



第4章 信道

为本章作预备:

确知信号 (第2章)

随机过程 (第3章)

通信网 (第14章) ——大致了解

本章讲什么:

1. 信道传输特性及其对于信号传输的影响
2. 噪声的特性及其对于信号传输的影响

第4章 信道

❖ 1. 信道的概念

❖ 信道的分类

❖ 无线信道介绍

❖ 有线信道介绍

❖ 2. 信道的数学模型

❖ 3. 信道的传输特性

❖ 4. 信道的噪声

❖ 5. 信道容量与香农极限



信道在本章中的概念

❖ 对信道的不同理解

从信息论的角度看，任意通信的源和目的之间的部分都可称为信道。

❖ 调制信道、编码信道，等等。

工程应用上，对信道也有不同角度的定义：

❖ 物理信道、传输信道（公共信道/专用信道）、逻辑信道（控制信道/业务信道），等等。

❖ 本章——物理信道，通信系统所研究的信道对象。

物理信道——指连接发射机和接收机之间的信号通道，由传输介质所构成。



(1) 信道的分类

❖ 按物理形态分：

☞ 有线：双绞线、电缆、光纤

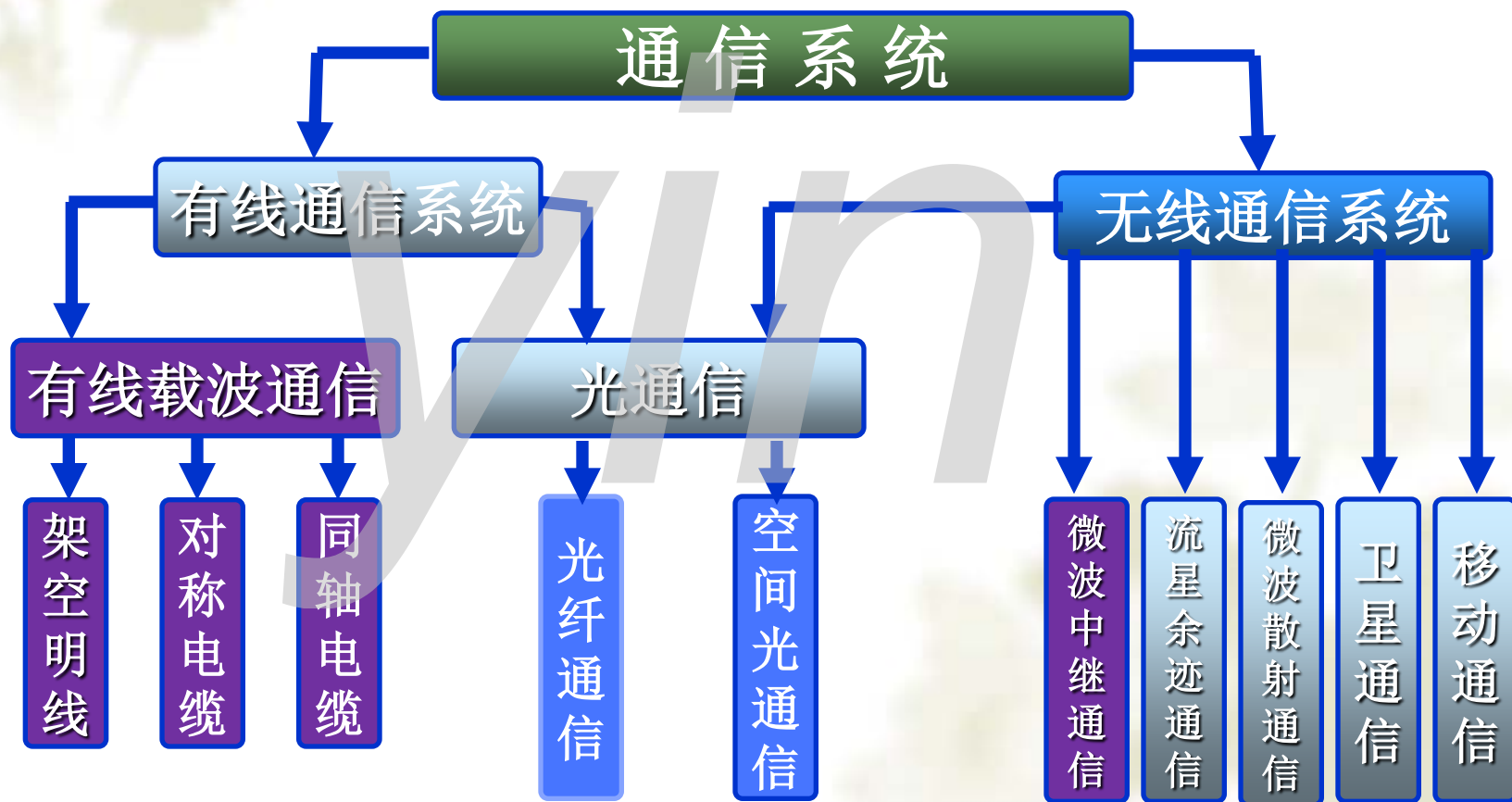
☞ 无线：大气、水、宇宙空间

❖ 按信道特性分：

☞ 恒参__信道特性不随时间变化

☞ 变参__信道特性随时间变化

按信道区分的通信系统类别



(2) 有线信道介绍

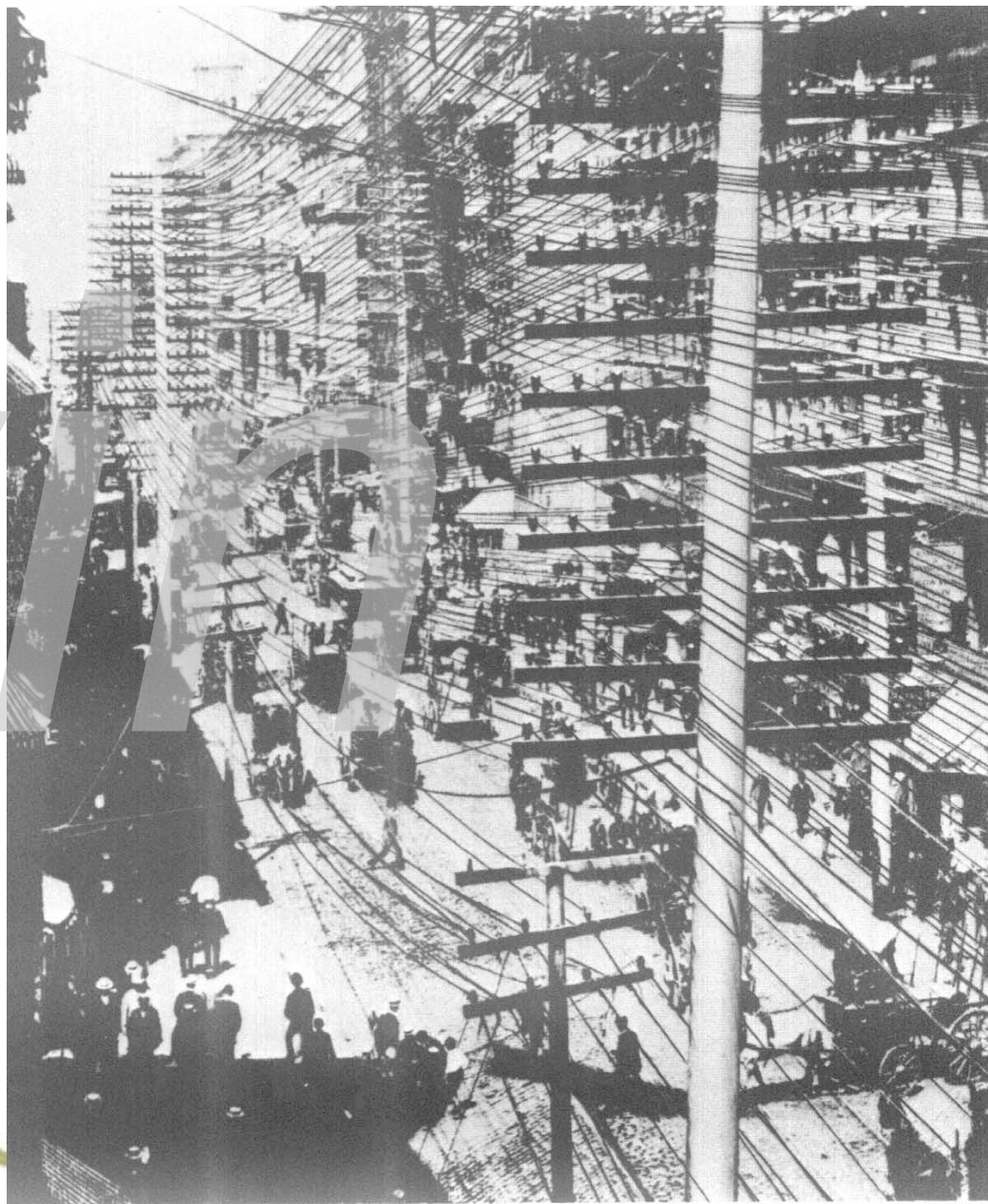
❖ 明线

- ❖ 已逐渐被电缆代替
- ❖ 传输损耗低
- ❖ 对噪声干扰敏感

应用于：

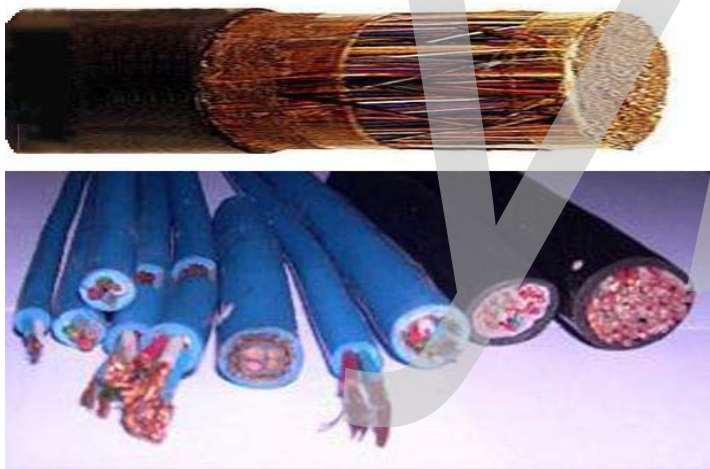
- ❖ 固定电话与电话网
- ❖ 数据通信网：局域网LAN、城域网MAN、广域网WAN
- ❖ 骨干网、无线设施的固定连接——光纤、基站间

1889年 纽约曼哈顿街上的电话线



❖ 对称电缆

- ❧ 由许多对双绞线组成
- ❧ 用于有线电话网的用户接入
- ❧ 传输损耗较大



不同规格市话电缆(双绞线)

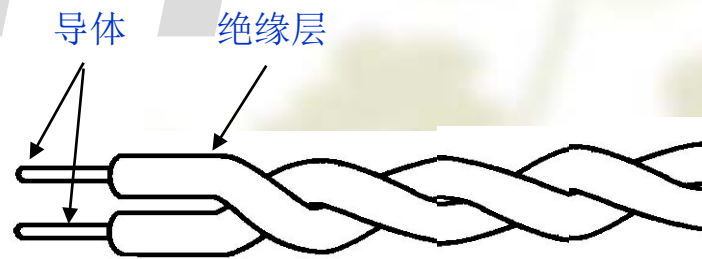


图4-9 双绞线

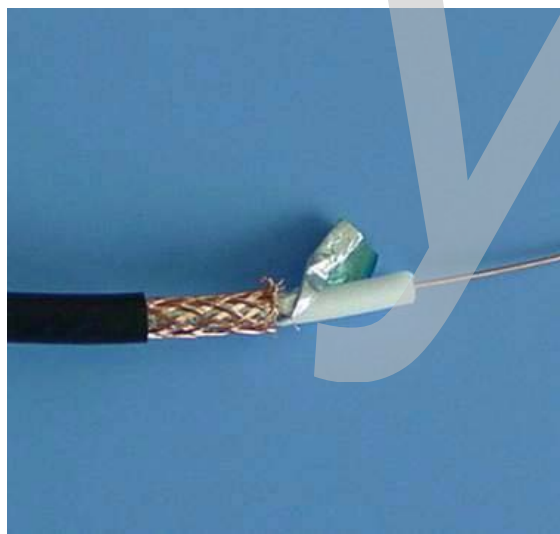
❖ 同轴电缆

❧ 有线电视广播网中用于将信号送入用户。

❧ 外导体接地、屏蔽干扰

❧ LAN用基带：50 Ω 、93 Ω

CATV：75 Ω



同轴电缆

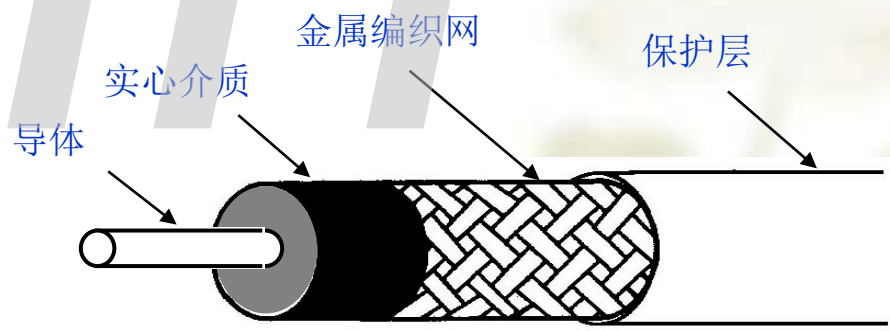
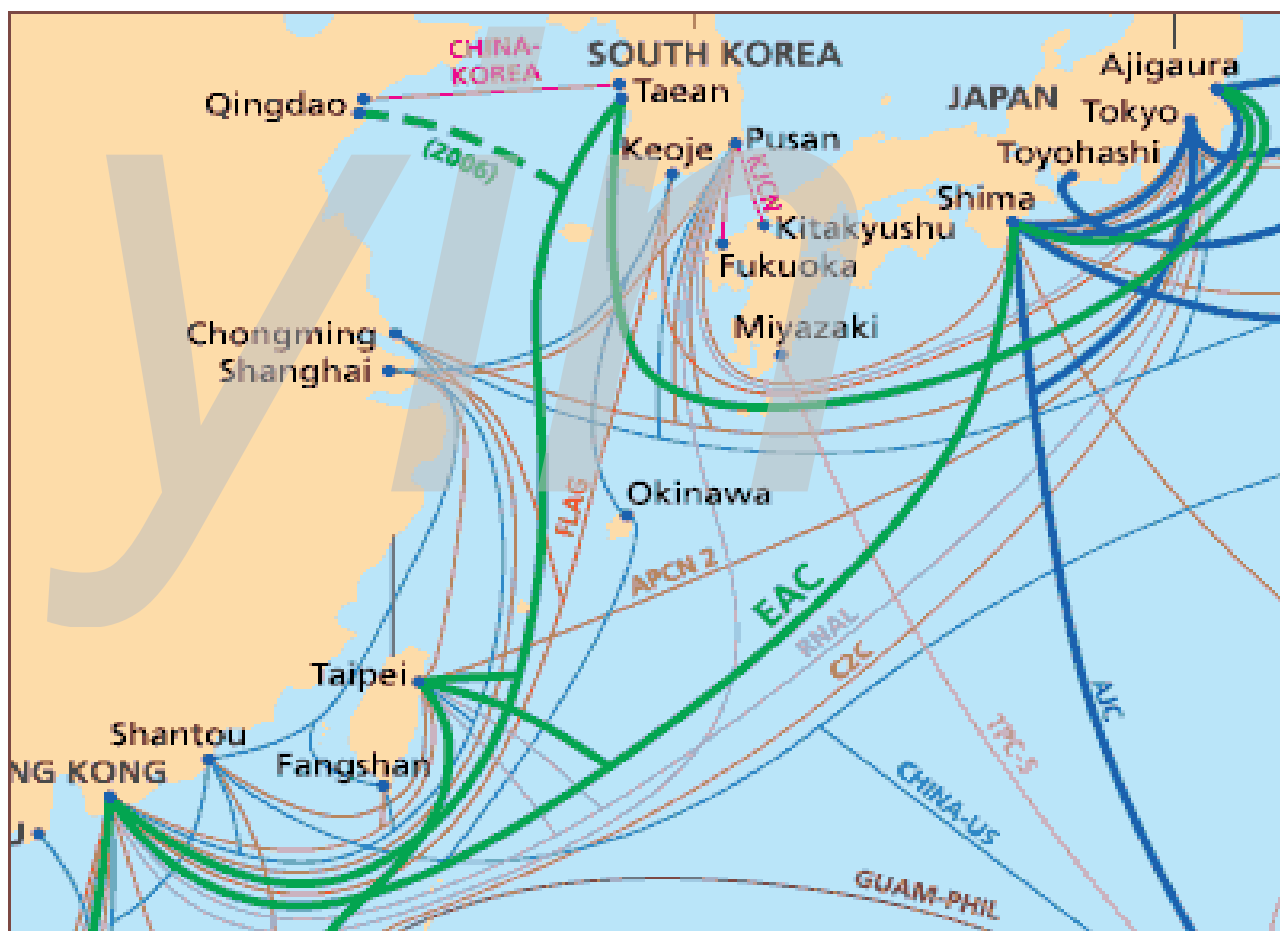


