

بسمه تعالی

هوش مصنوعی

عدم قطعیت - ۱

نیمسال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۲

دکتر مازیار پالهنک

آزمایشگاه هوش مصنوعی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

دانشگاه صنعتی اصفهان

مقدمه

- هنگامی که عامل واقعیتهای کافی در مورد محیطش می داند
روش منطقی عامل را قادر می سازد که طرحهایی را بدست آورد
که ضمانت می دهند که کار کنند.
- در عمل اینگونه نیست.
- در این حالت، عمل تحت عدم قطعیت
- مثال دنیای دیو:
- محیط نیمه مشاهده پذیر
- عامل همیشه نمی داند کدام خانه گودال است
- ممکن است مجبور به قبول ریسک شود

- قبلاً از فضای باور برای برخورد با عدم قطعیت استفاده می کردیم.
- مشکلات:
- فضای باور شامل همه حالت‌های ممکن است که می تواند بسیار بزرگ بوده و شامل حالاتی باشد که کمتر احتمال وقوع دارند.
- ایجاد یک طرح اقتضائی که همه شرایط را در نظر بگیرد می تواند بسیار پیچیده باشد و شامل وضعیتهائی باشد که کمتر محتمل هستند.
- گاهی طرحی که صد درصد به هدف برسد وجود ندارد ولی باید کاری انجام داد. باید راهی برای مقایسه شایستگی چنین طرحهائی وجود داشته باشد.

- دنیای واقعی بسیار پیچیده تر
- فرض کنید عامل می خواهد کسی را به فرودگاه برساند تا به پروازش به موقع برسد.
- طرح A90: ترک خانه ۹۰ دقیقه قبل از پرواز و رانندگی با سرعت معقول
- اگرچه فرودگاه دور نیست ولی عامل با قطعیت نمی تواند نتیجه بگیرد که A90 او را به موقع به فرودگاه خواهد رساند.
- در واقع طرح A90 به فرودگاه می رساند، اگر خودرو خراب نشود، سوخت تمام نشود، هواپیما زودتر نرود، ...

■ عامل منطقی که نتواند استنتاج کند که دنبالهٔ اعمالی او را به اهدافش می‌رساند نمی‌تواند عمل کند.

■ مثال: تشخیص بیماری، عیب‌یابی وسایل، ...

Toothache \Rightarrow Cavity.

■ ولی همهٔ دندان‌دردها به دلیل کرم خوردگی نیست.

■ دلیلهای دیگر هم ممکن است:

Toothache \Rightarrow Cavity \vee GumProblem \vee Abscess ...

■ تالی لیست نامحدودی از سببها

■ قانون بصورت فوق، قانون تشخیصی گفته می شود.

■ می توان قانون سببی نوشت:

Cavity \Rightarrow Toothache.

■ همه کرم خورد گیها باعث درد نمی شوند.

■ لیست کردن تمام عواملی که کرم خوردگی باعث دندان درد می شود در مقدم قانون

■ امکان این وجود دارد که کرم خوردگی و دندان درد هر دو وجود داشته باشند و به هم مربوط نباشند.

- منطق شکست می خورد به دلایل:
- **تنبلی:** کار زیاد برای کامل کردن لیست مقدم و تالی، سختی استفاده از چنین قانونی
- **نادانی نظری:** عمل پزشکی ممکن است به دانش کامل نرسیده باشد.
- **نادانی عملی:** حتی اگر همه قانونها را بدانیم ممکن است در مورد بیمار خاصی همه آزمونها انجام نشده یا نتواند انجام شود.

- در این حالت دانش عامل در بهترین حالت می تواند یک درجه باور به جملات داشته باشد.
- بهترین ابزار: نظریه احتمال
- مثال: احتمال آنکه بیماری کرم خوردگی دندان داشته باشد ۰،۸ است.
- عقاید بستگی به ادراکاتی دارد که عامل تا آن لحظه دریافت کرده است.
- با رسیدن ادراکات بیشتر، درجه اعتقاد عامل تغییر می کند.

