

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

جلسه ۲۰

مجتبی خلیلی
دانشکده برق و کامپیوتر
دانشگاه صنعتی اصفهان

Deterministic PDA (DPDA)

DEFINITION 2.39

A *deterministic pushdown automaton* is a 6-tuple $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$, where Q, Σ, Γ , and F are all finite sets, and

1. Q is the set of states,
2. Σ is the input alphabet,
3. Γ is the stack alphabet,
4. $\delta: Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \longrightarrow (Q \times \Gamma_\epsilon) \cup \{\emptyset\}$ is the transition function,
5. $q_0 \in Q$ is the start state, and
6. $F \subseteq Q$ is the set of accept states.

The transition function δ must satisfy the following condition.
For every $q \in Q$, $a \in \Sigma$, and $x \in \Gamma$, exactly one of the values

$$\delta(q, a, x), \delta(q, a, \epsilon), \delta(q, \epsilon, x), \text{ and } \delta(q, \epsilon, \epsilon)$$

is not \emptyset .

The language of a DPDA is called a *deterministic context-free language*. **DCFL**

DCFL, CFL, RL

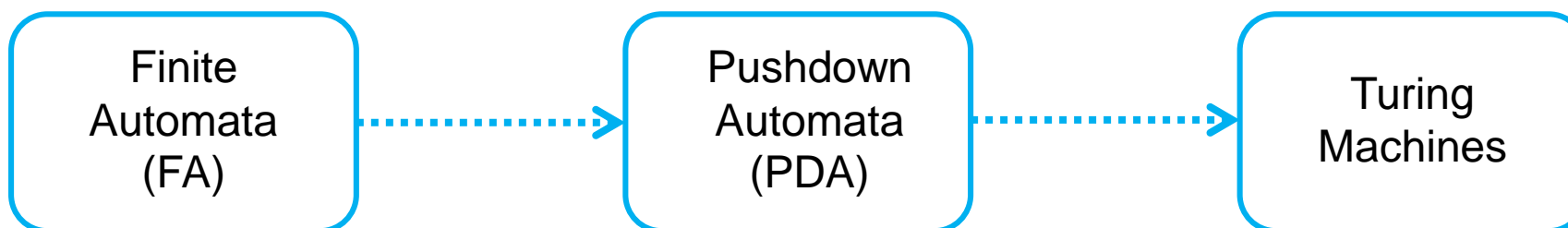
○ همه DCFL ها CFL هستند اما یک CFL وجود دارد که DCFL نیست.

○ همه RL ها DCFL هستند اما یک DCFL وجود دارد که RL نیست.

محدودیت زبان‌های مستقل از متن

- تاکنون دیدیم که FA زبان‌های منظم را و PDA زبان‌های مستقل از متن را تشخیص میدادند.
- دیدیم که با CFG/PDA قادر به توصیف یا تشخیص برخی زبانها نیستیم.
- چگونه ماشین را قدرتمندتر کنیم؟

سه مدل



○ ماشین تورینگ

- حافظه نامحدود
- زبان‌های حساس به متن
- کامپیوترها
- محاسبه پذیری، پیچیدگی

آلن تورینگ (۱۹۱۲-۱۹۵۴)