图4-10 同轴线

❖ 光纤

🌊 远距离传输信号的干线多采用光纤

- ❖ “光纤之父”高锟获得2009年度诺贝尔物理学奖。
- ❖ 损耗低，频带宽，不受电磁干扰

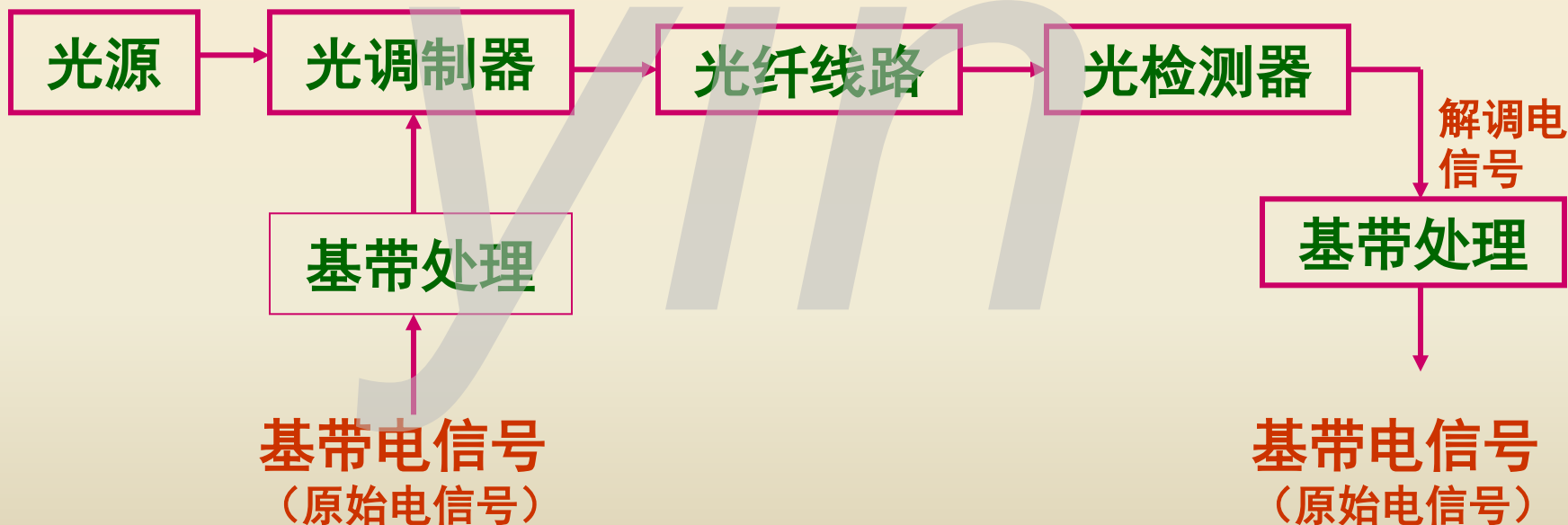


海底光缆

光纤如何传信号？

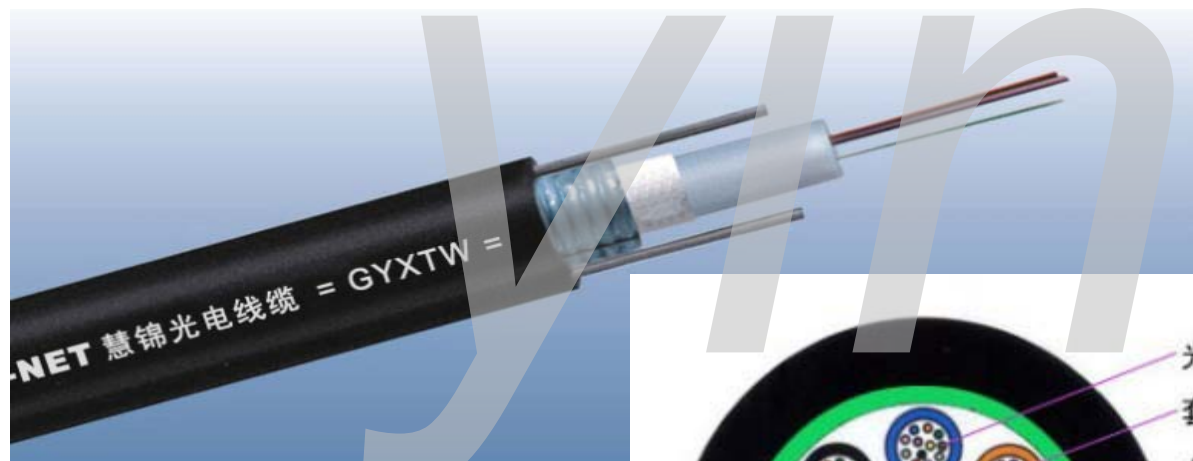
• 组成：

产生载波光

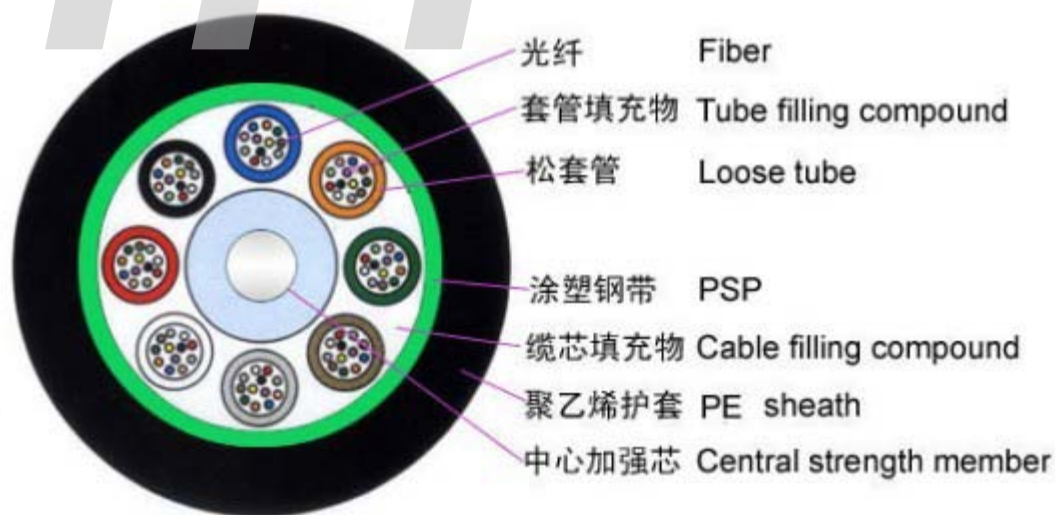


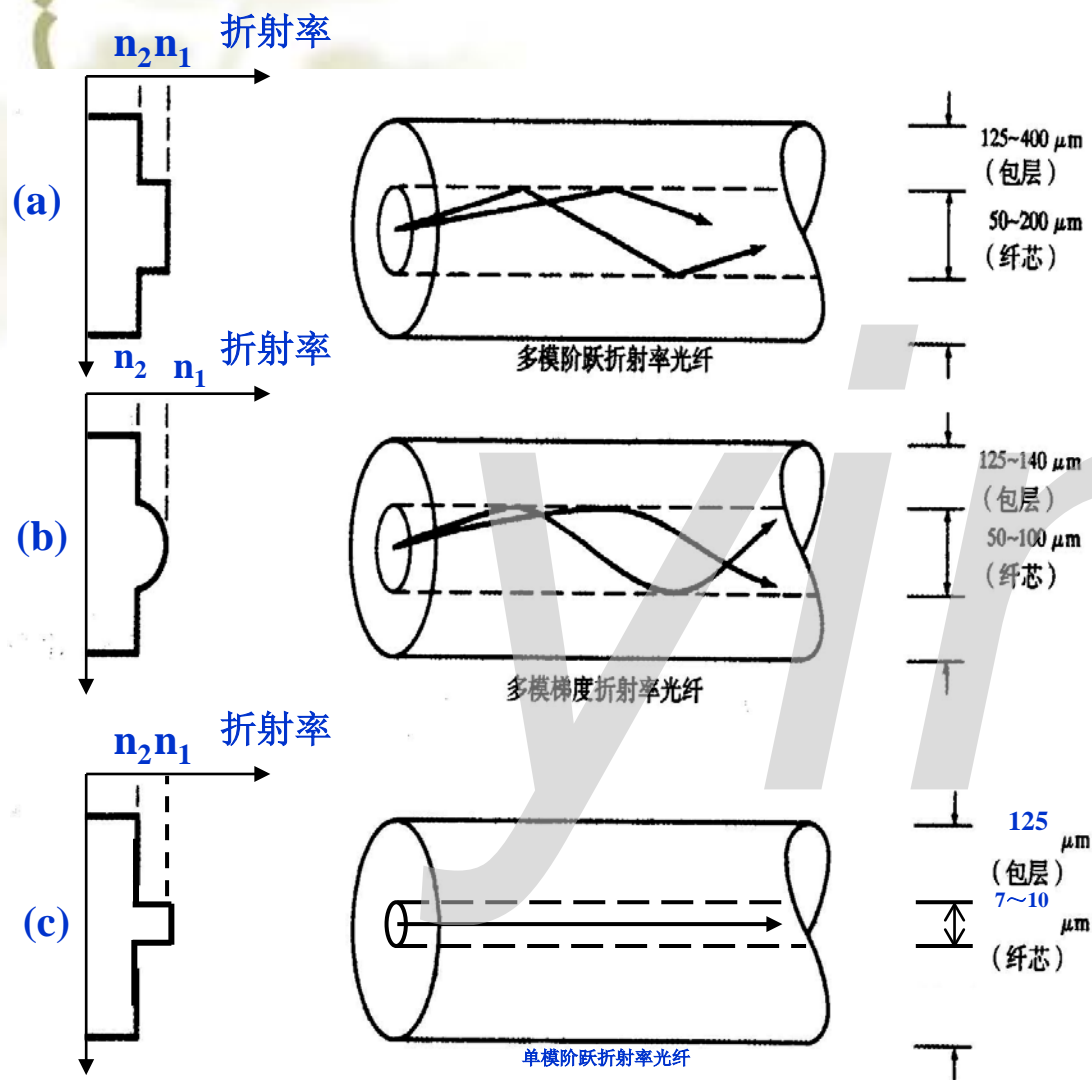
原理与结构

- ❖ 纤芯
- ❖ 包层
- ❖ 由于纤芯折射率大于包层，光波在两层的边界处产生反射，多次反射完成远距离传输。



光缆





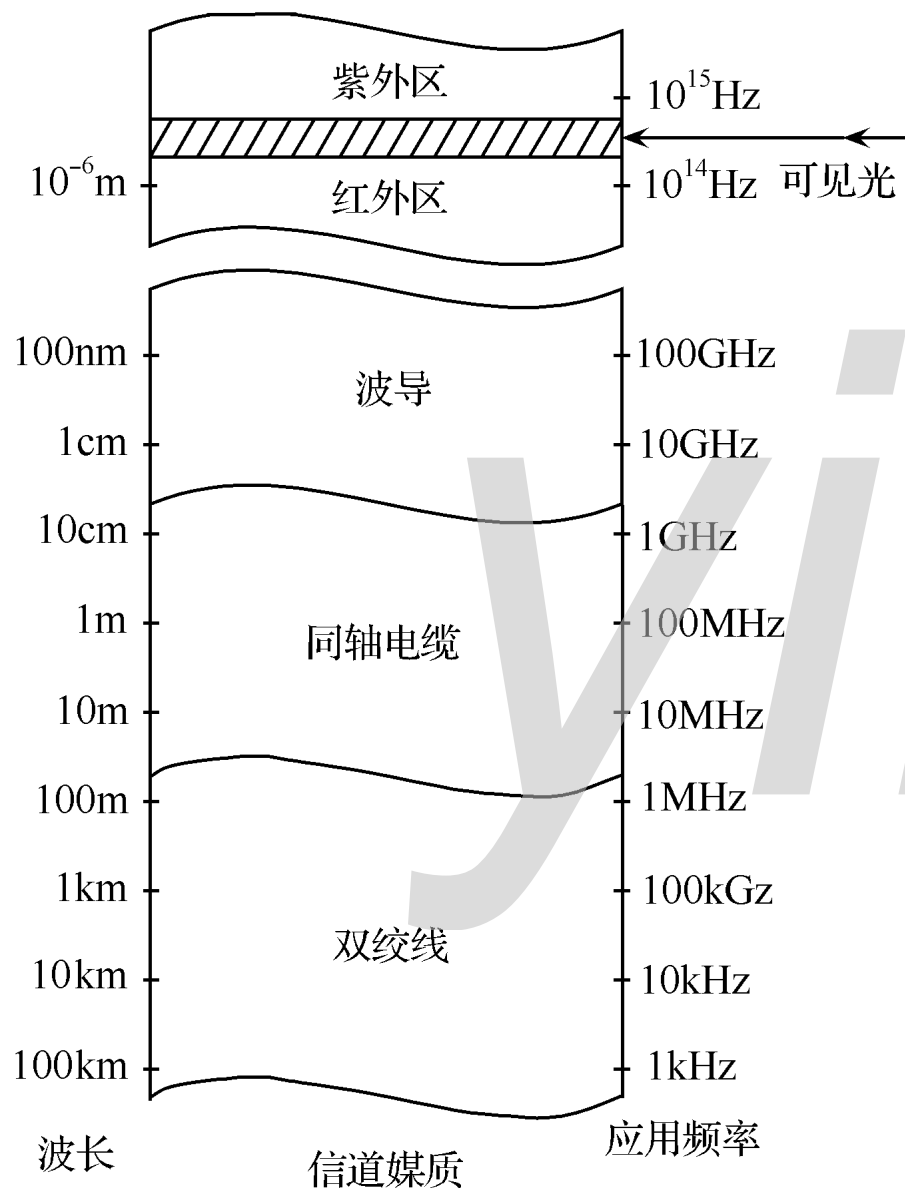
按折射率分类

- ❖ 阶跃型
- ❖ 梯度型

按模式分类

- ❖ 模式指光线传播的路径
- ❖ 多模光纤
- ❖ 单模光纤

图4-11 光纤结构示意图



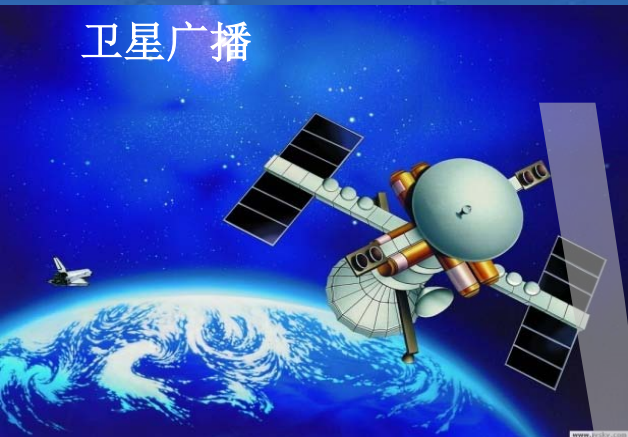
❖ 有线信道——我们还要知道的：

- 一般是恒参信道
- 有线信道的设计主要是计算衰耗与频带。
- 频率范围

(3) 无线信道介绍

— 我们生活在电磁波的世界

卫星广播



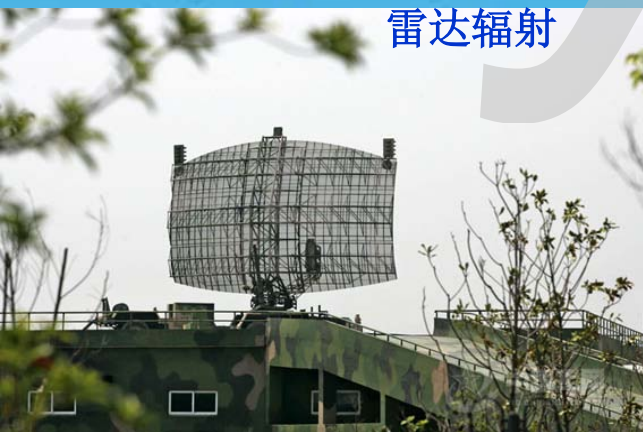
移动电视



电视广播



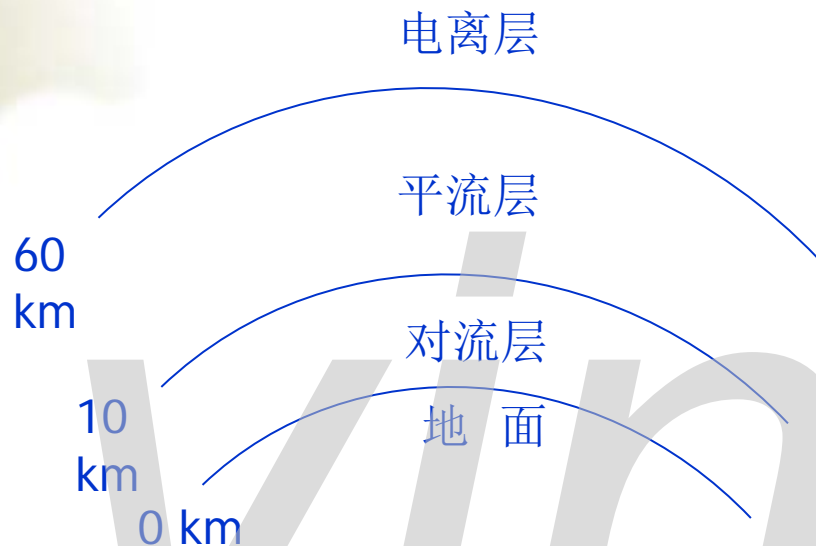
雷达辐射



移动通信



地球大气层的结构与影响



❖ 地球大气层

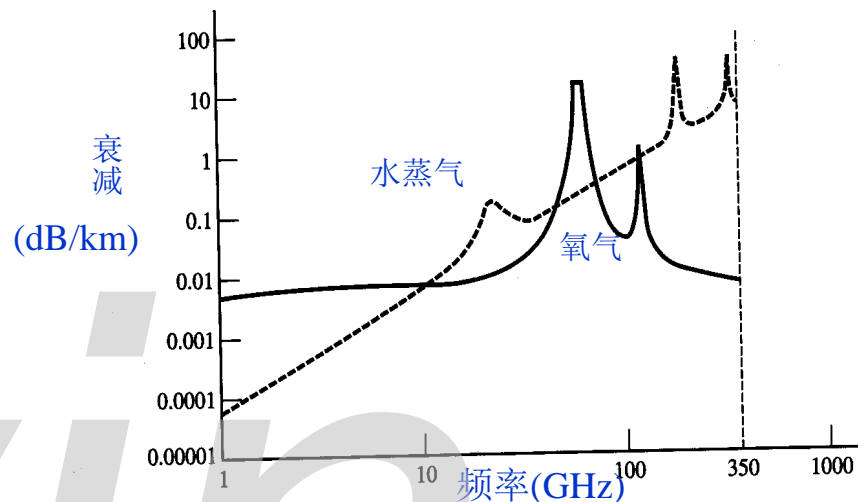
- ❖ 对流层：地面上 0 ~ 10 km，大气存在强烈的上下对流现象，形成不均匀的湍流。
- ❖ 平流层：约10 ~ 60 km
