بسم الله الرحمن الرحیم

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

جلسه ۱۱

مجتبی خلیلی
دانشکده برق و کامپیوتر
دانشگاه صنعتی اصفهان

اثبات (طرف دوم)

CONVERT(G):

1. Let k be the number of states of G.
2. If $k = 2$, then G must consist of a start state, an accept state, and a single arrow connecting them and labeled with a regular expression R.
   Return the expression R.
3. If $k > 2$, we select any state $q_{\text{rip}} \in Q$ different from q_{start} and q_{accept} and let G' be the GNFA $(Q', \Sigma, \delta', q_{\text{start}}, q_{\text{accept}})$, where

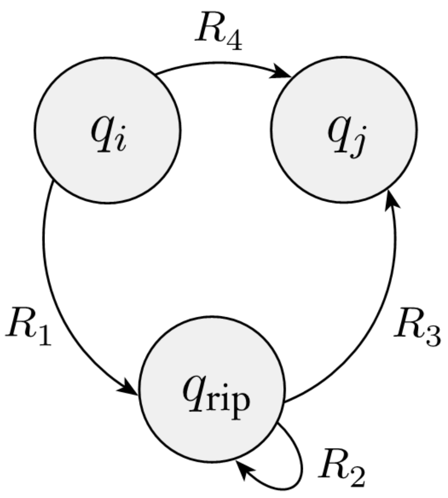
   $$Q' = Q - \{q_{\text{rip}}\},$$

   and for any $q_i \in Q' - \{q_{\text{accept}}\}$ and any $q_j \in Q' - \{q_{\text{start}}\}$, let

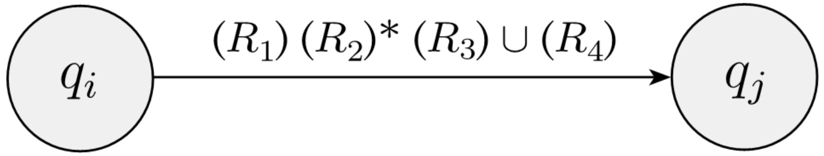
   $$\delta'(q_i, q_j) = (R_1)(R_2)^*(R_3) \cup (R_4),$$

   for $R_1 = \delta(q_i, q_{\text{rip}})$, $R_2 = \delta(q_{\text{rip}}, q_{\text{rip}})$, $R_3 = \delta(q_{\text{rip}}, q_j)$, and $R_4 = \delta(q_i, q_j)$.
4. Compute CONVERT(G') and return this value.

