بسمه تعالی

هوش مصنوعی

عاملین منطقی – ۲

نیمسال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۲

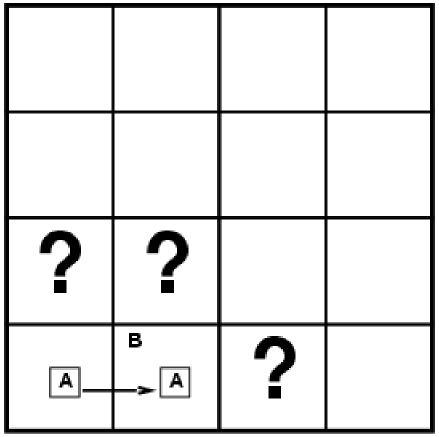
دکتر مازیار پالهنگ
آزمایشگاه هوش مصنوعی
دانشکدهٔ مهندسی برق و کامپیوتر
دانشگاه صنعتی اصفهان

یادآوری

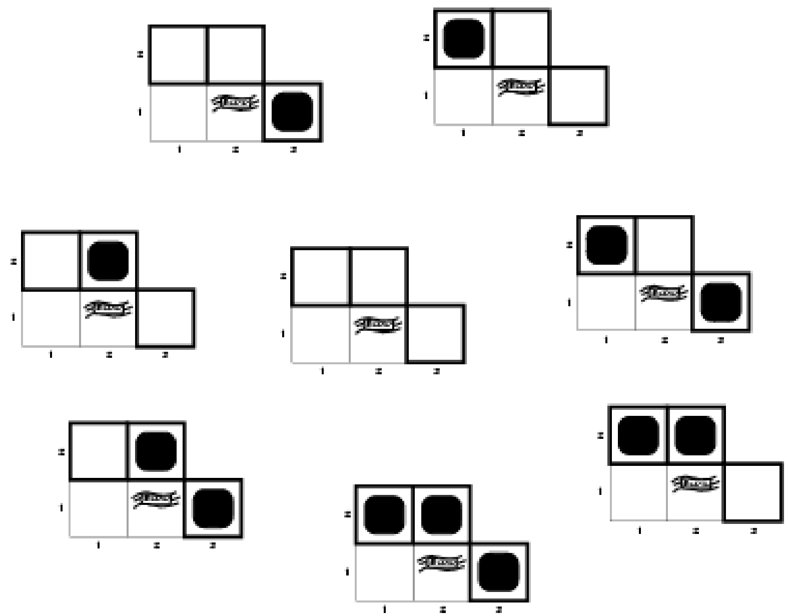
- عامل دانش- مبنا
  - سطح دانش، سطح منطق، سطح پیاده سازی
- دنیای دیو
- اکتشاف در دنیای دیو
- منطق
- ایجاب کردن
- مدلها

ایجاب کردن در دنیای دیو

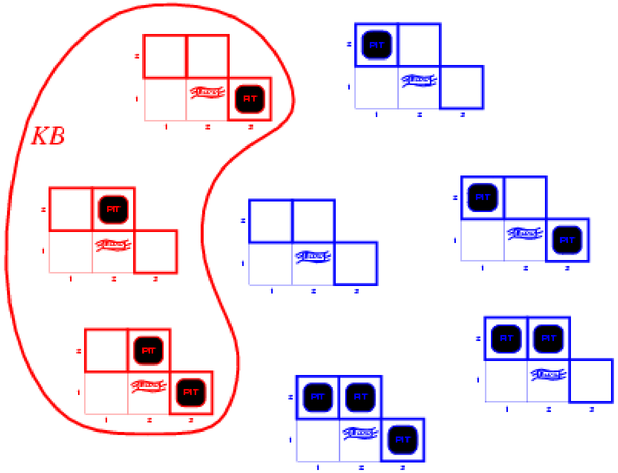
- وضعیت پس از تشخیص هیچ چیز در [۱و۱] و نسیم در [۱و۲]
- در نظر گرفتن همهٔ مدلها (فقط با در نظر گرفتن گودال)
- ۳ گزینهٔ بولی برای [۲و۱]، [۲و۲] و [۱و۳]
- در نتیجه ۸ مدل ممکن



