



دانشکده برق و کامپیوتر
دانشگاه صنعتی اصفهان
پاسخنامه تمرین سری دوم

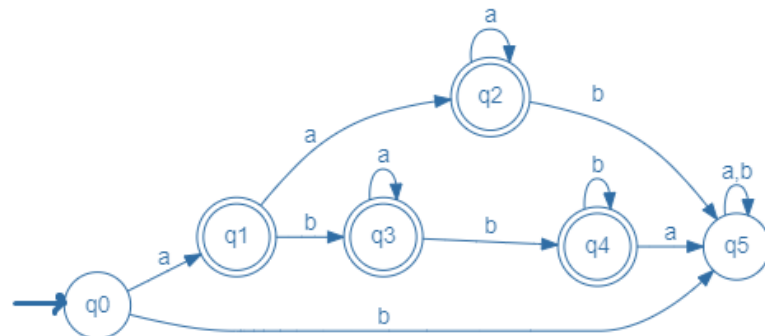
نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

پاییز ۱۴۰۲

استاد درس: دکتر مجتبی خلیلی

دستیاران آموزشی: پردیس یآوری - دیبا میرشفیعی - متین رضایی

سوال اول



سوال دوم

A. $L(r) = \{a^n b^m : (n + m) \text{ فرد}\}$

$$r = (aa)^* a (bb)^* + (aa)^* (bb)^* b$$

B. $L(r) = \{a^n b^m : n \geq 4, m \leq 3\}$

$$r = aaaaa^*(\lambda + b + bb + bbb)$$

C. $\{w \in \{a, b\}^* : \text{حداقل دو } b \text{ پشت سر هم دارد که بعد آنها } a \text{ نیاید}\}$

$$r = (a + b)^* bb + (a + b)^* bbb(a + b)^*$$

D. $L(r) = \{w \in \{0,1\}^* : \text{دو صفر پی‌درپی ندارد}\}$

$$r = (1 + 01)^*(0 + \lambda)$$

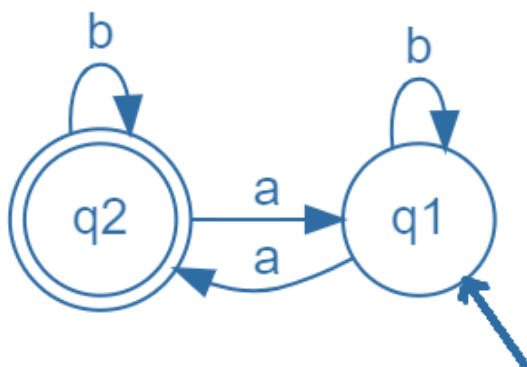
E. $L = \{a^n b^m : n \geq 1, m \geq 1, nm \geq 3\}$

$$r = a^+ bbb^+ + aaa^+ b^+ + aa^+ bb^+$$

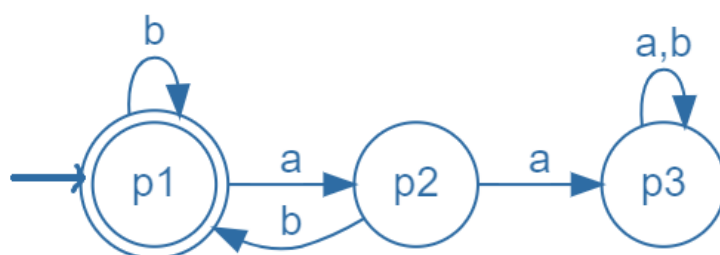
F. تعداد a بر سه بخش پذیر باشد. $\Sigma \in \{a, b\}$

