



دانشکده برق و کامپیوتر
دانشگاه صنعتی اصفهان
پاسخنامه تمرین سری سوم

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

پاییز ۱۴۰۲

استاد درس: دکتر مجتبی خلیلی

دستیاران آموزشی: پردیس یآوری - دیبا میرشفیعی - متین رضایی

سوال اول

برای هر یک از زبان‌های زیر، گرامر مستقل از متن مربوطه را بنویسید.

A) $L = \{w \in \{a, b\}^* : n_a(w) = 2n_b(w) + 1\}$

$$S \rightarrow aA \mid Aa \mid AaA$$

$$X \rightarrow aaXb \mid bXaa \mid aXbXa \mid \varepsilon$$

B) $L = \{w \in \{a, b, c\}^* : n_a(w) + n_b(w) \neq n_c(w)\}$

$$S \rightarrow X \mid C \mid SS_1 \mid S_1S$$

$$S_1 \rightarrow aSc \mid cSa \mid bSc \mid cSc \mid \varepsilon$$

$$X \rightarrow Xa \mid Xb \mid a \mid b$$

$$C \rightarrow Cc \mid c$$

C) $L = \{0^i 1^j 0^k \mid j > i + k\}$

$$S \rightarrow ABC$$

$$A \rightarrow 0A1 \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow 1B \mid 1$$

$$C \rightarrow 1C0 \mid \varepsilon$$

D) $L = \{a^i b^j : 2i \neq 3j + 1\}$

$$S \rightarrow T \mid aaaSbb \mid aaaX$$

$$X \rightarrow A \mid Ab$$

$$T \rightarrow aabbB \mid A \mid aB \mid B$$

$$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$$

E) $L = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0 \text{ and } (i \neq j \text{ or } j \neq k)\}$

$$S \rightarrow XC \mid AY$$

$$X \rightarrow aXb \mid aA \mid B$$

$$Y \rightarrow bYc \mid cC \mid B$$

$$C \rightarrow cC \mid \varepsilon \quad *** \quad A \rightarrow aA \mid \varepsilon \quad *** \quad B \rightarrow bB \mid b$$

$$F) L = \{a^i b^j c^k : i, j, k \geq 0 \text{ and } (k \leq i \text{ or } k \leq j)\}$$

$$S \rightarrow A \mid B$$

$$A \rightarrow aAc \mid aA \mid M$$

$$B \rightarrow aB \mid F$$

$$F \rightarrow bFc \mid bF \mid \varepsilon$$

$$M \rightarrow bM \mid \varepsilon$$

سوال دوم

اگر در نظر بگیریم که $T = \{0, 1, (,), \cup, *, \emptyset, e\}$ برابر با نمادهای استفاده شونده در عبارت منظم باشد:

A. گرامر مستقل از متنی بنویسید که با الفبای $\{0, 1\}$ عبارت منظم تولید کند. (از e در اینجا به جای

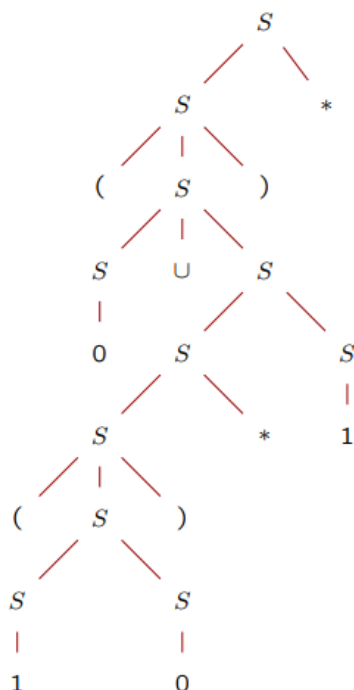
ε استفاده شده تا با گرامری که پاسخ می‌دهید، اشتباه نشود)

$$S \rightarrow S \cup S \mid SS \mid S^* \mid (S) \mid 0 \mid 1 \mid \emptyset \mid e$$

B. اشتقاق جمله $(0 \cup (10)^*1)^*$ را بنویسید.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow S^* \rightarrow (S)^* \rightarrow (S \cup S)^* \rightarrow (0 \cup S)^* \\ &\rightarrow (0 \cup SS)^* \rightarrow (0 \cup S^*S)^* \\ &\rightarrow (0 \cup (S)^*S)^* \\ &\rightarrow (0 \cup (SS)^*S)^* \\ &\rightarrow (0 \cup (1S)^*S)^* \\ &\rightarrow (0 \cup (10)^*S)^* \\ &\rightarrow (0 \cup (10)^*1)^* \end{aligned}$$

C. درخت اشتقاق حاصل را بکشید.



سوال سوم

برای گرامرهای زیر مشخص کنید که گرامر دارای ابهام است یا خیر و در صورت داشتن ابهام گرامری بیابید که مبهم نباشد.