- ❖ 电离层：约60 ~ 400 km，太阳的紫外线和宇宙射线辐射使大气电离，产生多个电离层。

❖ 大气层对于传播的影响

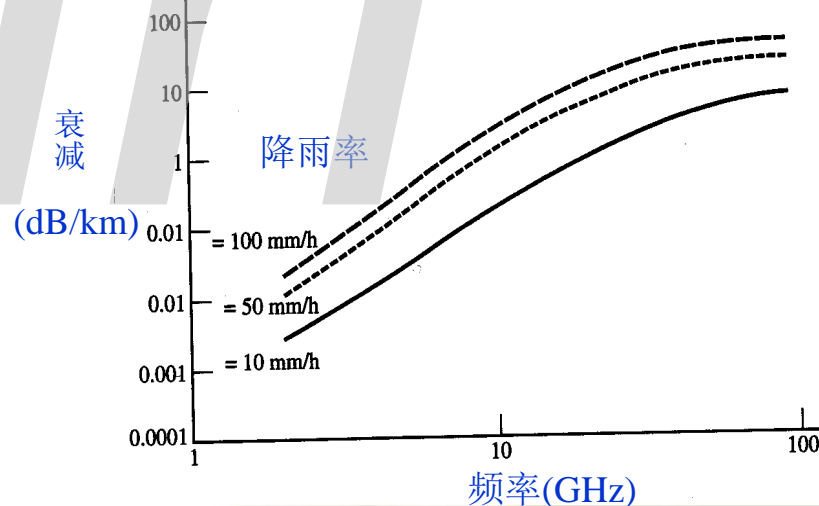
☞ 吸收和散射使电磁波衰减增加

- ❖ 频率越高，衰减越严重
- ❖ 特定频段衰减出现峰值

☞ 降水对衰减有较大影响



(a) 氧气和水蒸气（浓度7.5 g/m³）的衰减

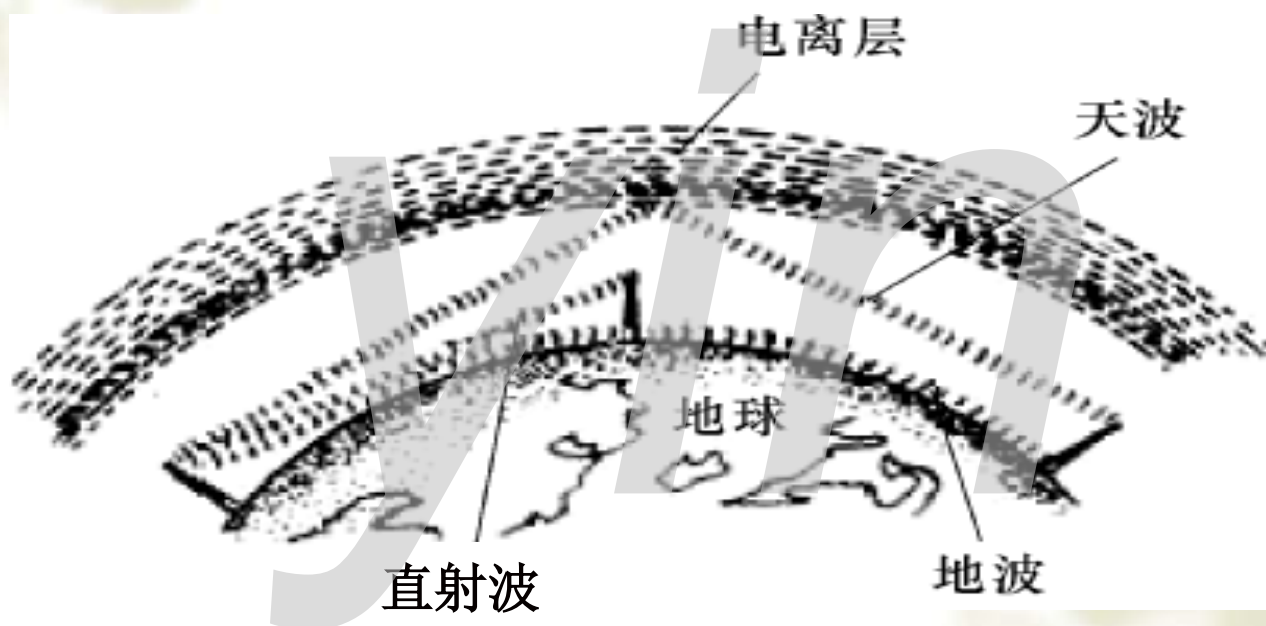


(b) 降雨的衰减

图4-6 大气衰减

电磁波的传播方式

- ❖ 电磁波的传播：直射、反射、绕射、散射
- ❖ 则在地面无线通信有：地波、天波、视线传播、散射传播



地波：沿着地球表面传播的电磁波。

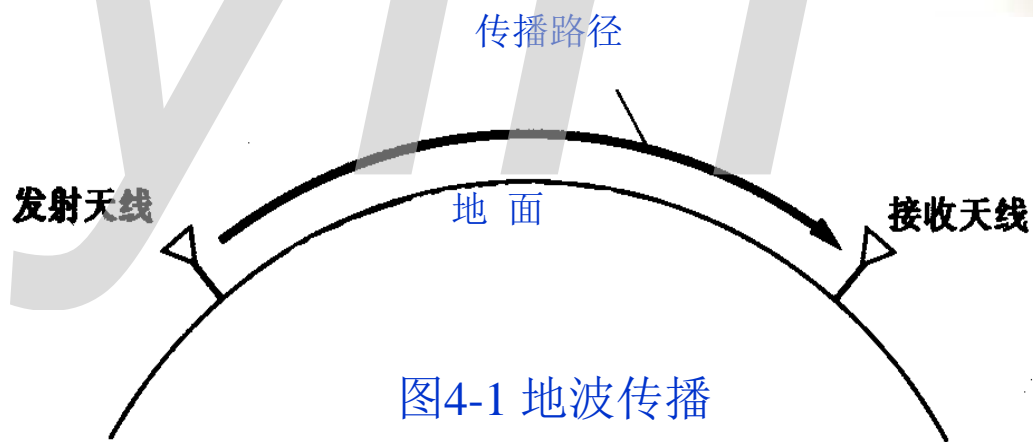
天波：经电离层或大气层反射返回地面的电磁波。

直射波：在视距内直线传播的电磁波。

——长波
——短波
——微波

❖ 地波

- 频率 $< 2\text{ MHz}$
- 有绕射能力
- 距离：数百千米或数千千米



❖ 天波

- ❧ 频率：2~30 MHz
- ❧ 特点：被电离层反射
- ❧ 可多次反射，一次反射距离： < 4000 km
- ❧ 存在寂静区

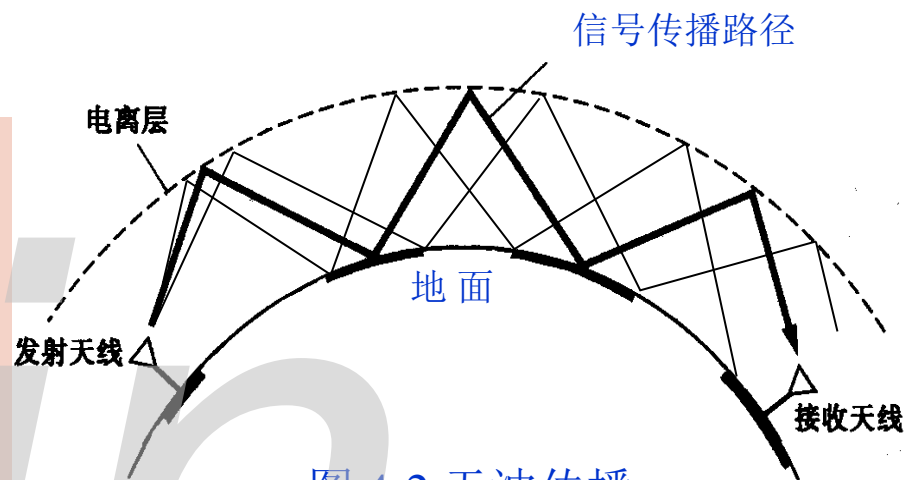


图 4-2 天波传播



❖ 视线传播:

- 频率 > 30 MHz
- 可穿透电离层，而不能被反射。
- 一次传播距离：和天线高度有关

$$h = \frac{D^2}{8r} \approx \frac{D^2}{50} \quad \text{m}$$

- 式中，D - 收发天线间距离(km)。

[例] 若要求D = 50 km，则

$$h = \frac{D^2}{8r} \approx \frac{D^2}{50} = \frac{50^2}{50} = 50 \quad \text{m}$$