$$r = b^*(ab^*ab^*ab^*)^+$$

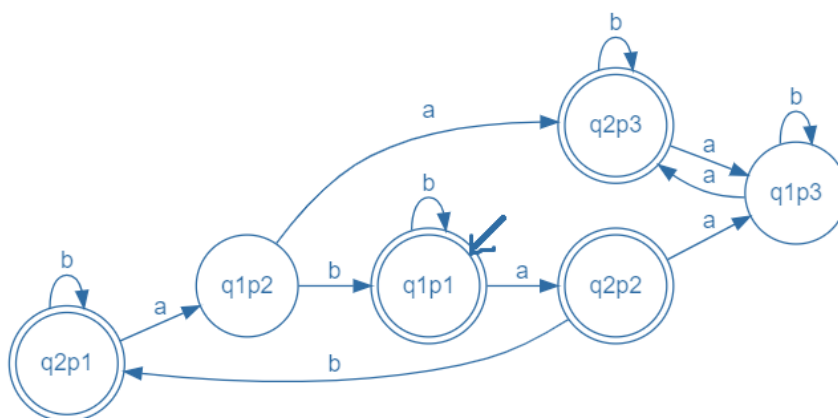
سوال سوم



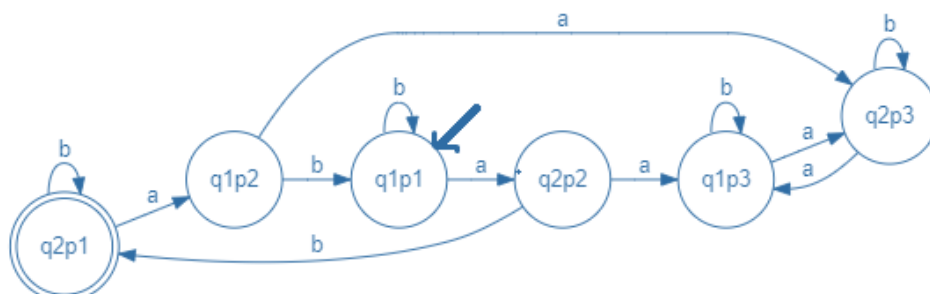
شکل زبان L1



شکل زبان L2



اجتماع:



اشتراک

سوال چهارم

آیا دو عبارت منظم زیر برابرند؟

$$r_1 = b^*(\lambda + ab^*ab^*)(\lambda + ab^*)$$

$$r_2 = (\lambda + b^*a)(\lambda + b^*ab^*a)b^*$$

برای چک کردن برابری دو عبارت منظم بالا کافیهست آنها را بسط دهیم و با هم مقایسه کنیم. برای مثال بسط جمله اول می‌شود:

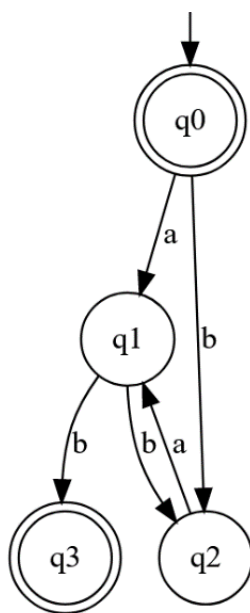
$$r_1 = b^* + b^*ab^* + b^*ab^*ab^* + b^*ab^*ab^*ab^*$$

و بسط جمله دوم می‌شود:

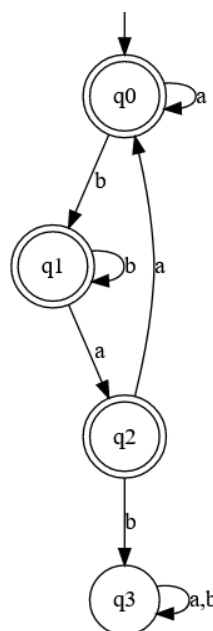
$$r_2 = b^* + b^*ab^*ab^* + b^*ab^* + b^*ab^*ab^*ab^*$$

سوال پنجم

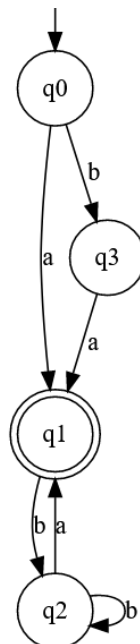
برای زبانی که اتوماتاهای زیر نشان می‌دهند، یک عبارت منظم بنویسید.



