



دانشگاه صنعتی اصفهان  
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

## مسیح تنورساز

تکلیف پنجم درس ساختمان های گسسته

نیم سال تحصیلی: ۴۰۰۲  
استاد: دکتر منصوره میرزایی

1. چند راه برای قرار دادن دو رخ سیاه و دو رخ سفید روی یک صفحه شطرنج  $8 \times 8$  وجود دارد به طوری که هیچ دو مهره با رنگ های مختلف در یک ردیف یا یک ستون مشترک نباشند؟ (مهره ها یکسان هستند)

2. در هر کدام از عبارت های زیر ضرایب جملات را پیدا کنید.

أ.  $(3x + 2y)^5$

ب.  $(-x + 4y)^5$

3. با استفاده از فرمول های مربوط ضرایب دو جمله ای ثابت کنید که برای همه اعداد صحیح مثبت  $k \leq r \leq n$  داریم :

$$\binom{n}{r} + \binom{r}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{r-k}$$

4. اگر یک سکه را 20 بار پرتاب کنیم، دنباله ای از شیر و خط ها به دست می آید.

أ. چند توالی مختلف از شیر و خط ممکن است؟

ب. چند توالی مختلف خواهیم داشت به صورتی که دقیقا 5 بار شیر بیاید؟

ج. چند توالی مختلف خواهیم داشت که حداکثر 2 بار شیر بیاید؟

د. چند توالی مختلف خواهیم داشت که حداقل 3 بار شیر بیاید؟

5. کلمه زیر را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید : (لزومی به معنادار بودن کلمات ساخته شده نیست)

EFFERVESCENCE

أ. با مرتب کردن مجدد حروف کلمه داده شده ، چند کلمه مختلف می توانید بسازید؟

ب. اگر حروف قابل تکرار نباشند، چند کلمه 4 حرفی مختلف را می توان از حروف کلمه داده شده ساخت؟

ج. اگر حروف تکرار شوند، چند کلمه 4 حرفی مختلف را می توان از حروف کلمه داده شده ساخت؟

6. جمعیت ایالات متحده 300 میلیون نفر است. اگر هر شخصی بین 0 تا 10 میلیون خط کد نوشته است ، حداقل چند نفر را میتوان گفت تعداد خط یکسانی کد نوشته اند؟

7. 38 زمان مختلف وجود دارد که در طی آنها می توان کلاس های دانشگاه را برنامه ریزی کرد. اگر 677 کلاس مختلف وجود داشته باشد، حداقل تعداد کلاس های مختلف مورد نیاز چقدر است؟

8. چند راه برای انتخاب پنج اسکناس از یک صندوق نقدی حاوی اسکناس های 1 دلاری، اسکناس های 2 دلاری، اسکناس های 5 دلاری، اسکناس های 10 دلاری، اسکناس های 20 دلاری، اسکناس های 50 دلاری و اسکناس های 100 دلاری وجود دارد؟ فرض کنید ترتیب انتخاب اسکناس ها مهم نیست، اسکناس های هر دسته متمایز نیستند و حداقل پنج اسکناس از هر نوع وجود دارد.

9. به سوالات زیر پاسخ دهید :

أ. معادله زیر دارای چند جواب صحیح نامنفی است، اگر  $x_i \geq 2$  for  $i = 1, 2, 3, 4, 5$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 21$$

ب. نامساوی زیر چند جواب صحیح نامنفی می تواند داشته باشد؟

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 11$$



۳-

a) تعداد کل حالات  $2^{20}$

b)  $\binom{20}{5} = \frac{20!}{10! \times 10!} = \frac{16 \times 17 \times 18 \times 19 \times 20}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = 15408$

انتخاب ۵ تا ۲۰ جا

c)  $\binom{20}{0} + \binom{20}{1} + \binom{20}{2} = 1 + 20 + 190 = 211$

برای شیر

d)  $2^{20} - 211 \Rightarrow$  حداقل ۲ بار شیر - تعداد کل حالات

۴-

$A \rightarrow 1, S, V, R$      $C \rightarrow 2$      $F \rightarrow 2$      $E \rightarrow 3$     ۱۷ حرف

۷ حرف مختلف داریم

b)  $\frac{7}{1} \times \frac{6}{1} \times \frac{5}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{3}{1} = 1680$

c)  $\frac{17}{1} \times \frac{16}{1} \times \frac{15}{1} \times \frac{14}{1} = 17640$

a)  $\frac{17!}{2! \times 2! \times 3!}$

تکرار ۲    تکرار ۲    تکرار ۳

۶- با توجه به اصل لانه کبوتری  $\Leftrightarrow$  از صفر تا ۱۰ میلیون  $\Leftrightarrow 10^7 + 1$  تعداد خط کو  $\Leftrightarrow \left\lceil \frac{10^7 \times 1}{1 \times 1 + 1} \right\rceil = 5000000$  حداقل به نفر تعداد خط که برابری دارند.

۷- مانند سوال قبل  $\Leftrightarrow 18 = \left\lceil \frac{677}{38} \right\rceil \Leftrightarrow$  حداقل ۱۸ کلاس مورد نیاز است

۱- با توجه به اینکه تعداد اسکانس های هر دسته مشخص نیست به تعداد بیشماري انتخاب وجود دارد اما می توان حداقل تعداد انتخاب ها را

این چنین محاسبه کرد:

$$\Rightarrow \binom{50}{7} = \frac{50!}{7! \times 43!} = \frac{50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 1184160$$

حداقل تعداد انتخاب ها

۹-

a)  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 2 \Rightarrow \sum_{i=1}^5 x_i = 11 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11$

$$\Rightarrow \binom{11+5-1}{5-1} = \binom{15}{4} = 1365$$

b)  $x_1 + x_2 + x_3 \leq 11 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11 \Rightarrow \binom{11+4-1}{4-1} = \binom{14}{3} = \frac{14 \times 13 \times 12}{3 \times 2 \times 1} = 364$

با اضافه کردن متغیر  $x_4 \Leftarrow (\leq) \Rightarrow (=)$  تبدیل می شود