



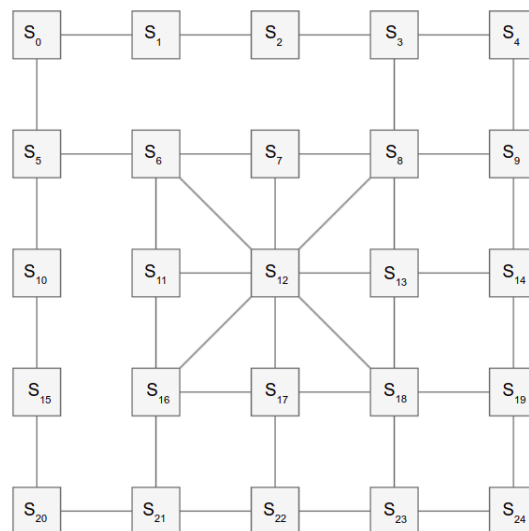
فرآیندهای تصادفی

نیم سال اول ۰۱-۰۰
دکتر ربیعی

زمان تحویل: ۱۳ بهمن ماه

پروژه درس

در این پروژه قصد داریم تا در قالب یک مساله واقعی، به بررسی HMM و نیز کاربردی از نمونه برداری برداریم. دقت کنید که لازم است تا توابع خواسته شده در بخش های مختلف را خود پیاده سازی کنید و امکان استفاده از پیاده سازی های آماده آن ها وجود ندارد. البته می توانید از کتابخانه های کمکی لازم برای پیاده سازی خود در حد معقول استفاده کنید. می خواهیم پاسبانی خانه های مختلف یک شهر را مورد بررسی قرار دهیم. یک پلیس از شهر را در نظر بگیرید که در حین کار به طور مداوم میان خانه های شهر حرکت می کند و پاسبانی می کند تا امنیت در شهر برقرار باشد. نقشه خیابان و محل هایی که این مامور سرکشی می کند به شکل زیر است:



که در آن هر یک از خانه های شهر با مربع و هر خیابان با یک خط مشخص شده است. وی به هر خانه که می رسد با احتمال مشخصی به یکی از خانه هایی که با یک خیابان به آن خانه متصل هستند می رود یا در آن خانه می ماند (احتمال گذر از هیچ خیابانی صفر نیست). همچنین در هر یک از نقاط مشخص شده روی نقشه مانند S_i ، تعداد $N_{S_i} \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ حسگر نصب شده اند که با احتمال بالایی همه حسگرهای موجود در یک نقطه حضور مامور در آن محل را تشخیص می دهند، اما گاهی اوقات نیز دچار خطا می شوند که در آن حالت، تنها تعداد M_{S_i} حسگر حضور او را تشخیص می دهند. در نتیجه تعداد حسگرهایی که حضور پلیس را تشخیص می دهند عددی بین ۰ تا N_{S_i} است. هر دنباله از مشاهدات ما در این مساله به ازای هر یک از محل هایی که مامور به آن می رسد، تعداد حسگرهایی است که حضور مامور در آن محل را تشخیص داده اند؛ به این معنا که با احتمال بالایی به ازای آن محل عدد N_{S_i} مشاهده می شود و در برخی حالات نیز عددی کمتر از آن مشاهده می شود، که این احتمالات برای هر خانه مقادیر مشخصی هستند. حال با توجه به توضیحات فوق برای این مساله، به پرسش های زیر پاسخ دهید:

۱. (۳۰ نمره) تعدادی از دنباله های مشاهدات مربوط به حرکت این پلیس در فایل train_data در اختیار شما قرار داده شده است. با استفاده از الگوریتم Baum Welch پارامترهای مربوط به HMM ($M = (A, B, \Pi)$) مربوط به مساله را بدست آورید. این پارامترها به شرح زیر هستند:

- (آ) A : ماتریس احتمالات انتقال بین حالات مخفی
- (ب) B : ماتریس احتمالات مشاهدات به ازای حالات مخفی
- (ج) Π : توزیع احتمالات برای حالت اولیه مدل

برای این بخش، ابتدا تابعی برای پیاده سازی الگوریتم Baum Welch بنویسید که با گرفتن داده پارامترهای مورد نظر را بدست آورد. سپس تابع نوشته شده را روی داده‌هایی که در اختیار شما قرار گرفته‌اند، اجرا کنید و مدل HMM را به دست آورید. همچنین در گزارش مربوط به این بخش، تعریف و توصیف پارامترهای لازم برای تعریف HMM مربوطه را ذکر کنید و روش پیاده‌سازی الگوریتم Baum Welch در کد خود را شرح دهید. همچنین خروجی حاصل برای پارامترهای مدل خود را نیز با نام فایل مناسب ذخیره و ضمیمه کنید.

