



به نام خدا

معماری و سازمان کامپیوتر- نیمسال ۴۰۱۲

تکلیف شماره ۱

تنظیم: نگار فاضل

سوال ۱) به مسائل زیر از فصل سوم کتاب مانو پاسخ دهید.

3-6: اگر پاسخ معادله $x^2 - 10x + 31 = 0$ برابر $x = 5$ و $x = 8$ باشد، مبنای اعداد چند است؟

$$(x^2 - 10x + 31)_r = [(x - 5)(x - 8)]_{10} = x^2 - (13)_{10}x + (40)_{10}$$

$$\Rightarrow (10)_r = (13)_{10} \quad , \quad (31)_r = (40)_{10}$$

$$1 \times r^1 + 0 \times r^0 = 13$$

$$3 \times r^1 + 1 \times r^0 = 40 \Rightarrow 3r + 1 = 40 \Rightarrow 3r = 39$$

$$\Rightarrow r = 13$$

3-16: عملیات $(+42) + (-13)$ و $(-42) - (-13)$ را در مبنای دو با استفاده از سیستم مکمل دو برای اعداد منفی محاسبه کنید:

$$+42 = 0101010 \Rightarrow -42 = 1010110$$

$$+13 = 0001101 \Rightarrow -13 = 1110011$$

$$(+42) + (-13) \quad 0101010 + 1110011 = 10011101 \Rightarrow 0011101 = (+29)$$

$$(-42) - (-13) = (-42) + (+13) = 1010110 + 0001101 = 1100011 = (-29)$$

3-19: یک عدد ممیز شناور ۳۶ بیتی شامل ۸ بیت به اضافه‌ی علامت برای **exponent** و ۲۶ بیت به اضافه‌ی علامت برای **mantissa** است.

مانتیس یک **fraction** نرمالایز شده است. اعداد توان و مانتیس هر دو در سیستم عدد علامت هستند، بزرگترین و کوچکترین عدد مثبت به

استثنای صفر که می‌توان در این سیستم نمایش داد چیست؟

دو بیت رزرو برای علامت هاست و از ۳۴ بیت بعدی، ۲۶ بیت برای مانتیس و ۸ بیت برای توان است.

ابتدا باید کوچکترین و بزرگترین توان را محاسبه کنیم که برابر -11111111 و 11111111 است. یعنی -2^{26} و 2^{25} .

حال کوچکترین و بزرگترین مانتیس را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بزرگترین مانتیس: } 1.1111 \dots = 1 - 2^{-26}$$

$$\text{کوچکترین مانتیس: } 0.1000 \dots = 2^{-1}$$

$$\text{بزرگترین عدد مثبت: } (1 - 2^{-26}) \times 2^{25}$$

$$\text{کوچکترین عدد مثبت: } (2^{-1}) \times 2^{-25} = 2^{-26}$$

سوال ۲) دو عدد علامتدار $+۶۷$ و -۶۷ را در قالب ۱۶ بیتی مکمل ۲ نمایش دهید. همین اعداد را در قالب ۳۲ بیتی مکمل ۲ نمایش دهید. توضیح دهید چه قاعده‌ای برای تبدیل اعداد مکمل ۲ از n بیت به m بیت ($m > n$) می‌توان استخراج نمود. (به این قاعده Sign Extend گویند).

$$\left. \begin{array}{l} +67 = 0000000001000011 \\ -67 = 111111110111101 \end{array} \right\} \text{ ۱۶ بیت} \qquad \left. \begin{array}{l} +67 = 00000000000000000000000001000011 \\ -67 = 1111111111111111111111110111101 \end{array} \right\} \text{ ۳۲ بیت}$$

برای افزایش تعداد بیت‌ها در نمایش یک عدد صحیح در مکمل دو، بیت سمت چپ (بیت علامت) را در سمت چپ به تعداد $m-n$ کپی می‌کنیم. (تا جایی اضافه می‌کنیم که به تعداد بیت مورد نظر برسیم).

