

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

نظريه زبان‌ها و ماشین‌ها

جلسه ۷

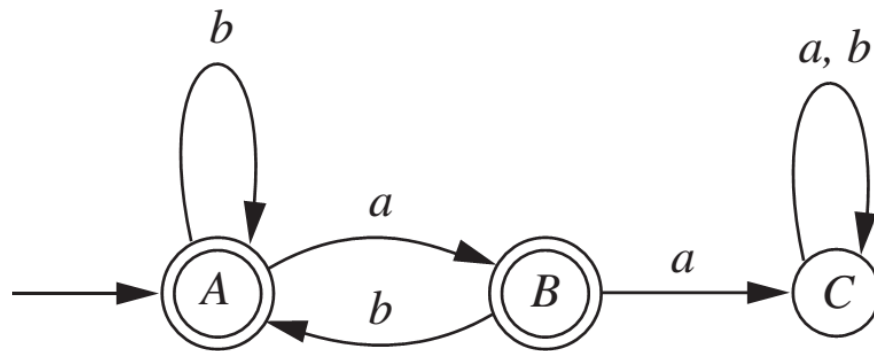
مجتبی خلیلی  
دانشکده برق و کامپیوتر  
دانشگاه صنعتی اصفهان

# مثال

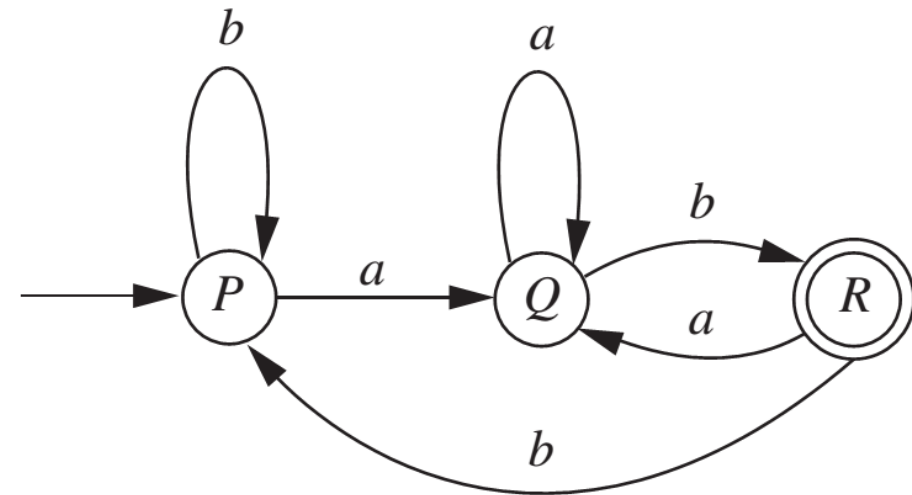
○ دو زبان زیر را در نظر بگیرید:

$$L_1 = \{x \in \{a, b\}^* \mid aa \text{ is not a substring of } x\}$$

$$L_2 = \{x \in \{a, b\}^* \mid x \text{ ends with } ab\}$$



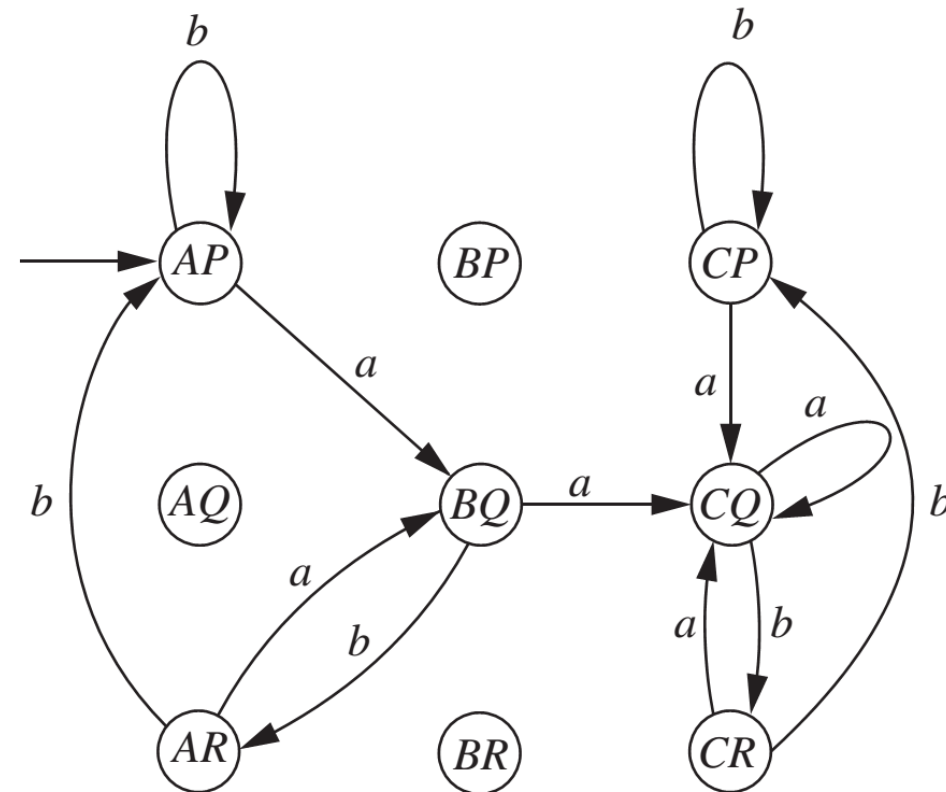
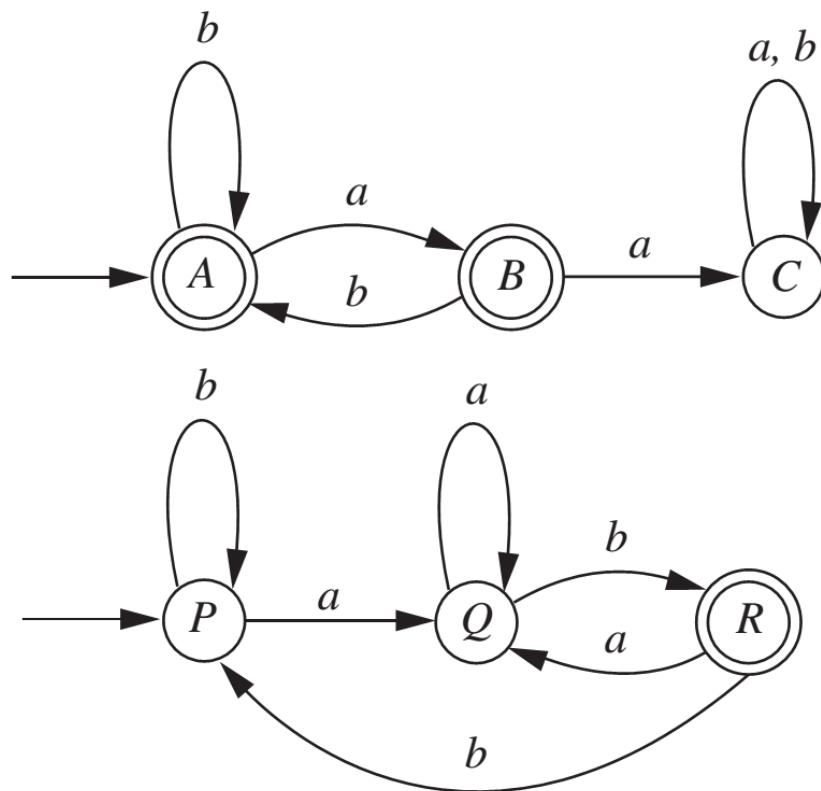
$M_1$