مدلها

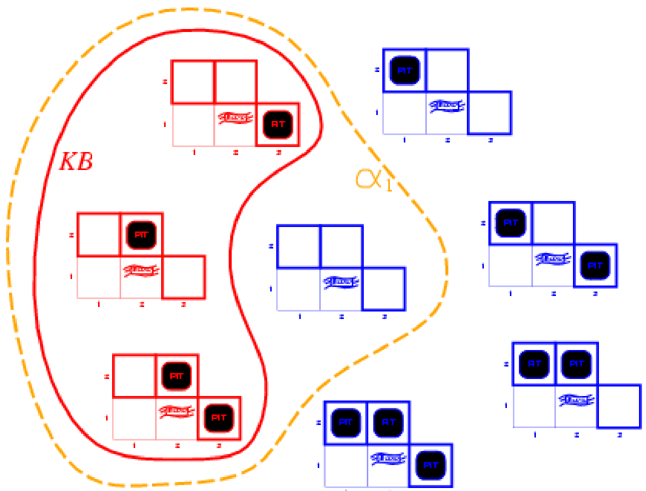


مدلها



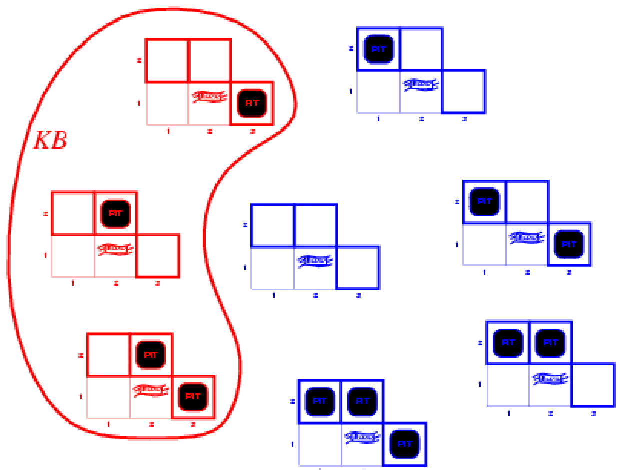
- KB = قوانین دنیای دیو +مشاهدات

مدلها



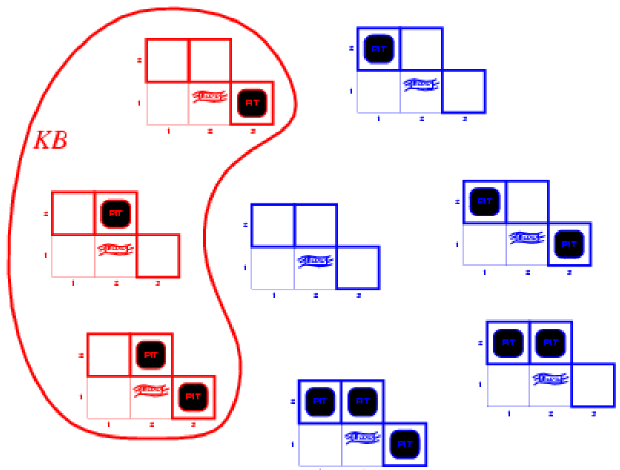
- KB = قوانین دنیای دیو +مشاهدات
- $\alpha_1 = [1،2]$ امن است ،
- $KB \models \alpha_1$، با چک مدل اثبات می شود.

مدلها



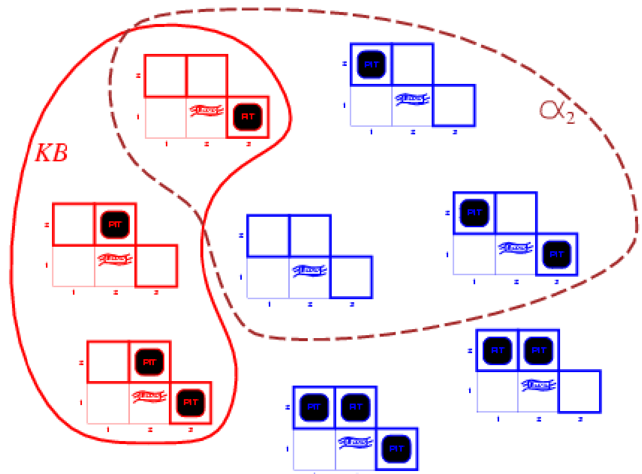
- KB=قوانین دنیای دیو +مشاهدات

مدلها



- KB=قوانین دنیای دیو +مشاهدات
- $\alpha 2$ = “[2,2] امن است"

