



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

تکلیف پنجم درس ساختمان های گستته

نیم سال تحصیلی: ۴۰۰۲

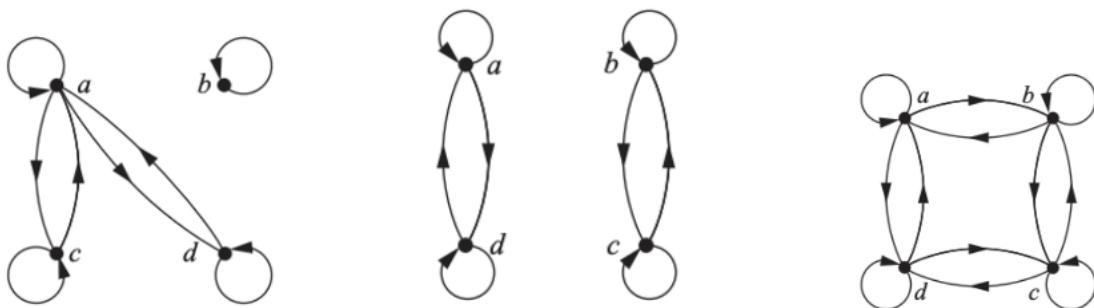
استاد: دکتر منصوره میرزایی

1. به سوالات زیر پاسخ دهید:

أ. رابطه $\{x = y+1 : \{(x, y) \in R\}\}$ را در نظر بگیرید. برای رابطه R هر یک از موارد بازتابی بودن ، متعددی بودن ، متقارن بودن و پاد تقارنی را بررسی کنید.

ب. رابطه $\{x, y : 2 = y - x\}$ را روی اعداد حقیقی در نظر بگیرید . ثابت کنید S ، بازتابی ، متعددی و متقارن است.

2. بررسی کنید که آیا هر یک از سه رابطه نشان داده شده به وسیله گراف ، رابطه هم ارزی هستند یا خیر.



3. کدام یک از روابط زیر روی مجموعه همه افراد ، رابطه هم ارزی هستند؟

أ. و A و B سن یکسان دارند.

ب. A و B یکدیگر را دیده اند.

4. برای هر یک از روابط زیر ، تعیین کنید که کدام یک از زوج مرتب ها به آن رابطه تعلق دارند؟

$$R = \{ (a, b) | a|b \} ; (2, 3), (2, 4), (2, 8), (2, 17)$$

$$S = \{ (a, b) | a \leq b \} ; (2, 3), (3, 2), (2, 4), (5, 8)$$

$$T = \{ (a, b) | b = a^2 \} ; (1, 1), (2, 3), (2, 4), (2, 6)$$

5. رابطه های زیر را روی مجموعه $\{1, 3, 5\}$ در نظر بگیرید و فرض کنید

$$S = \{(a, b) \mid a \leq b\}$$

أ. $S \circ R$ را بدست آورید.

ب. $R \circ S$ را بدست آورید.

ت. ایا این دو ترکیب با یکدیگر برابر هستند؟

6. فرض کنید $R = \{(a, b) \mid a + 1 = b\}$ روی $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ تعریف شده باشد. مطلوب است

محاسبه هر یک از موارد زیر:

A. R

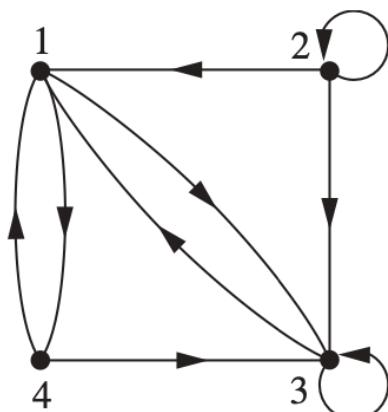
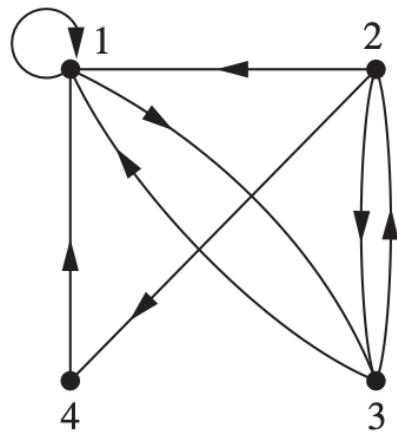
B. R^2

C. R^3

D. R^{-1}

E. \bar{R}

7. رابطه متناظر با گراف های زیر را بدست بیاورید:



. 8. بستار متعدی هر یک از رابطه های زیر را که روی $\{1,2,3,4\}$ تعریف شده اند ، بدست آورید.