$M_2$

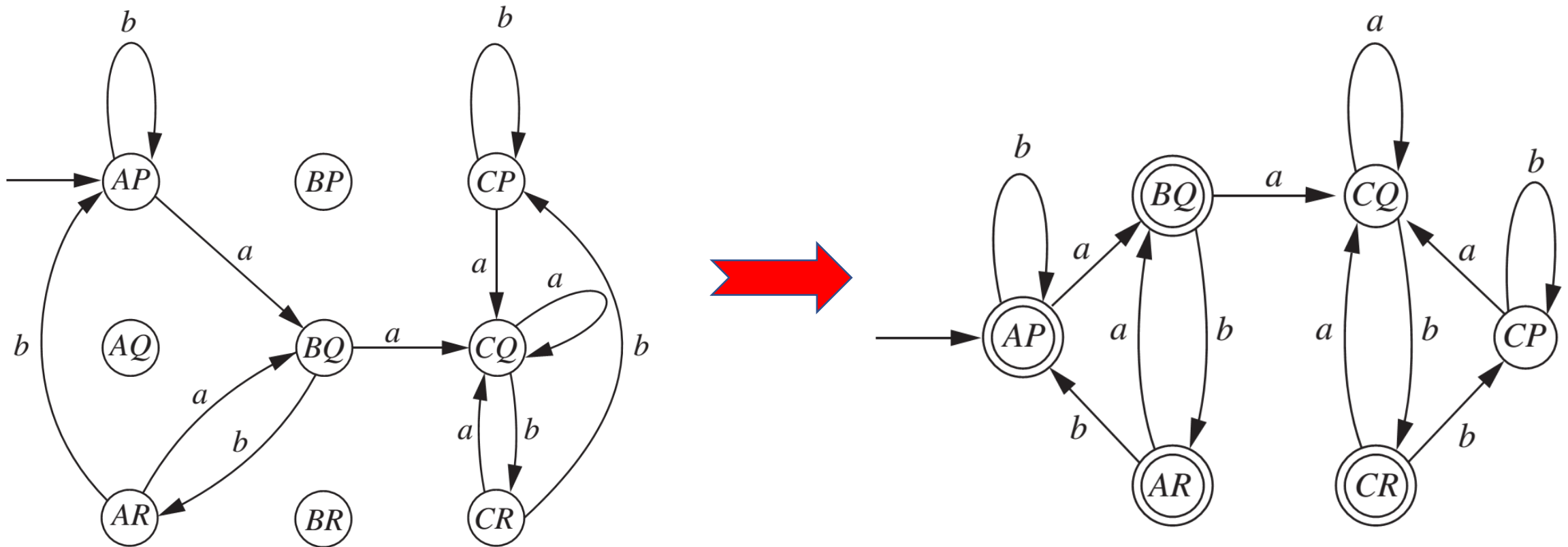
# مثال

DFA متناظر با  $L1 \cup L2$  را مطابق آنچه بیان شد بیابید. ○



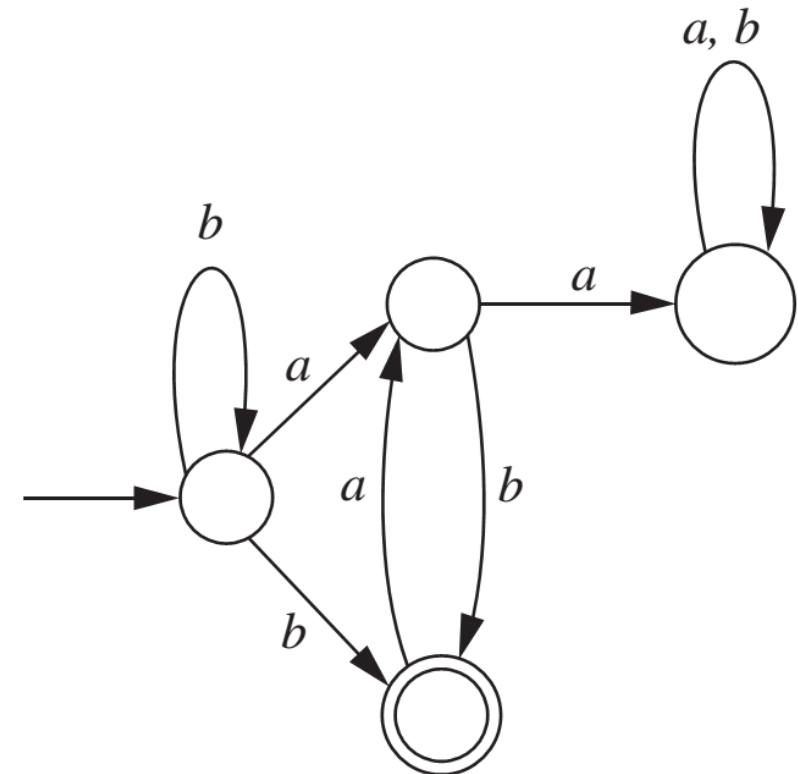
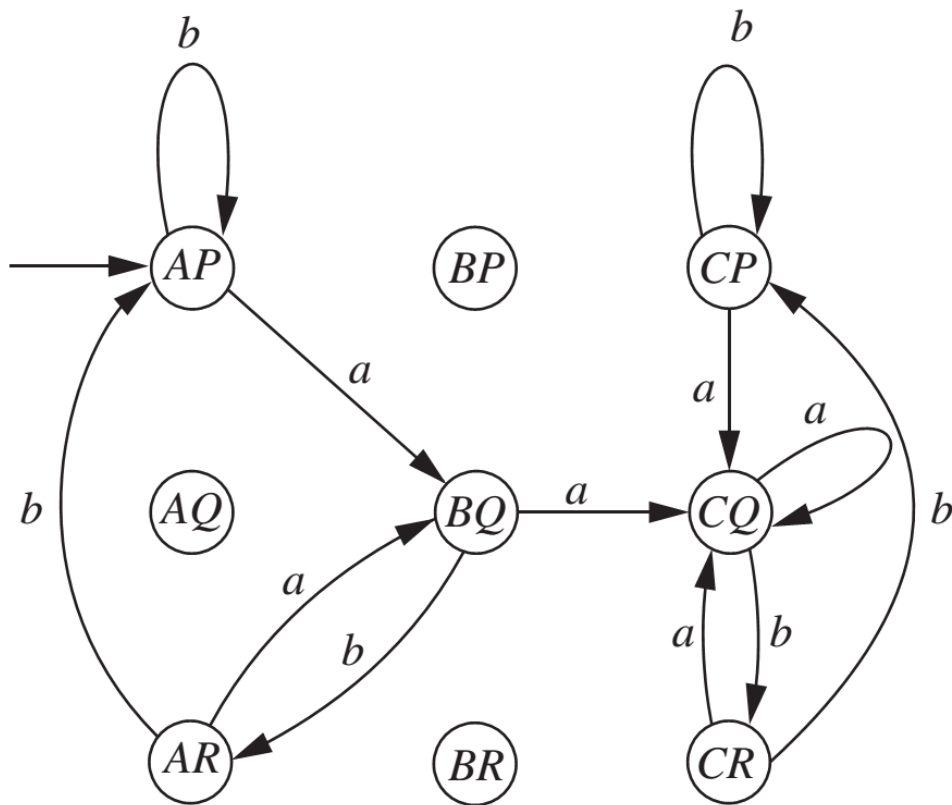
