

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

جلسه ۸

مجتبی خلیلی
دانشکده برق و کامپیوتر
دانشگاه صنعتی اصفهان

معکوس

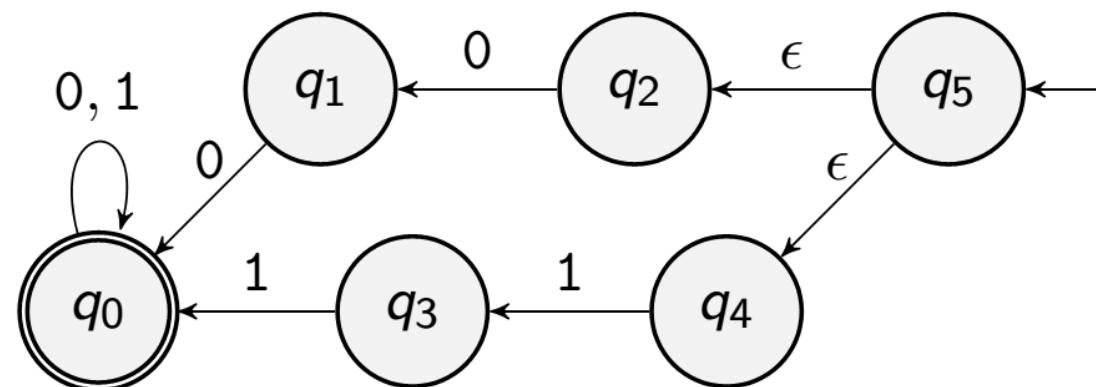
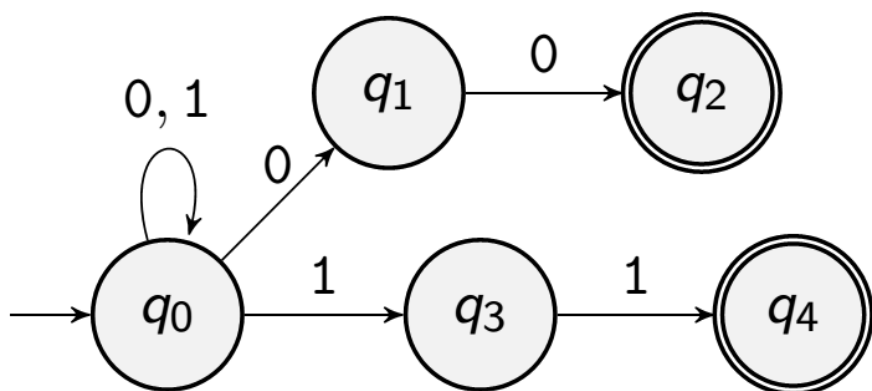
○ Reverse: $L^R = \{ w_1 \dots w_k \mid w_k \dots w_1 \in L \}$

○ فرض کنید $L(N)=A$ برای زبان منظم A و اتوماتای متناهی $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$. اتوماتای N' را به صورت زیر میسازیم:

- همه فلش ها برعکس شوند.
- حالت شروع N ، به عنوان تنها حالت پذیرش در N' در نظر گرفته شود.
- ایجاد حالت شروع p_0 به صورت:

$$\delta(p_0, \epsilon) = F$$

مثال



L

\bar{L}

عبارت‌های منظم

- تاکنون دیدیم که یک زبان منظم است اگر یک اتوماتای متناهی برای آن وجود داشته باشد.
- اکنون قصد داریم روش دیگری برای ارائه یک زبان منظم معرفی کنیم.
- یک روش برای توصیف زبان منظم، استفاده از مجموعه سمبل‌های عبارات منظم است.
- یک عبارت منظم، یک زبان منظم را با استفاده از چند زبان ساده و برخی عملگرهای منظم توصیف می‌کند.

عبارت‌های منظم

○ عبارات منظم با انجام متوالی برخی قوانین بازگشتی روی اجزا پایه‌ای و به روشی مشابه ساخت عبارات ریاضی ایجاد می‌شوند.

○ مثال:

$$(5 + 3) \times 4 = 32 = \text{Number}$$

$$(a \cup b)a^* = \{a, b, aa, ba, aaa, baa, \dots\} = \text{Regular language}$$

عبارت‌های منظم

DEFINITION 1.52

Say that R is a *regular expression* if R is

1. a for some a in the alphabet Σ ,
2. ε ,
3. \emptyset ,
4. $(R_1 \cup R_2)$, where R_1 and R_2 are regular expressions,
5. $(R_1 \circ R_2)$, where R_1 and R_2 are regular expressions, or
6. (R_1^*) , where R_1 is a regular expression.