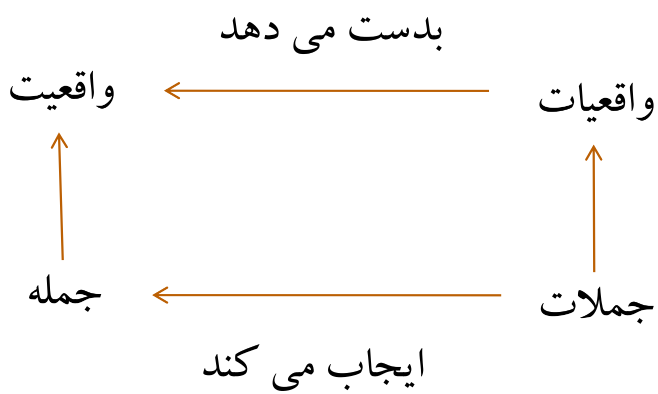
مدلها



- KB=قوانین دنیای دیو +مشاهدات
- α2 = “[2,2] امن است"
- $KB \not\models \alpha_2$

ایجاب کردن

- $KB \models \alpha$



استنتاج

- یک روال استنتاج یکی از دو کار را می تواند انجام دهد:
- با داشتن یک KB تمامی جملاتی که از آن ایجاب می شوند را بیابد
- با داشتن یک جمله ایجاب شدن آن توسط KB را بررسی کند.
- یک روال استنتاج که فقط جملاتی که ایجاب می شوند را تولید می کند یک استنتاج موثق یا معتبر (sound) نامیده می شود.
- $KB \vdash_i \alpha$ جملهٔ α توسط روال استنتاج i از KB ایجاد می شود.
- کامل بودن: i کامل است اگر $KB \models \alpha$ آنگاه $KB \vdash_i \alpha$

منطق گزاره ای: دستور

- ساده ترین منطق
- گزاره یک جملهٔ خبری که بتوان به آن ارزش درست یا نادرست نسبت داد.
- نمادها: ثابتهای منطقی(درست، نادرست)، متغیرهای گزاره ای(P،Q،...)، رابطهای منطقی و پرانتزها
- ثابتهای منطقی به تنهائی یک گزاره هستند
- اگر P و Q دو گزاره باشند، $P \wedge Q$ نیز یک گزاره است.
- اگر P و Q دو گزاره باشند، $P \vee Q$ نیز یک گزاره است.

- اگر P و Q دو گزاره باشند، $P \Rightarrow Q$ نیز یک گزاره است.
- اگر P و Q دو گزاره باشند، $P \Leftrightarrow Q$ نیز یک گزاره است.
- اگر P یک گزاره باشد، $\neg P$ نیز یک گزاره است.
- جمله ← جملهٔ ساده یا اتمی | جملهٔ مرکب
- جملهٔ ساده ← True | False | P | Q | R | ...
- جملهٔ مرکب ← (جمله) | جمله رابط جمله | ¬جمله
- رابط ← $\wedge$ | $\vee$ | $\Rightarrow$ | $\Leftrightarrow$
- لیترال به یک جملهٔ ساده یا نقیض آن گفته می شود.