# مثال

○ DFA متناظر با  $L1 \cup L2$  را مطابق آنچه بیان شد بیابید.



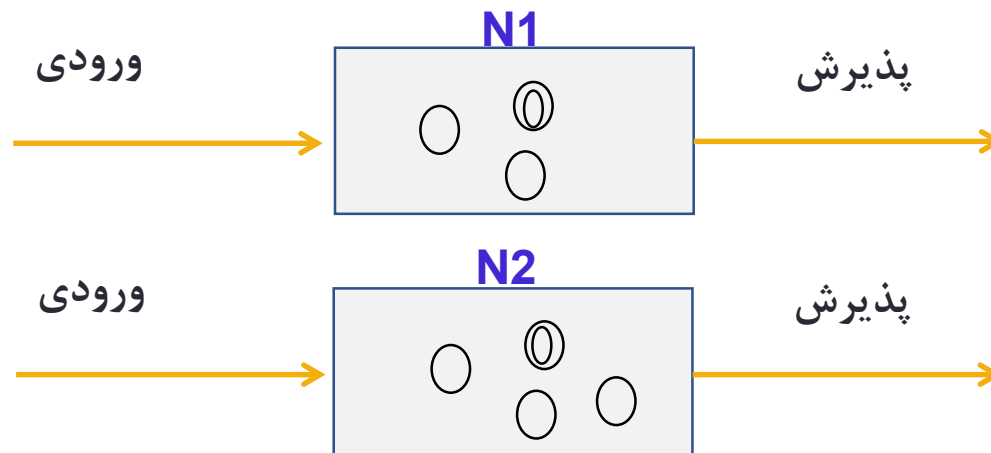
# مثال

○ DFA متناظر با  $L1 \cap L2$  را مطابق آنچه بیان شد بیابید.