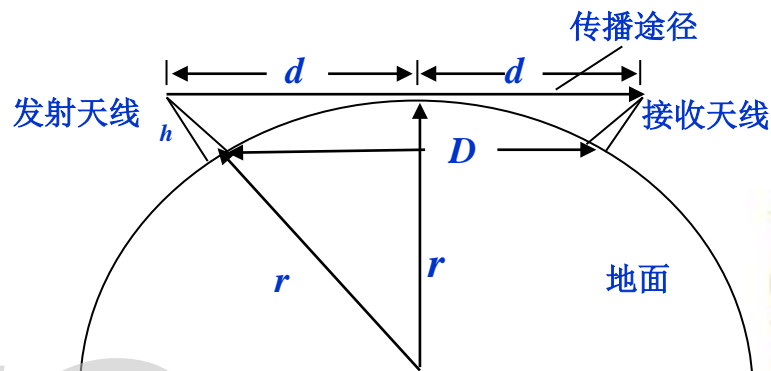


图 4-3 视线传播

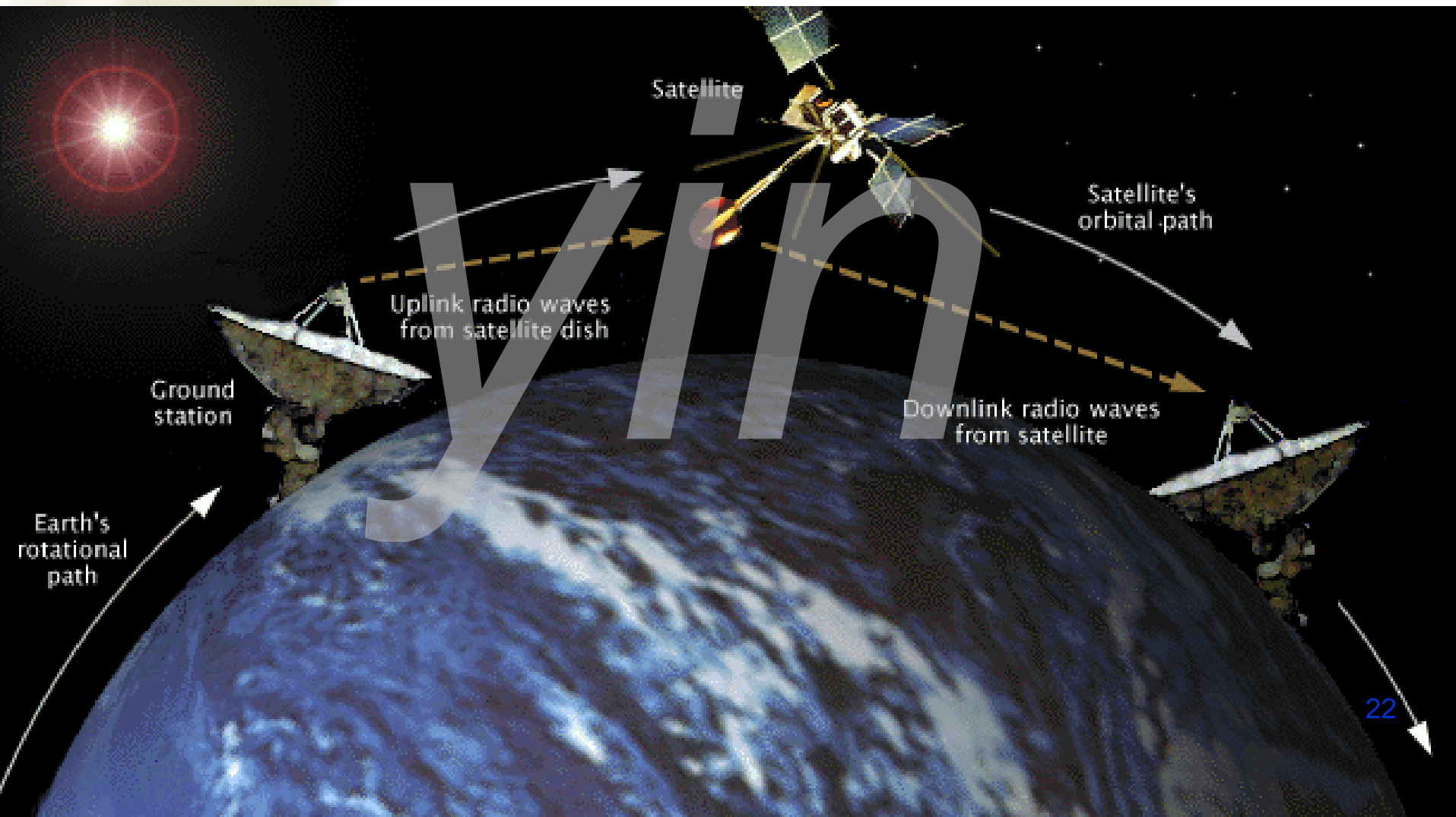
❖ 增大视线传播距离的其他途径

- (微波) 中继通信
- 卫星通信
- 平流层通信



图4-4 无线电（微波）中继

卫星中继通信



❖ 散射传播

☞ 电离层散射

机理 — 由电离层不均匀性引起

频率 — 30~60 MHz

距离 — 1000 km以上

☞ 对流层散射

机理 — 由对流层不均匀性（湍流）引起

频率 — 100~4000 MHz

最大距离 < 600 km

☞ 流星余迹散射

流星余迹：高度80~120km，长度15~40km，时间：小于1秒至几分钟

频率 — 30~100 MHz

距离 — 1000 km以上

特点 — 低速存储、高速突发、断续传输

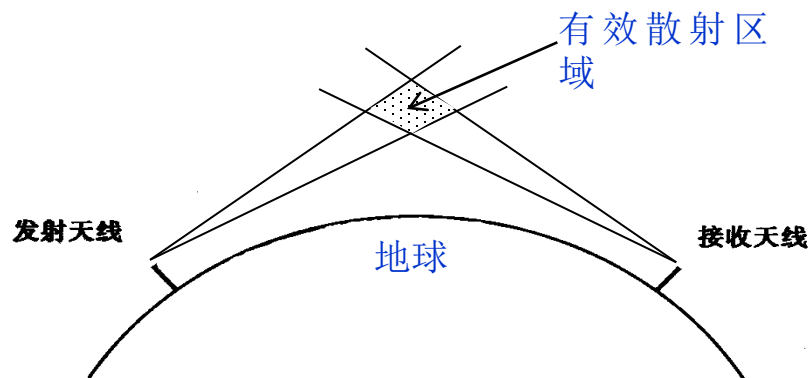


图4-7 对流层散射通信

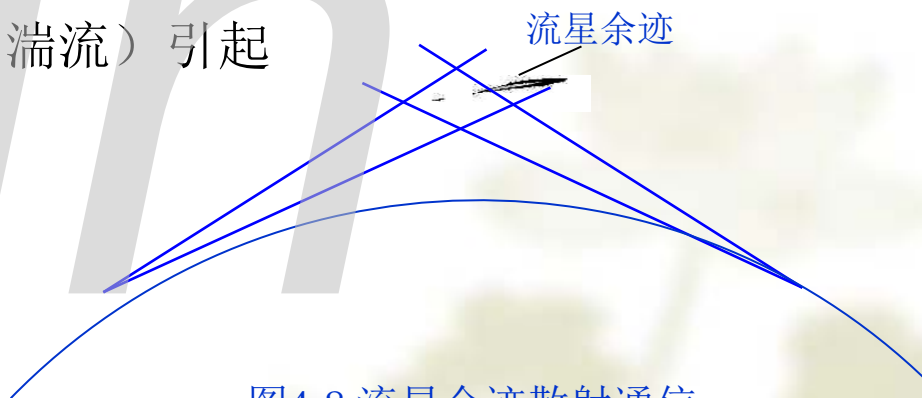


图4-8 流星余迹散射通信



军用微波对流层散射通信车

❖ 无线信道电磁波的频段

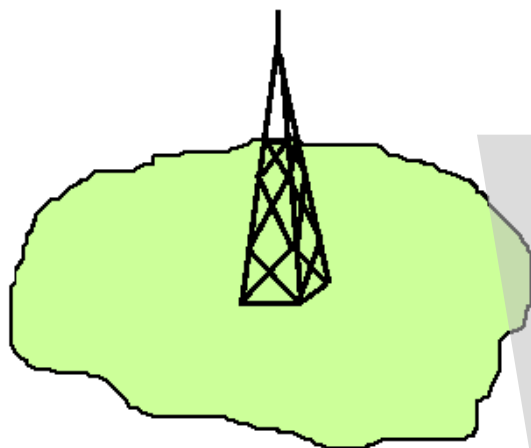
- 无线信道特性与其频段、传播特性、波束宽窄等有关，可以是恒参信道或变参信道。
- 受天线尺寸限制，频率不可过低
- 有线与无线信道的频率范围

频段Hz	30k~300k	300k~3M	3M~30M	30M~300G	300G~300T
波段	长波	中波	短波	微波	红外
电磁波方式	地波	地波	天波	直射波	光波
	注：与本书频段略有差异				

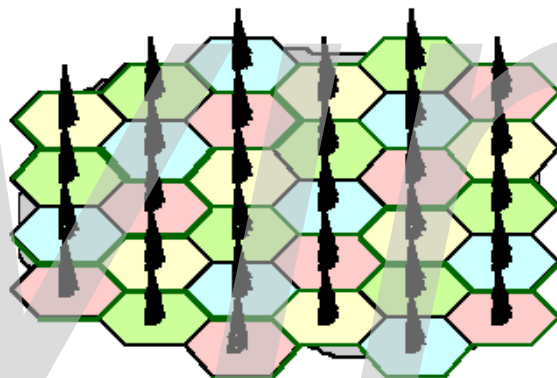
无线通信信道——变参与恒参

❖ 蜂窝移动通信——变参信道

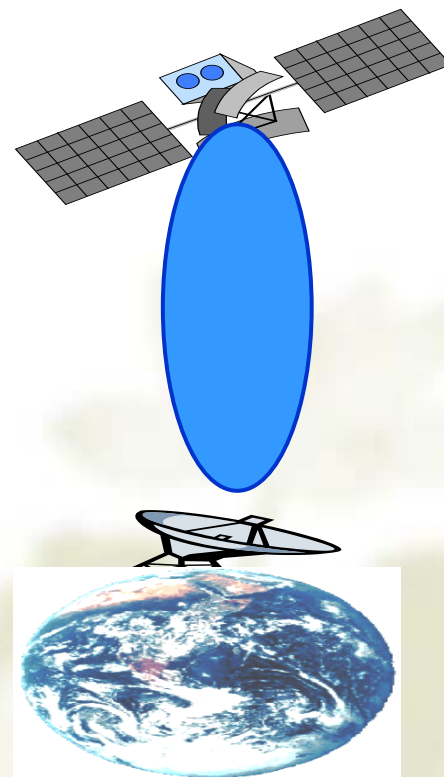
Cellular networks



- high-power transmitter
- large coverage area



- low-power transmitters
- small coverage areas (cells)
- frequency reuse
- handoff and central control
- cell splitting to increase call capacity



❖ 卫星通信——恒参信道

❖ 在通信距离、工作频率相同条件下的比较

✎ 卫星信道衰减: $L_s = 116.4dB$

✎ 移动信道衰减: $\overline{L_p} = 167.0(dB)$

✎ 结论: 恒参与变参信道的性能差异表现为相差50分贝, 十万倍!

❖ 多径衰落——蜂窝移动通信的信道特征

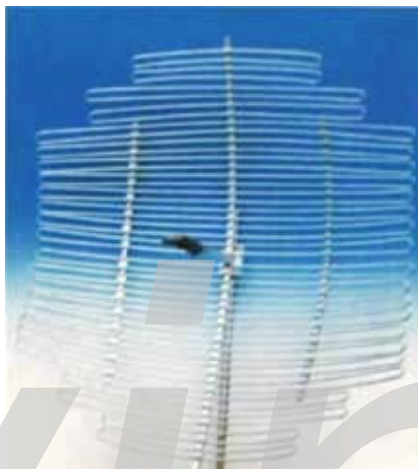
- ✎ 天线较低, 山丘、房屋阻挡, 电波一般不能直达
- ✎ 多径传输, 接收信号是多条路径信号叠加, 形成多径衰落