کاهش حالت GNFA



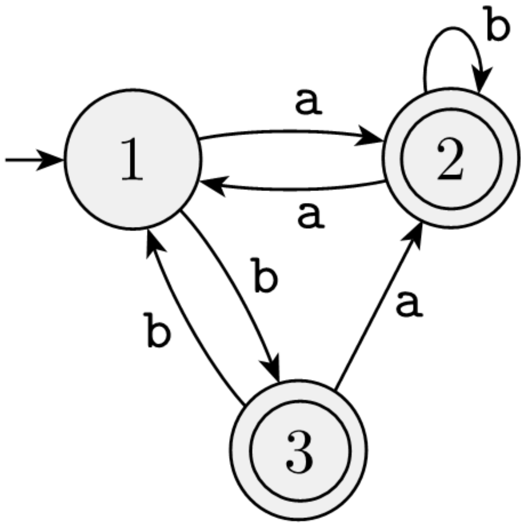
before

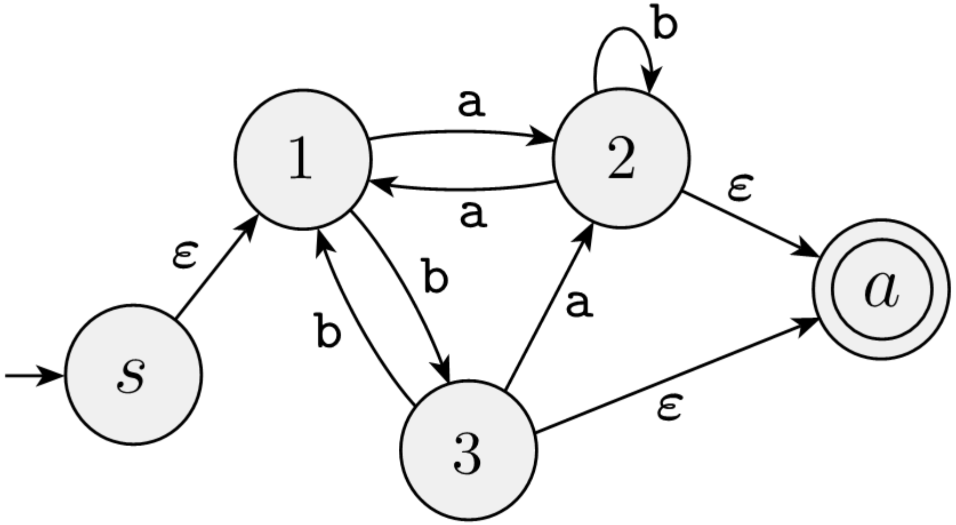


after

مثال

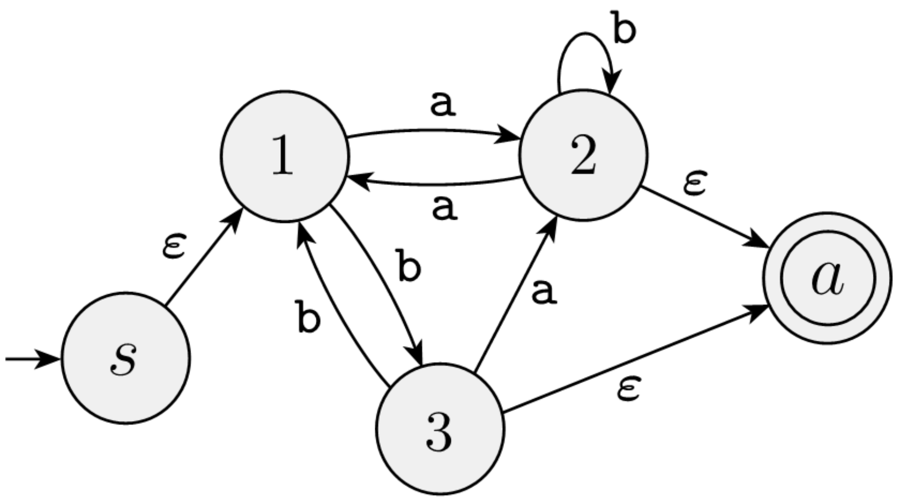
- تبدیل DFA به عبارت منظم

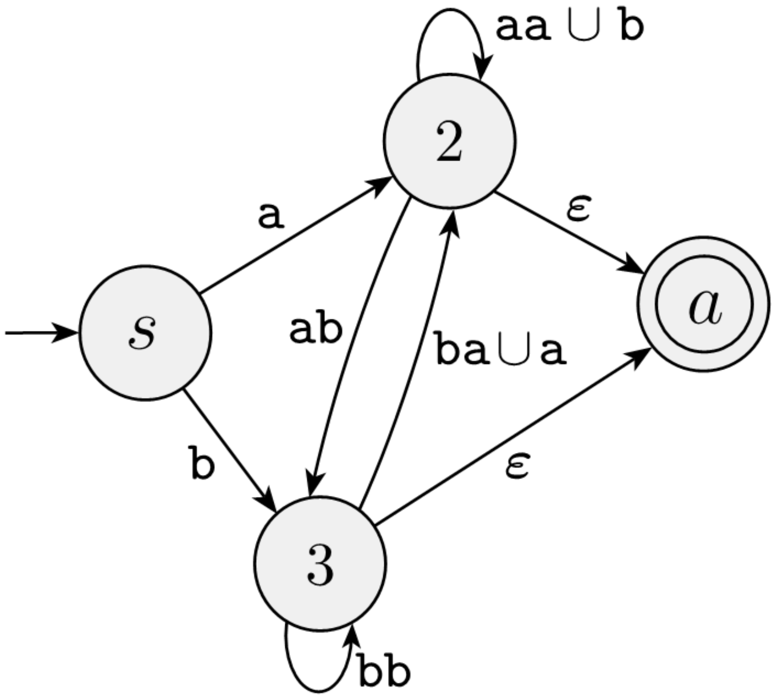




مثال

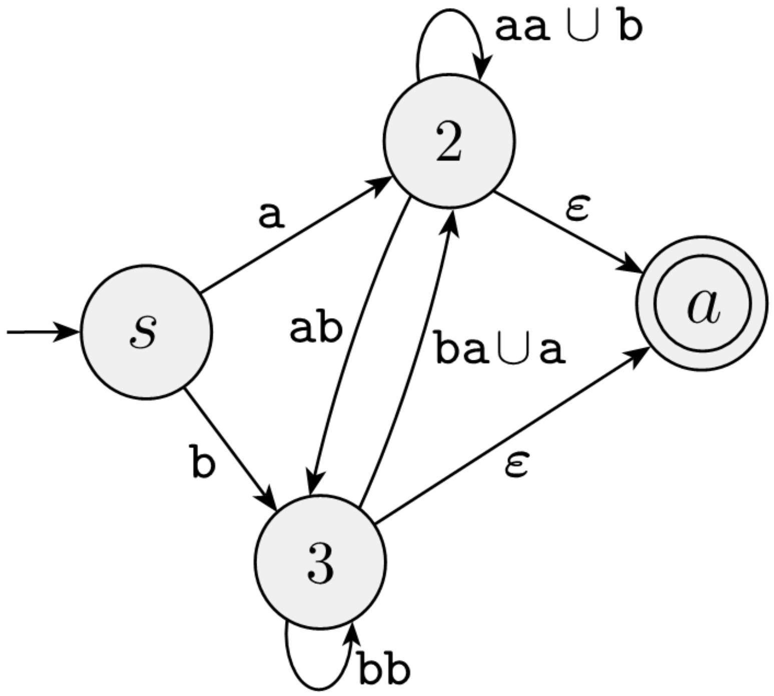
- تبدیل DFA به عبارت منظم

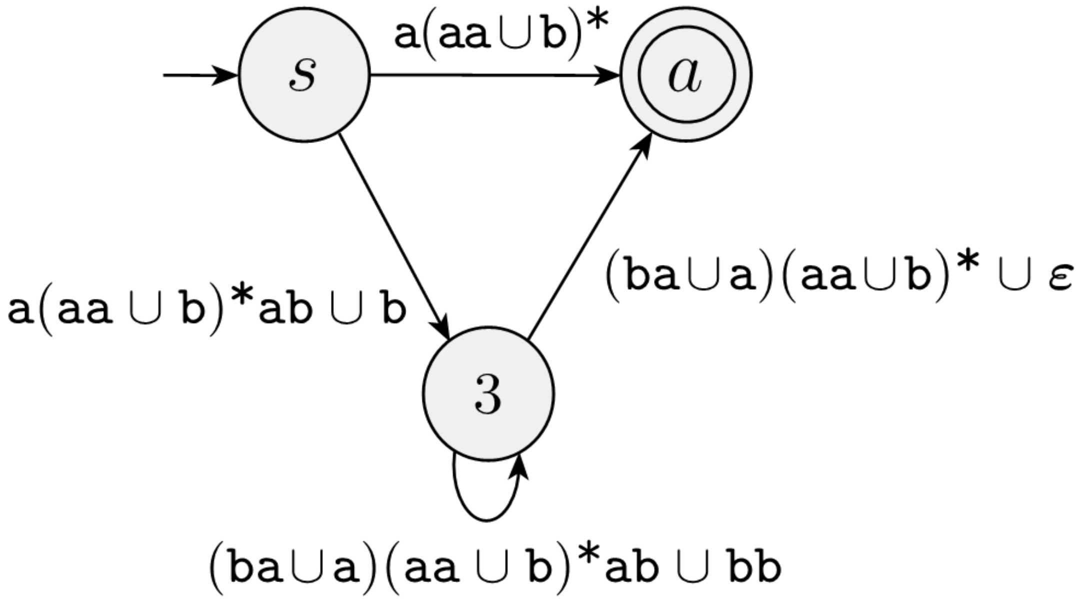




مثال

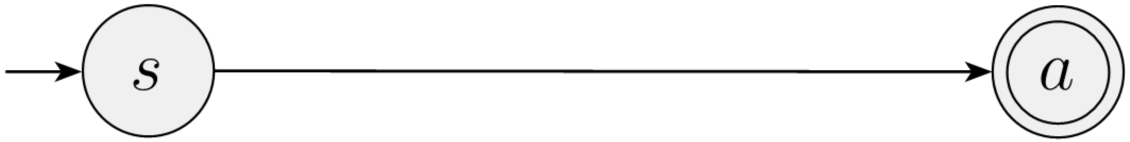
- تبدیل DFA به عبارت منظم





مثال

- تبدیل DFA به عبارت منظم



$$(\mathtt{a}(\mathtt{aa}\cup\mathtt{b})^*\mathtt{ab}\cup\mathtt{b})((\mathtt{ba}\cup\mathtt{a})(\mathtt{aa}\cup\mathtt{b})^*\mathtt{ab}\cup\mathtt{bb})^*((\mathtt{ba}\cup\mathtt{a})(\mathtt{aa}\cup\mathtt{b})^*\cup\varepsilon)\cup\mathtt{a}(\mathtt{aa}\cup\mathtt{b})^*$$