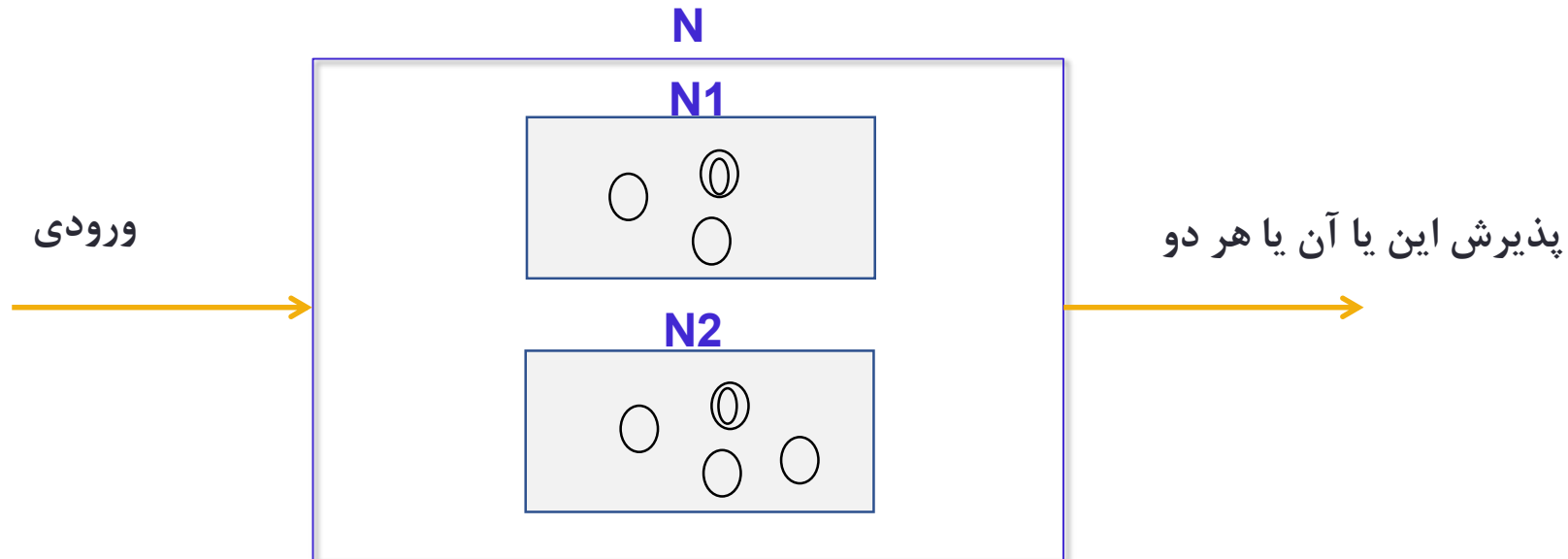
# اجتماع

○ اثبات ۲: فرض کنید  $A1$  و  $A2$  دو زبان منظم روی یک الفبا باشند. ماشین‌های NFA متناظر آنها را به ترتیب  $N1$  و  $N2$  مینامیم. چنانچه بتوانیم یک NFA به نام  $N$  بسازیم که زبان  $A1UA2$  را تشخیص دهد به هدف خود رسیده‌ایم (proof by construction).



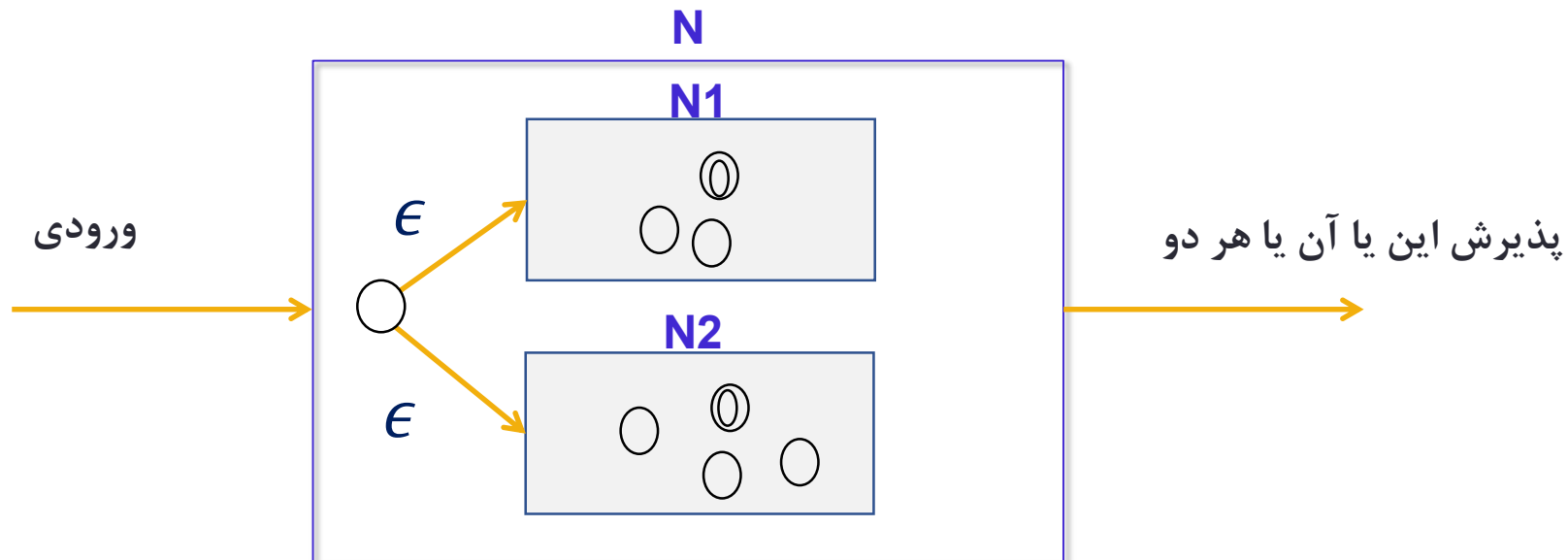
# اجتماع

○ اثبات ۲: فرض کنید  $A1$  و  $A2$  دو زبان منظم روی یک الفبا باشند. ماشین‌های NFA متناظر آنها را به ترتیب  $N1$  و  $N2$  مینامیم. چنانچه بتوانیم یک NFA به نام  $N$  بسازیم که زبان  $A1UA2$  را تشخیص دهد به هدف خود رسیده‌ایم (proof by construction).



