετρήσεων τάσης και ρεύματος
20 vS = 0.01; iS = 0.01; % ευαισθησία μετρητικού
21
22 data = importdata(errVI);
23
24 vData = data.data(:, 1);
25 iData = data.data(:, 2);
26
27 % Συνολικό σφάλμα
28 sigma.Volt = sqrt( (vS/2) ^ 2 + (2.042 * std(vData)) ^ 2 );
29 sigma.Amp = sqrt( (iS/2) ^ 2 + (2.042 * std(iData)) ^ 2 );
30
31 % Εκτίμηση αβεβαιότητας μέτρησης χρόνου
32 tS = 0.01; % ευαισθησία μετρητικού
33
34 data = importdata(errTime);
35
36 tData = data.data(:, 1);
37

```

```
38 % Συνολικό σφάλμα
39 sigma.Time = sqrt( (tS/2) ^ 2 + (2.042 * std(tData)) ^ 2 );
40
41 % Εκτίμηση αβεβαιότητας μετρήσεων θερμοκρασίας (11 θερμοστοιχεία)
42 tempS = 0.01; % συστηματικό σφάλμα όπως υπολογίστηκε από Arda[3]
43
44 % Σφάλμα Nης τάξης
45 tempVar = zeros(17, 11);
46 data = readtable(errTemp, 'Sheet', 'axialFlow');
47 data = table2array(data);
48 data = [flip( data(:, 1:9), 2 ) data(:, 10:11)];
49 [numRow, numCol] = size(data);
50 for k = 1:numCol
51     tempVar(17, k) = var(data(:, k));
52 end
53
54 c = 0;
55 for i = 45:15:90
56     for j = 1:4
57         data = readtable(errTemp, 'Sheet', +j+'in'+i+'deg');
58         data = table2array(data);
59         data = [flip( data(:, 1:9), 2 ) data(:, 10:11)];
60         c = c + 1;
61         for k = 1:numCol
62             tempVar(c, k) = var(data(:, k));
63         end
64     end
65 end
66
67 % Ομαδοποιημένη στατιστική
68 poolVar = zeros(1, 11);
69 for k = 1:numCol
70     poolVar(1, k) = sqrt( mean(tempVar(:, k)) / ( (c + 1) +
71                             numRows ) );
72 end
```

```

73 % Ο συντελεστής student λαμβάνει τιμή 2.571 για δύο τυπικές αποκλίσεις (95%)
74 % λόγω αριθμού παρτίδων μετρήσεων (5 στο σύνολό τους).
75 poolStd = 2.571 * poolVar;
76
77 % Συνολικό σφάλμα
78 sigmaTempTot = sqrt(tempS ^ 2 + poolStd .^ 2)';
79
80 rowNames = {
81     'uncertTC1 ', 'uncertTC2 ',...
82     'uncertTC3 ', 'uncertTC4 ',...
83     'uncertTC5 ', 'uncertTC6 ',...
84     'uncertTC7 ', 'uncertTC8 ',...
85     'uncertTC9 ', 'uncertTCinlet ',...
86     'uncertTCoutlet '
87 };
88 sigma.Temp = array2table(sigmaTempTot, 'RowNames', rowNames)
89     ;
89 end

```

Αλγόριθμος Γ'4 Διάδοση σφαλμάτων

```

1 function [value, uncert] = UncertaintyPropagation(func, vals
   , uncerts, corrmatrix)
2 % PropUncertainty() διαδίδει τα σφάλματα της εκάστοτε συνάρτησης func
3 % χρησιμοποιώντας την αριθμητική προσέγγιση πεπερασμένων διαφορών
4 % για τον προσδιορισμό της συνάρτησης Root Sum of Squares, όπως ορίζεται
5 % από
6 %
7 % [1] S. J. Kline and F.A. McClintoc, Describing Uncertainties in
8 % Single-Sample Experiments, Mech. Eng., σελ. 3-8
9 %
10 % και σε μορφή πινάκων
11 %
12 % [2] Benjamin Ochoa and Serge Belongie, Covariance Propagation for Guided Matching
13 %

```

```

14 % [3] Lyons Louis, Statistics for Nuclear and Particle Physicists,
15 % κεφ. 3.5 (Using the error matrix), σελ. 62
16 %
17 % Σημειώστε ότι η σειρά των στοιχείων στα ανύσματα 'vals', 'uncerts' και
18 % 'corrmat' πρέπει να αντιστοιχεί με αυτή των μεταβλητών '@(x,y,z)' στην
19 % εκάστοτε συνάρτηση 'func'
20
21 cellVals = num2cell( vals );
22 N = numel( cellVals );
23 value = func( cellVals { : } );
24
25 % Προσδιορισμός Ιακωβιανού πίνακα κάνοντας χρήση πεπερασμένων διαφορών
26 jacob = zeros( 1, N );
27 for i = 1:N
28     if( unerts(i) == 0 )
29         % Δεν θέλουμε να διαιρέσουμε με το μηδέν (γραμμή 32)
30         jacob(i) = 0;
31     else
32         temp = cellVals{ i };
33         cellVals{ i } = temp + unerts(i);
34         term1 = func( cellVals { : } );
35         cellVals{ i } = temp - unerts(i);
36         jacob(i) = (term1 - func( cellVals { : } )) / ( 2 * unerts(
37             i ));
38         cellVals{ i } = temp;
39     end
40 end
41 if ( ~exist( 'corrMat', 'var' ) )
42     uncert = sqrt( sum( (jacob .* unerts) .^ 2 ) );
43 else
44     % Δημιουργία πίνακα συσχέτισης
45     covar = corrmat;
46     for i = 1:N
47         covar(i, :) = covar(i, :) .* unerts(i);
48         covar(:, i) = covar(:, i) .* unerts(i);

```

```

49     end
50     uncert = sqrt(jacob * covar * transpose(jacob));
51 end
52 end

```

Αλγόριθμος Γ'.5 Σταθμισμένα ελάχιστα τετράγωνα

```

1 function [c, c_sig, stats, eqn] = LeastSquaresFit(xdata,
    ydata, xerr, yerr, model)
2 % Συνάρτηση γραμμικής παρεμβολής, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Ελαχίστων
3 % Τετραγώνων, λαμβάνοντας υπόψη αβεβαιότητες και των δύο μεταβλητών ( $x_i, y_i$ ).
4 % Για μη γραμμικά μοντέλα της μορφής  $y = ax^b$ , προηγείται
5 % γραμμικός μετασχηματισμός.
6
7 % Ο κώδικας είναι μια προέκταση της συνάρτησης
8 % https://github.com/tamaskis/lscurvefit\_approx-MATLAB
9
10 % Σχετική βιβλιογραφία:
11 % [1] Hugh W. Coleman, W. Glenn Steele Experimentation, Validation,
12 % and Uncertainty Analysis for Engineers, σελ. 246
13 %
14 % [2] Bevington, Philip R. / Robinson, D. Keith Data Reduction and Error
15 % Analysis for the Physical Sciences, σελ. 102
16 %
17 % [3] Taylor, John R. Introduction to Error Analysis, The Study of Uncertainties
18 % in Physical Measurements, σελ. 181
19 %
20 % [4] Linearizing the Equation. MacEwan University Physics Laboratories.
21 % https://academic.macewan.ca/physlabs/Linearization.pdf (accessed: October 31, 2021).
22 %
23 % [5] Linear Models (Stat 305a). Stanford University.
24 % https://statweb.stanford.edu/owen/courses/305a/ch2.pdf
25 % (accessed: October 31, 2021).
26 %
27 % [6] Lyons, Louis A Practical Guide to Data Analysis for Physical Science Students,

```

```

28 % σελ. 44
29
30 % Αναστροφή πινάκων (αν χρειαστεί)
31 if size(xdata, 1) < length(xdata)
32     xdata = xdata(:);
33 end
34 if size(ydata, 1) < length(ydata)
35     ydata = ydata(:);
36 end
37 if size(xerr, 1) < length(xerr)
38     xerr = xerr(:);
39 end
40 if size(yerr, 1) < length(yerr)
41     yerr = yerr(:);
42 end
43
44 % Αυτόματη επιλογή
45 if nargin == 4
46     model = 'linear';
47 end
48
49 % Συνεισφορά αβεβαιότητας x (xerr) στη συνολική αβεβαιότητα του y (sigma)
50 show_warning = false;
51 if strcmpi(model, 'linear')
52     X = [ones( size(xdata) ) xdata];
53     a_fit = X\ydata;
54     sigmaTr = abs( a_fit(2) ) * xerr; %  $\sigma_{tra} = |\sigma_x| \frac{d(mx+b)}{dx}$ 
55     sigma = sqrt( yerr.^2 + sigmaTr.^2 );
56 % Γραμμικός μετασχηματισμός
57 elseif strcmpi(model, 'power')
58     if (sum(xdata < 0) > 0) || (sum(ydata < 0) > 0),
59         show_warning = true; end
60     yerr = yerr ./ ydata; %  $\sigma_{lny} = |\sigma_y| \frac{d(\ln y)}{dy}$ 
61     xerr = xerr ./ xdata; %  $\sigma_{lnx} = |\sigma_x| \frac{d(\ln x)}{dx}$ 
62     xdata = real( log(xdata) );
63     ydata = real( log(ydata) );

```

```

63     X      = [ones( size(xdata) ) xdata];
64     a_fit   = X\ydata;
65     sigmaTr = abs( a_fit(2) ) * xerr; %  $\sigma_{tra} = |\sigma_x| \frac{d(mx+b)}{dx}$ 
66     sigma    = sqrt( yerr.^2 + sigmaTr.^2 );
67 end
68
69 % Προειδοποίηση αν τα στοιχεία των δεδομένων είναι αρνητικά με το πέρας
70 % του γραμμικού μετασχηματισμού
71 if show_warning
72     warning( 'One or more linearized data points were
73             complex. '+ 'Only the real part of these points
74             will be used.' );
75 end
76
77 % Προσδιορισμός αριθμού δεδομένων και δημιουργία πίνακα αβεβαιότητας
78 M = length(ydata);
79 b = ydata ./ sigma;
80
81 % Δημιουργία X πίνακα
82 X = zeros(M, 2);
83 for i = 1:M
84     for j = 1:2
85         X(i,j) = xdata(i) ^ (j-1) / sigma(i);
86     end
87 end
88
89 % Δημιουργία πίνακα συσχέτισης
90 Corr = inv(X' * X);
91
92 % Λύση ελαχίστων τετραγώνων γραμμικού συστήματος (βλ. [5])
93 a_hat = X\b;
94
95 % Αβεβαιότητα συντελεστών γραμμικής παρεμβολής
96 c_sig = zeros(2, 1);
97 for j = 1:2
98     c_sig(j) = sqrt( Corr(j, j) );

```