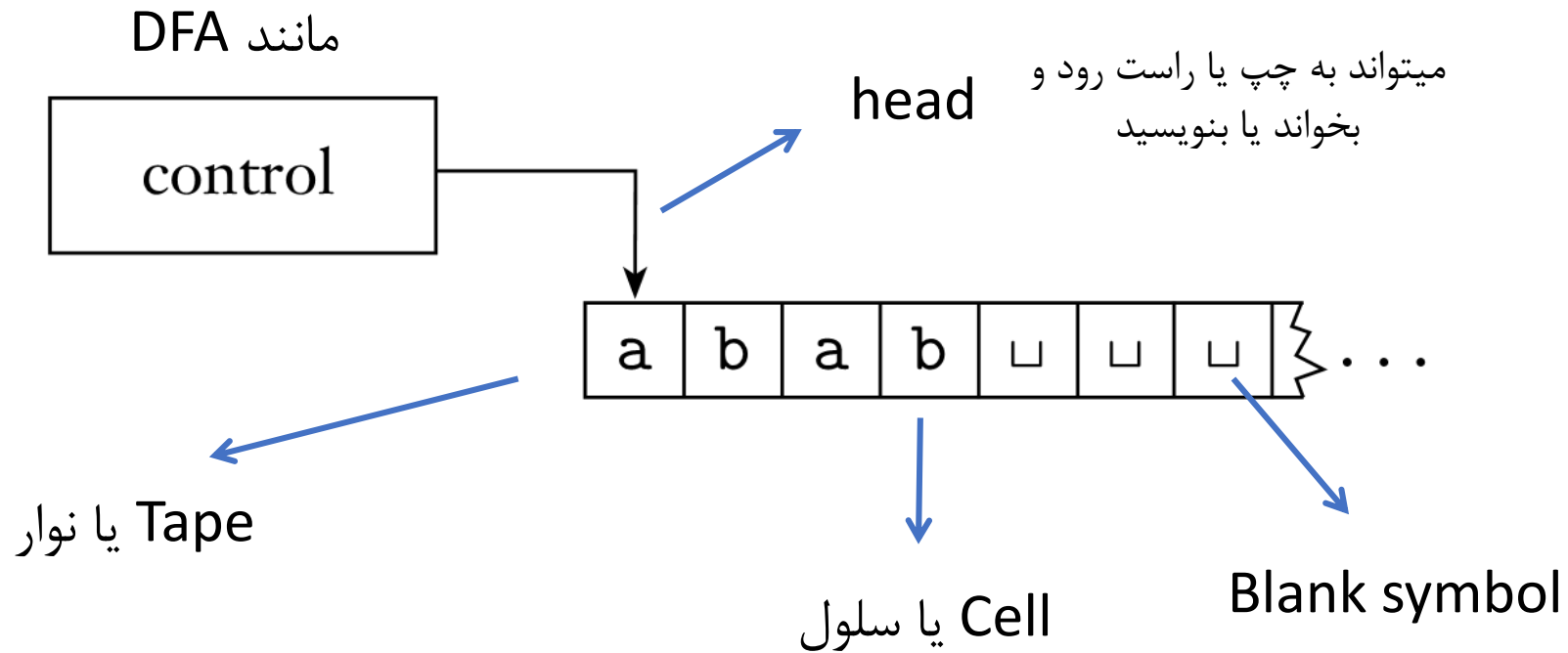
- منطق‌دان، ریاضیدان از انگلیس
- مهمترین فعالیت او کار بر روی اعداد شمارش پذیر بود (Entscheidungsproblem) که منتهی به ماشین تورینگ شد.
- همکاری در پروژه Enigma
- مهمترین جایزه علوم کامپیوتر: Turing award

ماشین تورینگ

- هدف این است که مدل محاسبات ارائه کنیم که:
- همه الگوریتم‌هایی که می‌توان در یک کامپیوتر با زبان برنامه‌نویسی پیاده کرد را شامل شود.
- امیدوار باشیم که به کمک این مدل نشان دهیم برخی چیزها را نمیتوان محاسبه کرد.

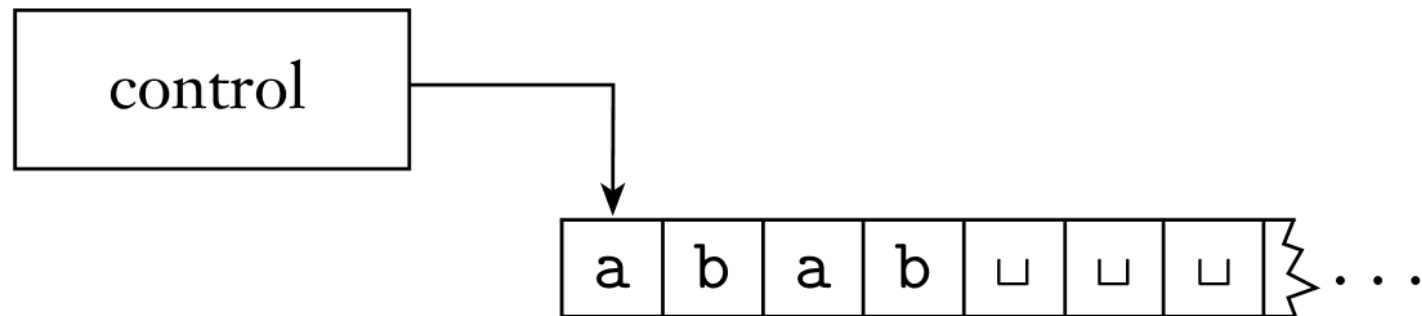
ماشین تورینگ

- در ابتدا نوار خالی است و تنها ورودی روی آن نوشته میشود.
- دو حالت متفاوت برای **accept** و **reject** دارد.