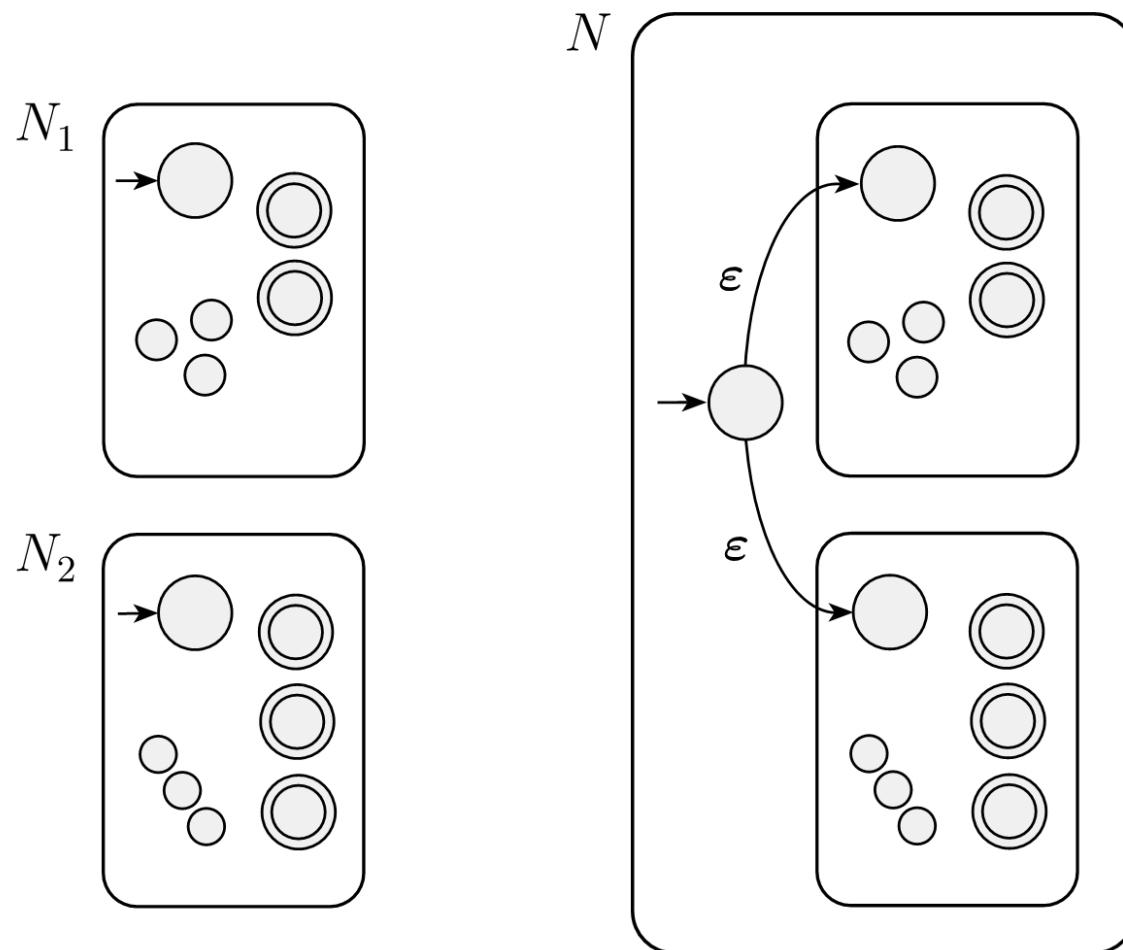
# اجتماع

- ایده (ادامه اثبات): اجرای هر دوی  $N1$  و  $N2$  به صورت موازی روی ورودی یکسان. برای یک ورودی، چنانچه یکی/دوتا از ماشین‌ها در حالت پذیرش بود، آنگاه بپذیر.





# اجتماع



Let  $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$  recognize  $A_1$ , and  
 $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$  recognize  $A_2$ .

Construct  $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  to recognize  $A_1 \cup A_2$ .

○ به زبان ریاضی:

1.  $Q = \{q_0\} \cup Q_1 \cup Q_2$ .

The states of  $N$  are all the states of  $N_1$  and  $N_2$ , with the addition of a new start state  $q_0$ .

2. The state  $q_0$  is the start state of  $N$ .

3. The set of accept states  $F = F_1 \cup F_2$ .

The accept states of  $N$  are all the accept states of  $N_1$  and  $N_2$ . That way,  $N$  accepts if either  $N_1$  accepts or  $N_2$  accepts.

4. Define  $\delta$  so that for any  $q \in Q$  and any  $a \in \Sigma_\epsilon$ ,

$$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a) & q \in Q_1 \\ \delta_2(q, a) & q \in Q_2 \\ \{q_1, q_2\} & q = q_0 \text{ and } a = \epsilon \\ \emptyset & q = q_0 \text{ and } a \neq \epsilon. \end{cases}$$

# الحاق

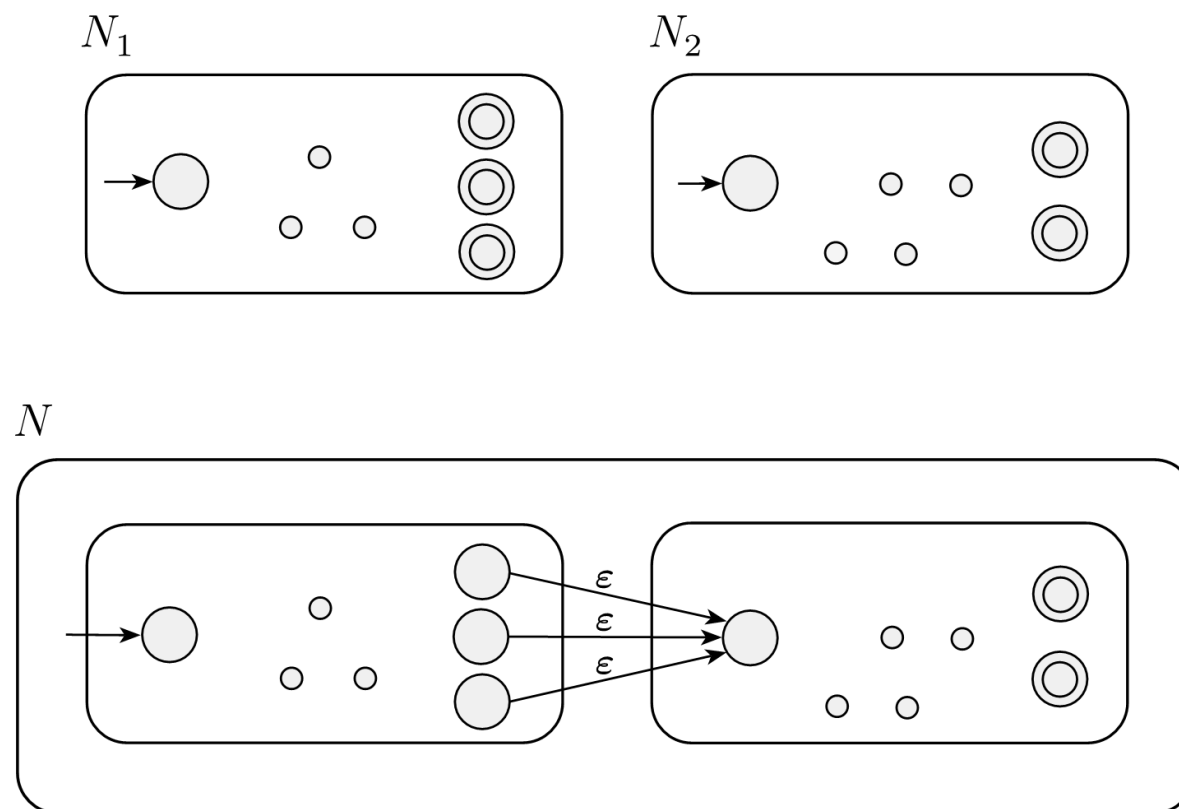
- Concatenation:  $A \circ B = \{ vw \mid v \in A \text{ and } w \in B \}$