```
97     end
98
99     % Τιμές υπολογισθείσας συνάρτησης
100     func = zeros(length(xdata), 1);
101     for i = 1:2
102         func = func + a_hat(i) * xdata .^ (i-1);
103     end
104
105     y_bar = mean(ydata);
106
107     % Στατιστικά γραμμικής παρεμβολής
108     SS_tot = sum( ((ydata - y_bar) ./ sigma) .^ 2 );
109     chisqr = sum( ((ydata - func) ./ sigma) .^ 2 );
110     rsqr = 1 - (chisqr/SS_tot);
111     rmse = sqrt( sum( ((ydata - func) .^ 2) / M ) );
112     stats = [rsqr, chisqr, rmse];
113
114     % Συντελεστές γραμμικής παρεμβολής
115     if strcmpi(model, 'linear')
116         m = a_hat(2);
117         b = a_hat(1);
118     elseif strcmpi(model, 'power')
119         c_sig(1) = c_sig(1) * exp( a_hat(1) );
120         a = exp( a_hat(1) );
121         b = a_hat(2);
122     end
123
124     if strcmpi(model, 'linear')
125         c = [m;b];
126     elseif strcmpi(model, 'power')
127         c = [a;b];
128     end
129
130     % Αποθήκευση μορφής συναρτήσεων
131     if strcmpi(model, 'linear')
132         if b >= 0
```



```

133         eqn = '\$y =' +M+ 'x' + '+' +b+ '\$';
134     else
135         eqn = '\$y =' +M+ 'x' +b+ '\$';
136     end
137     elseif strcmpi(model, 'power')
138         eqn = '\$y =' +a+ 'x^{'+b+'}\$';
139     end
140 end

```

Αλγόριθμος Γ'.6 Σταθμισμένος μέσος και διασπορά

```

1 function [wvar, wmean, wstd, weights] = WeightedVariance(
    data, error)
2 % Συνάρτηση που επιστρέφει τη μέση τιμή καθώς επίσης και τη διασπορά
3 % δεδομένων που φέρουν αβεβαιότητες.
4 % Βασισμένο στις σημειώσεις του James Kirchner (Case II)
5 % http://seismo.berkeley.edu/~kirchner/Toolkits/Toolkit\_12.pdf
6
7 % Σχετική βιβλιογραφία
8 % Bevington, P. R., Data Reduction and Error Analysis for the Physical
9 % Sciences, σελ. 56-59
10
11 n = length(data);
12 weights = (1 ./ error) .^ 2;
13 wmean = sum(data .* weights) / sum(weights);
14 wvar = ( sum(weights .* data .^ 2) / sum(weights) - wmean ^
    2 ) * n / (n - 1);
15 % Τυπικό σφάλμα του μέσου
16 wstd = sqrt(wvar / n);
17 end

```

Αλγόριθμος Γ'.7 Βαθμονόμηση ογκομετρητή παροχής

```

1 % βαθμονόμηση ογκομετρητή θετικής μετατόπισης
2 for j = 1:2

```

```

3
4     hFig = figure;
5     hAxes = axes('Parent', hFig, 'XGrid', 'on', 'YGrid', 'on
        ', 'Box', 'on', 'linewidth', 1);
6     set(hFig, 'Color', 'w');
7     hold('on');
8
9     if j == 1
10         data = importdata('flowCalibration.csv');
11     else
12         data = importdata('flowCalibration1.csv');
13     end
14
15     anemQ = data(6, :);
16     flowmQ = data(7, :);
17     y = zeros(1, 8);
18
19     for i = 1:8
20         relEr(i) = ( flowmQ(i) - anemQ(i) ) / anemQ(i) * 100
21     end
22
23     ind = 3:8;
24     RMSE(j) = sqrt( mean( (relEr) .^ 2 ) );
25     RMSEr(j) = sqrt( mean( (relEr(ind)) .^ 2 ) );
26
27     plot(hAxes, flowmQ, relEr, '-o', 'MarkerEdgeColor', [0,
        0.4470, 0.7410], 'MarkerFaceColor', [0, 0.4470,
        0.7410], 'Markersize', 6, 'Linewidth', 1.5);
28     plot(hAxes, flowmQ, y, '-s', 'MarkerEdgeColor', [0.8500,
        0.3250, 0.0980], 'MarkerFaceColor', [0.8500, 0.3250,
        0.0980], 'Markersize', 6, 'Linewidth', 1.5);
29
30     ylim([-40 40]);
31     xlim([min(flowmQ) max(flowmQ)]);
32
33     xlabel('Volumetric flow rate [m^3/s]');

```

```

34     ylabel('Relative error [\%]');
35
36     legend('Flowmeter', 'Hot-wire', 'Location', 'NorthEast')
37         ;
38     PlotDimensions(gcf, 'centimeters', [15.747, 8], 12);
39     ChangeInterpreter(gcf, 'Latex');
40     Plot2LaTeX(hFig, ['flowcalibration', num2str(j)])
41 end

```

Αλγόριθμος Γ'.8 Ανάλυση δεδομένων

```

1  % Τίτλος:      EgreiousDataPadding.m
2  % Έκδοση:      1.3
3  % Συγγραφέας:   Δαρμάνης Μιχαήλ
4  % Ημερομηνία:   12 Δεκεμβρίου 2021
5  % Περιγραφή:     Script για τη θερμοδυναμική ανάλυση των διατάξεων ροής.
6
7  %% Measured data and known values
8
9  tic;                % χρονομέτρηση κώδικα
10
11 dInner = 22 * 10 ^ -3; % διάμετρος εσωτερικού κυλίνδρου, [m]
12 dOuter = 40 * 10 ^ -3; % διάμετρος εξωτερικού κυλίνδρου, [m]
13 voltRes = 29.5;        % τάση αντίστασης, [V]
14 ampRes = 0.63;         % ένταση ρεύματος αντίστασης, [A]
15 position = 0.05:0.1:0.9; % θέσεις θερμοστοιχείων (z), [m]
16 subsystems = 0:0.1:0.9; % 9 υποσυστήματα της αντίστασης
17
18 tempData = zeros(11, 4, 17); % θερμοκρασία σε βαθμούς κελσίου, [°C]
19                                     % στήλες 1-9 θερμοκρασίες αντίστασης
20                                     % στήλη 10 θερμοκρασία εισόδου
21                                     % στήλη 11 θερμοκρασία εξόδου
22
23 timeData = zeros(1, 4, 17); % χρόνος, [sec]

```

```

24 voltFan = zeros(1, 4, 17);    % τάση ανεμιστήρα, [V]
25 ampFan  = zeros(1, 4, 17);    % ένταση ρεύματος ανεμιστήρα, [A]
26 c = 0;
27
28 % Εισαγωγή δεδομένων για διατάξεις βρόγχου
29 for j = 45:15:90
30     for i = 1:4
31         c = c + 1;
32         data = importdata(+j+'Degrees'+i+'inlets.csv');
33
34         % Μετρήσεις θερμοκρασίας σε διατάξεις βρόγχου
35         tempData(:, :, c) = data.data((4:14), :);
36
37         % Μετρήσεις χρόνου σε διατάξεις βρόγχου
38         timeData(1, :, c) = data.data(3, :);
39
40         % Μετρήσεις τάσης και ρεύματος σε διατάξεις βρόγχου
41         voltFan(1, :, c) = data.data(1, :);
42         ampFan(1, :, c) = data.data(2, :);
43     end
44 end
45
46 % Εισαγωγή δεδομένων για διάταξη αξονικής ροής
47 data = importdata('Axial.csv');
48
49 % Αντίστοιχες μετρήσεις για διάταξη αξονική ροής
50 tempData(:, :, 17) = data.data((4:14), :);
51 timeData(1, :, 17) = data.data(3, :);
52 voltFan(1, :, 17) = data.data(1, :);
53 ampFan(1, :, 17) = data.data(2, :);
54
55 % Κωδικοποίηση χρωμάτων για αριθμό χρησιμοποιούμενων βρόγχων, θα
56 % χρησιμοποιηθεί στα τελευταία κομμάτια του scrit, όπου θα αναπαραστούν
57 % γραφικά τα δεδομένα ( $Nu = f(Re)$ ,  $P = f(Q)$ )
58 colorsErr = [140 45 4; 204 76 2;...
59             236 112 20; 254 153 41;...
```

```

60         99 99 99];
61
62 % Τα ίδια με απο πάνω απλά με διαφορετική διαφάνεια
63 colorsFit = [140 45 4 153; 204 76 2 153;...
64             236 112 20 153; 254 153 41 153;...
65             99 99 99 153];
66
67 %% Data uncertainties
68
69 [sigma] = InstrumentUncertainty('errorVI.csv', 'errorTime.
    csv', 'errorTemp.xlsx');
70
71 % Συνολική αβεβαιότητα κάθε θερμοστοιχείου
72 uTemp = table2array(sigma.temp);
73 uTemp = uTemp(1:11);
74
75 % Συνολική αβεβαιότητα μετρήσεων τάσης και έντασης
76 uAmp = sigma.amp;
77 uVolt = sigma.volt;
78
79 % Συνολική αβεβαιότητα χρονομέτρου
80 uTime = sigma.time;
81
82 % Συνολική αβεβαιότητα διαστάσεων (σφάλμα ευαισθησίας ουσιαστικά)
83 uDim = 0.5 * 10 ^ -3;
84
85 % Αβεβαιότητα ειδικής θερμότητας αέρα (σφάλμα εύρους)
86 uCp = 0.001;
87
88 %% Thermal homogeneity
89
90 % Αντιπροσωπευτικές μέσες τιμές και τυπικές αποκλίσεις για κάθε διάταξη
91 TempStd = zeros(1, 4, 17);
92 TempMean = zeros(1, 4, 17);
93 ApparStd = zeros(1, 1, 17);
94 ApparMean = zeros(1, 1, 17);

```

```

95
96 % Ακρότατες τιμές εφ όλων των δεδομένων για κοινό colobar
97 minColorLimit = min( min( min(tempData) ) );
98 maxColorLimit = max( max( max(tempData) ) );
99
100 % Θερμοκρασιακή ομοιογένεια και γραφήματα κυλίνδρων αξονικής ροής
101 for i = 1:4
102     figure(i);
103     dummydata = tempData(1:9, i, 17)';
104     [X, Y, Z] = cylinder( ones( size(dummydata) ) );
105     Z = 20 * Z;
106     C = repmat(dummydata', 1, size(X, 2));
107     hm = surf(X, Y, Z, C);
108     caxis([minColorLimit, maxColorLimit]);
109
110     shading interp;
111     colormap jet;
112     axis equal;
113
114     set(findobj(gcf, 'type', 'axes'), 'Visible', 'off');
115     PlotDimensions(gcf, 'centimeters', [15.747, 9], 12);
116     ChangeInterpreter(gcf, 'Latex');
117     colorbar;
118     Plot2LaTeX(gcf, 'axialtemp');
119
120     [wmean, wvariance] = WeightedVariance(dummydata', uTemp
        (1:9, 1));
121
122     TempMean(1, i, 17) = wmean;
123     TempStd(1, i, 17) = sqrt( wvariance );
124 end
125
126 ApparStd(1, 1, 17) = mean( TempStd(1, :, 17) );
127 ApparMean(1, 1, 17) = mean( TempMean(1, :, 17) );
128
129 % Θερμοκρασιακή ομοιογένεια και γραφήματα κυλίνδρων για περιδινούμενες ροές

```