A) $S \rightarrow aSb, S \rightarrow bSa, S \rightarrow SS, S \rightarrow \varepsilon$

راهنمایی: گرامر زبان روبرو را نشان می‌دهد. $L = \{w \in \{a, b\}^* : n_a(w) = n_b(w)\}$

$$aabbab$$

$$S \rightarrow T_a \mid T_b \mid \varepsilon$$

$$T_a \rightarrow A \mid AB \mid ABT_a$$

$$T_b \rightarrow B \mid BA \mid BAT_b$$

$$A \rightarrow A_1 \mid A_1A$$

$$A_1 \rightarrow aAb \mid ab$$

$$B \rightarrow B_1 \mid B_1B$$

$$B_1 \rightarrow bBa \mid ba$$

B) $S \rightarrow aSb, S \rightarrow aaSb, S \rightarrow \varepsilon$

$$aaabb$$

$$S \rightarrow aSb \mid T \mid \varepsilon, T \rightarrow aaTb \mid \varepsilon$$

سوال چهارم

• گرامر زیر را ساده سازی کنید. (حذف تهی‌ها و تکی‌ها و قوانین غیر مفید)

$$S \rightarrow aA \mid aBB, \quad A \rightarrow aaA \mid \varepsilon, \quad B \rightarrow bB \mid bbC, \quad C \rightarrow B$$

حذف قوانین تهی:

$$S \rightarrow a \mid aA \mid aBB \quad *** \quad A \rightarrow aaA \mid aa \quad *** \quad B \rightarrow bB \mid bbC \quad *** \quad C \rightarrow B$$

حذف قوانین یک‌ه:

$$S \rightarrow a \mid aA \mid aBB \quad *** \quad A \rightarrow aaA \mid aa \quad *** \quad B \rightarrow bB \mid bbB$$

حذف قوانین غیر مفید:

$$S \rightarrow a \mid aA \quad *** \quad A \rightarrow aaA \mid aa$$

- گرامرهای مستقل از متن زیر را به فرم نرمال چامسکی تبدیل کنید.

A) $S \rightarrow abAB, A \rightarrow bAB|\varepsilon, B \rightarrow BAa|A|\varepsilon$

$$S \rightarrow abAB \mid abB \quad *** \quad A \rightarrow bAB \mid bB \quad *** \quad B \rightarrow BAa \mid A \mid Ba \mid \varepsilon$$

$$S \rightarrow abAB \mid abB \mid abA \mid ab \quad *** \quad A \rightarrow bAB \mid bB \mid bA \mid b \quad *** \quad B \rightarrow BAa \mid A \mid Ba \mid Aa \mid a$$

$$S \rightarrow abAB \mid abB \mid abA \mid ab \quad *** \quad A \rightarrow bAB \mid bB \mid bA \mid b$$

$$B \rightarrow BAa \mid Ba \mid Aa \mid a \mid bAB \mid bB \mid bA \mid b$$

$$S \rightarrow XYAB|XYB|XYA|XY \quad *** \quad A \rightarrow YAB|YB|YA|b$$

$$B \rightarrow BAX|BX|AX|a|YAB|YB|YA|b \quad *** \quad X \rightarrow a \quad *** \quad Y \rightarrow b$$

$$S \rightarrow XM|XN|XK|XY \quad *** \quad M \rightarrow YT \quad *** \quad T \rightarrow AB \quad *** \quad N \rightarrow YB \quad *** \quad A \rightarrow YT|Yb|YA|b$$

$$B \rightarrow BP|BX|AX|a|YT|YB|YA|b \quad *** \quad P \rightarrow AX \quad *** \quad X \rightarrow a \quad *** \quad Y \rightarrow b$$

B) $S \rightarrow BSB \mid B \mid \varepsilon, B \rightarrow 00 \mid \varepsilon$

$$S_0 \rightarrow S \quad *** \quad S \rightarrow BSB|B|\varepsilon \quad *** \quad B \rightarrow 00|\varepsilon$$

$$S_0 \rightarrow S \quad *** \quad S \rightarrow BSB|BS|SB|S|B|\varepsilon \quad *** \quad B \rightarrow 00$$

$$S_0 \rightarrow S|\varepsilon \quad *** \quad S \rightarrow BSB|BS|SB|B|BB \quad *** \quad B \rightarrow 00$$

$$S_0 \rightarrow S|\varepsilon \quad *** \quad S \rightarrow BSB|BS|SB|00|BB \quad *** \quad B \rightarrow 00$$

$$S_0 \rightarrow BSB|BS|SB|00|BB|\varepsilon \quad *** \quad S \rightarrow BSB|BS|SB|00|BB \quad *** \quad B \rightarrow 00$$