## THEOREM 1.47 .....

The class of regular languages is closed under the concatenation operation.

# الحاق

ایده اثبات: شبیه اجتماع ○



# الحاق

Let  $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$  recognize  $A_1$ , and  
 $N_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$  recognize  $A_2$ .

○ به زبان ریاضی:

Construct  $N = (Q, \Sigma, \delta, q_1, F_2)$  to recognize  $A_1 \circ A_2$ .

1.  $Q = Q_1 \cup Q_2$ .

The states of  $N$  are all the states of  $N_1$  and  $N_2$ .

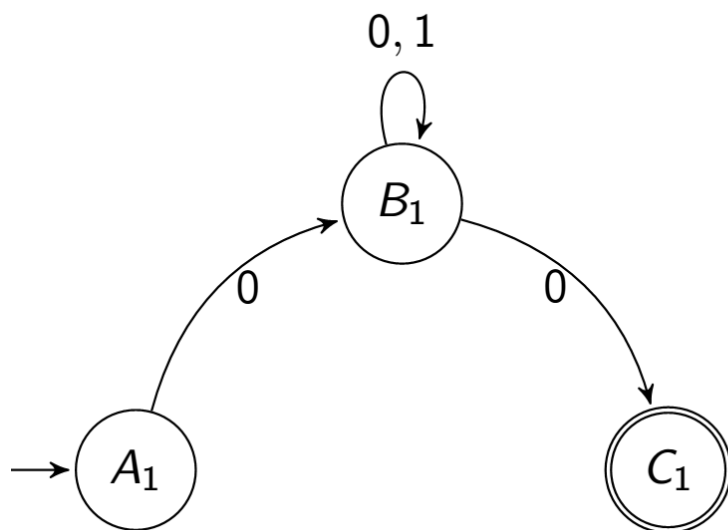
2. The state  $q_1$  is the same as the start state of  $N_1$ .

3. The accept states  $F_2$  are the same as the accept states of  $N_2$ .

4. Define  $\delta$  so that for any  $q \in Q$  and any  $a \in \Sigma_\varepsilon$ ,

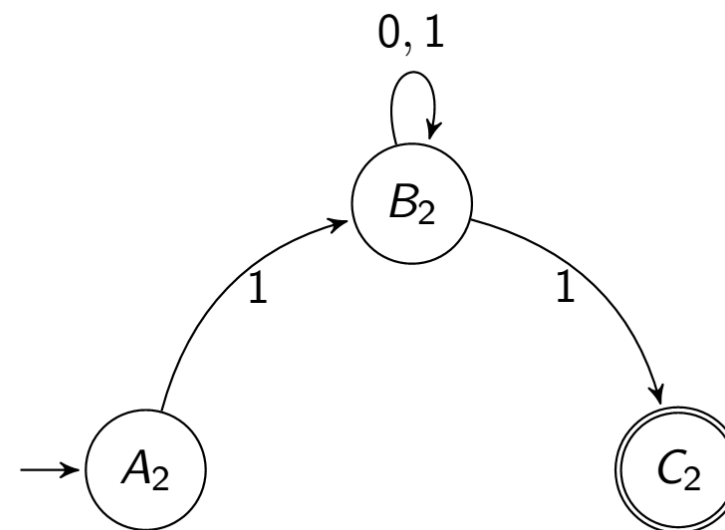
$$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a) & q \in Q_1 \text{ and } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a) & q \in F_1 \text{ and } a \neq \varepsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_2\} & q \in F_1 \text{ and } a = \varepsilon \\ \delta_2(q, a) & q \in Q_2. \end{cases}$$