Figure 7.7

$$
\begin{array}{rcl}
\mathit{Sentence} & \rightarrow & \mathit{AtomicSentence} \mid \mathit{ComplexSentence} \\
\mathit{AtomicSentence} & \rightarrow & \mathit{True} \mid \mathit{False} \mid P \mid Q \mid R \mid \ldots \\
\mathit{ComplexSentence} & \rightarrow & \boxed{(\,\mathit{Sentence}\,)} \\
& \mid & \neg\,\mathit{Sentence} \\
& \mid & \mathit{Sentence} \land \mathit{Sentence} \\
& \mid & \mathit{Sentence} \lor \mathit{Sentence} \\
& \mid & \mathit{Sentence} \;\Rightarrow\; \mathit{Sentence} \\
& \mid & \mathit{Sentence} \;\Leftrightarrow\; \mathit{Sentence} \\
\\
\textsc{Operator Precedence} & : & \neg, \land, \lor, \Rightarrow, \Leftrightarrow
\end{array}
$$

A BNF (Backus–Naur Form) grammar of sentences in propositional logic, along with operator precedences, from highest to lowest.

- برای جلوگیری از ابهام و افزایش خوانائی در صورت نیاز از پرانتز و کروشه استفاده می شود.

منطق گزاره ای : معنا

- معنا قوانینی را برای تعیین درستی یک جمله در یک مدل را بیان می دارد.
- در منطق گزاره ای، یک مدل مقادیر درستی نمادهای گزاره ای را می نشاند.
- بطور مثال:

$$m_1 = \{P_{1,2} = false, P_{2,2} = false, P_{3,1} = true\} .$$

- معنای یک جمله نیز با داشتن یک مدل باید مشخص شود.
- درست همیشه یک واقعیت درست و نادرست یک واقعیت همیشه نادرست است.

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
$false$	$false$	$true$	$false$	$false$	$true$	$true$
$false$	$true$	$true$	$false$	$true$	$true$	$false$
$true$	$false$	$false$	$false$	$true$	$false$	$false$
$true$	$true$	$false$	$true$	$true$	$true$	$true$

جملات در دنیای دیو

- فرض کنید $P_{x,y}$ درست باشد اگر یک گودال در [x،y] باشد.
- فرض کنید $B_{x,y}$ درست باشد اگر نسیم در [x، y] باشد.
- برای هر جمله یک برچسب R_i جهت رجوع در نظر می گیریم.
- می دانیم سلول [1،1] گودال نیست:

$$R_1 : \quad \neg P_{1,1}$$

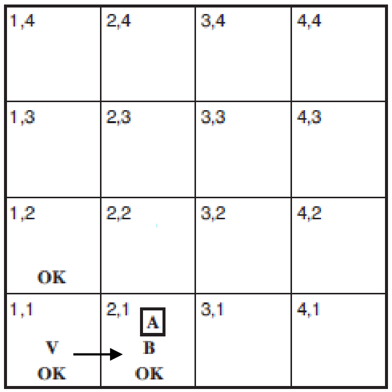
- یک خانه نسیم دار است اگر و تنها اگر در خانۀ مجاور آن یک گودال باشد (یک جمله برای هر خانه):

$$R_2 : \quad B_{1,1} \quad \Leftrightarrow \quad (P_{1,2} \vee P_{2,1}) \,.$$

$$R_3 : \quad B_{2,1} \quad \Leftrightarrow \quad (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1}) \,.$$

جملات در دنیای دیو

- جملات قبل درست در هر دنیای دیو.
- برای مثال ما:



$$R_4: \quad \neg B_{1,1} .$$
$$R_5: \quad B_{2,1} .$$

جدول درستی برای استنتاج

- آیا $\alpha_1=\neg P_{1,2}$ از KB ایجاب می شود؟

$B_{1,1}$	$B_{2,1}$	$P_{1,1}$	$P_{1,2}$	$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	$P_{3,1}$	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	KB
false	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*	*false*	*false*
false	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*	*true*	*true*	*false*	*true*	*false*	*false*
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*	*true*	*false*	*true*	*true*	*false*
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	<u>*true*</u>
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*true*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	<u>*true*</u>
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	<u>*true*</u>
false	*true*	*false*	*false*	*true*	*false*	*false*	*true*	*false*	*false*	*true*	*true*	*false*
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
true	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*false*	*true*	*true*	*false*	*true*	*false*