أ. $\{(2,1),(2,3),(3,1),(3,4),(4,1),(4,3)\}$

ب. $\{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$

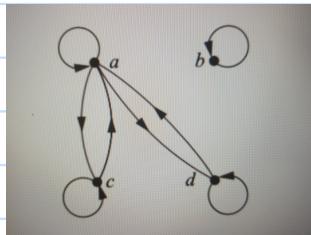
. 9. رابطه R و S روی $\{1,2,3,4\}$ با ماتریس زیر تعریف شده است. خواص آنها را بررسی کنید.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

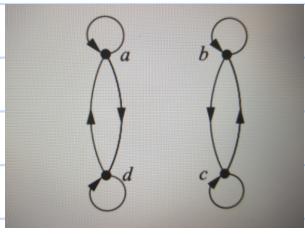
$$\begin{aligned}
 & x = y + 1 \iff (x, y) \in R_2 \quad \text{متعدی نیست} \quad (x \neq y) \quad x = y + 1 \\
 & y = z + 1 \implies x = z + 2 \quad \text{کم عضو رابطه} \\
 & \quad (x + z = 2) \text{ این باشد} \\
 & \frac{(x, y) \in R_2}{\therefore x = y + 1} \quad \text{پس پار متناهن است} \\
 & \quad \text{با توجه به این} \\
 & \quad \text{وجود دارد} \quad \text{ وجود دارد}
 \end{aligned}$$

$$\text{ب) بازتابی } \leftarrow \xrightarrow{x = y} \xrightarrow{x = z} \xrightarrow{x = y} \text{ متعدی نیست} \quad x = z \iff x = y$$

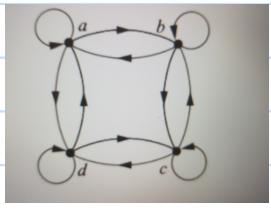
$$\text{ج) } \leftarrow \xrightarrow{(x, y) \in R_2} \text{ پار متناهن نیست}$$



همه موقود دارند \Rightarrow بازتابی
 همه یاری ها \Rightarrow متناهن است \Rightarrow متناهن
 $(a, b) \in R_2 : \dots : (d, c) \in R_2 \Rightarrow$ متعدی نیست
 هم ارزی نی باشد



همه موقود دارند \Rightarrow بازتابی
 همه یاری ها \Rightarrow متناهن است \Rightarrow متناهن
 متعدی نیز نیست
 هم ارزی نی باشد



همه موقود دارند \Rightarrow بازتابی
 همه یاری ها \Rightarrow متناهن است \Rightarrow متناهن
 $(b, d) \in R_2 : \dots : (c, d) \in R_2 \Rightarrow$ متعدی نیست
 هم ارزی نی باشد

- ۲

الف) مرکدام با خودشان هم اند \Rightarrow بازتابی اگر هم باشد طبق زیر باه مسمن است \Rightarrow متناهن است و تقریباً $R = \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$

تمدن

هم ارزی است

ب) اگر $(a, b) \in R$ و $(b, c) \in R$ \Rightarrow a حتی شخص c را نمیدهد \Rightarrow خود ندارد \Rightarrow هم ارزی نی باشد

$$R = \{(a, a), (b, b), (c, c)\} \quad S = \{(a, b), (b, c), (a, c)\} \quad T = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, c)\}$$

- ۳

$$R = \{(a, a), (b, b), (c, c)\} \quad S = \{(a, b), (b, c)\} \quad R \circ S = \{(a, c)\} \quad \text{الف)$$

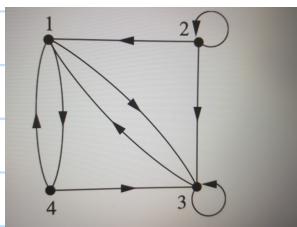
الف) ب) ی)

$$R \circ S = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, c)\}$$

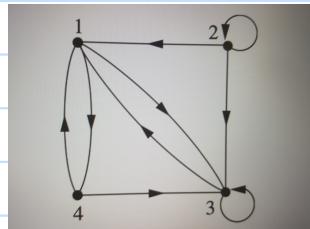
(۱)

$$\begin{aligned}
 R &= \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d)\} \\
 R' &= \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, b), (b, a), (a, c), (c, a), (b, c), (c, b), (a, d), (d, a), (b, d), (d, b), (c, d), (d, c)\} \\
 R'' &= \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, b), (b, a), (a, c), (c, a), (b, c), (c, b), (a, d), (d, a), (b, d), (d, b), (c, d), (d, c), (a, e), (e, a), (b, e), (e, b), (c, e), (e, c), (d, e), (e, d)\} \\
 R^{-1} &= \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d)\} \quad (=)
 \end{aligned}$$

- ۴



$$R = \{ (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (3, 3), (3, 4), (4, 4) \}$$



$$S = \{ (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3) \}$$

$$\{ (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4) \}$$

- ۷

$$\{ (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4) \}$$

$$\begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

(۱، ۲) نیست \Rightarrow بازنایی نیستنسبت به قدر اصلی متقارن \Leftarrow متقارن(۲، ۳) نیست \Leftarrow گردشی نیست(۴، ۱)، (۲، ۴)، (۳، ۲) \Leftarrow مقدار
من باز

- ۹

$$\begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

قدر اصلی کیر \Rightarrow بازنایی۲ هر دو قدر اصلی نا متران
 \Leftarrow متقارن نیستبا توجه به ۲ هر دو قدر اصلی
 \Leftarrow گردشی نیست