各种天线



移动定向天线



MMDs—C型微波天线



全向天线



微波中继天线



八木天线



抛物面天线



长波天线

第4章 信道

- ❖ 1. 信道的概念
- ❖ 2. 信道的数学模型
- ❖ 3. 信道的传输特性
- ❖ 4. 信道的噪声
- ❖ 5. 信道容量与香农极限

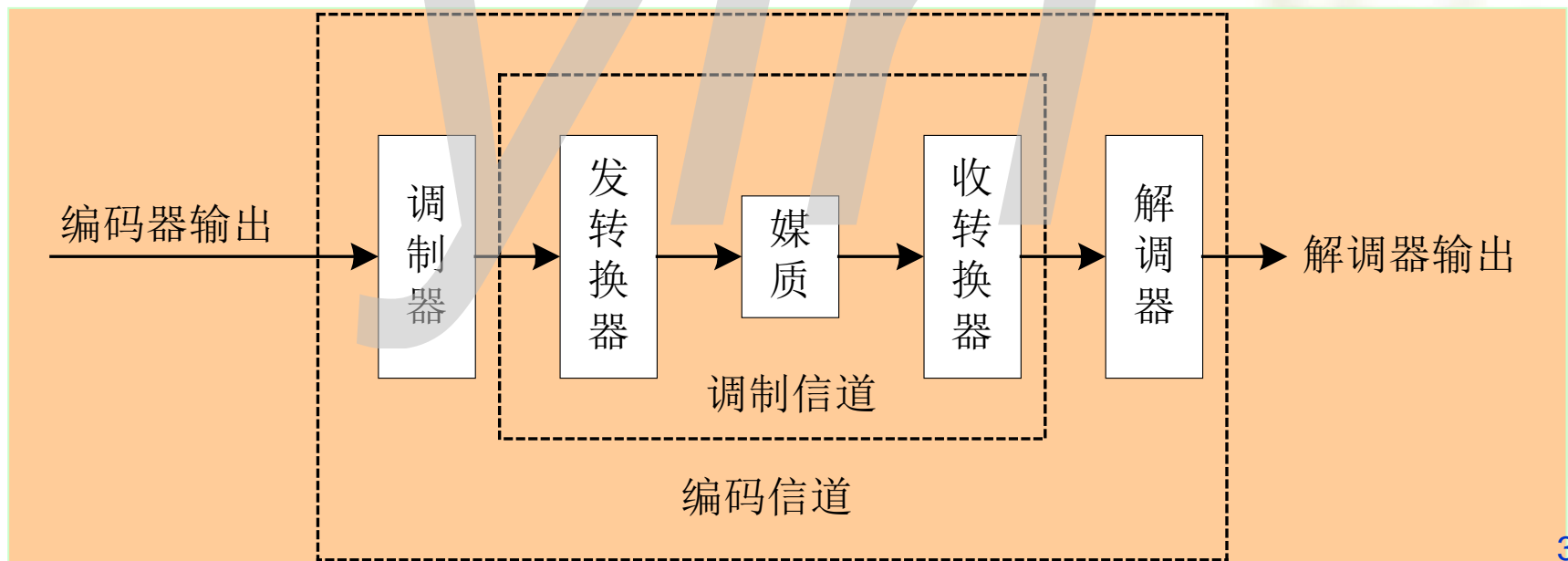


信道的数学模型

❖ 从信息论的角度看，任意通信的源和目的之间的部分都可称为信道。

🔗 **调制信道：** 通信原理中研究各种调制制度的性能

🔗 **编码信道：** 信道编码中研究不同纠错编码的性能



❖ 编码信道模型

❧ 二进制编码信道简单模型 — 无记忆信道模型

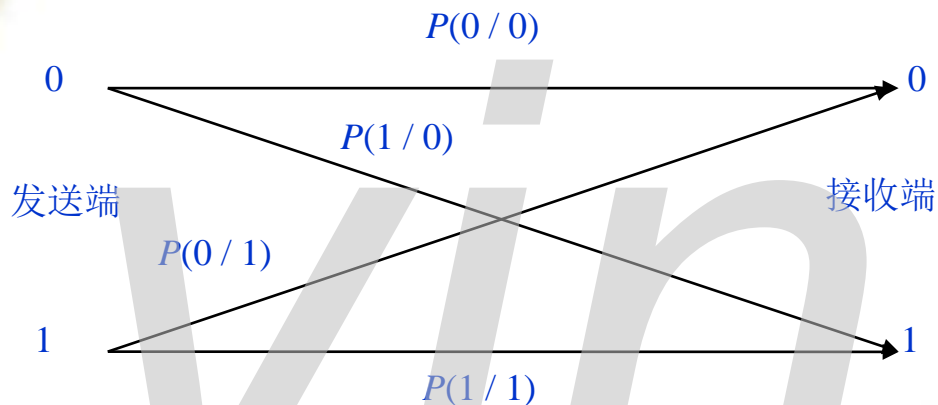
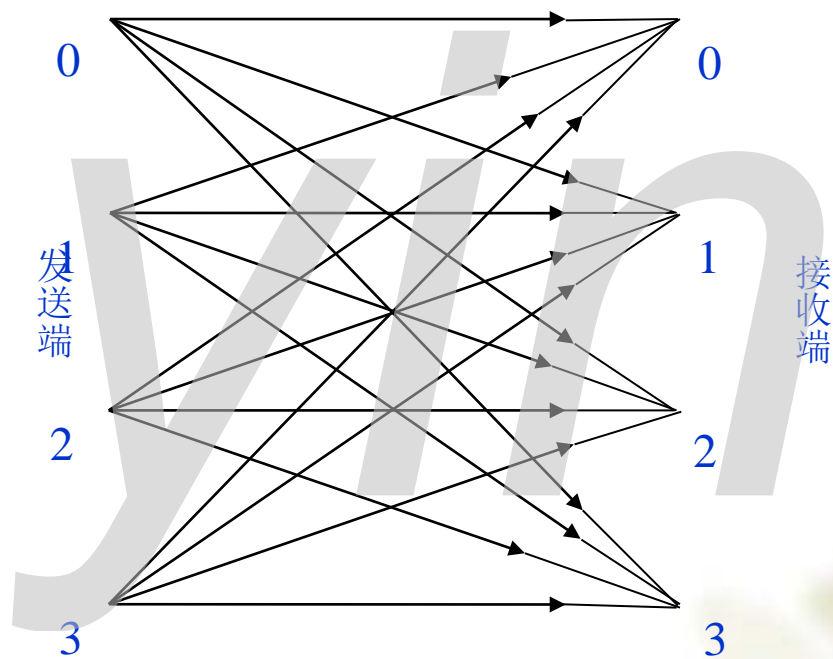


图4-13 二进制编码信道模型

- ❧ $P(0/0)$ 和 $P(1/1)$ — 正确转移概率
- ❧ $P(1/0)$ 和 $P(0/1)$ — 错误转移概率
- ❧ $P(0/0) = 1 - P(1/0)$
- ❧ $P(1/1) = 1 - P(0/1)$

四进制编码信道模型



❖ 调制信道模型

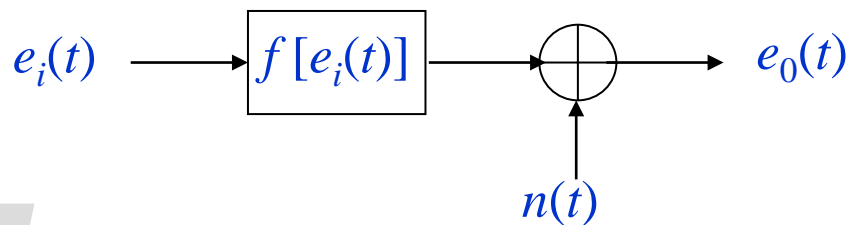


图4-13 调制信道数学模型

式中 $e_i(t)$ — 信道输入端信号电压;
 $e_o(t)$ — 信道输出端的信号电压;
 $n(t)$ — 噪声电压。

通常假设: $f[e_i(t)] = k(t)e_i(t)$

这时上式变为: $e_o(t) = k(t)e_i(t) + n(t)$

— 信道数学模型

$$e_o(t) = k(t)e_i(t) + n(t)$$

❖ $k(t)$ 一般随 t 而变，故一般信道为时变信道。

❖ 随参信道与恒参信道

✎ 因 $k(t)$ 作随机变化，故一般信道为随参信道。

✎ 若 $k(t)$ 变化很慢或很小，可视为常数，则信道为恒参信道。

❖ 加性干扰与乘性干扰

✎ 加性干扰：噪声 $n(t)$ ，通常服从高斯分布

✎ 乘性干扰： $k(t)$ ，由多径衰落等造成，随机变化

❖ 特点：当没有信号时，没有乘性干扰。

第4章 信道

- ❖ 1. 信道的概念
- ❖ 2. 信道的数学模型
- ❖ 3. 信道的传输特性
 - ❖ 恒参信道传输特性
 - ❖ 随参信道多径传输特性
- ❖ 4. 信道的噪声
- ❖ 5. 信道容量与香农极限



(1) 恒参信道的传输特性

❖ 恒参信道:

- 各种有线信道、卫星信道、微波中继
- 恒参信道本质上是非时变线性网络，可用信号通过线性系统的分析方法。

❖ 恒参信道的传递函数不随时间而变，变参信道的传递函数是时间的函数。

- 频域：传递函数

$$H(\omega) = |H(\omega)| e^{i\phi(\omega)}$$

$$h(f;t)$$

- 时域：冲激响应函数

$$h(t)$$

$$C(\tau;t)$$

恒参：确知函数

随参：随机过程

恒参信道描述

信道频率特性： $H(\omega) = |H(\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$

群延迟频率特性： $\tau(\omega) = \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$

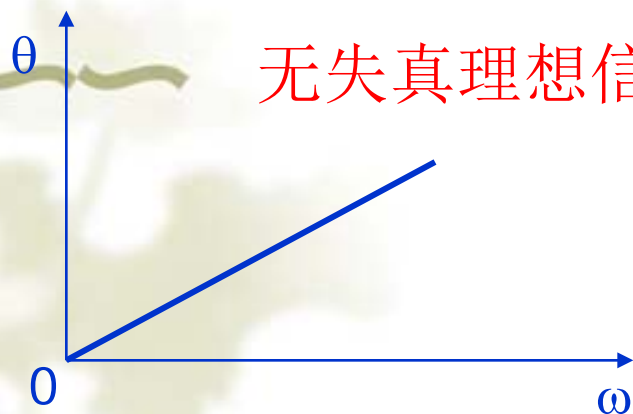
信号 $s(t)$ ： $S(\omega) = |S(\omega)|e^{j\varphi_s(\omega)}$

信道传输后的输出信号：

$$S_y(\omega) = H(\omega)S(\omega) = |H(\omega)||S(\omega)|e^{j[\varphi(\omega)+\varphi_s(\omega)]}$$

理想无失真输出信号： $s_y(t) = A \cdot s(t - t_d)$

$$S_y(\omega) = AS(\omega)e^{-j\omega t_d}$$

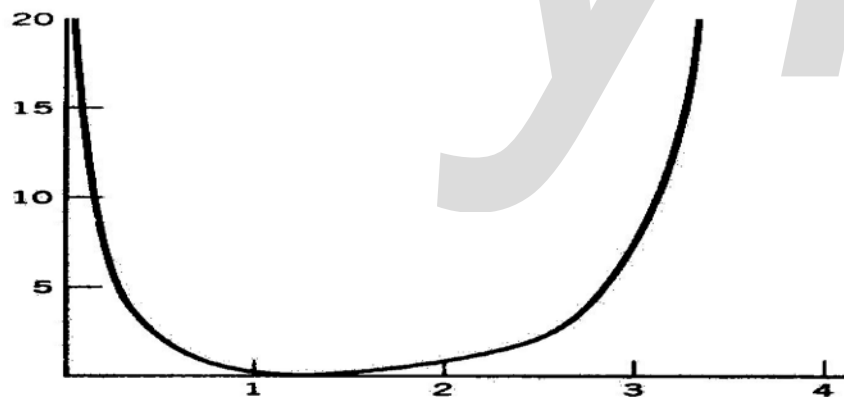


无失真理想信道： $H(\omega) = Ae^{-j\omega t_d}$

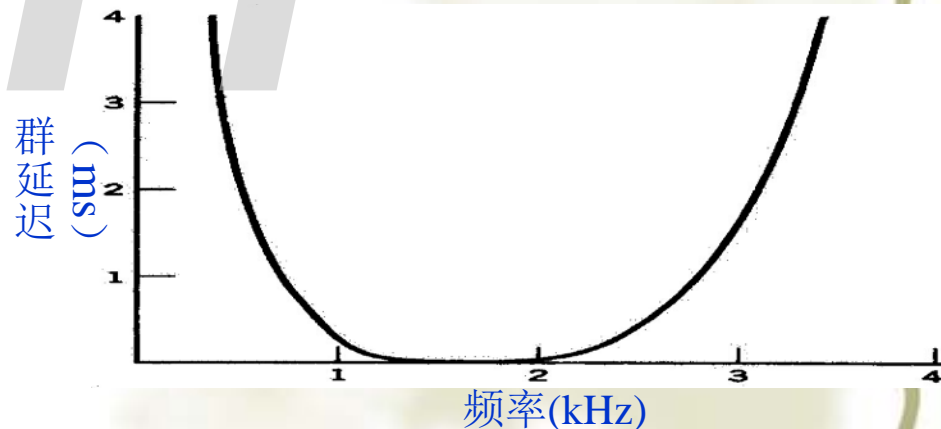
即： $|H(\omega)| = A, \quad \tau(\omega) = -t_d$

理想相位~频率特性

- ❖ **频率失真**： $|H(\omega)|$ 在传输信号的频谱范围内不均匀，信号传输后其幅度出现失真。
- ❖ **相位失真**： $\varphi(\omega)$ 不是频率的线性函数，或信道的群延迟不是常数带来的失真。



(a) 插入损耗~频率特性



(b) 群延迟~频率特性

典型电话信道特性

恒参信道的各种失真

❖ 主要失真：频率失真和相位失真

- 对模拟语音系统，主要关心频率失真—引起幅度误差
- 对模拟视频系统，主要关心相位失真—时延误差造成图像边缘模糊
- 对数字系统，频率失真和相位失真都引起码间串扰
- 解决办法：用线性网络补偿

❖ 其他失真：

- 非线性失真：输入电压~输出电压关系是非线性的。
- 频率偏移、相位抖动…
- 这些失真由器件水平、频率误差等引起，一旦出现很难消除。

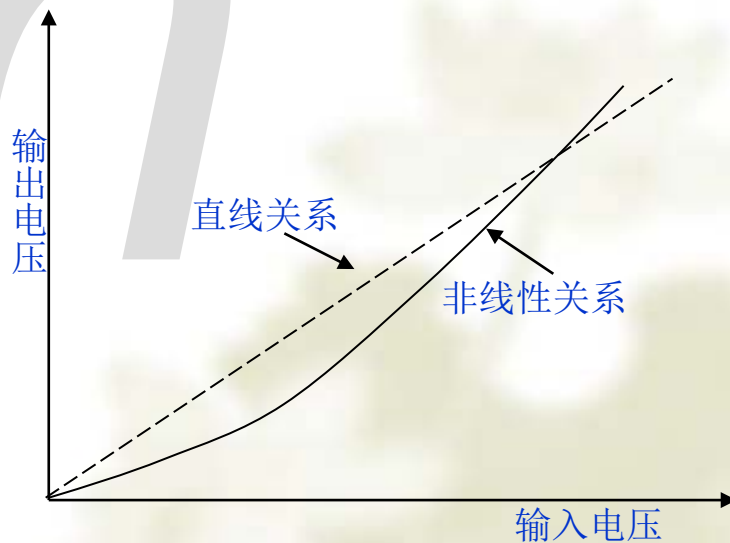


图4-16 非线性特性

(2) 变参信道的传输特性

❖ 许多无线信道是变参信道：

- 🔗 移动通信信道
- 🔗 对流层散射信道
- 🔗 水声信道

$$H(\omega) = |H(\omega)| e^{i\phi(\omega)}$$

$$h(f; t)$$

❖ 变参信道又称时变信道，信道参数随时间而变。

$$h(t)$$



恒参：确知函数

❖ 变参信道的共同特性：

- 🔗 衰减随时间变化
- 🔗 时延随时间变化

$$C(\tau; t)$$



随参：随机过程

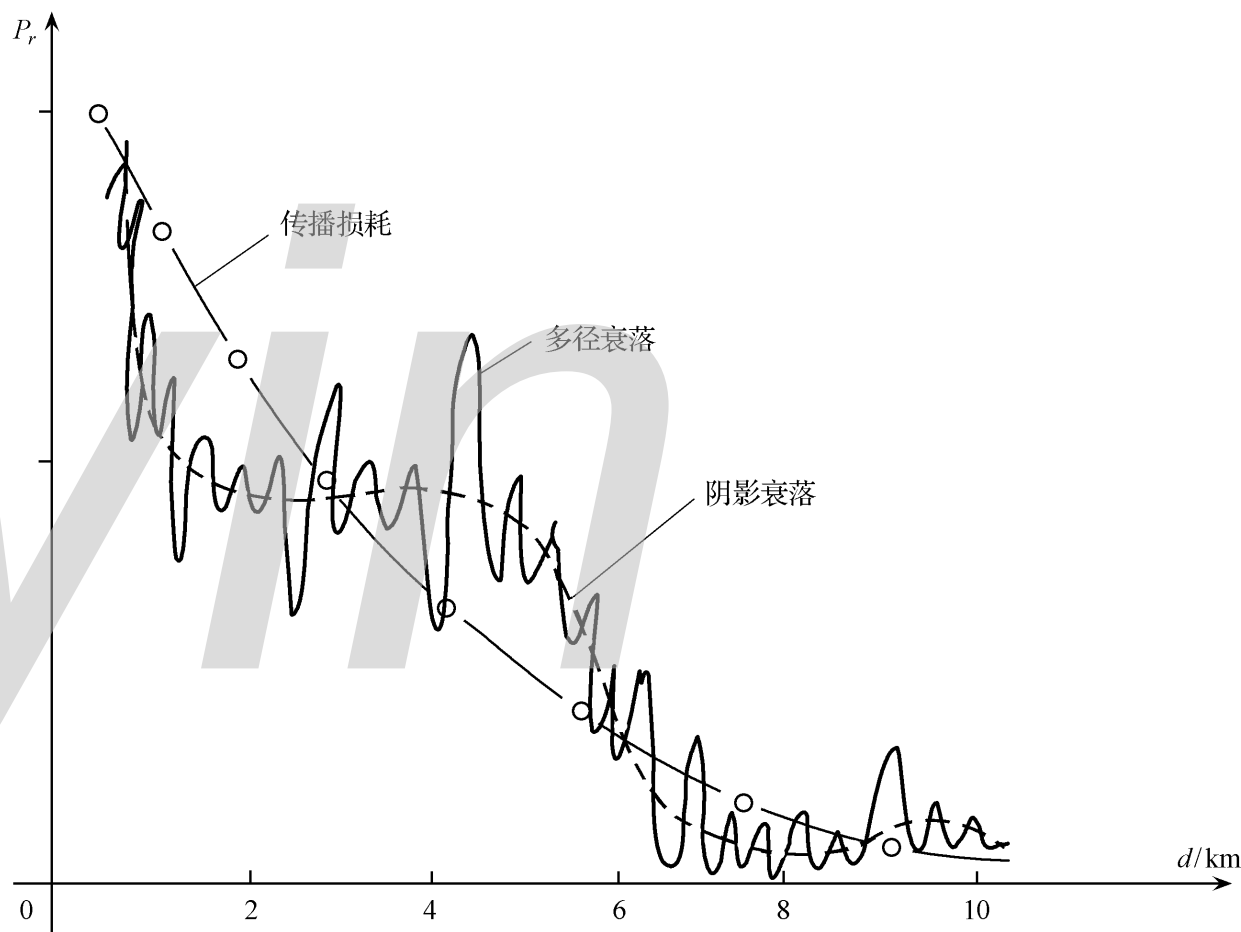
- 🔗 **多径效应**：信号经过几条路径到达接收端，而且每条路径的时延和衰减都随时间而变，从而造成总的衰减和时延随时间随机变化。