- ادارکات دلایلی را تشکیل می دهند که محاسبه احتمالات بر اساس آنها انجام می گیرد.
- قبل از دریافت دلیل درباره احتمال پیشین یا بدون شرط صحبت می کنیم.
- بعد از دریافت دلیل درباره احتمال پسین یا شرطی صحبت می کنیم

عدم قطعیت و تصمیم معقول

- عامل منطقی هر طرحی که او را به هدفش برساند اجرا می کند.
- هر عمل بر حسب اینکه او را به هدفش می رساند قبول یا پذیرش می شود.
- عدم قطعیت وضعیت را تغییر می دهد.
- طرح A90 با احتمال ۹۵٪
- طرح A120 با احتمال ۹۸٪
- طرح A1440 (۲۴ ساعت قبل) با احتمال بیشتر
- کدام را عامل انتخاب کند؟

- انتخاب بستگی به ترجیح از دست دادن پرواز در مقابل زمان انتظار دارد.
- نظریه سودمندی برای نمایش و استنتاج ترجیحا استفاده می شود.
- $\text{نظریه تصمیم} = \text{نظریه احتمال} + \text{نظریه سودمندی}$

دستور زبان

- درجات باور به گزاره ها اعمال می شوند.
- عنصر بنیادی: متغیر تصادفی
- رجوع به بخشی از دنیا که وضعیت آن در ابتدا نامعلوم است.
- هر متغیر تصادفی دامنه ای دارد.
- بولی: همانند کرم خوردگی با دامنه $\langle \text{درست، نادرست} \rangle$
- $\text{Cavity}=\text{true}$ را با cavity نمایش می دهیم
- $\text{Cavity}=\text{false}$ را با $\neg \text{cavity}$ نمایش می دهیم.

- گسسته: همانند هوا با دامنۀ <آفتابی، بارانی، ابری، برفی>
- مقادیر دامنۀ منفصل و کامل هستند.
- Weather=snow را با snow نمایش می دهیم.
- پیوسته
- گزاره های بنیادی توسط رابطهای منطقی می توانند ترکیب شوند.
- مثال Weather=sunny \wedge Cavity=false
- نمایش sunny $\wedge \neg$ cavity

- **حادثه اتمی:** یک مشخص نمودن کامل حالت دنیا که عامل در مورد آن نامطمئن است (یک مدل).
- تصور از حادثه اتمی: انتساب مقادیر خاصی به همه متغیرهایی که دنیا از آن ترکیب شده است.
- اگر دنیائی فقط شامل متغیرهای Cavity و Toothache باشد در این صورت فقط ۴ حادثه اتمی وجود دارند.
- مجموعه همه دنیاهای ممکن: **فضای نمونه** (sample space)

■ Ω : فضای نمونه و ω حادثه اتمی / نقطه نمونه / مدل / دنیای ممکن

$$0 \leq P(\omega) \leq 1 \text{ for every } \omega \text{ and } \sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1$$

■ خواص حوادث اتمی:

■ فقط یکی از آنها می تواند برقرار باشد.

■ مجموعه همه حوادث اتمی کامل است. حداقل یکی باید برقرار باشد.

■ یک **حادثه** A زیر مجموعه ای از Ω می باشد.

■ مثلاً احتمال اینکه مجموع اعداد پرتاب دو تاس برابر ۶ باشد.

■ یک گزاره را اینجا می توان به عنوان یک حادثه تصور نمود.

اصول احتمال

■ برای هر گزاره A و B

■ $0 \leq P(A) \leq 1$

■ $P(\text{false})=0$ و $P(\text{true})=1$

■ .

$$\begin{aligned} P(\neg a) &= \sum_{\omega \in \neg a} P(\omega) \\ &= \sum_{\omega \in \neg a} P(\omega) + \sum_{\omega \in a} P(\omega) - \sum_{\omega \in a} P(\omega) \\ &= \sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) - \sum_{\omega \in a} P(\omega) \\ &= 1 - P(a) \end{aligned}$$

■ $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$

■ $0 \leq P(\omega) \leq 1$ for every ω and $\sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) = 1$

■ قانون آخر و

■ اصول کلمگروف (Kolmogorov) نامیده می شوند.