In items 1 and 2, the regular expressions a and ε represent the languages $\{a\}$ and $\{\varepsilon\}$, respectively. In item 3, the regular expression \emptyset represents the empty language. In items 4, 5, and 6, the expressions represent the languages obtained by taking the union or concatenation of the languages R_1 and R_2 , or the star of the language R_1 , respectively.

inductive definition

عبارت‌های منظم

○ مثال برای الفبای باینری:

First, the symbols 0 and 1 are shorthand for the sets $\{0\}$ and $\{1\}$.

So $(0 \cup 1)$ means $(\{0\} \cup \{1\})$.

عبارت‌های منظم

○ برای اجتماع گاه‌ها از سمبل $+$ استفاده میشود. مثلاً:

$$R = 0 \cup 1 = 0 + 1$$

اگر الفبا $\Sigma = \{0,1\}$ باشد، میتوان نوشت $R = \Sigma$.

○ برای الحاق نیز:

$$R = 0 \circ 1^* = 01^* = 0(1^*)$$

عبارت‌های منظم

مثال: ○

$$(0 + 1) 0 \longrightarrow \{00, 10\}$$

$$(0 + 1) (0 + \varepsilon) \longrightarrow \{00, 0, 10, 1\}$$

عبارت‌های منظم

○ مثال:

$$a^* \longrightarrow \{\epsilon, a, aa, aaa, \dots\}$$

$$(0 + 1)^* \longrightarrow \text{All binary strings}$$

عبارت‌های منظم

○ عبارت زیر همه رشته‌های باینری با اندازه حداقل دو که سمبل اول و آخر یکسانی دارند را تولید می‌کند:

$$0(0+1)^*0 + 1(0+1)^*1$$

- تقدم کدام عملگر بالاتر است؟ *
- تقدم کدام عملگر پایینتر است؟ +
- پرانتزها ممکن است تقدم را تغییر دهند.

عبارت‌های منظم

○ مثال: همه رشته‌هایی که به aa ختم می‌شوند؟ (الفبای $\{a,b\}$)

$$(a + b)^* aa$$

عبارت‌های منظم

EXAMPLE 1.53

In the following instances, we assume that the alphabet Σ is $\{0,1\}$.

$$0^*10^* = \{w \mid w \text{ contains a single } 1\}.$$

عبارت‌های منظم

EXAMPLE 1.53

In the following instances, we assume that the alphabet Σ is $\{0,1\}$.

$$\Sigma^* 1 \Sigma^* = \{w \mid w \text{ has at least one } 1\}.$$

عبارت‌های منظم

EXAMPLE 1.53

In the following instances, we assume that the alphabet Σ is $\{0,1\}$.

$$\Sigma^*001\Sigma^* = \{w \mid w \text{ contains the string } 001 \text{ as a substring}\}.$$

عبارت‌های منظم

EXAMPLE 1.53

In the following instances, we assume that the alphabet Σ is $\{0,1\}$.

$$1^*(01^+)^* = \{w \mid \text{every } 0 \text{ in } w \text{ is followed by at least one } 1\}.$$

R^+ has all strings that are 1 or more concatenations of strings from R .

$$R^+ \cup \epsilon = R^*.$$

عبارت‌های منظم

EXAMPLE 1.53

In the following instances, we assume that the alphabet Σ is $\{0,1\}$.

$$(\Sigma\Sigma)^* = \{w \mid w \text{ is a string of even length}\}.$$

عبارت‌های منظم

EXAMPLE 1.53

In the following instances, we assume that the alphabet Σ is $\{0,1\}$.

6. $(\Sigma\Sigma\Sigma)^* = \{w \mid \text{the length of } w \text{ is a multiple of } 3\}$.
7. $01 \cup 10 = \{01, 10\}$.
8. $0\Sigma^*0 \cup 1\Sigma^*1 \cup 0 \cup 1 = \{w \mid w \text{ starts and ends with the same symbol}\}$.
9. $(0 \cup \varepsilon)1^* = 01^* \cup 1^*$.

The expression $0 \cup \varepsilon$ describes the language $\{0, \varepsilon\}$, so the concatenation operation adds either 0 or ε before every string in 1^* .

عبارت‌های منظم

EXAMPLE 1.53

In the following instances, we assume that the alphabet Σ is $\{0,1\}$.

10. $(0 \cup \varepsilon)(1 \cup \varepsilon) = \{\varepsilon, 0, 1, 01\}$.

11. $1^* \emptyset = \emptyset$.

Concatenating the empty set to any set yields the empty set.

12. $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$.

The star operation puts together any number of strings from the language to get a string in the result. If the language is empty, the star operation can put together 0 strings, giving only the empty string.

مثال

○ عبارت منظمی بنویسید که زبان زیر را توصیف کند:

$\{w \mid w \text{ ends with } b \text{ and does not contain } aa\}$

• پاسخ:

$$(b \cup ab)^+$$