مثال

IUT-ECE

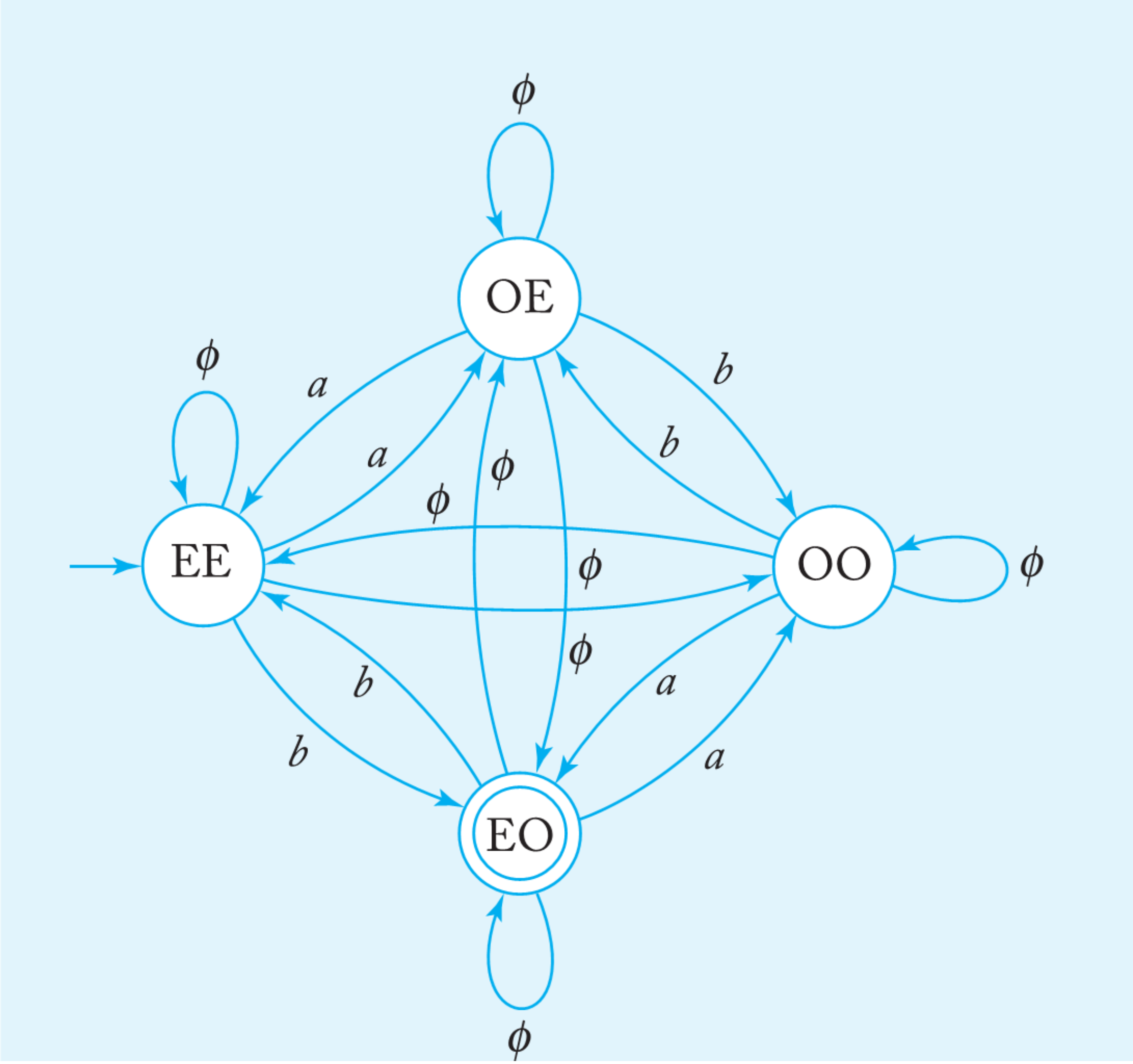
EXAMPLE 3.11

Find a regular expression for the language

$$L = \left\{ w \in \{a, b\}^* : n_a(w) \text{ is even and } n_b(w) \text{ is odd} \right\}.$$

