



دانشگاه صنعتی اصفهان  
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

عنوان: تکلیف سوم درس ساختمان های گسسته

مسیح تنورساز

نیم سال تحصیلی: ۴۰۰۲  
مدرس: دکتر منصوره میرزایی

۱. با استفاده از الگوریتم اقلیدس هر کدام از موارد زیر را محاسبه کنید:

$$\text{gcd}(1230, 96) \quad (\bar{a})$$

$$\text{gcd}(1064, 856) \quad (\text{ب})$$

۲. هر کدام از عبارت های داده شده را اثبات کنید :

$$(\bar{a}) \text{ برای هر } n \in \mathbb{Z} \text{ خواهیم داشت } \text{gcd}(n, n+1) = 1.$$

(راهنمایی : نتیجه بگیرید ، اگر یک عدد اول  $p$  ،  $n$  را بشمارد ، آنگاه  $p$  نمیتواند  $n+1$  را بشمارد )

$$(\text{ب}) \text{ اگر } a, b, q, r \text{ اعداد صحیح باشند و } a = bq + r \text{ آنگاه } \text{gcd}(a, b) = \text{gcd}(b, r)$$

$$(\text{ج}) \text{ ثابت کنید که اگر } a \mid b \text{ و } a \mid a, \text{ که در آن } a \text{ و } b \text{ اعداد صحیح هستند، آنگاه } a = b \text{ یا } a = -b$$

۳. معادلات زیر را حل کنید :

$$5x + 1 \equiv 0 \pmod{13} \quad (\bar{a})$$

$$x^2 - 3x + 2 \equiv 0 \pmod{17} \quad (\text{ب})$$

۴. هر کدام از عبارت های داده شده را محاسبه کنید :

$$36^{1620} \pmod{17} \quad (\bar{a})$$

$$36^{1620} \pmod{30} \quad (\text{ب})$$

۵. حاصل ضرب و جمع هر کدام از جفت اعداد زیر را حساب کنید:

$$(\bar{a}) (1000111)_2, (1110111)_2$$

$$(\text{ب}) (1010101010)_2, (111110000)_2$$

۶. عدد های زیر را به مبنای ۲ و ۸ و ۱۶ تبدیل کنید:

$$89 \quad (\bar{a})$$

$$275 \quad (\text{ب})$$

موفق باشید

$$a) \gcd(152, 96) = \gcd(71, 96) = \gcd(18, 71)$$

$$= \gcd(18, 6) = 6$$

$$b) \gcd(164, 146) = \gcd(208, 146) = \gcd(24, 208)$$

$$= \gcd(16, 24) = \gcd(8, 16) = 8$$

۲- فرض می‌کنیم  $\gcd(n, n+1) = d$

$$\left. \begin{array}{l} d | n \\ d | n+1 \end{array} \right\} d | n+1 - n \rightarrow d | 1 \rightarrow d = 1$$

پس ۱ عدد صحیح متوالی نسبت به هم اول اند

b) فرض می‌کنیم  $\gcd(a, b) = d$

$$\left. \begin{array}{l} d | a \\ d | b \end{array} \right\} d | a - b \quad \leftarrow \text{همان اصل اقلیدس} \quad \gcd(a-b, b) = \gcd(a, b)$$

می‌دانیم با تکرار کردن  $a - b$  در نهایت  $r$  به  $a = bq + r$

$$\gcd(a, b) = \gcd(b, r) \Leftarrow$$

c)  $b = ak' \Leftarrow b | a, a = bk \Leftarrow a | b$

$$ab = abkk' \quad (k, k' \in \mathbb{Z})$$

$$\hookrightarrow kk' = 1 \rightarrow a = b$$

$$\hookrightarrow a = -b$$

$$a) \omega x + 1 \equiv 0 \Rightarrow \omega x \equiv -1 \rightarrow x \equiv \omega$$

$$x = 17k + \omega$$

$$b) x^2 - 5x + 2 \equiv 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) \equiv 0$$

17 عدد اول است

$$x-2 \equiv 0 \rightarrow x = 17k + 2$$

$$x-1 \equiv 0 \rightarrow x = 17k + 1$$

$$(17\omega)^{16\omega} \equiv (17)^{16\omega} \equiv (17^4)^{4\omega} \equiv -1 \equiv \boxed{16}$$

$$17^4 \equiv -1 \quad 16\omega = 2 \times 8\omega$$

$$(17\omega)^{16\omega} \equiv (17)^{16\omega} \equiv 6$$

$$17^2 \equiv 6 \quad 16\omega = 11 \times 2$$

$$a) A = (1000111)_7 \quad B = (1110111)_7$$

$$A+B \Rightarrow \begin{array}{r} 1000111 \\ + 1110111 \\ \hline (10111110)_7 \end{array}$$

$$A \times B \Rightarrow \begin{array}{r} 1110111 \\ \times 1000111 \\ \hline 1110111 \\ + 1110111 \\ + 1110111 \\ + 1110111 \\ \hline 1110111 \\ \hline (10000100000001)_7 \end{array}$$

b)  $A = (11111\ 0000)_r$      $B = (1.1.1.1.1)_r$

$$\begin{array}{r} A+B \rightarrow \quad 111110000 \\ + \quad 1010101010 \\ \hline (10010011010)_2 \end{array}$$

$$A \times B \Rightarrow$$

		1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
x		1	1	1	1	0	0	0	0		
<hr/>											
		1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
+		1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
+		1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
+		1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
+		1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
+		1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
<hr/>											
		1	1	1	1	0	0	1	1	0	0

[illegible]

b)  $\frac{KVC}{1} \quad \frac{100L}{1} \quad \frac{81L}{0} \quad \frac{25L}{0} \quad \frac{1V}{1} \quad \frac{1L}{0} \quad \frac{3L}{0} \quad \frac{1L}{0} \quad \frac{1L}{0}$

$(KVC)_1 = (\overline{1000} \overline{100} \overline{11})_r$

$= (825)_n = (113)_{16}$