# مثال



$L_1 = ?$

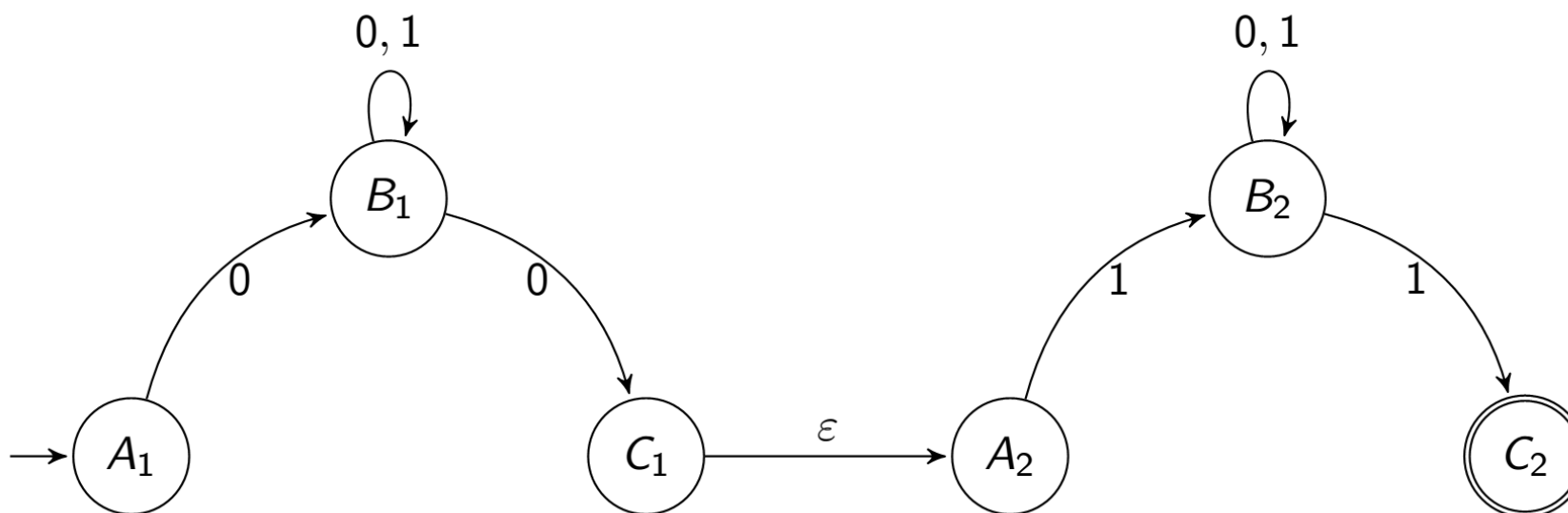
شروع و خاتمه با 0



$L_2 = ?$

شروع و خاتمه با 1

# مثال



$$L_1 L_2 = ?$$

# ستاره

- Star:  $A^* = \{ w_1 \dots w_k \mid k \geq 0 \text{ and each } w_i \in A \}$   
 $= \{\epsilon\} \cup A \cup AA \cup AAA \cup AAAA \cup \dots$

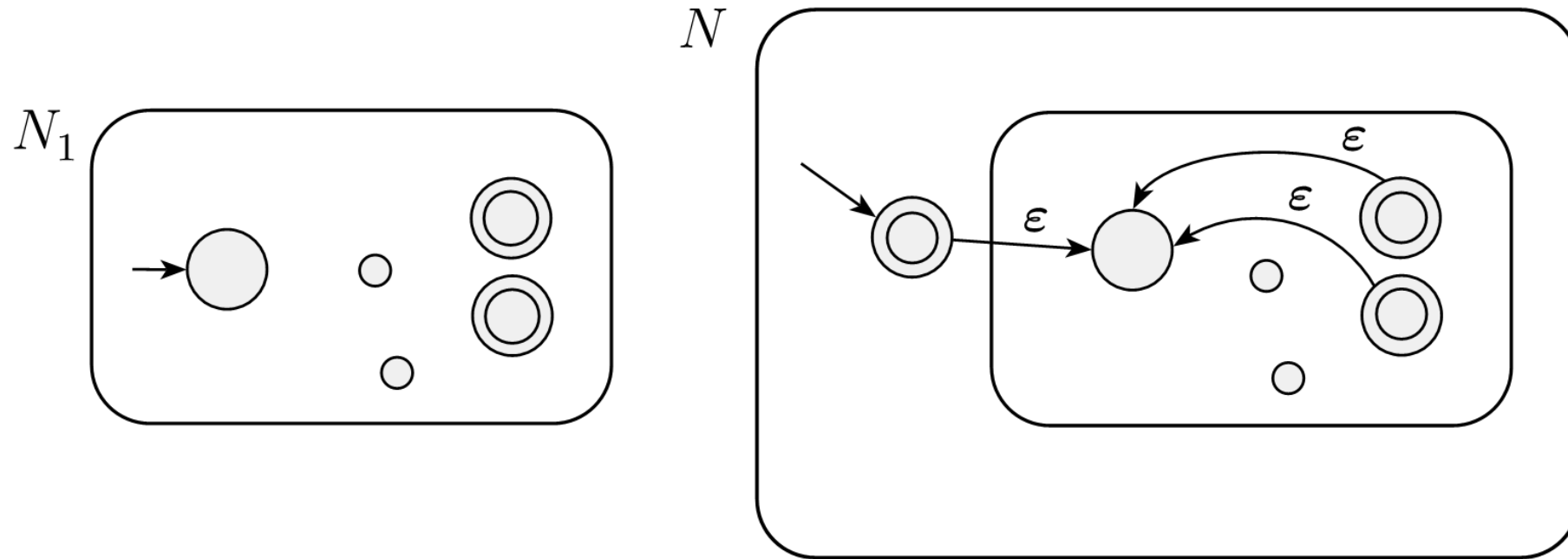
## THEOREM 1.49 .....

The class of regular languages is closed under the star operation.