- 🔗 **多径效应是引起信道参数时变的主要原因**

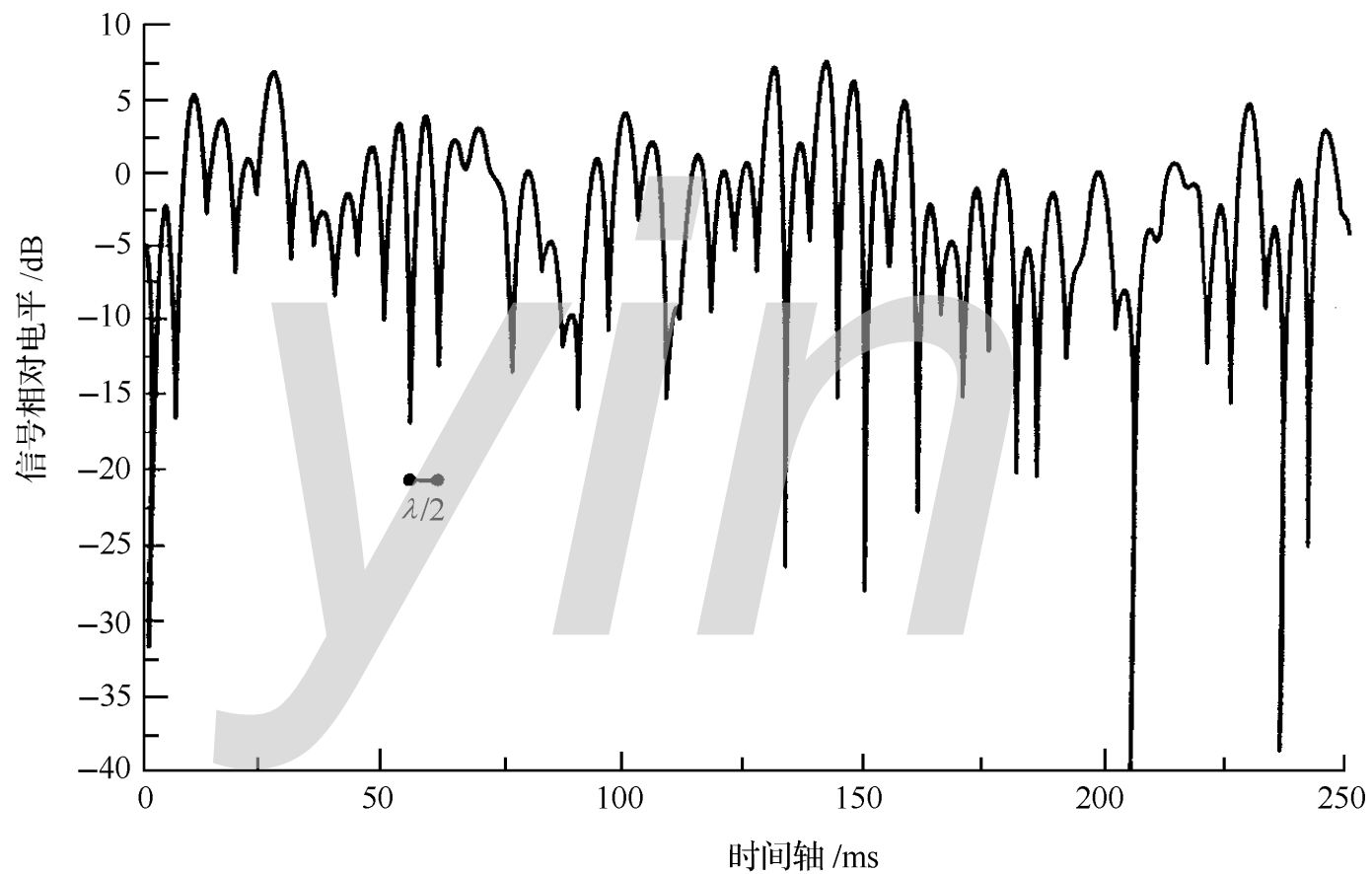
移动通信的信道

❖ 引起信号衰落的三类原因：

- 自由空间传播损耗
- 阴影衰落 —— 如 房屋、山丘阻挡
- 多径衰落 (快衰落)



移动通信信号衰落特性示意图



典型的多径衰落信道接收信号的包络随机波形

多径效应分析

设 发射信号为 $A \cos \omega_0 t$

接收信号为

$$R(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(t) \cos \omega_0 [t - \tau_i(t)] = \sum_{i=1}^n \mu_i(t) \cos [\omega_0 t + \varphi_i(t)] \quad (4.4-1)$$

式中

$\mu_i(t)$ — 由第 i 条路径到达的接收信号振幅;

$\tau_i(t)$ — 由第 i 条路径达到的信号的时延;

$$\varphi_i(t) = -\omega_0 \tau_i(t)$$

上式中的 $\mu_i(t)$, $\tau_i(t)$, $\varphi_i(t)$

都是随机变化的。

应用三角公式可以将式(4.4-1)

$$R(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(t) \cos \omega_0 [t - \tau_i(t)] = \sum_{i=1}^n \mu_i(t) \cos [\omega_0 t + \varphi_i(t)]$$

改写成:

$$R(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(t) \cos \varphi_i(t) \cos \omega_0 t - \sum_{i=1}^n \mu_i(t) \sin \varphi_i(t) \sin \omega_0 t \quad (4.4-2)$$

$$R(t) = X_c(t) \cos \omega_0 t - X_s(t) \sin \omega_0 t$$

随机变化振幅

$$= V(t) \cos [\omega_0 t + \varphi(t)]$$

随机变化振幅

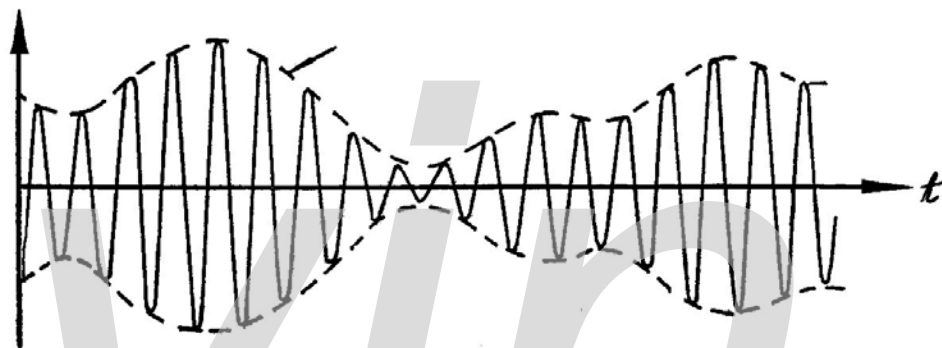
上式中的 $R(t)$ 可以看成是由互相正交的两个分量组成的。这两个分量的振幅分别是随机变化的。

式中

$$V(t) = \sqrt{X_c^2(t) + X_s^2(t)} \quad \text{— 接收信号的包络}$$

$$\varphi(t) = \tan^{-1} \frac{X_s(t)}{X_c(t)} \quad \text{— 接收信号的相位}$$

所以，接收信号可以看作是一个包络和相位随机变化的窄带信号：



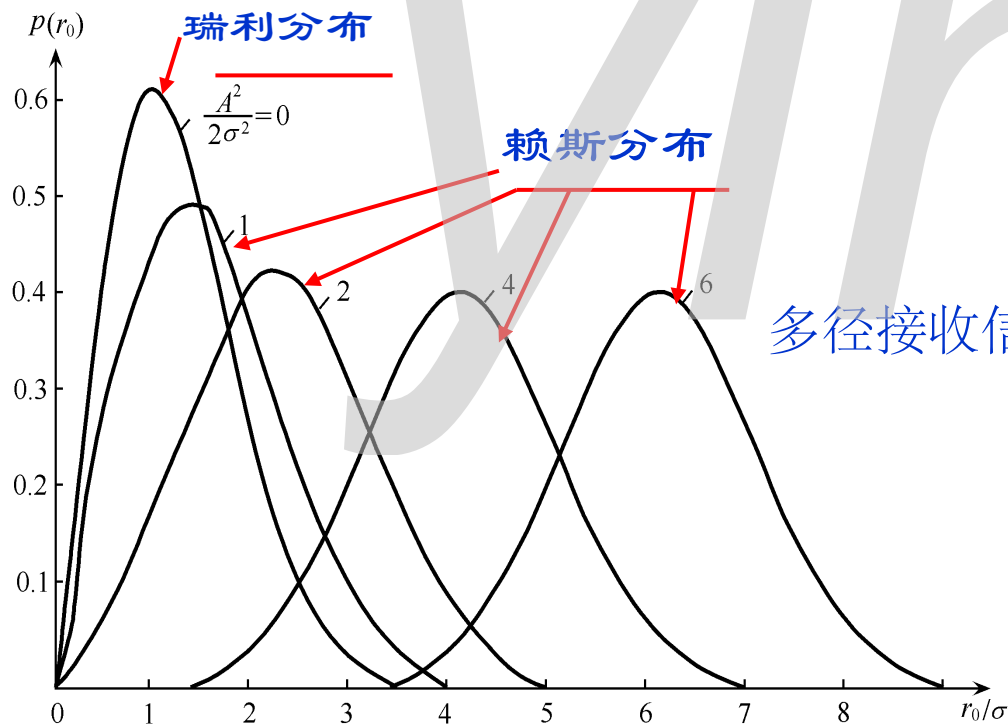
结论：当发射信号为单频恒幅正弦波时，接收信号因多径效应变成包络起伏的窄带信号。——**幅度变化，频域展宽**

这种多径效应引起的包络起伏称为**快衰落**：衰落周期和码元周期可以相比。

另外一种衰落——**慢衰落**：由传播条件变化（季节、天气）引起的，衰落周期较长。

❖ 课外知识——接收信号包络的概率密度函数

- ❧ 无直达波时，接收信号的包络服从瑞利 (Rayleigh) 分布.
- ❧ 有直达波时，接收信号的包络服从赖斯 (Rice) 分布
- ❧ 直达波信号远远强于其它路径的信号时，接收信号的包络接近于高斯分布



多径接收信号包络的概率密度函数

多径效应的简化分析——两条路径

❖ 设：发射信号为 $f(t)$

仅有两条路径，路径衰减相同，时延不同

两条路径的接收信号为： $A f(t - \tau_0)$ 和 $A f(t - \tau_0 - \tau)$

其中： A — 传播衰减，

τ_0 — 第一条路径的时延，

τ — 两条路径的时延差。

求：此多径信道的传输函数

设 $f(t)$ 的傅里叶变换（即其频谱）为 $F(\omega)$ ：

$$f(t) \Leftrightarrow F(\omega)$$

$$f(t) \Leftrightarrow F(\omega) \quad (4.4-8)$$

则有

$$Af(t - \tau_0) \Leftrightarrow AF(\omega)e^{-j\omega\tau_0}$$

$$Af(t - \tau_0 - \tau) \Leftrightarrow AF(\omega)e^{-j\omega(\tau_0 + \tau)}$$

$$Af(t - \tau_0) + Af(t - \tau_0 - \tau) \Leftrightarrow AF(\omega)e^{-j\omega\tau_0}(1 + e^{-j\omega\tau})$$

上式两端分别是接收信号的时间函数和频谱函数，故得出此多径信道的传输函数为

$$H(\omega) = \frac{AF(\omega)e^{-j\omega\tau_0}(1 + e^{-j\omega\tau})}{F(\omega)} = Ae^{-j\omega\tau_0}(1 + e^{-j\omega\tau})$$

上式右端中， A — 常数衰减因子，

$e^{-j\omega\tau_0}$ — 确定的传输时延，

$(1 + e^{-j\omega\tau})$ — 和信号频率 ω 有关的复因子，其模为

$$|1 + e^{-j\omega\tau}| = |1 + \cos \omega\tau - j \sin \omega\tau| = \left| \sqrt{(1 + \cos \omega\tau)^2 + \sin^2 \omega\tau} \right| = 2 \left| \cos \frac{\omega\tau}{2} \right|$$

$$|1 + e^{-j\omega\tau}| = |1 + \cos \omega\tau - j \sin \omega\tau| = \sqrt{(1 + \cos \omega\tau)^2 + \sin^2 \omega\tau} = 2 \left| \cos \frac{\omega\tau}{2} \right|$$

按照上式画出的模与角频率 ω 关系曲线：

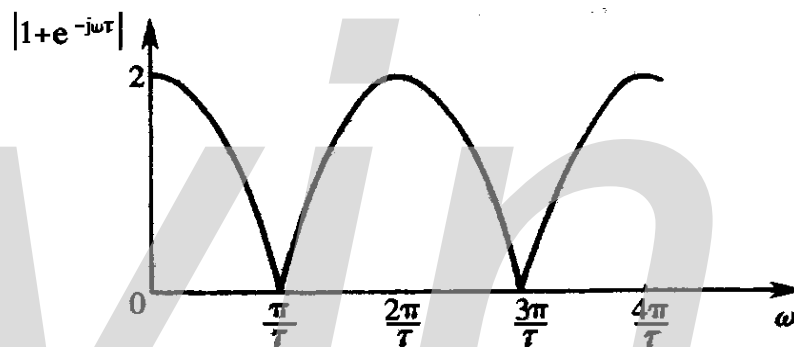


图4-18 多径效应

曲线的最大和最小值位置决定于两条路径的相对时延差 τ 。而 τ 是随时间变化的，所以对于给定频率的信号，信号的强度随时间而变，这种现象称为衰落现象。由于这种衰落和频率有关，故常称其为频率选择性衰落。