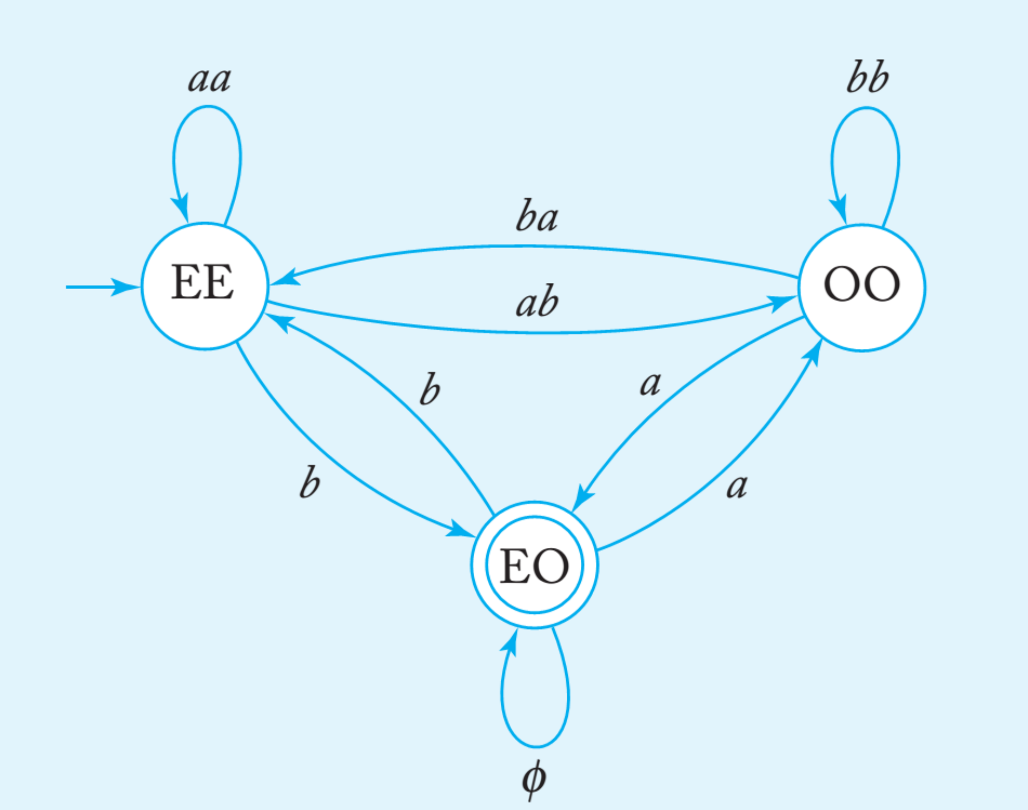
An attempt to construct a regular expression directly from this description leads to all kinds of difficulties. On the other hand, finding an nfa for it is easy as long as we use vertex labeling effectively. We label the vertices with EE to denote an even number of a's and b's, with OE to denote an odd number of a's and an even number of b's, and so on. With this we easily get the solution that, after conversion into a complete generalized transition graph, is in Figure 3.13.