۲. (۲۰ نمره) به کمک مشاهدات موجود در فایل test_data مدل به دست آمده در بخش اول را ارزیابی کنید. برای این کار از الگوریتم Forward-Backward استفاده کنید و احتمال ایجاد هر دنباله توسط مدل را به دست آورید. برای گزارش این بخش نیز، نحوه پیاده‌سازی این الگوریتم در کد را توضیح دهید و نیز نتیجه احتمالات به دست آمده را نیز ضمیمه کنید.

۳. (۲۰ نمره) در این بخش قصد داریم تا برای دنباله‌ای از مشاهدات، محتمل‌ترین دنباله از حالات مخفی را بدست آوریم. این کار را به کمک الگوریتم Viterbi روی مدلی که از بخش قبل تخمین زده‌اید، انجام دهید و نتیجه را روی داده‌ی test_data به دست آورید. برای این بخش نیز ابتدا تابعی برای پیاده‌سازی الگوریتم Viterbi پیاده کنید که با گرفتن پارامترهای یک مدل HMM و یک دنباله از مشاهدات، محتمل‌ترین دنباله از حالات مخفی را به دست آورید. دقت کنید که در حین ضرب کردن احتمالات برای این الگوریتم، ممکن است اعداد بسیار کوچکی تولید شوند که تقریباً برابر با صفر در نظر گرفته شوند. لذا به جای محاسبه ضرب احتمالات و محاسبه Likelihood از Log Likelihood استفاده کنید. گزارش این بخش شامل نحوه اعمال این الگوریتم در کد باشد و خروجی حالات مخفی مربوط به هر دنباله را بدست آورده و ضمیمه کنید.

۴. (۳۰ نمره) به علت وقوع زلزله یک سری از خیابان‌های شهر مسدود شده‌اند. لیست خیابان‌های مسدود شده در فایل removed_edges.txt آمده است. اگر پلیس شهر بخواهد امنیت مانند سابق برقرار شود (در طولانی مدت به همان احتمال‌های سابق به هر خانه سرکشی کند) با استفاده از الگوریتم Metropolis-Hastings توزیع احتمال جدیدی برای حرکت وی میان خانه‌های مختلف پیشنهاد دهید و احتمالات جدید را ذخیره و ضمیمه کنید. همچنین نشان دهید دنباله به دست آمده از این احتمالات، برای طولانی مدت شبیه به دنباله احتمالات سابق است. در گزارش این بخش نیز، نحوه محاسبه این احتمالات و پیاده‌سازی الگوریتم را شرح دهید و نتیجه به دست آمده درباره نزدیکی مشاهدات این دو حالت را توضیح دهید.

۵. (۱۲/۵ نمره امتیازی) یکی از دزدان کارکشته شهر می‌خواهد پس از یک مدت طولانی زیر نظر گرفتن حرکات این مأمور، محلی را که او در آن با کمترین احتمال گذر می‌کند انتخاب کرده و به آن دستبرد بزند. معاون پلیس برای خنثی کردن نقشه دزد و برقراری حداکثری امنیت، به پلیس پیشنهاد می‌دهد برای هر دو خانه $A \neq B$ به احتمال برابر $\min(q(A|B), q(B|A))$ بین هر دو خانه حرکت کند، که q احتمال فعلی حرکت وی بین خانه‌هاست.

(آ) آیا پیشنهاد معاون پلیس منطقی است؟ توضیح دهید.

(ب) روش معاون پلیس برای شهرهای بزرگ به چه مشکلی ممکن است برخورد؟

جواب موارد مربوط به این سوال را در فایل گزارش خود بیاورید.

نکته: بخش قابل توجهی از نمره هر یک از بخش‌های گفته شده در پروژه به گزارش آن بخش اختصاص دارد؛ بنابراین موارد خواسته شده از هر بخش را به طور کامل در گزارش خود بیاورید و همچنین خروجی‌های به دست آمده از هر بخش را به طور واضح مشخص و بیان کنید. ضمناً اگر ملاحظه، توضیح بیشتر یا فرضیات خاصی برای اجرای کدها و پاسخ بخش‌های مختلف مورد نیاز است، آن‌ها را نیز در گزارش خود بیان کنید.