```

130 for k = 1:16
131     for i = 1:4
132         figure( 'Name', +i+'in'+k+'case' );
133         dummydata = tempData(1:9, i, k)';
134         [X, Y, Z] = cylinder( ones( size(dummydata) ) );
135         Z = 20 * Z;
136         C = repmat(dummydata', 1, size(X, 2));
137         hm = surf(X, Y, Z, C);
138         caxis([minColorLimit, maxColorLimit]);
139
140         shading interp;
141         colormap jet;
142         axis equal;
143
144         set(findobj(gcf, 'type', 'axes'), 'Visible', 'off');
145         PlotDimensions(gcf, 'centimeters', [3.8, 3.8], 12);
146         ChangeInterpreter(gcf, 'Latex');
147         Plot2LaTeX(gcf, [ 'temp', num2str(i)-num2str(k) ]);
148
149         [wmean, wvariance] = WeightedVariance(dummydata',
150             uTemp(1:9, 1));
151
152         TempMean(1, i, k) = wmean;
153         TempStd(1, i, k) = sqrt( wvariance );
154     end
155     ApparStd(1, 1, k) = mean( TempStd(1, :, k) );
156     ApparMean(1, 1, k) = mean( TempMean(1, :, k) );
157 end
158 % Προετοιμασία μεταβλητών για εύρεση σχετικών τιμών
159 apparatusMean(:, 1) = ApparMean(1, 1, :);
160 axialMean(:, 1) = ApparMean(1, 1, 17) * ones(17, 1);
161
162 % Σχετική μέση θερμοκρασία
163 relmean = apparatusMean - axialMean;
164

```

```

165 %Σχετική τυπική απόκλιση
166 apparatusStd(:, 1) = ApparStd(1, 1, 1:16);
167 axialStd = ApparStd(1, 1, 17);
168
169 %Σχετικές τυπικές αποκλίσεις θερμοκρασίας
170 lci = relmean(1:16, 1) - apparatusStd;
171 lci(17, 1) = -axialStd;
172 uci = relmean(1:16, 1) + apparatusStd;
173 uci(17, 1) = axialStd;
174
175 %Το σύμβολο $ μπαίνουν διότι το αρχείο θα επεξεργαστεί με LaTeX
176 name = {
177     '$45-1$', '$45-2$', '$45-3$', '$45-4$', ...
178     '$60-1$', '$60-2$', '$60-3$', '$60-4$', ...
179     '$75-1$', '$75-2$', '$75-3$', '$75-4$', ...
180     '$90-1$', '$90-2$', '$90-3$', '$90-4$'...
181     '\textit{\textbf{ }}'
182 }';
183
184 colNames = {'name', 'mean', 'lci', 'uci'};
185 relData = table(name, round(relmean, 2), round(lci, 2),
186     round(uci, 2), 'Variablenames', colNames);
187
188 %Δημιουργία αρχείου δεδομένων data.txt για περαιτέρω επεξεργασία
189 writetable(relData, 'data.txt', 'Delimiter', 'tab');
190
191 %% Heat-transfer evaluation
192 Reynolds = zeros(1, 4, 17); %Reynolds, [αδιάστατο]
193 ReynoldsErr = zeros(1, 4, 17); %Σφάλμα Reynolds, [αδιάστατο]
194 Nusselt = zeros(9, 4, 17); %Τοπικός Nusselt, [αδιάστατο]
195 NusseltAvg = zeros(1, 4, 17); %Μέσος Nusselt, [αδιάστατο]
196 NusseltErr = zeros(9, 4, 17); %Σφάλμα τοπικού Nusselt, [αδιάστατο]
197 NusseltAvgErr = zeros(1, 4, 17); %Σφάλμα μέσου Nusselt, [αδιάστατο]
198 relThermal = zeros(1, 1, 17); %Αιγμένος Nusselt, [αδιάστατο]

```

```

199 relThermalErr = zeros(1, 1, 17); % Σφάλμα ανηγμένου Nusselt,
    [αδιάστατο]
200 thermalEn = zeros(1, 4, 17); % Θερμική ισχύς, [Watt]
201 thermalEnErr = zeros(1, 4, 17); % Σφάλμα θερμικής ισχύος, [Watt]
202
203 % Θερμική αγωγιμότητα (W/m K) - εξίσωση Kannuluik
204 kappa = @(T) 5.75e-5 * (1 + 317e-5 * T - 21e-7 * T^2) *
    418.4;
205
206 % Πυκνότητα (kg/m3) - νόμος ιδανικών αερίων
207 rho = @(T) 1.02e5 / (287.05 * (T + 273.15));
208
209 % Δυναμικό ιξώδες (kg/m s) - εξίσωση Sutherland
210 mu = @(T) 1.716e-5 * ((T + 273.15) / 273.15) ^ (3 / 2) *
    ((273.15 + 110.56) / (T + 110.56 + 273.15));
211
212 % Ειδική θερμότητα (μέση τιμή για 50 K διαφορά)
213 Cp = 1.008;
214
215 % Προετοιμασία "παλέτας" για γραφήματα
216 name = {
217     'Nu = f(Re) 45deg ',...
218     'Nu = f(Re) 60deg ',...
219     'Nu = f(Re) 75deg ',...
220     'Nu = f(Re) 90deg '
221 };
222
223 for i =1:4
224     handles(1).hFig{i} = figure('Name', name{i});
225     handles(1).hAxes{i} = axes('Parent', handles(1).hFig{i})
        ;
226     set(handles(1).hFig{i}, 'Color', 'w');
227     hold on;
228 end
229
230 % Συνάρτηση υπολογισμού παροχής
231 flowFunc = @(time) 0.1 / time;

```

```

232
233 % Συνάρτηση υπολογισμού αριθμού Reynolds
234 Re = @(Q, density, dviscosity, dOuter, dInner) 4 * Q *
    density / (pi * dviscosity * (dOuter + dInner));
235
236 % Συνάρτηση υπολογισμού συντελεστή μετάδοσης θερμότητας
237 h = @(voltRes, ampRes, dInner, Tres, Tair) voltRes * ampRes
    / (pi * dInner * 0.1 * (Tres - Tair));
238
239 % Συνάρτηση υπολογισμού τοπικού αριθμού Nusselt
240 Nu = @(h, dOuter, dInner, kappa) h * (dOuter - dInner) /
    kappa;
241
242 % Συνάρτηση υπολογισμού θερμικής ενέργειας
243 Qen = @(rho, flow, Cp, Tout, Tin) rho * flow * Cp * (Tout -
    Tin);
244 for k = 1:17
245     for i = 1:4
246         [flowrate, uflowrate] = UncertaintyPropagation(
            flowFunc, timeData(1, i, k), uTime);
247
248         % Θερμοδυναμικές ιδιότητες αέρα για Tavg
249         tfunc = @(Tin, Tout) (Tin + Tout) / 2;
250         [Tavg, uTavg] = UncertaintyPropagation(tfunc, [
            tempData(10, i, k) tempData(11, i, k)], [uTemp
            (10, 1) uTemp(11, 1)]);
251
252         % Πυκνότητα
253         [density, udensity] = UncertaintyPropagation(rho,
            Tavg, uTavg);
254
255         % Δυναμικό ιξώδες
256         [dviscosity, udviscosity] = UncertaintyPropagation(
            mu, Tavg, uTavg);
257
258         % Θερμική αγωγιμότητα

```

```

259     [tcond, utcond] = UncertaintyPropagation(kappa, Tavgl
        , uTavg);
260
261     %Θερμική ενέργεια
262     [thermalEn(1, i, k), thermalEnErr(1, i, k)] =
        UncertaintyPropagation(Qen, [density flowrate Cp
        tempData(11, i, k) tempData(10, i, k)], [udensity
        uflowrate uCp uTemp(11, 1) uTemp(10, 1)]);
263
264     %Reynolds
265     [Reynolds(1, i, k), ReynoldsErr(1, i, k)] =
        UncertaintyPropagation(Re, [flowrate density
        dviscosity dOuter dInner], [uflowrate udensity
        udviscosity uDim uDim]);
266
267     %Προσδιορισμός θερμοκρασίας αέρα
268     [const, uconst] = LeastSquaresFit([0 0.9], [tempData
        (10, i, k) tempData(11, i, k)], [0 0], [uTemp(10,
        1) uTemp(11, 1)], 'linear');
269
270     Tair = const(1) * position + const(2);
271     uTair = sqrt((position .* uconst(1)) .^ 2 + uconst
        (2) ^ 2);
272     for j =1:9
273         %Συντελεστή συναγωγής
274         Tres = tempData(j, i, k);
275         uTres = uTemp(j, 1);
276
277         [htc, uhtc] = UncertaintyPropagation(h, [voltRes
        ampRes dInner Tres Tair(j)], [uVolt uAmp
        uDim uTres uTair(j)]);
278
279         %Τοπικός Nusselt
280         [Nusselt(j, i, k), NusseltErr(j, i, k)] =
        UncertaintyPropagation(Nu, [htc dOuter dInner
        tcond], [uhtc uDim uDim utcond]);

```

```

281         end
282         % Μέσοι Nusselt
283         [wmean, wvar, wstd, weights] = WeightedVariance(
                Nusselt(:, i, k), NusseltErr(:, i, k));
284
285         NusseltAvg(1, i, k) = wmean;
286         NusseltAvgErr(1, i, k) = sqrt(1 / sum(weights));
287     end
288
289     reynolds = Reynolds(1, :, k);
290     reynoldserr = ReynoldsErr(1, :, k);
291
292     nusselt = NusseltAvg(1, :, k);
293     nusselterr = NusseltAvgErr(1, :, k);
294
295     [cc, cerrr, statt] = LeastSquaresFit(reynolds, nusselt,
                reynoldserr, nusselterr, 'power');
296
297     % Ορια οριζοντίου άξονα
298     rFit = linspace(1000, 2000, 1000);
299
300     % Υπολογισθείσες τιμές ισχύος
301     nFit = cc(1) * rFit .^ cc(2);
302
303     % Κατασκευή διαγραμμάτων
304     if k <= 4
305         a = k;
306         handles(1).hE{k} = errorbar(handles(1).hAxes{1},
                reynolds, nusselt, nusselterr, nusselterr,
                reynoldserr, reynoldserr, '*', 'Color', colorsErr
                (a, :) / 255);
307         handles(1).hP{k} = plot(handles(1).hAxes{1}, rFit,
                nFit, '-', 'Color', colorsFit(a, :) / 255);
308     elseif (k > 4) && (k <= 8)
309         a = k - 4;

```

```

310         handles(1).hE{k} = errorbar(handles(1).hAxes{2},
            reynolds, nusselt, nusselterr, nusselterr,
            reynoldserr, reynoldserr, '*', 'Color', colorsErr
            (a, :) / 255);
311         handles(1).hP{k} = plot(handles(1).hAxes{2}, rFit,
            nFit, '-', 'Color', colorsFit(a, :) / 255);
312     elseif (k > 8) && (k <= 12)
313         a = k - 8;
314         handles(1).hE{k} = errorbar(handles(1).hAxes{3},
            reynolds, nusselt, nusselterr, nusselterr,
            reynoldserr, reynoldserr, '*', 'Color', colorsErr
            (a, :) / 255);
315         handles(1).hP{k} = plot(handles(1).hAxes{3}, rFit,
            nFit, '-', 'Color', colorsFit(a, :) / 255);
316     elseif (k > 12) && (k <= 16)
317         a = k - 12;
318         handles(1).hE{k} = errorbar(handles(1).hAxes{4},
            reynolds, nusselt, nusselterr, nusselterr,
            reynoldserr, reynoldserr, '*', 'Color', colorsErr
            (a, :) / 255);
319         handles(1).hP{k} = plot(handles(1).hAxes{4}, rFit,
            nFit, '-', 'Color', colorsFit(a, :) / 255);
320     else
321         for i = 1:4
322             a = 16 + i;
323             handles(1).hE{a} = errorbar(handles(1).hAxes{i},
                reynolds, nusselt, nusselterr, nusselterr,
                reynoldserr, reynoldserr, '*', 'Color',
                colorsErr(5, :) / 255);
324             handles(1).hP{a} = plot(handles(1).hAxes{i},
                rFit, nFit, '-', 'Color', colorsFit(5, :) /
                255);
325         end
326     end
327
328     % Αποθήκευση δεδομένων παρεμβολών

```