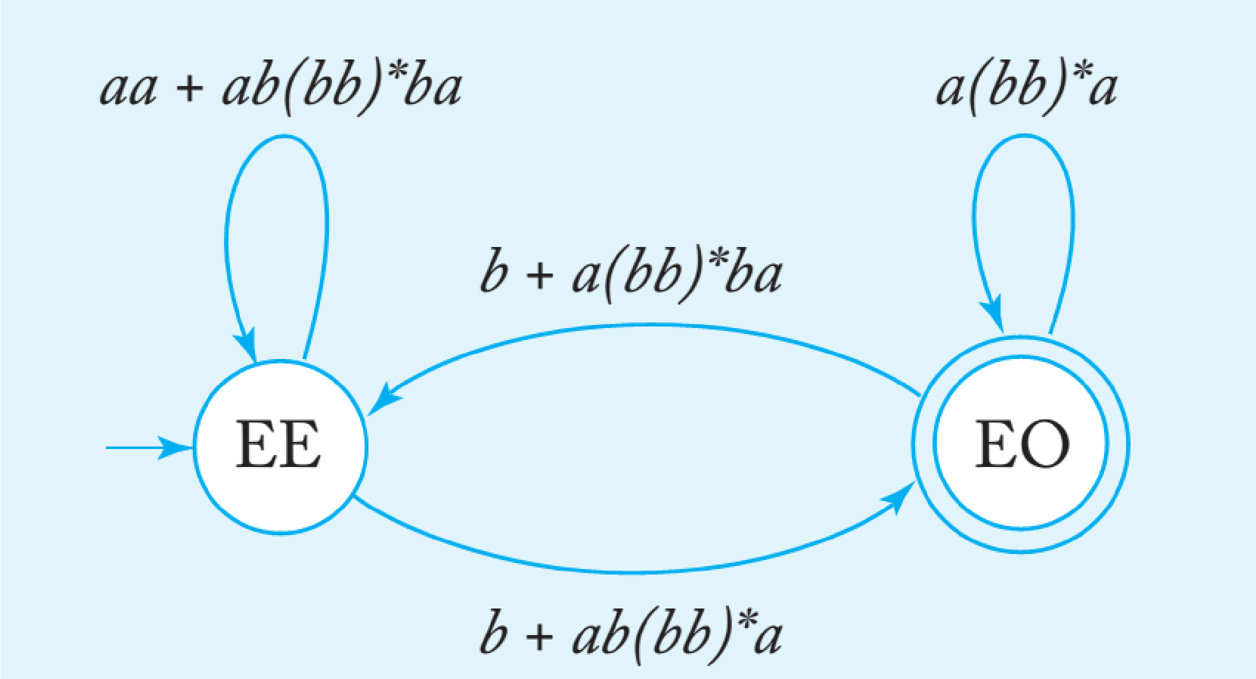
مثال



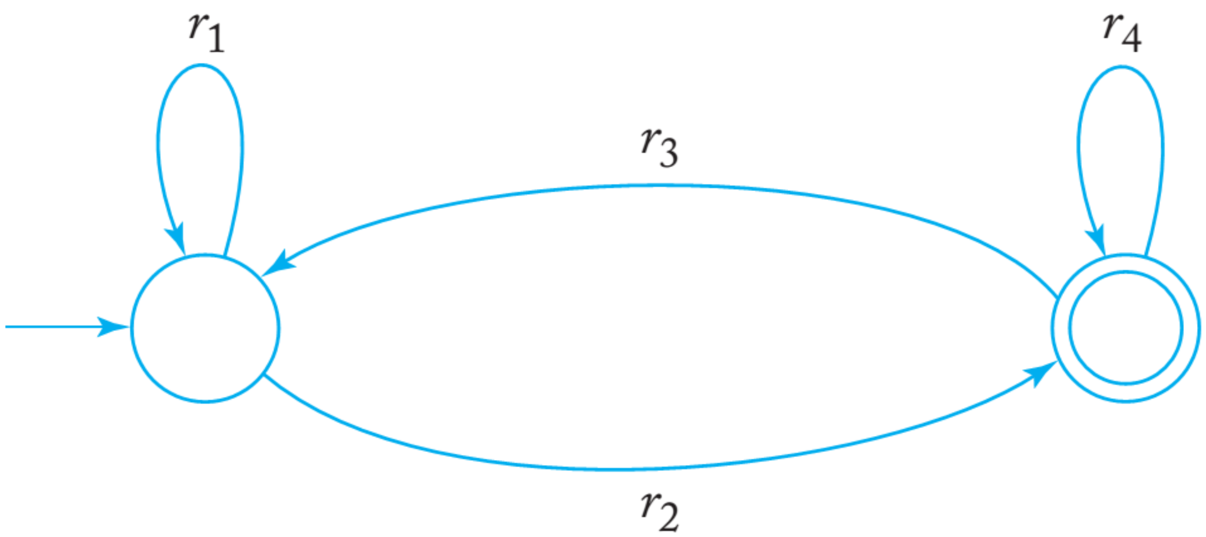
مثال

IUT-ECE



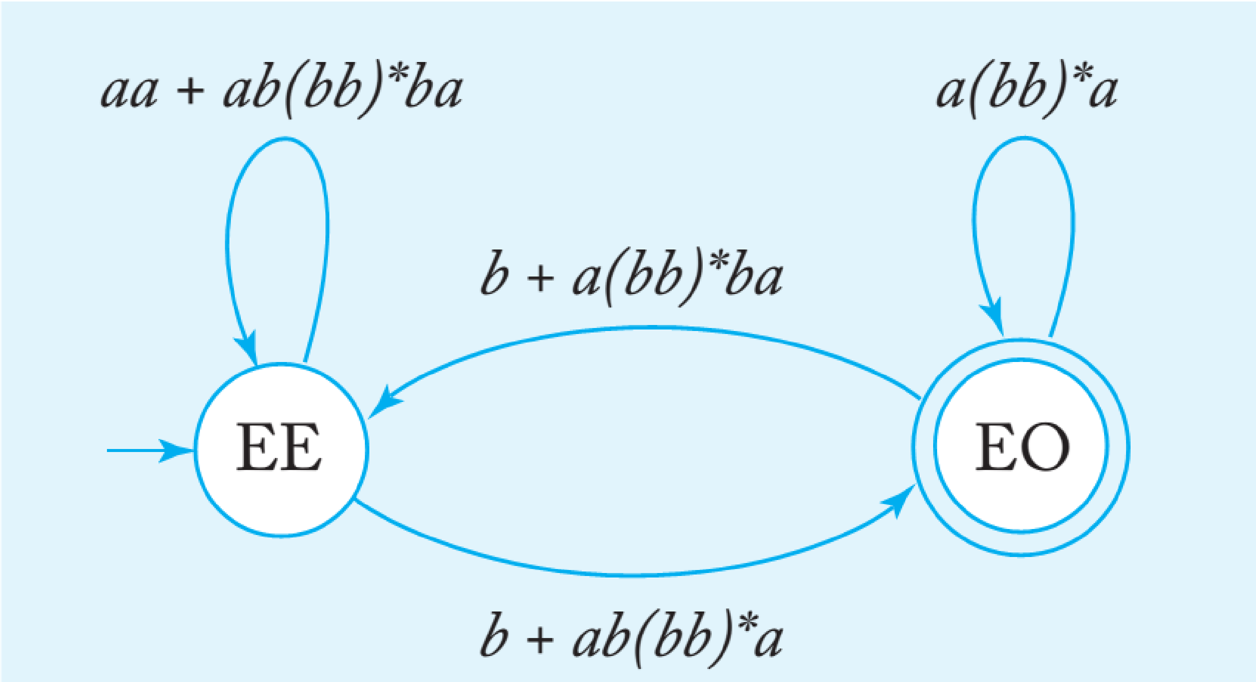


مثال



$$r = r_1^* r_2 (r_4 + r_3 r_1^* r_2)^*$$

مثال

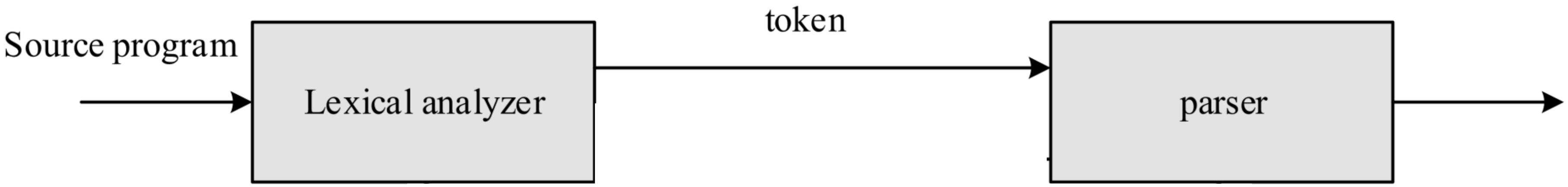


$R = (aa + (ab(bb)*ba))*(b + (ab(bb)*a))((a(bb)*a) + (b + (a(bb)*ba))(aa + (ab(bb)*ba))*(b + (ab(bb)*a)))*$

گزاره‌هایی که معادل هستند...

چند کاربرد

- Lexical Analysis :




```
main(){ double b=41.3; b *= 4; ...
```

- For example, “41.” is a legal token in C but not in Pascal.

چند کاربرد

- Testing a substring to see whether it represents a valid token can be done by a finite automaton.

مثال

- نشان دهید زبان زیر منظم است:

$$\{a, b\}^*$$

مثال

- نشان دهید زبان زیر منظم است:

$$\{a^m b^n \mid m, n \geq 0\}$$

مثال

- نشان دهید زبان زیر منظم است:

$$\{(ab)^n \mid n \geq 0\}$$

مثال

- نشان دهید زبان زیر منظم است:

$$\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$

سوال

- اگر از شما خواسته شود یک FA/RE برای یک زبان معلوم بسازید و کار سختی باشد تا کی ادامه می‌دهید؟

زبان‌های نامنظم

- آیا همه زبان‌ها منظم هستند؟
  - این بدین معنی است که هر زبان را بتوان با یک اتوماتای متناهی توصیف کرد.

زبان‌های نامنظم

- چه چیزی می‌تواند یک زبان را نامنظم کند؟
  - حافظه نامحدود
- یک قاعده دم دستی: یک زبان نامنظم است اگر به حافظه نامحدود نیاز داشته باشد.
  - زبان‌های متناهی، منظم هستند.

