



دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

تکلیف اول درس طراحی الگوریتم‌ها

نیم‌سال تحصیلی: بهار ۱۴۰۲

مدرس: دکتر محمدرضا حیدرپور

دستیاران آموزشی: مصطفی دریس‌پور - مجید فرهادی - محمّدیاسین

کرباسیان - محمدرضا مزروعی - امیر منصوریان - امیرارسلان یآوری

۱ مرتب‌سازی توابع

توابع زیر را براساس پیچیدگی زمانی مرتب نمایید. (۱۵ نمره)

$$n!, 4^{\log n}, e^n, n2^n, \binom{100}{n}, \log n^{\log n}, 2^{2^n}, 2^{3^{5^{10000}}}, \sqrt{2}^{\log n}, n^3$$

۲ مقایسه توابع

به ازای هر زوج تابع $f(x)$ و $g(x)$ مشخص کنید که تابع $f(x)$ از O ، ω ، Ω و Θ تابع $g(x)$ هست یا خیر. c و k اعدادی ثابت و بزرگ‌تر از 1 هستند. (۴۰ نمره)

$f(x)$	$g(x)$	O	ω	Ω	Θ
n^k	c^n				
2^n	$2^{\frac{n}{2}}$				
$\log n!$	$\log n^n$				
2^n	2^{n-2}				
$n2^n$	3^n				
$\log n$	$\log^2 n$				
$\log n$	$\log n^2$				
$n \log^2 n$	$\frac{n^2}{\log n}$				

۳ بررسی عضویت در مجموعه توابع

گزاره‌های زیر را اثبات یا رد کنید. (۲۵ نمره)

- $\max(f(n), g(n)) \in \Theta(f(n) + g(n))$
- $c > 1, 1 + c + c^2 + \dots + c^n \in \Theta(c^n)$
- $\log n \in O(\sqrt[3]{n})$
- $f(n) \in O(s(n)), g(n) \in O(r(n)) \implies \frac{f(n)}{g(n)} \in O\left(\frac{s(n)}{r(n)}\right)$
- $f(n) \in O(s(n)), g(n) \in O(r(n)) \implies f(n) - g(n) \in O(s(n) - r(n))$

۴ تحلیل برنامه

برنامه زیر را از لحاظ پیچیدگی زمانی تحلیل کنید. (۲۰ نمره)

```

#include <stdio.h>
void f(int n, int m)
{
    long long sum = 0;
    for (int i = 2; i < n; i *= 3)
    {
        for (int j = 0; j < m; j += 2)
        {
            for (int k = 0; k < j; k++)
            {
                sum += 1;
            }
        }
    }
    printf("%d\n", sum);
}

int main()
{
    int a;
    scanf("%d", &a);
    for (int i = 0; i < a; i++)
    {
        f(1 << i, i);
    }
    return 0;
}

```

۵ بهینه‌سازی

اگر $f(n) \in \Theta(P)$ و $g(n) \in \Theta(\frac{n}{P})$ باشد، P را طوری تعیین کنید که $h(n) = f(n) + g(n)$ کم‌ترین پیچیدگی زمانی ممکن را داشته باشد. (۲۰ نمره مازاد)