```

329 stats(1).c(k, :) = cc'; stats1.cerr(k, :) = cerrr';
330 stats(1).stat(k, :) = statt;
331
332 % Υπολογισμός μέσου Nusselt, και του αντίστοιχου σφάλματος, για κάθε
333 % διάταξη
334 g1 = fit(reynolds', nusselt', 'power1');
335 a = g1.a;
336 b = g1.b;
337
338 func = @(x) a*x^b;
339
340 uNu = zeros(1, 4);
341 for i = 1:4
342     [Nuu, uNu(1, i)] = UncertaintyPropagation(func,
343         reynolds(1, i), reynoldserr(1, i));
344 end
345
346 error = sqrt(nusselterr.^2 + uNu.^2);
347 weights = 1 ./ error.^2;
348
349 g2 = fit(reynolds', nusselt', 'power1', 'weight',
350     weights);
351
352 yhat = g2.a * rFit.^g2.b;
353 CIO = predint(g2, rFit, 0.95, 'obs');
354
355 relThermal(1, 1, k) = trapz(rFit, yhat) / (max(rFit) -
356     min(rFit));
357 relThermalErr(1, 1, k) = trapz(rFit, CIO(:, 2)) / (max(
358     rFit) - min(rFit)) - trapz(rFit, yhat) / (max(rFit) -
359     min(rFit));
360 end
361
362 % Μέσοι αριθμοί Nusselt και οι αβεβαιότητες τους
363 nussavg(:, 1) = relThermal(1, 1, 1:16);
364 nussavg(:, 2) = relThermalErr(1, 1, 1:16);

```

```

360
361 % Ποσοστιαία μεταβολή μέσω των Nusselt διατάξεων βρόγχου, συγκριτικά με τον
362 % αντίστοιχο της διάταξης αξονικής ροής
363 swirlNu(:, 1) = relThermal(1, 1, 1:16);
364 swirlNu(:, 2) = relThermalErr(1, 1, 1:16);
365 axialNu(1, 1) = relThermal(1, 1, 17);
366 axialNu(1, 2) = relThermalErr(1, 1, 17);
367
368 relswirlNu = zeros(16, 2);
369 relpower = @(swirlNu, axialNu) (swirlNu / axialNu - 1) *
    100;
370 for i = 1:16
371     [relswirlNu(i, 1), relswirlNu(i, 2)] =
        UncertaintyPropagation(relpower, [swirlNu(i, 1)
        axialNu(1, 1)], [swirlNu(i, 2) axialNu(1, 2)]);
372 end
373
374 handles(1).hFig{5} = figure('Name', 'bar chart');
375 handles(1).hAxes{5} = axes('Parent', handles(1).hFig{5});
376 set(handles(1).hFig{5}, 'Color', 'w');
377 hold on;
378
379 nuss = [relswirlNu(1:4, 1)'; relswirlNu(5:8, 1)'; relswirlNu
    (9:12, 1)'; relswirlNu(13:16, 1)'];
380 nusserr = [relswirlNu(1:4, 2)'; relswirlNu(5:8, 2)';
    relswirlNu(9:12, 2)'; relswirlNu(13:16, 2)'];
381
382 bar(handles(1).hAxes{5}, nuss);
383 ngroups = size(nuss, 1);
384 nbars = size(nuss, 2);
385
386 % Υπολογισμός πλάτους κάθε γραφήματος μπάρας
387 groupwidth = min(0.8, nbars/(nbars + 1.5));
388 for i = 1:nbars
389     x = (1:ngroups) - groupwidth/2 + (2*i-1) * groupwidth /
        (2*nbars);

```

```

390     handles(1).hPe{i} = errorbar(handles(1).hAxes{5}, x,
        nuss(:, i), nusserr(:, i), '.');
391 end
392 hold off
393
394 xlabel(handles(1).hAxes{5}, 'Inlet angle');
395 ylabel(handles(1).hAxes{5}, 'Relative thermal performance
    ($\%$)');
396 legend(handles(1).hAxes{5}, {'1 inlet', '2 inlets', '3
    inlets', '4 inlets'}, 'orientation', 'horizontal', '
    Location', 'Northoutside');
397
398 colororder(colorsFit(1:4, 1:3) / 255);
399 set(handles(1).hAxes{5}, 'XTick', 1:4, 'XTickLabel', {'45$^{\circ}$', '60$^{\circ}$', '75$^{\circ}$', '90$^{\circ}$'});
400 handles(1).hAxes{5}.XAxis.TickLength = [0 0];
401
402 for i = 1:nbars
403     set(handles(1).hPe{i}, 'Color', colorsErr(5, :) / 255);
404 end
405
406 PlotDimensions(handles(1).hFig{5}, 'centimeters', [15.747,
    8], 12);
407 ChangeInterpreter(handles(1).hFig{5}, 'latex');
408 Plot2LaTeX(handles(1).hFig{5}, 'thermal_performance');
409
410 %% Power consumption evaluation
411
412 wattFan = zeros(1, 4, 17);           % Ισχύς σε Watt, [W]
413 wattFanErr = zeros(1, 4, 17);        % Σφάλμα ισχύος, [W]
414 relWattFan = zeros(1, 1, 17);        % Ανηγμένη ισχύς, [αδιάστατο]
415 relWattFanErr = zeros(1, 1, 17);     % Σφάλμα ανηγμένης ισχύος,
    [αδιάστατο]
416
417 flowFan = zeros(1, 4, 17);           % Παροχή, [ $m^3/s$ ]
418 flowFanErr = zeros(1, 4, 17);       % Σφάλμα παροχής, [ $m^3/s$ ]
419

```

```

420 % Προετοιμασία "παλέτας" για γραφήματα
421 name = {
422     'P = f(Q) 45deg ',...
423     'P = f(Q) 60deg ',...
424     'P = f(Q) 75deg ',...
425     'P = f(Q) 90deg '
426 };
427
428 for i = 1:4
429     handles(2).hFig{i} = figure('Name', name{i});
430     handles(2).hAxes{i} = axes('Parent', handles(2).hFig{i})
431     ;
432     set(handles(2).hFig{i}, 'Color', 'w');
433     hold on;
434 end
435 % Συνάρτηση υπολογισμού ισχύος
436 wattFunc = @(voltFan, ampFan) voltFan * ampFan;
437
438 % Συνάρτηση υπολογισμού παροχής
439 flowFunc = @(time) 0.1 / time;
440
441 for k = 1:17
442     for i = 1:4
443         [wattFan(1, i, k), wattFanErr(1, i, k)] =
444             UncertaintyPropagation(wattFunc, [voltFan(1, i, k)
445             ampFan(1, i, k)], [uVolt uAmp]);
446         [flowFan(1, i, k), flowFanErr(1, i, k)] =
447             UncertaintyPropagation(flowFunc, timeData(1, i, k)
448             ), uTime);
449     end
450
451     wattdata = wattFan(1, :, k);
452     watterr = wattFanErr(1, :, k);
453
454     flowdata = flowFan(1, :, k);

```

```
451     flowerr = flowFanErr(1, :, k);
452
453     [cc, cerrr, statt] = LeastSquaresFit(flowdata, wattdata,
        flowerr, watterr, 'power');
454
455     %Ορια οριζοντίου άξονα
456     qFit = linspace(0.0008, 0.0016, 1000);
457
458     %Υπολογισθείσες τιμές ισχύος
459     pFit = cc(1) * qFit .^ cc(2);
460
461     %Κατασκευή διαγραμμάτων
462     if k <= 4
463         a = k;
464         handles(2).hE{k} = errorbar(handles(2).hAxes{1},
            flowdata, wattdata, watterr, watterr, flowerr,
            flowerr, '*', 'Color', colorsErr(a, :) / 255);
465         handles(2).hP{k} = plot(handles(2).hAxes{1}, qFit,
            pFit, '-', 'Color', colorsFit(a, :) / 255);
466     elseif (k > 4) && (k <= 8)
467         a = k - 4;
468         handles(2).hE{k} = errorbar(handles(2).hAxes{2},
            flowdata, wattdata, watterr, watterr, flowerr,
            flowerr, '*', 'Color', colorsErr(a, :) / 255);
469         handles(2).hP{k} = plot(handles(2).hAxes{2}, qFit,
            pFit, '-', 'Color', colorsFit(a, :) / 255);
470     elseif (k > 8) && (k <= 12)
471         a = k - 8;
472         handles(2).hE{k} = errorbar(handles(2).hAxes{3},
            flowdata, wattdata, watterr, watterr, flowerr,
            flowerr, '*', 'Color', colorsErr(a, :) / 255);
473         handles(2).hP{k} = plot(handles(2).hAxes{3}, qFit,
            pFit, '-', 'Color', colorsFit(a, :) / 255);
474     elseif (k > 12) && (k <= 16)
475         a = k - 12;
```

```

476         handles(2).hE{k} = errorbar(handles(2).hAxes{4},
            flowdata, wattdata, watterr, watterr, flowerr,
            flowerr, '*', 'Color', colorsErr(a, :) / 255);
477         handles(2).hP{k} = plot(handles(2).hAxes{4}, qFit,
            pFit, '-', 'Color', colorsFit(a, :) / 255);
478     else
479         for i = 1:4
480             a = 16 + i;
481             handles(2).hE{a} = errorbar(handles(2).hAxes{i},
                flowdata, wattdata, watterr, watterr,
                flowerr, flowerr, '*', 'Color', colorsErr(5,
                    :) / 255);
482             handles(2).hP{a} = plot(handles(2).hAxes{i},
                qFit, pFit, '-', 'Color', colorsFit(5, :) /
                255);
483         end
484     end
485
486     %Αποθήκευση δεδομένων παρεμβολών
487     stats(2).c(k, :) = cc'; stats(2).cerr(k, :) = cerrr';
488     stats(2).stat(k, :) = statt;
489
490     %Υπολογισμός μέσης ισχύος, και του αντίστοιχου σφάλματος, για κάθε
491     %διάταξη
492     g1 = fit(flowdata', wattdata', 'power1');
493     a = g1.a;
494     b = g1.b;
495
496     func = @(x) a*x^b;
497
498     uP = zeros(1, 4);
499     for i = 1:4
500         [Puu, uP(1, i)] = UncertaintyPropagation(func,
            flowdata(1, i), flowerr(1, i));
501     end
502

```