$$S_0 \rightarrow BSB|BS|SB|UU|BB|\varepsilon \quad *** \quad S \rightarrow BSB|BS|SB|UU|BB \quad *** \quad B \rightarrow UU \quad *** \quad U \rightarrow 0$$

$$S_0 \rightarrow BR|BS|SB|UU|BB|\varepsilon \quad *** \quad S \rightarrow BR|BS|SB|UU|BB \quad *** \quad B \rightarrow UU$$

$$U \rightarrow 0 \quad *** \quad R \rightarrow SB$$

C) $S \rightarrow ABC, A \rightarrow aC|D, B \rightarrow bB|\varepsilon|A, C \rightarrow Ac|\varepsilon|Ca, D \rightarrow aa$

$$S \rightarrow AS_1 \mid AC \mid AB \mid X_a C \mid X_a X_a \mid a \quad *** \quad S_1 \rightarrow BC \quad *** \quad A \rightarrow X_a C \mid X_a X_a \mid a \quad *** \quad B \rightarrow X_b B \mid b \mid X_a C \mid a \mid X_a X_a$$

$$C \rightarrow AX_c \mid CX_c \mid c \quad *** \quad D \rightarrow X_a X_a$$

$$X_a \rightarrow a \quad *** \quad X_b \rightarrow b \quad *** \quad X_c \rightarrow c$$

- گرامر مستقل از متن زیر را به فرم نرمال گریباخ تبدیل کنید.

$$S \rightarrow aSb|aS|aaS$$

$$S \rightarrow aSX | aS | aYS \quad *** \quad X \rightarrow b \quad *** \quad Y \rightarrow a$$

سوال پنجم

با استفاده از الگوریتم CYK نشان دهید جمله زیر در زبانی که گرامر روبرو تولید می‌کند قرار

$bbabb$

دارد یا خیر.

گرامر:

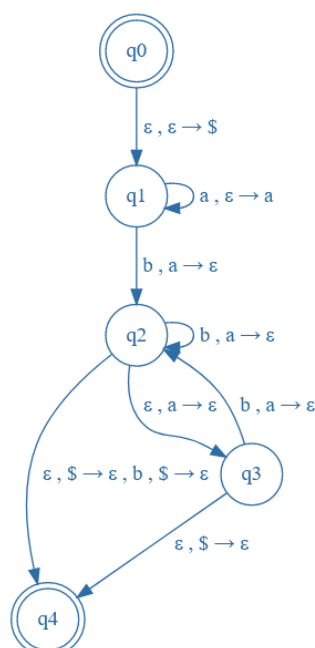
$$S \rightarrow AB|AC|AA, \quad A \rightarrow CB|a, \quad B \rightarrow AC|b, \quad C \rightarrow CC|b$$

S, A, B				
S, A	S, A, B			
S	A	S, B		
A, C	-	S, B	A, C	
B, C	B, C	A	B, C	B, C
b	b	a	b	b

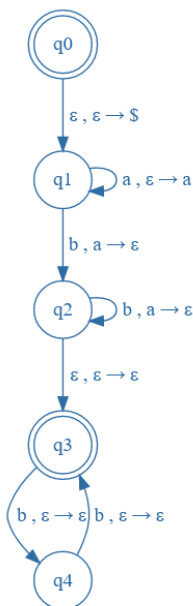
سوال ششم

برای زبان‌های زیر ماشین پشته‌ای طراحی کنید.

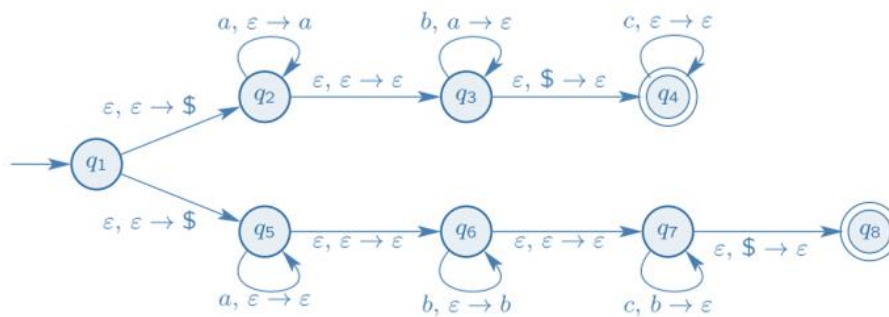
A) $L = a^n b^m : m \leq n \leq 2m$



B) $L = a^n b^m : m \geq n, m - n$ زوج



C) $L = \{ a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0, \text{ and } i = j \text{ or } j = k \}$



D) $L = \{ a^{2n} b^{3n} \mid n \geq 0 \}$