استنتاج با فهرست کردن

- فهرست کردن بصورت عمق نخست

```
function TT-ENTAILS?(KB, α) returns true or false
   inputs: KB, the knowledge base, a sentence in propositional logic
           α, the query, a sentence in propositional logic

   symbols ← a list of the proposition symbols in KB and α
   return TT-CHECK-ALL(KB, α, symbols, { })
```

```
function TT-CHECK-ALL(KB, α, symbols, model) returns true or false
   if EMPTY?(symbols) then
      if PL-TRUE?(KB, model) then return PL-TRUE?(α, model)
      else return true // when KB is false, always return true
   else do
      P ← FIRST(symbols)
      rest ← REST(symbols)
      return (TT-CHECK-ALL(KB, α, rest, model ∪ {P = true})
              and
              TT-CHECK-ALL(KB, α, rest, model ∪ {P = false }))
```

- موثق چون همان تعریف ایجاب کردن را پیاده سازی می کند.
- کامل چون برای هر KB و α کار می کند و پایان می یابد.
- با n نماد پیچیدگی زمانی $O(2^n)$ و پیچیدگی فضا $O(n)$

هم ارزی منطقی

- دو جملهٔ هم ارز منطقی هستند اگر و تنها اگر در مدلهای یکسانی درست باشند
- $\alpha \equiv \beta$ iff $\alpha \models \beta$ and $\beta \models \alpha$

$$
\begin{aligned}
(\alpha \wedge \beta) &\equiv (\beta \wedge \alpha) && \text{commutativity of } \wedge \\
(\alpha \vee \beta) &\equiv (\beta \vee \alpha) && \text{commutativity of } \vee \\
((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) &\equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)) && \text{associativity of } \wedge \\
((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) &\equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma)) && \text{associativity of } \vee \\
\neg(\neg\alpha) &\equiv \alpha && \text{double-negation elimination} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) &\equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) && \text{contraposition} \\
(\alpha \Rightarrow \beta) &\equiv (\neg\alpha \vee \beta) && \text{implication elimination} \\
(\alpha \Leftrightarrow \beta) &\equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)) && \text{biconditional elimination} \\
\neg(\alpha \wedge \beta) &\equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta) && \text{de Morgan} \\
\neg(\alpha \vee \beta) &\equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta) && \text{de Morgan} \\
(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) &\equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)) && \text{distributivity of } \wedge \text{ over } \vee \\
(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) &\equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)) && \text{distributivity of } \vee \text{ over } \wedge
\end{aligned}
$$

اعتبار و قابل ارضا بودن

- یک جمله **معتبر** است اگر در همهٔ مدلها درست باشد
e.g.، *True*، $A \vee \neg A$، $A \Rightarrow A$، $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

- استنتاج و اعتبار بصورت زیر به یکدیگر مرتبط هستند
$KB \models \alpha$ if and only if $(KB \Rightarrow \alpha)$ معتبر باشد

- یک جمله **قابل ارضا** است اگر در مدلی درست باشد
- e.g.، $A \vee B$، C
- یک جمله **غیر قابل ارضا** است اگر در هیچ مدلی درست نباشد
e.g.، $A \wedge \neg A$
- قابل ارضا بودن و استنتاج بصورت زیر به یکدیگر مرتبط هستند:
$KB \models \alpha$ if and only if $(KB \wedge \neg \alpha)$ قابل ارضا نباشد

- مسئلهٔ قابل ارضا بودن یک جمله در منطق گزاره ای، به مسئلهٔ SAT معروف است.

خلاصه

- مدلها
- نمایش جملات دنیای دیو در منطق گزاره ای
- جدول درستی برای استنتاج
- هم ارزیها

دانشگاه صنعتی اصفهان – مجموعهٔ تالارها

- دقت نمائید که پاورپوینت ابزاری جهت کمک به یک ارائهٔ شفاهی می باشد و **به هیچ وجه یک جزوهٔ درسی نیست** و شما را از خواندن مراجع درس بی نیاز نمی کند.
- لذا حتماً مراجع اصلی درس را مطالعه نمائید.
- در تهیهٔ اسلایدها از سایت کتاب استفاده شده است.