```

503     error = sqrt(watterr .^ 2 + uP .^ 2);
504     weights = 1 ./ error .^ 2;
505
506     g2 = fit(flowdata', wattdata', 'power1', 'weight',
507             weights);
508
509     yhat = g2.a * exp(qFit * g2.b);
510     CIO = predint(g2, qFit, 0.95, 'obs');
511
512     relWattFan(1, 1, k) = trapz(qFit, yhat) / (max(qFit) -
513             min(qFit));
514     relWattFanErr(1, 1, k) = trapz(qFit, CIO(:, 2)) / (max(
515             qFit) - min(qFit)) - trapz(qFit, yhat) / (max(qFit) -
516             min(qFit));
517 end
518
519 % Μέσες τιμές ισχύος και οι αντίστοιχες αβεβαιότητες
520 pwavg(:, 1) = relWattFan(1, 1, 1:16);
521 pwavg(:, 2) = relWattFanErr(1, 1, 1:16);
522
523 % Ποσοστιαία καταναλισκόμενη ισχύς διατάξεων, συγκριτικά με την
524 % αντίστοιχη της διάταξης αξονικής ροής
525 swirlpower(:, 1) = relWattFan(1, 1, 1:16);
526 swirlpower(:, 2) = relWattFanErr(1, 1, 1:16);
527 axialpower(1, 1) = relWattFan(1, 1, 17);
528 axialpower(1, 2) = relWattFanErr(1, 1, 17);
529
530 relswirlpower = zeros(16, 2);
531 relpower = @(swirlpower, axialpower) (swirlpower /
532     axialpower - 1) * 100;
533 for i = 1:16
534     [relswirlpower(i, 1), relswirlpower(i, 2)] =
535         UncertaintyPropagation(relpower, [swirlpower(i, 1)
536             axialpower(1, 1)], [swirlpower(i, 2) axialpower(1, 2)
537             ]);
538 end

```

```

531
532 handles(2).hFig{5} = figure('Name', 'bar chart');
533 handles(2).hAxes{5} = axes('Parent', handles(2).hFig{5});
534 set(handles(2).hFig{5}, 'Color', 'w');
535 hold on;
536
537 power = [relswirlpower(1:4, 1)'; relswirlpower(5:8, 1)';
          relswirlpower(9:12, 1)'; relswirlpower(13:16, 1)'];
538 powererr = [relswirlpower(1:4, 2)'; relswirlpower(5:8, 2)';
             relswirlpower(9:12, 2)'; relswirlpower(13:16, 2)'];
539
540 bar(handles(2).hAxes{5}, power);
541 ngroups = size(power, 1);
542 nbars = size(power, 2);
543
544 % Υπολογισμός πλάτους κάθε γραφήματος μπάρας
545 % (αυτό γίνεται για την τοποθέτηση της συνοδευόμενης αβεβαιότητας)
546 groupwidth = min(0.8, nbars / (nbars + 1.5));
547 for i = 1:nbars
548     x = (1:ngroups) - groupwidth/2 + (2*i-1) * groupwidth /
          (2*nbars);
549     handles(2).hPe{i} = errorbar(handles(2).hAxes{5}, x,
          power(:, i), powererr(:, i), '.');
550 end
551 hold off
552
553 xlabel(handles(2).hAxes{5}, 'Inlet angle');
554 ylabel(handles(2).hAxes{5}, 'Relative power consumption
          ($\%$)');
555 legend(handles(2).hAxes{5}, {'1 inlet', '2 inlets', '3
          inlets', '4 inlets'}, 'orientation', 'horizontal', '
          Location', 'Northoutside');
556
557 colororder(colorsFit(1:4, 1:3) / 255);
558 set(handles(2).hAxes{5}, 'XTick', 1:4, 'XTickLabel', {'45$^{\circ}$',
          '60$^{\circ}$', '75$^{\circ}$', '90$^{\circ}$'});

```

```

559 handles(2).hAxes{5}.XAxis.TickLength = [0 0];
560
561 for i = 1:nbars
562     set(handles(2).hPe{i}, 'Color', colorsErr(5, :) / 255);
563 end
564
565 PlotDimensions(handles(2).hFig{5}, 'centimeters', [15.747,
    8], 12);
566 ChangeInterpreter(handles(2).hFig{5}, 'latex');
567 Plot2LaTeX(handles(1).hFig{5}, 'power_performance');
568
569 %% Publication quality graphics and aesthetic considerations
570
571 n_hE = length(handles(2).hE);
572 for i = 1:n_hE
573     for k = 1:2
574         set(handles(k).hE{i}, 'Capsize', 0, 'LineWidth', 0.6,
            'MarkerSize', 4);
575         set(handles(k).hP{i}, 'linewidth', 2);
576     end
577 end
578
579 n_hFig = length(handles(1).hFig) - 1;
580 for i = 1:n_hFig
581     for k = 1:2
582         % Ίδια όρια για όλα τα γραφήματα
583         hor_lim = {[1000 2000] [8.0000e-04 0.0016]};
584         vert_lim = {[80 200] [0 40]};
585         set(handles(k).hAxes{i}, 'XLim', hor_lim{k}, 'YLim',
            vert_lim{k}, 'Box', 'off', 'XMinorTick', 'on', 'YMinorTick',
            'on', 'TickDir', 'out', 'TickLength',
            [.02 .02], 'LineWidth', 1, 'XColor', [.3 .3
            .3], 'YColor', [.3 .3 .3], 'YGrid', 'on');
586
587         % Υπόμνημα

```

```

588     legend(handles(k).hAxes{i}, [handles(k).hE{1},
        handles(k).hP{17}, handles(2).hP{1:4}], 'Data
        ({\$\it\mu\$} \$\pm\$ {\$ \it\sigma\$})', 'axial flow',
        '1 inlet', '2 inlets', '3 inlets', '4 inlets', '
        Location', 'NorthOutside', 'Orientation', '
        horizontal', 'NumColumns', 3);
589
590     %Ονομασία αξόνων
591     name = {'P = f(Q)', 'Nu = f(Re)'};
592     if k == 1
593         xlabel(handles(k).hAxes{i}, 'Re');
594         ylabel(handles(k).hAxes{i}, '\bar{Nu}');
595     else
596         xlabel(handles(k).hAxes{i}, 'Flowrate ($m^3/s) '
            ');
597         ylabel(handles(k).hAxes{i}, 'Power consumption (
            Watt)');
598     end
599
600     PlotDimensions(handles(k).hFig{i}, 'centimeters',
        [15.747, 8], 12);
601     ChangeInterpreter(handles(k).hFig{i}, 'latex');
602     Plot2LaTeX(handles(k).hFig{i}, name{k});
603 end
604 end
605
606 %% Potential efficiency index
607
608 % Ωφέλιμο δυναμικό διατάξεων, συγκριτικά με το αντίστοιχο της αξονικής
609 % ροής
610 potentialEn = zeros(1, 1, 17);
611 potentialEnErr = zeros(1, 1, 17);
612
613 % Συνάρτηση ωφέλιμου δυναμικού
614 pee = @(Q, W) Q / W;
615

```

```

616 for k = 1:17
617     for i = 1:4
618         [potentialEn(1, i, k), potentialEnErr(1, i, k)] =
            UncertaintyPropagation(pee, [thermalEn(1, i, k)
            wattFan(1, i, k)], [thermalEnErr(1, i, k)
            wattFanErr(1, i, k)]);
619     end
620 end
621
622 swirlTh(:, 1) = potentialEn(1, 1, 1:16);
623 swirlTh(:, 2) = potentialEnErr(1, 1, 1:16);
624 axialTh(1, 1) = potentialEn(1, 1, 17);
625 axialTh(1, 2) = potentialEnErr(1, 1, 17);
626
627 relswirlTh = zeros(16, 2);
628 relthermal = @(swirlTh, axialTh) (swirlTh / axialTh - 1) *
    100;
629 for i = 1:16
630     [relswirlTh(i, 1), relswirlTh(i, 2)] =
        UncertaintyPropagation(relthermal, [swirlTh(i, 1)
        axialTh(1, 1)], [swirlTh(i, 2) axialTh(1, 2)]);
631 end
632
633 handles(1).hFig{6} = figure('Name', 'bar chart');
634 handles(1).hAxes{6} = axes('Parent', handles(1).hFig{6});
635 set(handles(1).hFig{6}, 'Color', 'w');
636 hold on;
637
638 therm = [relswirlTh(1:4, 1)'; relswirlTh(5:8, 1)';
    relswirlTh(9:12, 1)'; relswirlTh(13:16, 1)'];
639 thermerr = [relswirlTh(1:4, 2)'; relswirlTh(5:8, 2)';
    relswirlTh(9:12, 2)'; relswirlTh(13:16, 2)'];
640
641 bar(handles(1).hAxes{6}, therm);
642 ngroups = size(therm, 1);
643 nbars = size(therm, 2);

```



```

644
645 % Υπολογισμός πλάτους κάθε γραφήματος μπάρας
646 groupwidth = min(0.8, nbars/(nbars + 1.5));
647 for i = 1:nbars
648     x = (1:ngroups) - groupwidth/2 + (2*i - 1) * groupwidth
        / (2*nbars);
649     handles(1).hPe{i} = errorbar(handles(1).hAxes{6}, x,
        therm(:, i), thermerr(:, i), '.');
650 end
651 hold off
652
653 xlabel(handles(1).hAxes{6}, 'Inlet angle');
654 ylabel(handles(1).hAxes{6}, 'Potential energy efficiency
        ($\%$)');
655 legend(handles(1).hAxes{6}, {'1 inlet', '2 inlets', '3
        inlets', '4 inlets'}, 'orientation', 'horizontal', '
        Location', 'Northoutside');
656
657 colororder(colorsFit(1:4, 1:3) / 255);
658 set(handles(1).hAxes{6}, 'XTick', 1:4, 'XTickLabel', {'45$^{\circ}$',
        '60$^{\circ}$', '75$^{\circ}$', '90$^{\circ}$'});
659 handles(1).hAxes{6}.XAxis.TickLength = [0 0];
660
661 for i = 1:nbars
662     set(handles(1).hPe{i}, 'Color', colorsErr(5, :) / 255);
663 end
664
665 PlotDimensions(handles(1).hFig{6}, 'centimeters', [15.747,
        8], 12);
666 ChangeInterpreter(handles(1).hFig{6}, 'latex');
667 Plot2LaTeX(handles(1).hFig{6}, 'potential_energy_efficiency'
        );
668
669 toc; % λήξη χρονομέτρησης κώδικα
670 runningTime = toc;
671

```

```

672 %% Print results in results.txt
673
674 res = fopen('results.txt', 'w');
675 disp('Results printed in the file: results.txt ');
676 fprintf(res, 'Analysis output report, written on %s\n',
        datetime('now'));
677 fprintf(res, 'Elapsed time: %4.2f seconds \n \n',
        runningTime);
678 fprintf(res, 'Results are printed in a way that greatly
        simplifies their implementation in a LaTeX table \n \n');
679
680 % Σατιστικά χαρακτηριστικών καμπυλών παρεμβολής
681 latextbl2 = [stats(2).c(:, 1) .* 10e-10 stats(2).cerr(:, 1)
        .* 10e-10 stats(2).c(:, 2) stats(2).cerr(:, 2) stats(2).
        stat(:, 1)];
682 latextbl = [latextbl1 latextbl2];
683 fprintf(res, '
        _____ \n
        ');
684 fprintf(res, 'Power fit curves for Nu = aRe^b and P = aQ^b;
        columns: a ua b ub r^2 \n \n');
685 fprintf(res, '%5.2f & %5.2f & %5.2f & %5.2f & %5.4f && %5.2f
        & %5.2f & %5.2f & %5.2f & %5.4f \\\ \n', latextbl');
686 fprintf(res, '\n');
687
688 % Οργάνωση δεδομένων Nusslet και Ισχύος
689 latexnu = zeros(4, length(nussavg(1:4, 1)) * 2);
690 latexpw = zeros(4, length(pwavg(1:4, 1)) * 2);
691 c = 0;
692
693 for i = 1:4
694     if i == 1
695         else
696             c = c + 4;
697         end
698

```