ماشین تورینگ

- میتواند روی نوار بنویسد.
- میتواند به چپ برگردد.
- میتواند به خانه‌هایی که ورودی رویشان نیست برود (حافظه نامحدود)
- فقط یک حالت پذیرش دارد.



ماشین تورینگ

The following list summarizes the differences between finite automata and Turing machines.

1. A Turing machine can both write on the tape and read from it.
2. The read–write head can move both to the left and to the right.
3. The tape is infinite.
4. The special states for rejecting and accepting take effect immediately.

ماشین تورینگ (مثال)

Let's introduce a Turing machine M_1 for testing membership in the language $B = \{w\#w \mid w \in \{0,1\}^*\}$. We want M_1 to accept if its input is a member of B and to reject otherwise.

ماشین تورینگ (مثال)

نوشتن ورودی روی نوار ○

0 1 1 0 0 0 # 0 1 1 0 0 0 □ ...

ماشین تورینگ (مثال)

↓
0 1 1 0 0 0 # 0 1 1 0 0 0 □ ...

○ سمبل اول را بخوان و به یاد
بسپار.

ماشین تورینگ (مثال)

↓
0 1 1 0 0 0 # 0 1 1 0 0 0 □ ...
↓
x 1 1 0 0 0 # 0 1 1 0 0 0 □ ...

○ سمبل اول را x کن.

ماشین تورینگ (مثال)

اولین سمبل بعد از # را بخوان. ○

↓	0	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	□	...	
	↓	x	1	1	0	0	0	#	0	1	1	0	0	0	□	...

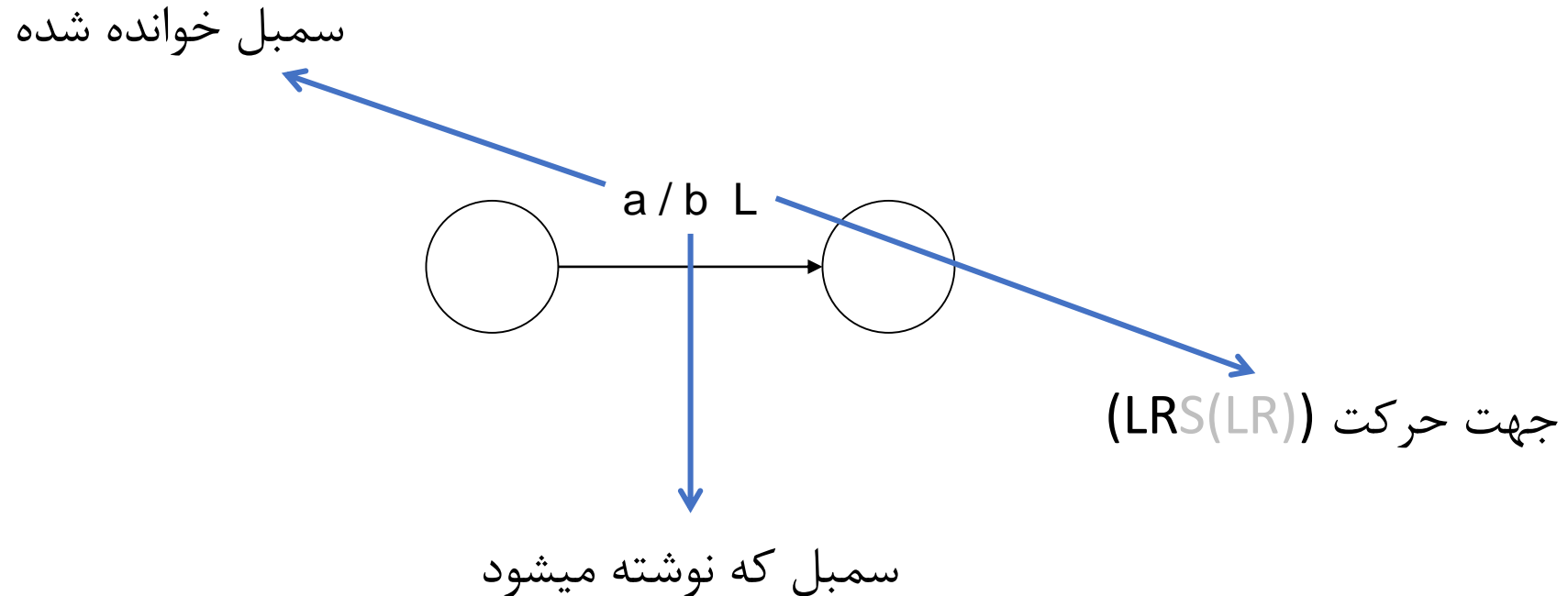
ماشین تورینگ (مثال)

↓
0 1 1 0 0 0 # 0 1 1 0 0 0 □ ...
↓
x 1 1 0 0 0 # 0 1 1 0 0 0 □ ...
↓
x 1 1 0 0 0 # x 1 1 0 0 0 □ ...