احتمال پیشین

- درجهٔ باور در غیاب هر اطلاعات دیگر
- مثال $P(\text{sunny})=0.78$ یا $P(\text{cavity})=0.1$
- گاهی در مورد احتمال تمام مقادیر یک متغیر تصادفی صحبت می‌کنیم.
- مثال: $P(\text{Weather})$ برداری از مقادیر برای هر حالت هوا

$$P(\text{Weather} = \text{sun}) = 0.6$$

$$P(\text{Weather} = \text{rain}) = 0.1$$

$$P(\text{Weather} = \text{cloud}) = 0.29$$

$$P(\text{Weather} = \text{snow}) = 0.01 ,$$

$$P(\text{Weather}) = \langle 0.6, 0.1, 0.29, 0.01 \rangle \quad \blacksquare$$

■ عبارت فوق توزیع احتمال متغیر تصادفی Weather را نشان می دهد.

■ توزیع احتمال توأم برای یک مجموعه از متغیرهای تصادفی
احتمال هر حادثه اتمی روی آن متغیرهای تصادفی را نشان می
دهد.

■ مثال $P(\text{Weather}, \text{Cavity})$ یک ماتریس 2×4 از مقادیر است.

Weather	sunny	rainy	cloudy	snow
Cavity=true	0.144	0.02	0.016	0.02
Cavity=false	0.576	0.08	0.064	0.08

- توزیع احتمال توأم کامل شامل همه متغیرهای موجود برای توصیف دنیا
- هر سؤال در مورد دامنه از این توزیع قابل پاسخگویی است.

احتمال شرطی

- هنگام دریافت دلیل بیشتر
- $P(a | b)$ احتمال a به شرط آنکه تمام آنچه که می دانیم b باشد.
- $P(\text{cavity} | \text{toothache}) = 0.8$
- نماد برای توزیع شرطی
- $P(\text{Cavity} | \text{Toothache})$ بردار دو عضوی که هر عضوی یک بردار دو عضوی است.

احتمال شرطی

■ $P(a | b) = P(a \wedge b) / P(b)$ (هر گاه $P(b) \neq 0$)

■ $P(a \wedge b) = P(a | b)P(b) = P(b | a)P(a)$

■ قانون ضرب

■ حالت کلی تر برای کل توزیع

■ $P(\text{Weather}, \text{Cavity}) = P(\text{Weather} | \text{Cavity})P(\text{Cavity})$

■ قانون زنجیری با اعمال مکرر قانون ضرب

$$\begin{aligned} P(X_1, \dots, X_n) &= P(X_1, \dots, X_{n-1})P(X_n | X_1, \dots, X_{n-1}) \\ &= P(X_1, \dots, X_{n-2})P(X_{n-1} | X_1, \dots, X_{n-2})P(X_n | X_1, \dots, X_{n-1}) \\ &= \dots \end{aligned}$$

استنتاج با فهرست کردن

■ شروع با توزیع احتمال توأم

	<i>toothache</i>		\neg <i>toothache</i>	
	<i>catch</i>	\neg <i>catch</i>	<i>catch</i>	\neg <i>catch</i>
<i>cavity</i>	.108	.012	.072	.008
\neg <i>cavity</i>	.016	.064	.144	.576

■ برای هر گزاره φ ، گزاره های اتمی که در آنها درست است را جمع کن:

■ $P(\varphi) = \sum_{\omega: \omega \models \varphi} P(\omega)$

■

استنتاج با فهرست کردن

■ شروع با توزیع احتمال توأم

	<i>toothache</i>		\neg <i>toothache</i>	
	<i>catch</i>	\neg <i>catch</i>	<i>catch</i>	\neg <i>catch</i>
<i>cavity</i>	.108	.012	.072	.008
\neg <i>cavity</i>	.016	.064	.144	.576

■ برای هر گزاره φ ، گزاره های اتمی که در آنها درست است را جمع کن:

■ $P(\varphi) = \sum_{\omega: \omega \models \varphi} P(\omega)$

■

■ $P(\text{toothache}) = 0.108 + 0.012 + 0.016 + 0.064 = 0.2$

■

$$P(Y) = \sum_{z \in Z} P(Y, z)$$

— ریر پالهنک

هوش مصنوعی

24

$$P(Y) = \sum_{z \in Z} P(Y, z)$$

■ Z مجموعه متغیرهای دیگر به جز Y

■ مثال:

$$P(Cavity) = \sum_{z \in \{Catch, Toothache\}} P(Cavity, z)$$

$$P(Y) = \sum_z P(Y | z) P(z)$$

■ تنوع دیگری از این قانون:

■ به این کار به حاشیه بردن marginalization گفته می شود.

استنتاج با فهرست کردن

■ شروع با توزیع احتمال توأم

	<i>toothache</i>		\neg <i>toothache</i>	
	<i>catch</i>	\neg <i>catch</i>	<i>catch</i>	\neg <i>catch</i>
<i>cavity</i>	.108	.012	.072	.008
\neg <i>cavity</i>	.016	.064	.144	.576

■ همچنین می توان احتمالاتی شرطی را محاسبه نمود:

$$\begin{aligned}
 P(\neg cavity \mid toothache) &= \frac{P(\neg cavity \wedge toothache)}{P(toothache)} \\
 &= \frac{0.016 + 0.064}{0.108 + 0.012 + 0.016 + 0.064} = 0.4 .
 \end{aligned}$$

استنتاج با فهرست کردن

■ شروع با توزیع احتمال توأم

	<i>toothache</i>		\neg <i>toothache</i>	
	<i>catch</i>	\neg <i>catch</i>	<i>catch</i>	\neg <i>catch</i>
<i>cavity</i>	.108	.012	.072	.008
\neg <i>cavity</i>	.016	.064	.144	.576

■ همچنین می توان احتمالاتی شرطی را محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} P(cavity \mid toothache) &= \frac{P(cavity \wedge toothache)}{P(toothache)} \\ &= \frac{0.108 + 0.012}{0.108 + 0.012 + 0.016 + 0.064} = 0.6 \end{aligned}$$

عادی سازی

■ مخرج کسر را می توان به عنوان ثابت عادی ساز در نظر گرفت

$$P(Cavity / toothache) = \alpha P(Cavity, toothache)$$

$$= \alpha [P(Cavity, toothache, catch) + P(Cavity, toothache, \neg catch)]$$

$$= \alpha [<0.108, 0.016> + <0.012, 0.064>]$$

$$= \alpha <0.12, 0.08> = <0.6, 0.4>$$

	toothache		\neg toothache	
	catch	\neg catch	catch	\neg catch
cavity	.108	.012	.072	.008
\neg cavity	.016	.064	.144	.576

■ ایده کلی: محاسبه توزیع روی متغیر سؤال با ثابت در نظر گرفتن دلیل و جمع گرفتن روی متغیرهای مخفی

$$P(X | e) = \alpha P(X, e) = \alpha \sum_y P(X, e, y)$$

■ X, e, Y با هم شامل همه متغیرهای موجود می شوند.

خلاصه

- عدم موفقیت عامل منطقی در حالت عدم قطعیت
- عدم امکان استنتاج عملی که با موفقیت او را به هدفش برساند.
- عدم امکان بوجود آوردن قوانینی که کامل باشند بدلائل:
 - تنبلی
 - نادانی نظری
 - نادانی عملی
- نظریه تصمیم = نظریه احتمال + نظریه سودمندی
- متغیر تصادفی، فضای نمونه، حادثه، حادثه اتمی
- اصول احتمال
- احتمال پیشین
- توزیع احتمال
- توزیع احتمال توأم
- احتمال شرطی
- توزیع شرطی
- استنتاج با فهرست کردن
- عادی سازی



اصفهان - بوستان شهرستان

مازیار پالهنګ

هوش مصنوعی

31

■ در تهیه این اسلایدها، از اسلایدهای سایت کتاب استفاده شده است.