```

699     latexpw(i, 1:2:end-1) = pwavg(1+c:4+c, 1);
700     latexpw(i, 2:2:end) = pwavg(1+c:4+c, 2);
701     latexnu(i, 1:2:end-1) = nussavg(1+c:4+c, 1);
702     latexnu(i, 2:2:end) = nussavg(1+c:4+c, 2);
703 end
704
705 % Μέσοι αριθμοί Nusselt
706 fprintf(res, '
    _____ \n
    ');
707 fprintf(res, 'Average Nusselt numbers; rows: angle degrees,
    columns: number of inlets\n \n');
708 fprintf(res, '& %5.2f & %5.2f && %5.2f & %5.2f && %5.2f &
    %5.2f && %5.2f & %5.2f \\\n', latexnu');
709 fprintf(res, '\n');
710
711 % Μέση καταναλισκόμενη ισχύς
712 fprintf(res, '
    _____ \n
    ');
713 fprintf(res, 'Average Power values; rows: angle degrees,
    columns: number of inlets\n \n');
714 fprintf(res, '& %5.2f & %5.2f && %5.2f & %5.2f && %5.2f &
    %5.2f && %5.2f & %5.2f \\\n', latexpw');
715 fprintf(res, '\n');
716
717 % Δείκτης βελτίωσης μετάδοσης θερμότητας
718 latextbl = [nuss(:, 1) nusserr(:, 1) nuss(:, 2) nusserr(:,
    2) nuss(:, 3) nusserr(:, 3) nuss(:, 4) nusserr(:, 4)];
719 fprintf(res, '
    _____ \n
    ');
720 fprintf(res, 'Thermal improvement index; rows: angle degrees
    , columns: number of inlets\n \n');
721 fprintf(res, '& %5.2f & %5.2f && %5.2f & %5.2f && %5.2f &
    %5.2f && %5.2f & %5.2f \\\n', latextbl');

```

```

722 fprintf(res, '\n');
723
724 % Δείκτης βελτίωσης καταναλισκόμενης ισχύος
725 latextbl = [power(:, 1) powererr(:, 1) power(:, 2) powererr
              (:, 2) power(:, 3) powererr(:, 3) power(:, 4) powererr(:,
              4)];
726 fprintf(res, '
              _____ \n
              ');
727 fprintf(res, 'Power improvement index; rows: angle degrees,
              columns: number of inlets \n \n');
728 fprintf(res, '& %5.2f & %5.2f && %5.2f & %5.2f && %5.2f &
              %5.2f && %5.2f & %5.2f \\\n', latextbl');
729 fprintf(res, '\n');
730
731 % Δείκτης ωφέλιμου δυναμικού
732 latextbl = [therm(:, 1) thermerr(:, 1) therm(:, 2) thermerr
              (:, 2) therm(:, 3) thermerr(:, 3) therm(:, 4) thermerr(:,
              4)];
733 fprintf(res, '
              _____ \n
              ');
734 fprintf(res, 'Potential efficiency index; rows: angle
              degrees, columns: number of inlets \n \n');
735 fprintf(res, '& %5.2f & %5.2f && %5.2f & %5.2f && %5.2f &
              %5.2f && %5.2f & %5.2f \\\n', latextbl');
736
737 fclose(res);

```

results.txt

Analysis output report, written on 03-Jan-2022 15:24:57

Elapsed time: 28.93 seconds

Results are printed in a way that greatly simplifies their implementation in a LaTeX table

 Thermal homogeneity results, originally printed in data.txt file

name		mean	lci	uci
<hr/>				
{'\$45-1\$'	}	0.52	-4.78	5.82
{'\$45-2\$'	}	2	-3.08	7.08
{'\$45-3\$'	}	3.22	-1.97	8.4
{'\$45-4\$'	}	3.63	-1.66	8.93
{'\$60-1\$'	}	2.11	-3.46	7.68
{'\$60-2\$'	}	0.16	-5.32	5.63
{'\$60-3\$'	}	0.58	-4.68	5.83
{'\$60-4\$'	}	1.19	-3.5	5.89
{'\$75-1\$'	}	1.63	-4.29	7.54
{'\$75-2\$'	}	0.33	-5.28	5.93
{'\$75-3\$'	}	0.34	-4.84	5.52
{'\$75-4\$'	}	1.78	-3.2	6.75
{'\$90-1\$'	}	2.17	-3.64	7.97
{'\$90-2\$'	}	2.53	-2.71	7.76
{'\$90-3\$'	}	1.1	-3.95	6.14
{'\$90-4\$'	}	1.55	-3.19	6.29
{\textit{\textbf{axial}}}		0	-8.14	8.14

 Power fit curves for $Nu = aRe^b$ and $P = aQ^b$; columns: a ua b ub r^2

2.12 & 0.91 & 0.59 & 0.06 & 0.9765 && 1149.10 & 1702.43 & 3.73 & 0.22 & 0.9724 \\
 4.38 & 1.63 & 0.48 & 0.05 & 0.9951 && 0.68 & 1.00 & 2.83 & 0.22 & 0.9948 \\
 4.23 & 1.59 & 0.48 & 0.05 & 0.9989 && 0.08 & 0.14 & 2.60 & 0.26 & 0.9863 \\
 9.10 & 3.19 & 0.37 & 0.05 & 0.9913 && 0.00 & 0.01 & 2.16 & 0.26 & 0.9808 \\
 5.21 & 1.98 & 0.45 & 0.05 & 0.9752 && 762.82 & 1083.21 & 3.67 & 0.21 & 0.9921 \\
 4.39 & 1.61 & 0.47 & 0.05 & 0.9863 && 3.62 & 5.27 & 3.04 & 0.22 & 0.9938 \\
 1.55 & 0.73 & 0.62 & 0.06 & 0.9812 && 70736.96 & 143638.32 & 4.47 & 0.30 & 0.9872 \\
 3.88 & 1.53 & 0.50 & 0.05 & 0.9990 && 0.09 & 0.17 & 2.63 & 0.27 & 0.9798 \\
 3.02 & 1.28 & 0.53 & 0.06 & 0.9821 && 2694.81 & 4484.46 & 3.92 & 0.25 & 0.9934 \\
 1.85 & 0.77 & 0.61 & 0.06 & 0.9759 && 12.73 & 20.73 & 3.25 & 0.24 & 0.9648 \\
 2.18 & 0.91 & 0.58 & 0.06 & 0.9997 && 0.79 & 1.38 & 2.91 & 0.26 & 0.9920 \\
 2.35 & 0.99 & 0.56 & 0.06 & 0.9917 && 0.58 & 1.08 & 2.88 & 0.28 & 0.9960 \\
 1.73 & 0.83 & 0.55 & 0.07 & 0.9998 && 14936.32 & 25208.21 & 4.14 & 0.25 & 0.9806 \\
 1.38 & 0.69 & 0.58 & 0.07 & 0.9982 && 76.27 & 142.51 & 3.51 & 0.28 & 0.9905 \\
 1.98 & 0.94 & 0.54 & 0.07 & 0.9789 && 2.15 & 3.99 & 3.05 & 0.28 & 0.9717 \\
 2.21 & 1.00 & 0.52 & 0.06 & 0.9756 && 0.22 & 0.41 & 2.75 & 0.27 & 0.9651

```
1.23 & 0.62 & 0.64 & 0.07 & 0.9950 && 0.02 & 0.05 & 2.45 & 0.44 & 0.9974 \\
```

```
-----  
Average Nusselt numbers; rows: angle degrees, columns: number of inlets
```

```
& 160.04 & 14.12 && 144.58 & 4.95 && 137.40 & 2.20 && 135.80 & 4.92 \\  
& 139.85 & 10.22 && 136.79 & 7.97 && 146.32 & 11.64 && 149.45 & 2.31 \\  
& 143.31 & 10.05 && 155.79 & 15.69 && 147.35 & 1.54 && 140.88 & 6.99 \\  
& 98.80 & 0.71 && 100.04 & 2.39 && 106.08 & 8.48 && 103.78 & 9.19 \\
```

```
-----  
Average Power values; rows: angle degrees, columns: number of inlets
```

```
& 18.78 & 16.96 && 4.06 & 2.94 && 2.32 & 4.37 && 1.59 & 4.38 \\  
& 17.35 & 16.14 && 5.17 & 4.06 && 8.60 & 4.48 && 2.08 & 2.61 \\  
& 12.12 & 3.01 && 4.56 & 4.49 && 2.82 & 1.36 && 2.50 & 0.95 \\  
& 14.86 & 5.32 && 5.24 & 1.09 && 2.98 & 3.06 && 2.20 & 3.72 \\
```

```
-----  
Thermal improvement index; rows: angle degrees, columns: number of inlets
```

```
& 24.32 & 12.04 && 12.48 & 6.05 && 6.95 & 4.77 && 5.70 & 5.81 \\  
& 8.69 & 9.05 && 6.34 & 7.55 && 13.86 & 10.13 && 16.33 & 5.14 \\  
& 11.15 & 8.85 && 20.75 & 12.37 && 14.63 & 4.88 && 9.69 & 7.06 \\  
& -24.95 & 3.16 && -23.50 & 3.68 && -18.96 & 7.21 && -20.78 & 7.50 \\
```

```
-----  
Power improvement index; rows: angle degrees, columns: number of inlets
```

```
& -1457.43 & 1540.37 && -236.65 & 279.08 && -92.32 & 370.21 && -31.95 & 366.66 \\  
& -1338.43 & 1458.93 && -328.27 & 378.62 && -612.90 & 470.01 && -72.60 & 227.72 \\  
& -904.64 & 476.40 && -278.18 & 402.08 && -133.91 & 147.19 && -107.60 & 115.17 \\  
& -1132.16 & 665.14 && -334.46 & 197.27 && -147.15 & 272.66 && -82.05 & 317.21 \\
```

```
-----  
Potential efficiency index; rows: angle degrees, columns: number of inlets
```