○ اولین سمبل بعد از # را بخوان.
در صورت برابری با آنچه به یاد
سپردی، آن را x کن. در غیر
اینصورت به reject برو.

ماشین تورینگ

○ تغییر حالات در ماشین تورینگ:



○ اگر a را خواندی b را بنویس و به چپ برو.

ماشین تورینگ (تعریف فرمال)

DEFINITION 3.3

A *Turing machine* is a 7-tuple, $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}})$, where Q, Σ, Γ are all finite sets and

1. Q is the set of states,
2. Σ is the input alphabet not containing the *blank symbol* \sqcup ,
3. Γ is the tape alphabet, where $\sqcup \in \Gamma$ and $\Sigma \subseteq \Gamma$,
4. $\delta: Q \times \Gamma \longrightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ is the transition function,
5. $q_0 \in Q$ is the start state,
6. $q_{\text{accept}} \in Q$ is the accept state, and
7. $q_{\text{reject}} \in Q$ is the reject state, where $q_{\text{reject}} \neq q_{\text{accept}}$.

ماشین تورینگ (تعریف فرمال)

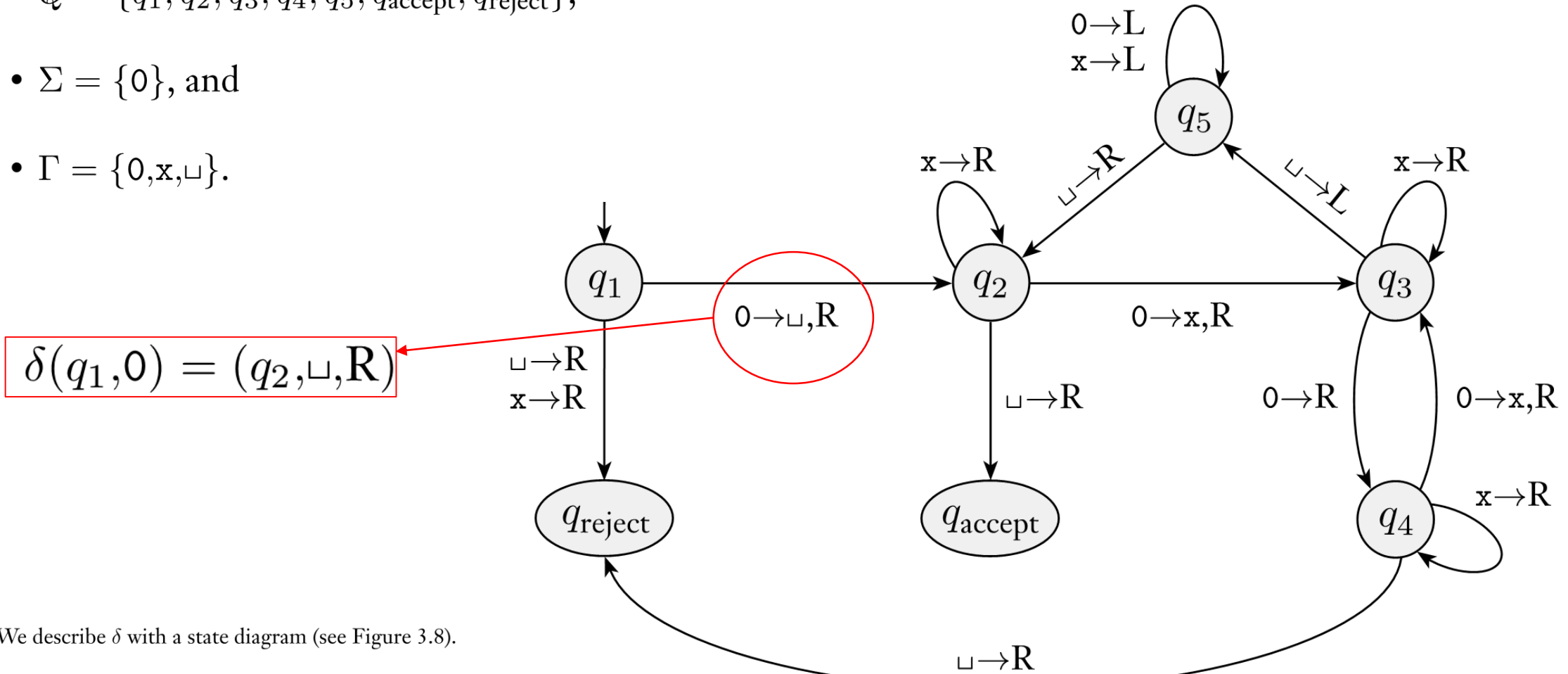
DEFINITION 3.3

A *Turing machine* is a 7-tuple, $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}})$, where Q, Σ, Γ are all finite sets and

1. Q is the set of states,
2. Σ is the input alphabet not containing the *blank symbol* \sqcup ,
3. Γ is the tape alphabet, where $\sqcup \in \Gamma$ and $\Sigma \subseteq \Gamma$,
4. $\delta: Q \times \Gamma \longrightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R, S\}$ transition function,
5. $q_0 \in Q$ is the start state,
6. $q_{\text{accept}} \in Q$ is the accept state, and
7. $q_{\text{reject}} \in Q$ is the reject state, where $q_{\text{reject}} \neq q_{\text{accept}}$.

ماشین تورینگ (تعریف فرمال)

- $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}}\}$,
- $\Sigma = \{0\}$, and
- $\Gamma = \{0, x, \sqcup\}$.



- We describe δ with a state diagram (see Figure 3.8).
- The start, accept, and reject states are q_1 , q_{accept} , and q_{reject} , respectively.

پیکربندی