مثال

- زبان زیر منظم است یا نامنظم؟

$$\{0^n1^n : n \geq 0\} = \{\varepsilon, 01, 0011, 000111, \ldots\}$$

مثال

- زبان زیر منظم است یا نامنظم؟

$$L_1 = \{w \mid w \text{ has an equal number of } 0 \text{ and } 1\}$$

$$L_1 = \{\epsilon, 01, \dots, 1100, \dots, 00000001111111, \dots\}$$

مثال

- زبان زیر منظم است یا نامنظم؟

$$L_1 = \{w \mid w \text{ has an equal number of "}01\text{" and "}10\text{" substrings}\}$$

رشته‌های تمایزپذیر

- دو رشته x و y در نسبت با زبان L تمایزناپذیر هستند اگر برای هر رشته z داشته باشیم:
  $xz \in L$ اگر و تنها اگر $yz \in L$ باشد.
  در غیر اینصورت تمایزپذیرند.

- مثال: رشته‌های با تعداد فرد 1
  - دو رشته 0 و 10000001

حالت‌های تمایزپذیر

IUT-ECE

- **قضیه:** فرض کنید M یک DFA باشد که زبان L را تشخیص دهد و x و y رشته‌های تمایزپذیر در نسبت با زبان L باشند. آنگاه M پس از خواندن x باید در حالت متفاوتی باشد نسبت به زمانی که y را می‌خواند.

نتیجه

- **نتیجه**: فرض کنید $\mathcal{D}_L$ شامل همه جفت رشته‌های تمایزپذیر در زبان L باشد. آنگاه هر DFA برای زبان L دست کم دارای $|\mathcal{D}_L|$ حالت است. در حالت خاص اگر $\mathcal{D}_L$ نامتناهی باشد آنگاه زبان L نامنظم است.

مثال

- مثال قبلی:

$$L = \{0^n1^n : n \geq 0\} = \{\varepsilon, 01, 0011, 000111, \ldots\}$$

برای هر دو مقدار متفاوت j، دو رشته متمایز در $\mathcal{D}_L$ داریم:

$$\mathcal{D}_L = \{0^j : j \geq 0\}$$

چون $\mathcal{D}_L$ نامتناهی است پس L نامنظم است.

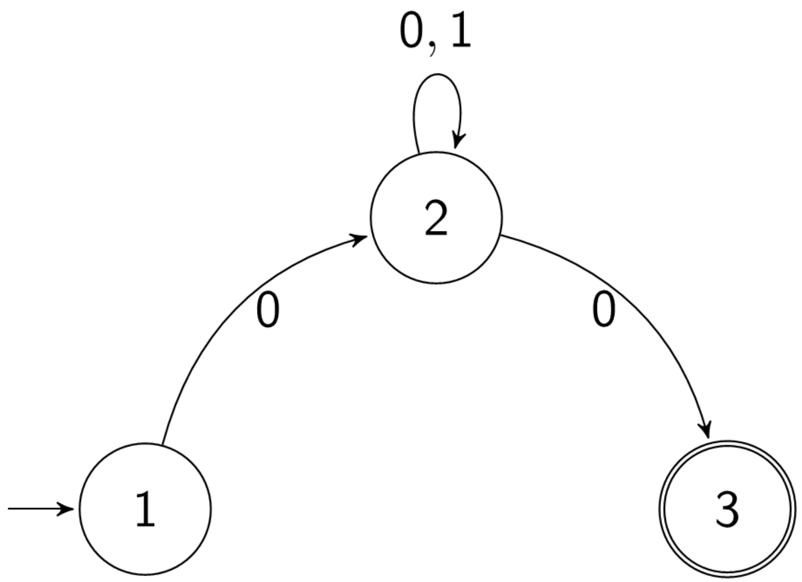
لم تزریق برای زبان‌های منظم

- روشی برای تشخیص زبانهایی که منظم نیستند.

لم تزریق برای زبان‌های منظم

- مثال:

$0(0 \cup 1)^*0$:



لم تزریق برای زبان‌های منظم

THEOREM 1.70

Pumping lemma If A is a regular language, then there is a number p (the pumping length) where if s is any string in A of length at least p, then s may be divided into three pieces, $s = xyz$, satisfying the following conditions:

1. for each $i \geq 0$, $xy^iz \in A$,
2. $|y| > 0$, and
3. $|xy| \leq p$.