```
& -88.93 & 2.64 && -64.69 & 8.97 && -37.91 & 16.82 && -31.86 & 19.01 \\  
& -87.83 & 2.91 && -71.22 & 7.25 && -65.07 & 8.68 && -44.46 & 14.98 \\  
& -84.31 & 3.79 && -69.00 & 7.89 && -49.14 & 13.40 && -33.73 & 17.84 \\  
& -83.04 & 4.08 && -62.40 & 9.57 && -54.01 & 12.09 && -42.10 & 15.62 \\
```

Βιβλιογραφία

Βιβλία

- [1] Stormy Attaway. *MATLAB*. Elsevier LTD, Oxford, Aug. 1, 2018.
- [2] Richard K. Johnson. *The Elements of MATLAB Style*. Cambridge University Press, Dec. 1, 2010. 180 pp.
- [3] Dmitry Kirsanov. *The Book of Inkscape: The Definitive Guide to the Free Graphics Editor*. No Starch Press, 2009.
- [4] Dunning Mark and Thomas Carroll. *Designing effective scientific figures*. GitHub, 2017.
- [5] Anthony Patera, James Douglass Penn, and Masayuki Yano. *Numerical Computation for Mechanical Engineers*. 2012, p. 443.
- [6] Edward R. Tufte. *The Visual Display of Quantitative Information*. Cheshire, Conn: Graphics Press, 2001.

Εγχειρίδια

- [7] Till Tantau. *The TikZ and PGF Packages. Manual for version 3.1.9a*. May 15, 2021.
- [8] Inc. The MathWorks. *Curve Fitting Toolbox*. Natick, Massachusetts, United States, 2020.
- [9] Inc. The MathWorks. *Trapezoidal numerical integration*. Natick, Massachusetts, United States, 1984 - 2017.

Ξένος κώδικας

- [10] Jan de Jong. *Plot2LaTeX*. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/52700-plot2latex>. 2016.

- [11] Tamas Kis. *Approximate Least Squares Curve Fitting*. https://github.com/tamaskis/lsgcurvefit_approx-MATLAB. 2021.

Παράρτημα Δ'

Δοκιμές επαλήθευσης για τον προσδιορισμό σφαλμάτων

Πίνακας Δ'.1 Δοκιμές επαλήθευσης χρονομέτρου και ψηφιακού πολυμέτρου

Παρτίδα μετρήσεων	
Μετρήσεις χρονομέτρου	
t^*	114.61 (0.95)
Μετρήσεις πολυμέτρου	
V^\dagger	29.48 (0.11)
I^\ddagger	0.63 (0.01)
Επαναλήψεις	31

οι αριθμοί εκτός παρένθεσης είναι οι μέσες τιμές
οι αριθμοί εντός παρένθεσης είναι οι αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις

* μετρήσεις σε δευτερόλεπτα (s)

† μετρήσεις σε Volts (V)

‡ μετρήσεις σε Ampere (A)

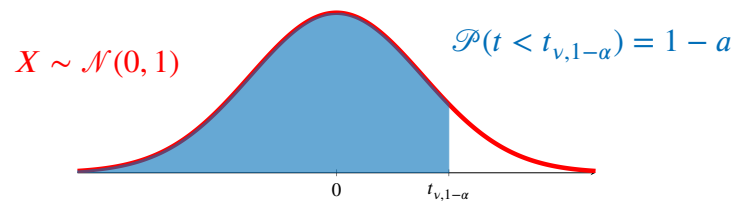
Πίνακας Δ'2 Δοκιμές επαλήθευσης θερμοστοιχείων

	Παρτίδες μετρήσεων					
	(1) αξονική Re = 1420	(2) $\alpha^* = 1$ $\phi^{**} = 45^\circ$ Re † = 1826	(3) $\alpha = 2$ $\phi = 60^\circ$ Re = 680	(4) $\alpha = 3$ $\phi = 75^\circ$ Re = 1200	(5) $\alpha = 4$ $\phi = 90^\circ$ Re = 1640	(6) $\alpha = 2$ $\phi = 90^\circ$ Re = 640
$T_{αντ, 1}$	30.36 (0.04)	28.92 (0.02)	31.76 (0.19)	29.61 (0.05)	28.66 (0.04)	27.88 (0.04)
$T_{αντ, 2}$	30.39 (0.04)	29.83 (0.02)	33.38 (0.48)	30.69 (0.05)	30.28 (0.03)	29.15 (0.04)
$T_{αντ, 3}$	30.67 (0.04)	30.93 (0.02)	34.78 (0.55)	32.03 (0.04)	31.93 (0.03)	30.49 (0.03)
$T_{αντ, 4}$	31.41 (0.04)	32.33 (0.01)	35.89 (0.55)	33.58 (0.03)	33.32 (0.03)	31.61 (0.03)
$T_{αντ, 5}$	31.69 (0.04)	33.25 (0.01)	36.18 (0.56)	34.66 (0.02)	33.74 (0.03)	31.87 (0.03)
$T_{αντ, 6}$	32.42 (0.03)	34.62 (0.02)	36.60 (0.55)	36.15 (0.01)	34.31 (0.03)	32.30 (0.03)
$T_{αντ, 7}$	31.13 (0.03)	35.77 (0.02)	36.77 (0.44)	37.39 (0.01)	34.64 (0.04)	32.56 (0.03)
$T_{αντ, 8}$	33.74 (0.03)	36.59 (0.02)	36.88 (0.31)	38.22 (0.02)	34.89 (0.04)	32.80 (0.03)
$T_{αντ, 9}$	34.06 (0.02)	37.02 (0.03)	36.67 (0.21)	38.71 (0.02)	35.34 (0.03)	33.27 (0.03)
$T_{εξ.}$	34.37 (0.04)	41.10 (0.02)	32.75 (0.55)	37.30 (0.01)	30.73 (0.04)	31.64 (0.05)
T_∞	25.28 (0.02)	22.93 (0.01)	26.31 (0.01)	22.75 (0.01)	25.45 (0.02)	25.82 (0.08)
Επαναλήψεις	31	31	31	31	31	31

οι αριθμοί εκτός παρένθεσης είναι οι μέσες τιμές, σε °C

οι αριθμοί εντός παρένθεσης είναι οι αντίστοιχες τυπικές αποκλίσεις, σε °C

* αριθμός βρόγχων, ** γωνία βρόγχου, † αριθμός Reynolds



Πίνακας Δ'3 Στατιστικός Πίνακας Κατανομής Student

ν^*	$1 - \alpha^{**}$										
	60.0%	66.7%	75.0%	80.0%	87.5%	90.0%	95.0%	97.5%	99.0%	99.5%	99.9%
1	0.325	0.577	1.000	1.376	2.414	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31
2	0.289	0.500	0.816	1.061	1.604	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	0.277	0.476	0.765	0.978	1.423	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215
4	0.271	0.464	0.741	0.941	1.344	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	0.267	0.457	0.727	0.920	1.301	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	0.265	0.453	0.718	0.906	1.273	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	0.263	0.449	0.711	0.896	1.254	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	0.262	0.447	0.706	0.889	1.240	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	0.261	0.445	0.703	0.883	1.230	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	0.260	0.444	0.700	0.879	1.221	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	0.260	0.443	0.697	0.876	1.214	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	0.259	0.442	0.695	0.873	1.209	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	0.259	0.441	0.694	0.870	1.204	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	0.258	0.440	0.692	0.868	1.200	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	0.258	0.439	0.691	0.866	1.197	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	0.258	0.439	0.690	0.865	1.194	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	0.257	0.438	0.689	0.863	1.191	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	0.257	0.438	0.688	0.862	1.189	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	0.257	0.438	0.688	0.861	1.187	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	0.257	0.437	0.687	0.860	1.185	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	0.257	0.437	0.686	0.859	1.183	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	0.256	0.437	0.686	0.858	1.182	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	0.256	0.436	0.685	0.858	1.180	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	0.256	0.436	0.685	0.857	1.179	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	0.256	0.436	0.684	0.856	1.178	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	0.256	0.436	0.684	0.856	1.177	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	0.256	0.435	0.684	0.855	1.176	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	0.256	0.435	0.683	0.855	1.175	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	0.256	0.435	0.683	0.854	1.174	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	0.256	0.435	0.683	0.854	1.173	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
35	0.255	0.434	0.682	0.852	1.170	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.340
40	0.255	0.434	0.681	0.851	1.167	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
45	0.255	0.434	0.680	0.850	1.165	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690	3.281
50	0.255	0.433	0.679	0.849	1.164	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261
55	0.255	0.433	0.679	0.848	1.163	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668	3.245
60	0.254	0.433	0.679	0.848	1.162	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
∞	0.253	0.431	0.674	0.842	1.150	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

ο πίνακας δημιουργήθηκε βάσει <https://www.york.ac.uk/depts/maths/tables/t.htm>

* βαθμοί ελευθερίας, ** τιμή της αθροιστικής συνάρτησης

οι **κοκκισμένοι** συντελεστές διόρθωσης χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία

Παράρτημα Ε΄

Πειραματικά δεδομένα

Πίνακας Ε΄.1 Μετρήσεις αξονικής ροής

	$Re \simeq 1100$	$Re \simeq 1400$	$Re \simeq 1700$	$Re \simeq 2000$
ανεμιστήρας*				
$V_{ανεμ.}$	3.97	4.87	5.96	7.31
$I_{ανεμ.}$	0.13	0.16	0.20	0.25
παροχή†				
t	116.11	95.38	80.67	69.13
θερμοκρασία‡				
$T_{αντ,1}$	32.59	29.08	26.53	24.57
$T_{αντ,2}$	37.06	33.37	30.67	28.58
$T_{αντ,3}$	41.98	38.13	35.30	33.08
$T_{αντ,4}$	46.37	42.39	39.44	37.13
$T_{αντ,5}$	48.98	44.94	41.93	39.57
$T_{αντ,6}$	51.47	47.41	44.37	41.99
$T_{αντ,7}$	52.89	48.88	45.87	43.49
$T_{αντ,8}$	53.31	49.40	46.46	44.14
$T_{αντ,9}$	55.12	51.21	48.21	45.93
T_{∞}	22.85	23.13	23.95	23.99
$T_{εξ.}$	37.38	34.92	33.07	31.59

* Ενδείξεις τάσης (σε Volts) και ρεύματος (σε Ampere) του ανεμιστήρα αναρρόφησης.

† Χρόνος που απαιτείται (σε seconds) για τη διέλευση 0.1 m³ αέρα.

‡ Ενδείξεις θερμοκρασίας σε °C.

Πίνακας Ε'2 Αηφθείσες θερμοκρασίες (°C) περιδινούμενων ροών για κλίση βρόγχων (ϕ) 45° και 60°

	$Re \simeq 1100$				$Re \simeq 1400$				$Re \simeq 1700$				$Re \simeq 2000$			