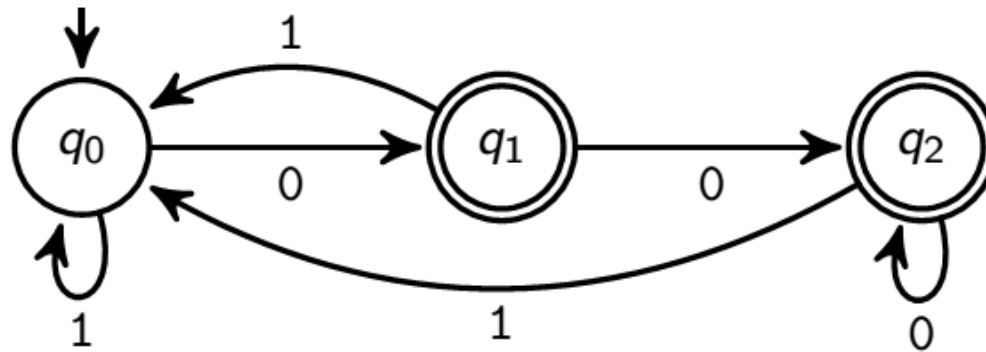
# ستاره

ایده اثبات: ○



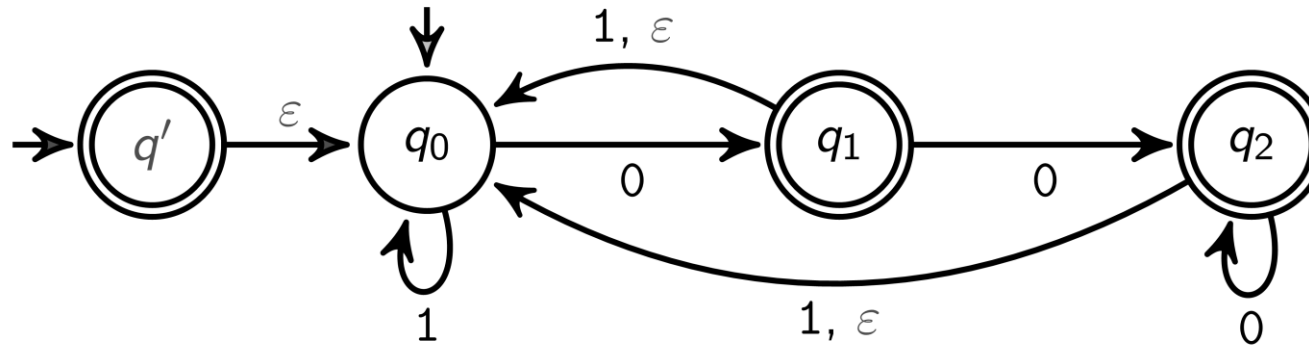
# ستاره

ایده اثبات: ○



# ستاره

ایده اثبات: ○



# ستاره

**PROOF** Let  $N_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$  recognize  $A_1$ .  
Construct  $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  to recognize  $A_1^*$ .

○ به زبان ریاضی:

1.  $Q = \{q_0\} \cup Q_1$ .

The states of  $N$  are the states of  $N_1$  plus a new start state.

2. The state  $q_0$  is the new start state.

3.  $F = \{q_0\} \cup F_1$ .

The accept states are the old accept states plus the new start state.

4. Define  $\delta$  so that for any  $q \in Q$  and any  $a \in \Sigma_\epsilon$ ,

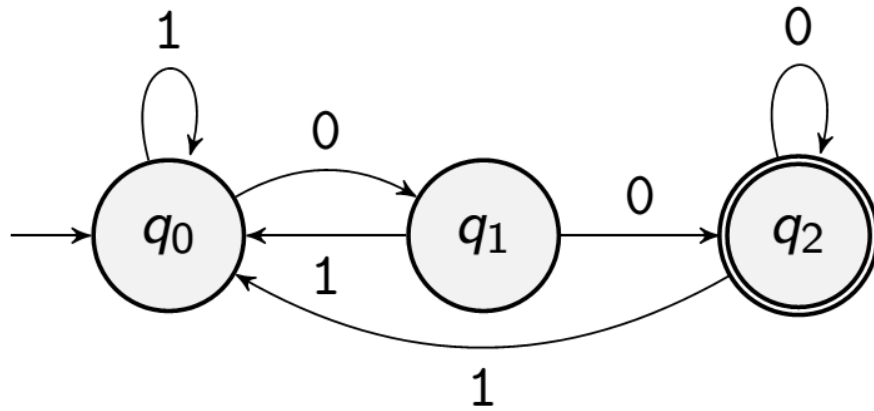
$$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a) & q \in Q_1 \text{ and } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a) & q \in F_1 \text{ and } a \neq \epsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_1\} & q \in F_1 \text{ and } a = \epsilon \\ \{q_1\} & q = q_0 \text{ and } a = \epsilon \\ \emptyset & q = q_0 \text{ and } a \neq \epsilon. \end{cases}$$

# مکمل

- Complement:  $\bar{L} = \{w \mid w \notin L\}$

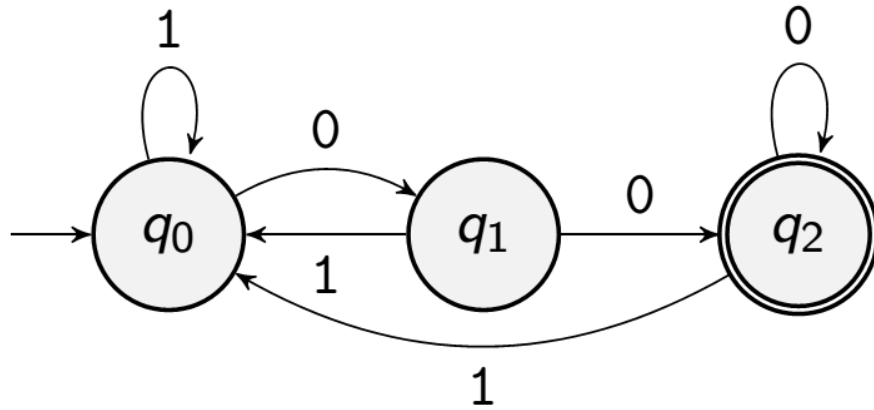
$$\begin{array}{ccc} \text{DFA: } M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) & \longrightarrow & \widehat{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q - F) \\ L & & \bar{L} \end{array}$$

# مثال

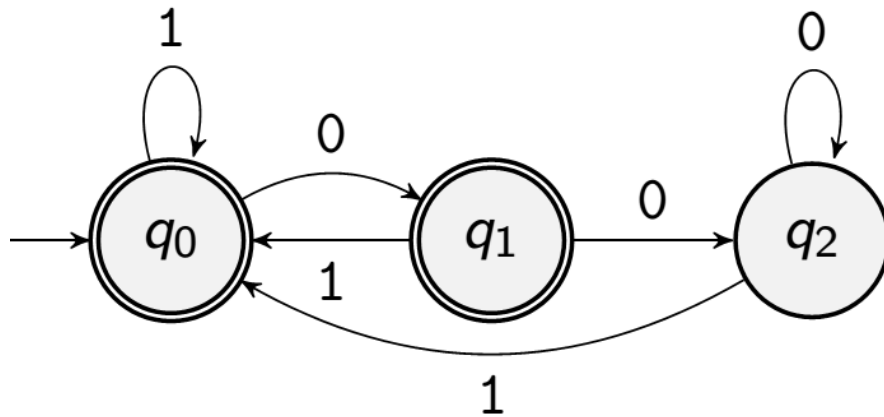


$$L = \{w \mid w \text{ ends with } 00\}$$

# مثال



$$L = \{w \mid w \text{ ends with } 00\}$$



$$\bar{L}$$

# اشتراک

- Intersection:  $L_1 \cap L_2 = \{ w \mid w \in L_1 \text{ and } w \in L_2 \}$

○ به کمک دمورگان:

$$L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$$