سوال ۳) دو عدد زیر را در قالب Single Precision نمایش دهید. سپس با تشریح دقیق همه مراحل، حاصل جمع و حاصل ضرب این دو عدد را در همین قالب محاسبه نموده و در نهایت نتیجه را در مبانی ۱۰ تفسیر نمایید.

$$+۲۴۹,۸۷۵ \text{ و } -۱۰۳,۵۶۲۵$$

نرمالایز کردن

$$(+249.875)_{10} = (11111001.111)_2 \Rightarrow 1.1111001111 \times 2^7$$

باید بایاس را به توان اضافه کنیم:

$$7 + 127 = (134)_{10} = (10000110)_2$$

$$(+249.875)_{10} = \begin{array}{cc} \mathbf{0} & \mathbf{10000110} & \mathbf{1111001111} & \mathbf{10000000000000} \\ \text{S} & \text{Exponent} & \text{Fraction} & \end{array}$$

نرمالایز کردن

$$(-103.5625)_{10} = (1100111.1001)_2 \Rightarrow 1.1001111001 \times 2^6$$

باید بایاس را به توان اضافه کنیم:

$$6 + 127 = (133)_{10} = (10000101)_2$$

$$(-103.5625)_{10} = \begin{array}{cc} \mathbf{1} & \mathbf{10000101} & \mathbf{1001111001} & \mathbf{10000000000000} \\ \text{S}' & \text{Exponent}' & \text{Fraction}' & \end{array}$$

ضرب:

در مرحله‌ی اول علامت حاصل ضرب را از XOR علامت دو عدد به دست می‌آوریم که منفی است:

$$S'' = S \oplus S' = 1 \oplus 0 = 1$$

$$E'' = E + E' - 127 = 134 + 133 - 127 = 140$$

$$(1+F) \times (1+F') = 1.111100111100000000000000 \times 1.1001111001000000000000 = 11.0010100010101101011100$$

چون عدد بین ۱ تا ۲ نیست باید یک بیت آن را شیفت دهیم در نتیجه یکی به E'' اضافه می‌شود:

$$E'' = E' + 1 = 141 = (10001101)_2$$

$$F'' = 1.10010100010101101011100$$

در نهایت حاصل ضرب برابر خواهد بود با:

$$(-25877.68)_{10} = \underbrace{1}_{S''} \underbrace{10001101}_{Exponent''} \underbrace{10010100010101101011100}_{Fraction''}$$

جمع :

در مرحله ی اول باید از عددی که منفی است مکمل دو بگیریم :

$$\text{عدد دوم} = 1\ 10000101\ 011100001110000000000000$$

در مرحله ی بعد باید توان ها را بر حسب عدد بزرگتر یکسان کنیم. یعنی مانتیس عدد کوچکتر را به اندازه ی اختلاف exponent ها به سمت راست شیفت دهیم و بعد جمع عادی انجام دهیم:

$$E - 127 = 7 \text{ و } E' - 127 = 6$$

در نتیجه باید یک واحد عدد دوم را به سمت راست شیفت دهیم:

$$\text{عدد اول} = 0\ 10000110\ 111100111110000000000000$$

$$\text{عدد دوم} = 1\ 10000110\ 001100001110000000000000$$

حال جمع عادی انجام می دهیم:

در نهایت حاصل جمع برابر خواهد بود با:

$$(146.3125)_{10} = \underbrace{0}_{S''} \underbrace{10000110}_{Exponent''} \underbrace{001001001010000000000000}_{Fraction''}$$

سوال ۴) در مورد کد همینگ تحقیق کنید و براساس نتایج مطالعه، جزئیات و نحوه کار آن را برای تشخیص و تصحیح خطا در قالب یک مثال به صورت کامل توضیح دهید.

کد همینگ یکی از روش های تشخیص و تصحیح خطا در ارتباط با سیستم های دیجیتالی است. این کد برای تشخیص و تصحیح خطا در داده ها استفاده می شود. در این روش، برای هر داده ارسالی، بیت های اضافی به آن اضافه می شوند تا اگر در ارسال داده خطایی رخ داد، با بررسی بیت های اضافی، خطا شناسایی و تصحیح شود.

تعداد بیت های parity اضافه شده به کد همینگ با فرمول $2^p \geq d + p + 1$ محاسبه می شود، که در آن p تعداد بیت های parity و d تعداد بیت های داده است. برای مثال، اگر بخواهیم ۷ بیت داده ارسال کنیم، فرمول $2^4 \geq 7 + 4 + 1$ خواهد بود، بنابراین ۴ بیت parity مورد نیاز است.

برای مطالعه بیشتر به سایت زیر مراجعه فرمایید:

<https://www.techtarget.com/whatis/definition/Hamming-code#:~:text=The%20amount%20of%20parity%20data,4%20parity%20bits%20are%20required.>