As a Turing machine computes, changes occur in the current state, the current tape contents, and the current head location. A setting of these three items is called a *configuration* of the Turing machine.

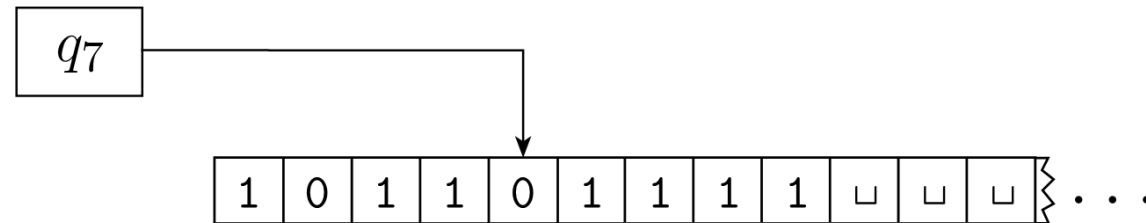


FIGURE 3.4

A Turing machine with configuration $1011q_701111$

پیکربندی

The *start configuration* of M on input w is the configuration $q_0 w$, which indicates that the machine is in the start state q_0 with its head at the leftmost position on the tape.

پیکربندی

Say that configuration C_1 *yields* configuration C_2 if the Turing machine can legally go from C_1 to C_2 in a single step. We define this notion formally as follows.

Suppose that we have a , b , and c in Γ , as well as u and v in Γ^* and states q_i and q_j . In that case, $ua q_i bv$ and $u q_j acv$ are two configurations. Say that

$$ua q_i bv \quad \text{yields} \quad u q_j acv$$

if in the transition function $\delta(q_i, b) = (q_j, c, L)$. That handles the case where the Turing machine moves leftward. For a rightward move, say that

$$ua q_i bv \quad \text{yields} \quad uac q_j v$$

if $\delta(q_i, b) = (q_j, c, R)$.

پیکربندی

In an *accepting configuration*, the state of the configuration is q_{accept} . In a *rejecting configuration*, the state of the configuration is q_{reject} .

○ پس از وارد شدن به accept یا reject دیگر ادامه نمیدهد.

پذیرش در ماشین تورینگ

A Turing machine M *accepts* input w if a sequence of configurations C_1, C_2, \dots, C_k exists, where

1. C_1 is the start configuration of M on input w ,
2. each C_i yields C_{i+1} , and
3. C_k is an accepting configuration.

The collection of strings that M accepts is *the language of M* , or *the language recognized by M* , denoted $L(M)$.

تشخیص پذیری

DEFINITION 3.5

Call a language *Turing-recognizable* if some Turing machine recognizes it.¹

¹It is called a *recursively enumerable language* in some other textbooks.