(A)



(B)



(C)

(A) همانطور که در شکل مشخص است چون state اول مورد قبول است ابتدا ϵ را می‌نویسیم و با بقیه جواب or می‌کنیم.

حالت یک، یالی است که ما را به حالت نهایی دیگر مسئله می‌رساند. پس می‌بینیم برای رفتن به حالت یک دو مسیر داریم یا با طی کردن a یا با ba
حال برای رفتن به حالت نهایی از q1 state، به b نیاز داریم اما قبل از آن، می‌دانیم که به تعداد بی‌نهایت $(ba)^*$ را می‌توانیم طی کنیم. پس پاسخ نهایی برابر است با:

$$\epsilon \cup ((a \cup ba)(ba)^*b)$$

(B) به مانند قسمت قبل باز هم ϵ یکی از جملات مورد قبول ما خواهد بود. ابتدا state اول را بررسی می‌کنیم:

- ϵ
- a (loop)
- bb^*aa (loop)

می‌توانیم دو لوپ موجود را به صورت $(a \cup bb^*aa)^*$ بنویسیم.

برای state یک داریم bb^* و برای state دو داریم bb^*a که می‌توانیم این دو را به صورت $bb^*(a \cup \epsilon)$ ادغام کنیم.

حال پاسخ نهایی را می‌توانیم بدین صورت بنویسیم:

$$(a \cup bb^*aa)^*(\epsilon \cup bb^*(a \cup \epsilon))$$

(C) با $(a \cup ba)$ می‌توان به حالت نهایی رسید و در حالت نهایی نیز می‌توان لوپ bb^*a را طی کرد.

$$(a \cup ba)(bb^*a)^*$$

سوال ششم

نشان دهید که زبان‌های زیر منظم هستند یا خیر؟ در صورت منظم بودن عبارت منظم آن را بنویسید. (با استفاده از لم تزریق منظم بودن زبان را رد کنید).

A. $L = \{w \in \Sigma^*: n_a(w) < n_b(w)\}$

ابتدا جمله $w = a^m b^{m+1}$ را در نظر می‌گیریم و y را اینگونه تعیین می‌کنیم:

$$y = a^k \quad 1 \leq k \leq m$$

حال داریم:

$$w_i = xy^i z = a^{m-k} (a^k)^i b^{m+1}$$

حال کافیت i را برابر با ۲ قرار دهیم تا مشخص شود این زبان منظم نیست.

B. $L = \{a^n b^p : n \leq p\}$

برای مثال جمله $w = a^m b^m$ را در نظر می‌گیریم و y را اینگونه تعیین می‌کنیم:

$$y = a^k \quad 1 \leq k \leq m$$

حال داریم:

$$w_i = xy^i z = a^{m-k} (a^k)^i b^m$$

می‌بینیم با قرار دادن $i=2$ جمله $a^{m+k} b^m$ منظم نیست.

C. $L = \{w = xyzy : x, y, z \in \{0,1\}^+\}$

می‌دانیم که جملاتی که پذیرفته می‌شود حداقل چهار character دارد.

Character آخر باید در جمله تکرار شده باشد.

می‌توانیم عبارت منظم آن را اینگونه بنویسیم:

$$L = ((1 \cup 0)^+ 0 (0 \cup 1)^+ 0) \cup ((0 \cup 1)^+ 1 (0 \cup 1)^+ 1)$$

پس زبان منظم است.

$$D. L = \{w = xy : x, y \in \{a, b\} \text{ and } |x| = |y| \text{ and } n_a(x) \geq n_a(y)\}$$

در اینجا برای x و y مقادیری را انتخاب می‌کنیم.

$$x = a^k b \quad y = b a^k$$

پس تا کنون جمله $w = a^k b b a^k$ را در نظر گرفته‌ایم. حال برای پمپاژ جمله را به این فرمت می‌نویسیم:

$$w_i = x y^i z = a^{k-p} (a^p)^i b b a^k$$

با جایگذاری مقادیر مناسب برای i پی می‌بریم که این زبان منظم نیست.