	$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		$\alpha = 3$		$\alpha = 4$		$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		$\alpha = 3$		$\alpha = 4$	
	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$
$\phi = 45^\circ$																
$T_{avr,1}$	36.35	39.08	38.36	38.49	34.52	37.17	37.19	37.05	33.10	35.69	36.28	35.94	31.97	34.50	35.53	35.03
$T_{avr,2}$	38.81	39.49	40.93	41.94	36.72	37.56	39.39	40.25	35.12	36.08	38.19	38.93	33.83	34.89	37.22	37.87
$T_{avr,3}$	41.48	42.62	43.93	44.84	39.09	40.45	42.11	42.86	37.27	38.79	40.70	41.32	35.81	37.45	39.56	40.08
$T_{avr,4}$	44.67	45.77	46.81	47.51	42.12	43.41	44.74	45.26	40.18	41.60	43.14	43.52	38.62	40.14	41.84	42.11
$T_{avr,5}$	46.68	47.67	48.57	49.15	43.98	45.12	46.28	46.67	41.92	43.16	44.52	44.75	40.27	41.58	43.09	43.22
$T_{avr,6}$	48.72	49.70	50.52	51.31	45.86	46.96	48.03	48.69	43.68	44.86	46.12	46.67	41.93	43.18	44.58	45.04
$T_{avr,7}$	50.09	51.21	51.98	52.57	47.13	48.40	49.41	49.83	44.88	46.26	47.43	47.73	43.08	44.53	45.84	46.04
$T_{avr,8}$	50.78	52.07	52.91	53.45	47.81	49.23	50.35	50.73	45.55	47.05	48.37	48.64	43.74	45.31	46.78	46.96
$T_{avr,9}$	51.72	52.92	54.06	54.78	48.78	50.21	51.57	52.14	46.53	48.13	49.64	50.11	44.73	46.46	48.09	48.47
T_∞	25.24	24.60	23.88	25.72	25.50	25.12	25.25	26.24	25.26	25.01	24.99	25.38	24.87	24.83	25.83	25.40
T_{ε_ξ}	38.19	39.17	39.90	40.27	36.71	37.53	38.38	38.56	35.57	36.26	37.20	37.24	34.63	35.23	36.24	36.16
$\phi = 60^\circ$																
$T_{avr,1}$	38.07	36.29	36.63	38.30	36.21	34.42	35.02	36.46	34.78	32.98	33.78	35.03	33.63	31.83	32.78	33.89
$T_{avr,2}$	40.08	38.39	38.81	40.39	37.88	36.22	36.89	38.19	36.20	34.56	35.42	36.50	34.86	33.23	34.23	35.15
$T_{avr,3}$	42.90	41.04	41.42	42.76	40.45	38.56	39.18	40.23	38.57	36.67	37.47	38.31	37.07	35.16	36.09	36.77
$T_{avr,4}$	45.98	44.02	44.27	45.34	43.30	41.30	41.78	42.54	41.25	39.23	39.88	40.41	39.62	37.57	38.35	38.71
$T_{avr,5}$	48.03	45.95	46.08	46.92	45.17	43.02	43.37	43.88	43.00	40.80	41.31	41.58	41.26	39.03	39.66	39.75
$T_{avr,6}$	50.22	48.18	54.74	49.04	47.19	45.09	53.45	45.85	44.89	42.75	52.43	43.43	43.05	40.88	51.59	41.50
$T_{avr,7}$	51.77	49.54	49.85	50.64	48.66	46.34	46.90	47.36	46.30	43.91	44.66	44.88	44.41	41.97	42.86	42.90
$T_{avr,8}$	52.65	50.95	50.92	51.70	49.61	47.84	48.01	48.46	47.28	45.47	45.78	46.00	45.42	43.58	43.99	44.04
$T_{avr,9}$	54.38	52.53	52.50	52.45	51.49	49.57	49.66	49.21	49.28	47.31	47.49	46.74	47.50	45.49	45.74	44.77
T_∞	25.21	22.95	22.98	25.36	25.80	23.48	23.06	24.90	25.42	23.42	23.00	24.96	24.69	22.76	23.52	23.88
T_{ε_ξ}	38.63	36.00	37.77	39.06	36.70	34.20	36.27	37.05	35.21	32.82	35.11	35.51	34.02	31.70	34.17	34.27

Πίνακας Ε'3 Αηφθείσες θερμοκρασίες (°C) περιδινούμενων ροών για κλίση βρόγχων (ϕ) 75° και 90°

	$Re \simeq 1100$				$Re \simeq 1400$				$Re \simeq 1700$				$Re \simeq 2000$			
	$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		$\alpha = 3$		$\alpha = 4$		$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		$\alpha = 3$		$\alpha = 4$	
	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$
$\phi = 75^\circ$																
$T_{avr,1}$	38.31	37.76	37.25	38.32	36.26	35.45	35.28	36.88	34.70	33.70	33.77	35.76	33.44	32.30	32.55	34.85
$T_{avr,2}$	39.28	38.82	38.81	39.94	36.85	36.10	36.51	38.11	35.00	34.05	34.75	36.70	33.53	32.43	33.35	35.56
$T_{avr,3}$	41.76	41.13	41.35	42.40	39.03	38.07	38.74	40.24	36.97	35.77	36.76	38.59	35.32	33.96	35.18	37.26
$T_{avr,4}$	44.97	44.15	44.40	45.28	42.00	40.85	41.54	42.87	39.75	38.36	39.37	41.03	37.96	36.40	37.65	39.54
$T_{avr,5}$	47.29	46.28	46.32	47.10	44.17	42.81	43.26	44.49	41.80	40.20	40.95	42.49	39.92	38.14	39.10	40.89
$T_{avr,6}$	49.96	48.84	48.51	49.21	46.74	45.26	45.28	46.43	44.30	42.57	42.84	44.31	42.35	40.44	40.90	42.61
$T_{avr,7}$	51.90	50.73	50.04	50.69	48.68	47.15	46.73	47.84	46.23	44.46	44.23	45.66	44.28	42.32	42.24	43.92
$T_{avr,8}$	53.04	52.00	51.01	51.61	49.90	48.51	47.72	48.77	47.50	45.88	45.22	46.60	45.58	43.78	43.23	44.86
$T_{avr,9}$	54.77	53.51	52.54	53.27	51.70	50.11	49.29	50.52	49.35	47.53	46.82	48.41	47.47	45.47	44.84	46.72
T_∞	25.60	25.84	23.60	22.69	26.10	24.65	23.26	22.88	26.15	24.86	23.53	23.85	24.89	25.20	23.37	23.19
$T_{\xi\xi}$	38.44	38.07	38.07	39.03	36.49	36.06	36.09	37.50	35.00	34.52	34.57	36.31	33.80	33.29	33.35	35.34
$\phi = 90^\circ$																
$T_{avr,1}$	55.91	55.44	53.81	53.94	52.54	52.26	50.36	50.49	49.98	49.83	47.75	47.88	47.92	47.88	45.66	45.80
$T_{avr,2}$	53.23	53.04	52.00	52.28	49.85	49.85	48.52	48.80	47.28	47.43	45.89	46.17	45.23	45.49	43.80	44.07
$T_{avr,3}$	52.48	52.18	51.06	51.37	49.05	48.94	47.56	47.82	46.45	46.49	44.92	45.15	44.38	44.53	42.82	43.02
$T_{avr,4}$	50.97	50.63	49.52	49.85	47.59	47.45	46.08	46.34	45.03	45.04	43.49	43.69	42.99	43.11	41.44	41.59
$T_{avr,5}$	48.76	48.51	47.44	47.80	45.54	45.50	44.18	44.43	43.10	43.22	41.72	41.90	41.16	41.39	39.77	39.89
$T_{avr,6}$	46.76	46.66	45.66	46.12	43.73	43.86	42.60	42.96	41.43	41.73	40.29	40.58	39.61	40.03	38.46	38.69
$T_{avr,7}$	43.52	43.68	42.75	43.31	40.72	41.15	39.96	40.44	38.60	39.23	37.85	38.26	36.91	37.68	36.17	36.53
$T_{avr,8}$	40.67	41.21	40.19	41.00	38.16	39.02	37.70	38.48	36.24	37.35	35.80	36.57	34.71	36.00	34.29	35.04
$T_{avr,9}$	40.51	39.49	38.70	39.74	38.28	37.69	36.59	37.70	36.58	36.29	34.98	36.14	34.22	35.17	33.68	34.88
T_∞	24.11	23.50	24.56	24.61	25.00	24.54	24.85	23.87	24.85	24.32	25.45	24.04	24.62	24.41	23.42	24.28
$T_{\xi\xi}$	39.12	38.17	37.98	38.86	37.12	36.41	35.93	36.96	35.59	35.05	34.36	35.50	34.35	33.95	33.10	34.32

Πίνακας Ε'4 Απαιτούμενος χρόνος (σε seconds) για τη διέλευση 0.1 m³ αέρα

		<i>Re</i> ≈ 1100				<i>Re</i> ≈ 1400				<i>Re</i> ≈ 1700				<i>Re</i> ≈ 2000			
		$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$
$\phi = 45^\circ$																	
t		117.80	120.23	121.61	121.20	98.43	93.10	92.22	91.04	74.95	77.82	80.31	80.70	68.51	63.33	63.83	62.85
$\phi = 60^\circ$																	
t		119.40	122.29	116.16	115.99	95.68	94.45	95.40	92.92	79.65	79.40	77.64	73.61	64.81	64.08	68.95	65.21
$\phi = 75^\circ$																	
t		115.43	120.00	117.45	118.61	91.61	93.95	94.57	96.18	77.54	74.47	76.49	78.85	65.04	67.49	65.89	67.19
$\phi = 90^\circ$																	
t		117.70	118.91	118.23	117.83	91.10	94.93	92.93	92.88	76.76	80.56	76.12	73.48	66.55	69.22	68.24	66.60

Πίνακας Ε΄.5 Μετρήσεις τάσης (Volts) και ρεύματος (Ampere) ανεμιστήρα αναρρόφησης για κάθε διάταξη περιδινούμενης ροής

	$Re \simeq 1100$				$Re \simeq 1400$				$Re \simeq 1700$				$Re \simeq 2000$			
	$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		$\alpha = 3$		$\alpha = 4$		$\alpha = 1$		$\alpha = 2$		$\alpha = 3$		$\alpha = 4$	
	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$
$\phi = 45^\circ$																
$V_{\text{ανεμ.}}$	8.93	5.28	4.36	3.96	12.91	6.90	5.54	4.82	18.66	9.02	7.04	5.86	26.97	11.79	8.95	7.12
$I_{\text{ανεμ.}}$	0.46	0.27	0.20	0.18	0.66	0.37	0.27	0.24	0.95	0.51	0.36	0.31	1.38	0.70	0.49	0.40
$\phi = 60^\circ$																
$V_{\text{ανεμ.}}$	8.42	5.46	4.59	4.27	12.28	7.25	5.92	5.34	17.92	9.64	7.64	6.68	22.16	12.80	9.86	8.34
$I_{\text{ανεμ.}}$	0.45	0.28	0.33	0.20	0.69	0.40	0.57	0.27	1.07	0.57	0.98	0.36	1.64	0.82	1.70	0.48
$\phi = 75^\circ$																
$V_{\text{ανεμ.}}$	7.32	5.08	4.43	4.14	10.32	6.74	5.65	5.22	14.53	8.93	7.19	6.57	20.46	11.84	9.16	8.27
$I_{\text{ανεμ.}}$	0.40	0.26	0.22	0.21	0.59	0.38	0.31	0.28	0.89	0.55	0.42	0.38	1.34	0.79	0.58	0.52
$\phi = 90^\circ$																
$V_{\text{ανεμ.}}$	7.55	5.11	4.48	4.19	10.94	6.77	5.71	5.31	15.84	8.97	7.27	6.73	22.96	11.88	9.26	8.53
$I_{\text{ανεμ.}}$	0.41	0.26	0.23	0.20	0.63	0.37	0.31	0.27	0.98	0.53	0.43	0.37	1.52	0.74	0.59	0.50



Για την ανάπτυξη του παρόντος εγγράφου χρησιμοποιήθηκε L^AT_EX, μια γλώσσα ανοιχτού τυπογραφικού προγραμματισμού βασισμένη στην T_EX του Donald Knuth, και με δημιουργό τον Leslie Lamport. Το πρότυπο που χρησιμοποιήθηκε, και φέρει παρόμοια εμφάνιση και αισθητική, δημιουργήθηκε από τον Krishna Kumar:kks32@cam.ac.uk, κυκλοφορεί υπό την άδεια MIT(x11), και είναι διαθέσιμο στο σύνδεσμο <https://github.com/kks32/phd-thesis-template/>. Το κείμενο συντάσσεται σε γραμματοσειρά μεγέθους 12 μονάδων και φόντου XITS, ένα ελεύθερο φόντο που χρησιμοποιείται σε επιστημονικά έγγραφα. Η παραπάνω εικόνα, *Book Vignette Cityscape*, δημιουργήθηκε από το εργαστήρι BSGStudio και δεσμεύεται από τους όρους CC BY-NC-ND 4.0.