定义：相关带宽 $= 1/\tau$

实际情况：有多条路径。

设 τ_m — 多径中最大的相对时延差

定义：相关带宽 $= 1/\tau_m$

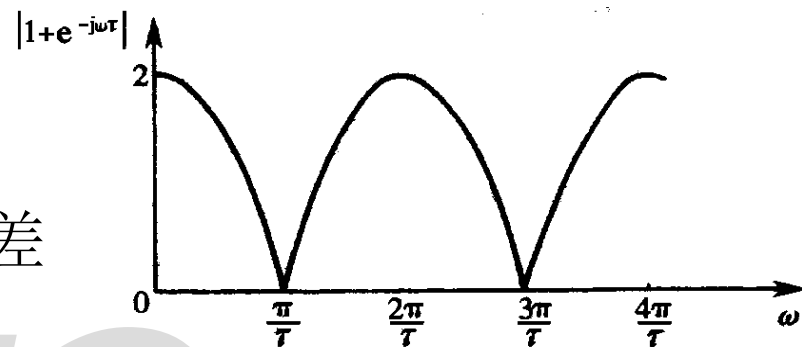


图4-18 多径效应

多径效应的影响：

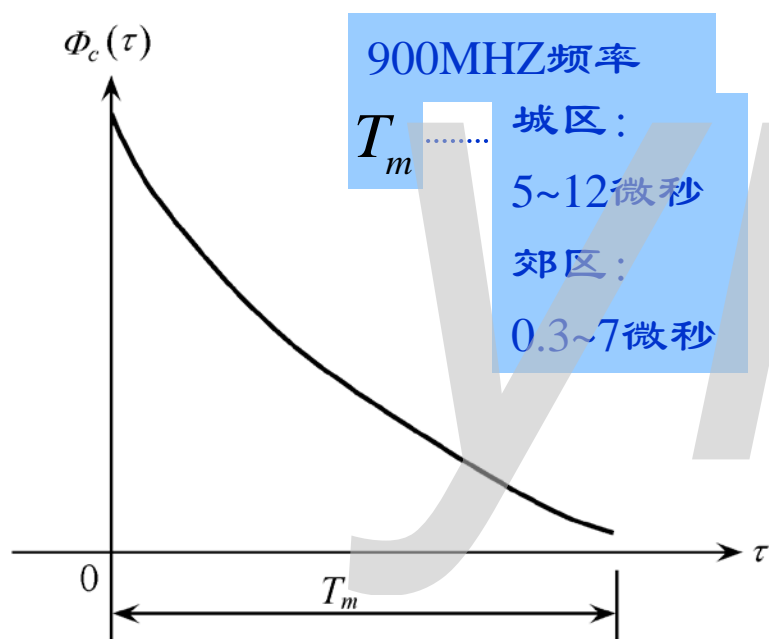
多径效应会使数字信号的码间串扰增大。为了减小码间串扰的影响，通常要降低码元传输速率。因为，若码元速率降低，则信号带宽也将随之减小，多径效应的影响也随之减轻。

为克服多径效应，通常要求信号的带宽要小于相关带宽。

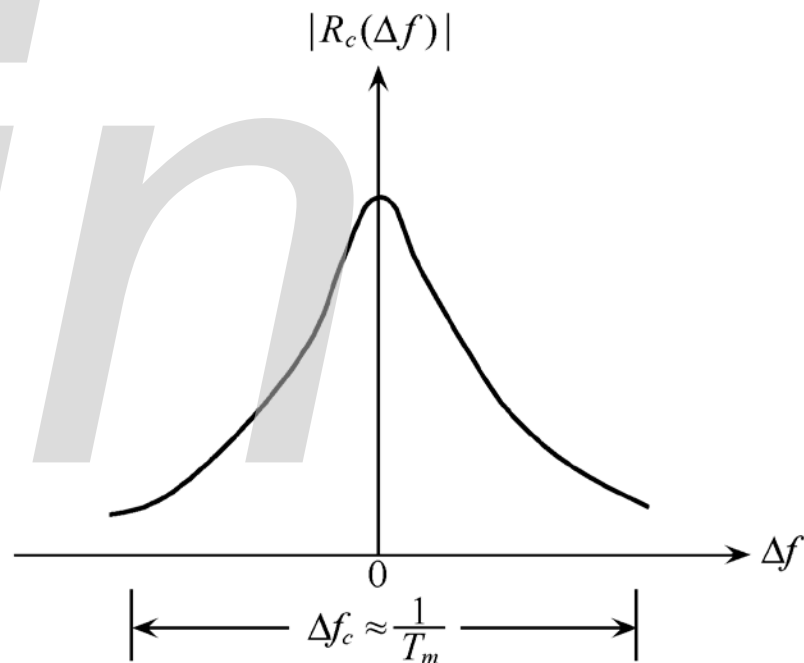
频率选择性衰落——课外知识

多径强度分布,最大时延扩展 T_m

频域相关—>相关带宽 Δf_c

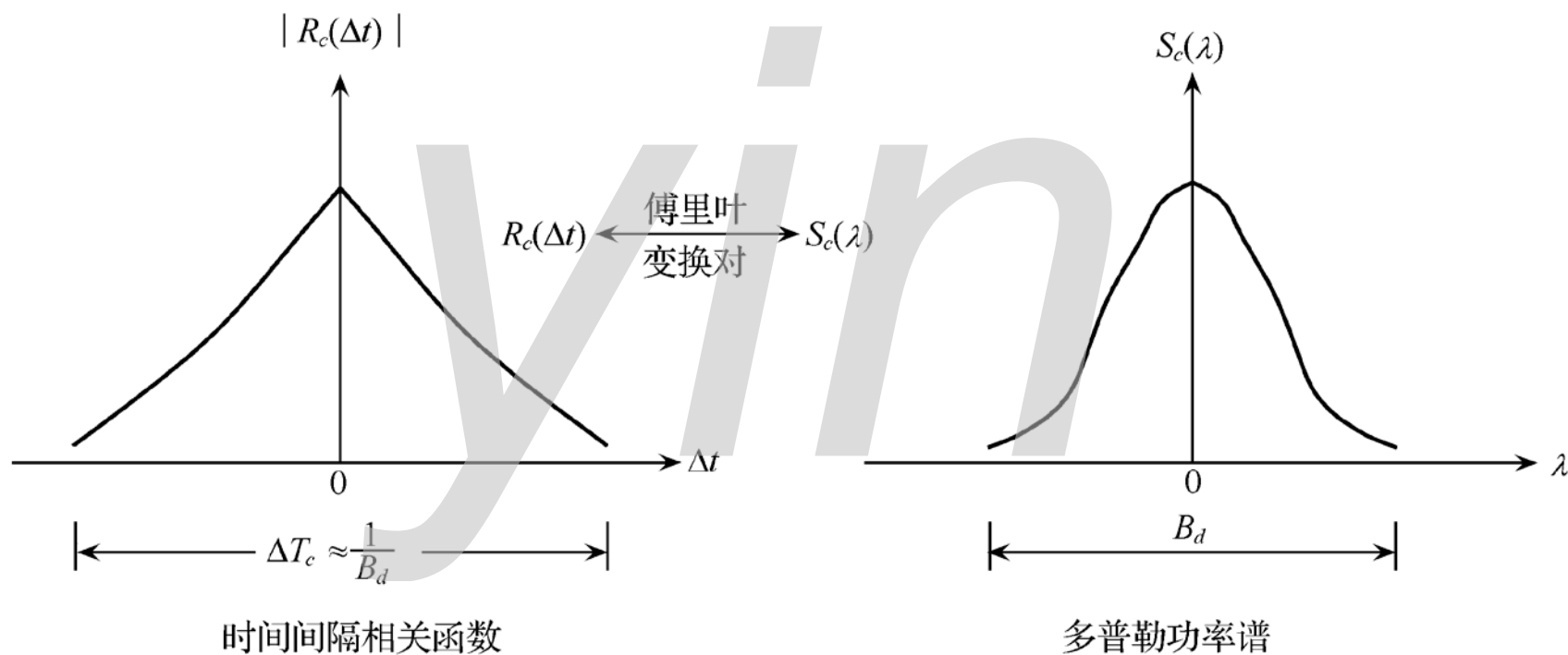


(a) 多径强度分布



(b) 频率间隔相关函数

时间选择性衰落——课外知识



❖ 课外知识—多径衰落的主要影响:

🌀 频率选择性衰落

- ❖ 判断指标：相关带宽、最大时延扩展
- ❖ 影响：频带受限，为窄带信号

🌀 时间选择性衰落

- ❖ 原因：时变的多普勒频移

$$f_m = v f_0 / c \quad (3.5.31)$$

v —运动速度； f_0 —工作频率； c —光速

- ❖ 判断指标：多普勒频谱扩展、相干时间
- ❖ 影响：移动速度受限

🌀 本质：多径信道在频域和时域保持相关性的能力

❖ 数字接收信号的分类

🌀 确知信号:

- ❖ 接收端能够准确知道其码元波形的信号

🌀 随相信号:

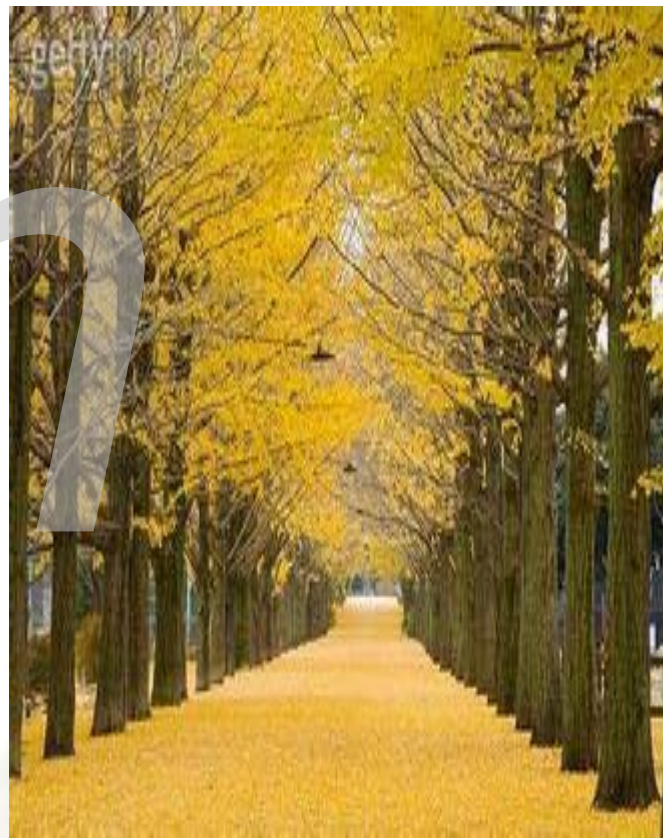
- ❖ 接收码元的相位随机变化

🌀 起伏信号:

- ❖ 接收信号的包络随机起伏、相位也随机变化。通过多径信道传输的信号都具有这种特性

第4章 信道

- ❖ 1. 信道的概念
- ❖ 2. 信道的数学模型
- ❖ 3. 信道的传输特性
- ❖ 4. 信道的噪声
- ❖ 5. 信道容量与香农极限



信道中的噪声

❖ 噪声

- ❧ 信道中存在的不需要的电信号。又称加性干扰。
- ❧ 调制信道模型中，将通信系统各环节的加性干扰等效地描述为集中于信道中的噪声。

❖ 按噪声来源分类

- ❧ 人为噪声 — 例：开关火花、电台辐射
- ❧ 自然噪声 — 例：闪电、大气噪声、宇宙噪声、热噪声

❖ 按噪声性质分类

- ❧ 脉冲噪声：是突发性地产生的，幅度很大，其持续时间比间隔时间短得多。其频谱较宽。电火花就是一种典型的脉冲噪声。
- ❧ 窄带噪声：来自相邻电台或其他电子设备，其频谱或频率位置通常是确知的或可以测知的。可以看作是一种非所需的连续的已调正弦波。
- ❧ 起伏噪声：包括热噪声、电子管内产生的散弹噪声和宇宙噪声等。57

热噪声

- ❖ 对于通信系统，主要是考虑热噪声的影响。
 - 🌀 许多外来干扰可以通过设备的设计来避免
 - 🌀 热噪声存在于一切电子设备内部，来自一切电阻性元器件中电子的热运动。是干扰的主要来源！
- ❖ 频率范围：均匀分布在大约 $0 \sim 10^{12}$ Hz。
- ❖ 热噪声电压有效值：
$$V = \sqrt{4kTRB} \quad (\text{V})$$

式中 $k = 1.38 \times 10^{-23}$ (J/K) — 波兹曼常数；
 T — 热力学温度 (°K)；
 R — 阻值 (Ω)；
 B — 带宽 (Hz)。
- ❖ 性质：高斯白噪声

理想信道—加性高斯白噪声信道

❧ 窄带高斯噪声

- ❖ 带限白噪声：经过接收机带通滤波器过滤的热噪声
- ❖ 窄带高斯噪声：由于滤波器是一种线性电路，高斯过程通过线性电路后，仍为一高斯过程，故此窄带噪声又称窄带高斯噪声。
- ❖ 窄带高斯噪声功率：

$$P_n = \int_{-\infty}^{\infty} P_n(f) df$$

式中 $P_n(f)$ — 经过滤波器后的噪声双边功率谱密度

❖ 噪声等效带宽:

$$B_n = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} P_n(f) df}{2P_n(f_0)} = \frac{\int_0^{\infty} P_n(f) df}{P_n(f_0)}$$

式中 $P_n(f_0)$ — 原噪声功率谱密度曲线的最大值

噪声等效带宽的物理概念:

以此带宽作一矩形滤波特性, 则通过此特性滤波器的噪声功率, 等于通过实际滤波器的噪声功率。

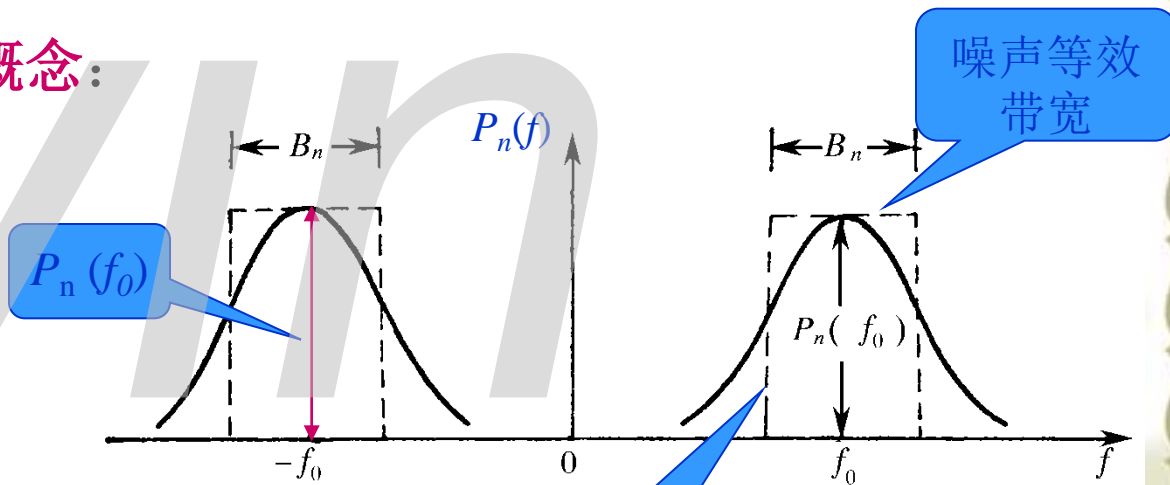


图4-19 噪声功率谱特性

接收滤波器特性

利用噪声等效带宽的概念, 在后面讨论通信系统的性能时, 可以认为窄带噪声的功率谱密度在带宽 B_n 内是恒定的。

第4章 信道

- ❖ 1. 信道的概念
- ❖ 2. 信道的数学模型
- ❖ 3. 信道的传输特性
- ❖ 4. 信道的噪声
- ❖ 5. 信道容量与香农极限



信道容量

❖ 信道容量

☞ 指信道能够传输的最大平均信息率。

☞ 有两个可相互换算的定义。

❖ 定义1: C — 每个符号能够传输的最大平均信息量

❖ 定义2: C_t — 单位时间（秒）内能够传输的最大平均信息量

离散信道的信道容量

❖ 离散信道：采用编码信道模型

❖ 信道容量 C :

$$C = \max_{P(x)} [H(x) - H(x/y)] \text{ (比特/符号)}$$

🌀 当信道中的噪声极大时， $H(x/y) = H(x)$ 。这时 $C = 0$ ，即信道容量为零。

❖ 信道容量 C_t :

$$C_t = \max_{P(x)} \{r[H(x) - H(x/y)]\} \text{ (b/s)}$$

式中 r — 单位时间内信道传输的符号数

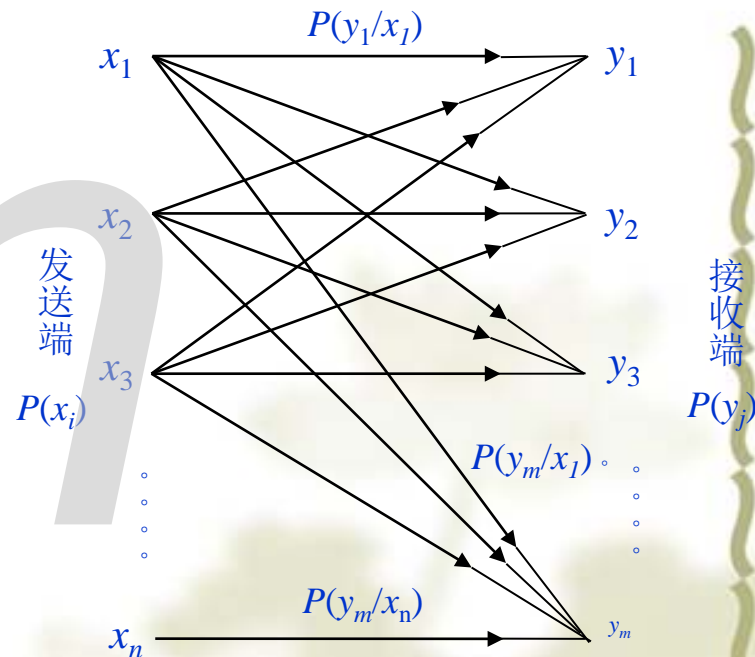


图4-20 信道模型

- ❖ 【例4-1】设信源由两种符号“0”和“1”组成，符号传输速率为1000符号/秒，且这两种符号的出现概率相等，均等于1/2。信道为对称信道，其传输的符号错误概率为1/128。试画出此信道模型，并求此信道的容量 C 和 C_t 。

【解】此信道模型画出如下：

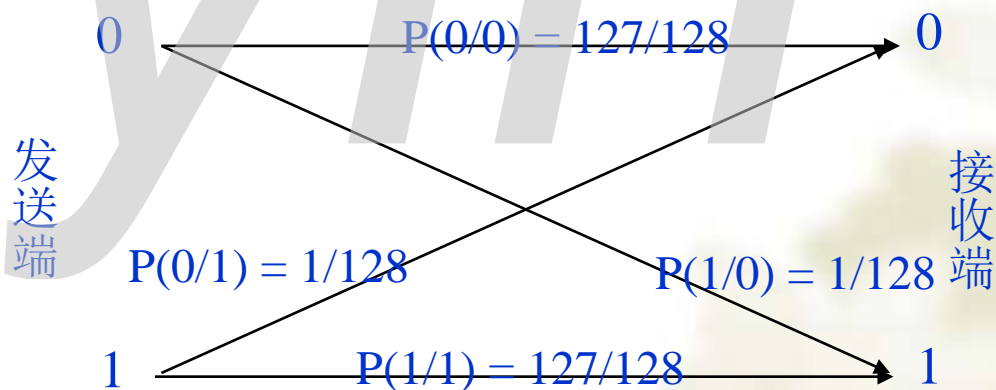


图4-23 对称信道模型

此信源的平均信息量（熵）等于：

$$H(x) = -\sum_{i=1}^n P(x_i) \log_2 P(x_i) = -\left[\frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} \right] = 1 \quad (\text{比特/符号})$$

而条件信息量可以写为

$$\begin{aligned} H(x/y) &= -\sum_{j=1}^m P(y_j) \sum_{i=1}^n P(x_i / y_j) \log_2 P(x_i / y_j) \\ &= -\{P(y_1)[P(x_1 / y_1) \log_2 P(x_1 / y_1) + P(x_2 / y_1) \log_2 P(x_2 / y_1)] \\ &\quad + P(y_2)[P(x_1 / y_2) \log_2 P(x_1 / y_2) + P(x_2 / y_2) \log_2 P(x_2 / y_2)]\} \end{aligned}$$

现在 $P(x_1 / y_1) = P(x_2 / y_2) = 127/128$,

$$P(x_1 / y_2) = P(x_2 / y_1) = 1/128,$$

并且考虑到 $P(y_1) + P(y_2) = 1$ ，所以上式可以改写为

$$\begin{aligned}
 H(x/y) &= -[P(x_1/y_1)\log_2 P(x_1/y_1) + P(x_2/y_1)\log_2 P(x_2/y_1)] \\
 &= -[(127/128)\log_2(127/128) + (1/128)\log_2(1/128)] \\
 &= -[(127/128) \times 0.01 + (1/128) \times (-7)] \approx -[0.01 - 0.055] = 0.045
 \end{aligned}$$

平均信息量 / 符号 = $H(x) - H(x/y)$
 $= 1 - 0.045 = 0.955$ （比特 / 符号）

因传输错误每个符号损失的信息量为

$$H(x/y) = 0.045 \text{ （比特/ 符号）}$$

信道的容量C等于：

$$C = \max_{P(x)} [H(x) - H(x/y)] = 0.955 \quad \text{（比特 / 符号）}$$

信道容量 C_t 等于：

$$C_t = \max_{P(x)} \{r[H(x) - H(x/y)]\} = 1000 \times 0.955 = 955 \quad (b/s)$$

连续信道容量—香农公式

❖ 理想的高斯白噪声连续信道的信道容量—香农公式

$$C_t = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \quad (b/s)$$

式中 S — 信号平均功率 (W) ;

N — 噪声功率 (W) ;

B — 带宽 (Hz) 。

- ☞ 由上式可见，在带宽、信噪比和信道容量三个指标间可互相折衷。
- ☞ 模拟通信中，信噪比 S/N 是一个重要的指标。

设噪声单边功率谱密度为 n_0 ，则 $N = n_0 B$;

故上式可以改写成:

$$C_t = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{n_0 B} \right) \quad (b/s)$$

令: $x = S / n_0 B$, 上式可以改写为:

$$C_t = \frac{S}{n_0} \frac{B n_0}{S} \log_2 \left(1 + \frac{S}{n_0 B} \right) = \frac{S}{n_0} \log_2 (1 + x)^{1/x}$$

利用关系式

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+x)^{1/x} = 1$$

$$\log_2 a = \log_2 e \cdot \ln a$$

上式变为

$$\lim_{B \rightarrow \infty} C_t = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{S}{n_0} \log_2 (1+x)^{1/x} = \frac{S}{n_0} \log_2 e \approx 1.44 \frac{S}{n_0}$$

$$\lim_{B \rightarrow \infty} C_t = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{S}{n_0} \log_2 (1+x)^{1/x} = \frac{S}{n_0} \log_2 e \approx 1.44 \frac{S}{n_0}$$

上式表明，当给定 S/n_0 时，若带宽 B 趋于无穷大，信道容量不会趋于无限大，而只是 S/n_0 的 1.44 倍。这是因为当带宽 B 增大时，噪声功率也随之增大。

C_t 和带宽 B 的关系曲线：

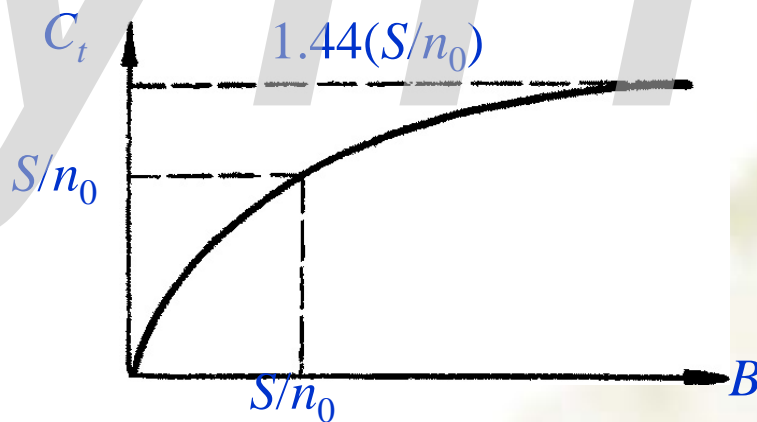


图4-24 信道容量和带宽关系

❖ 【例4-2】已知黑白电视图像信号每帧有30万个像素；每个像素有8个亮度电平；各电平独立地以等概率出现；图像每秒发送25帧。若要求接收图像信噪比达到30dB，试求所需传输带宽。

【解】因为每个像素独立地以等概率取8个亮度电平，故每个像素

的信息量为 $I_p = -\log_2(1/8) = 3$ (b/pix) (4.6-18)

并且每帧图像的信息量为

$$I_F = 300,000 \times 3 = 900,000 \text{ (b/F)} \quad (4.6-19)$$

因为每秒传输25帧图像，所以要求传输速率为

$$R_b = 900,000 \times 25 = 22,500,000 = 22.5 \times 10^6 \text{ (b/s)} \quad (4.6-20)$$

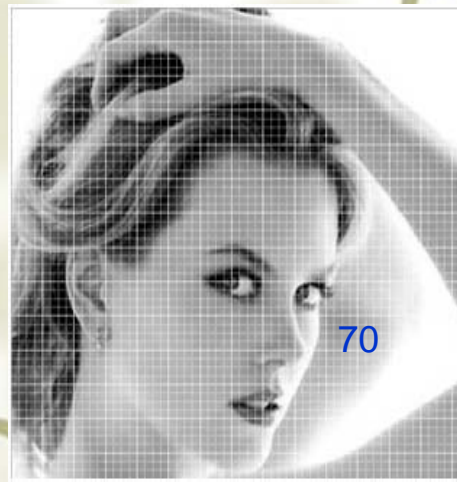
信道的容量 C_t 必须不小于此 R_b 值。将上述数值代入式：

$$C_t = B \log_2(1 + S/N)$$

得到 $22.5 \times 10^6 = B \log_2(1 + 1000) \approx 9.97 B$

最后得出所需带宽

$$B = (22.5 \times 10^6) / 9.97 \approx 2.26 \text{ (MHz)}$$



香农极限—数字通信中

上式还可以改写成如下形式：

$$C_t = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{n_0 B} \right) = B \log_2 \left(1 + \frac{E_b / T_b}{n_0 B} \right) = B \log_2 \left(1 + \frac{E_b}{n_0} \times \frac{R_b}{B} \right)$$

式中 E_b — 每比特能量； E_b / n_0 — 比特信噪比

$T_b = 1 / R_b$ — 每比特持续时间。

比特信噪比的最小极限值，称之为**香农极限**。此时有 $R_b = C_t$

因而有

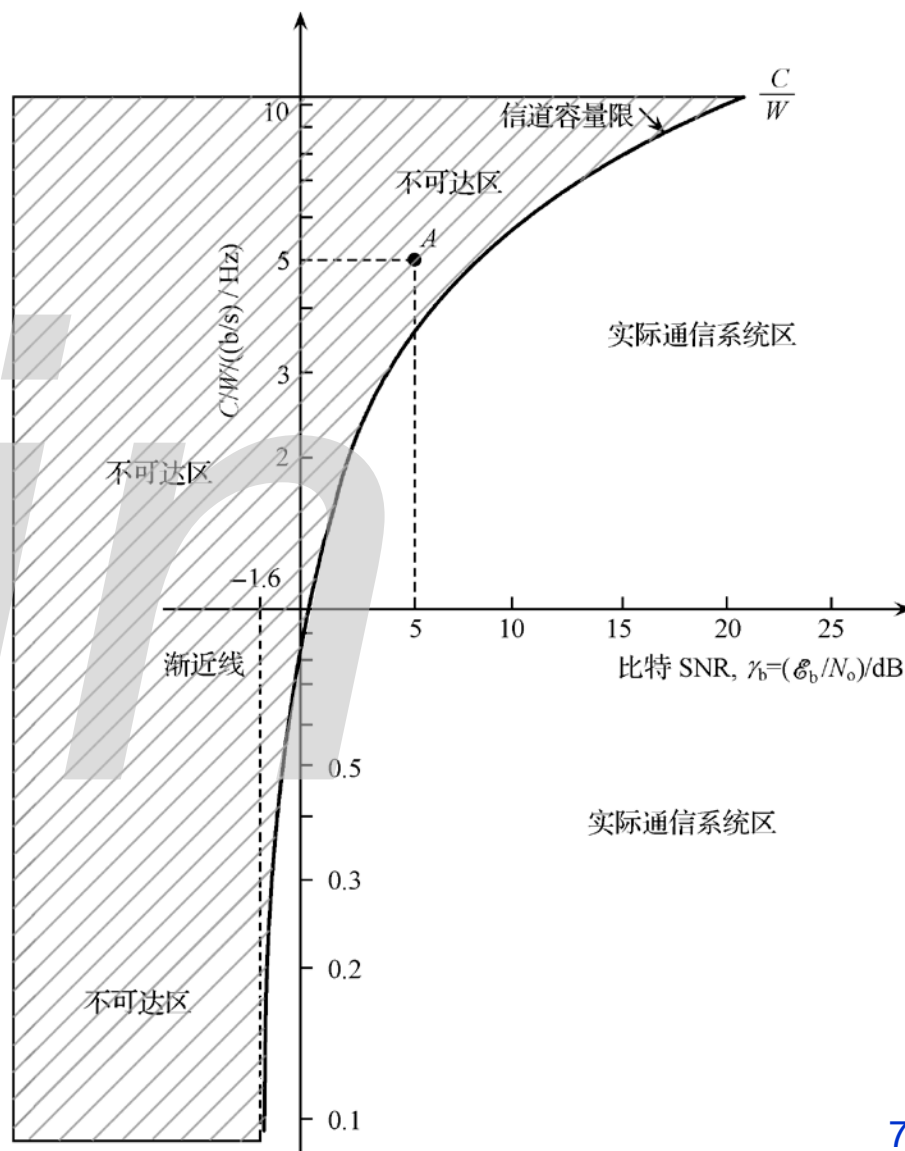
$$C_t / B = \log_2 \left(1 + \frac{C_t}{B} \times \frac{E_b}{n_0} \right)$$

当 $C_t / B \rightarrow 0$ 时得到极限值：

$$\left. \frac{E_b}{n_0} \right|_{\min} = \ln 2 = 0.693 \quad \left. \frac{E_b}{n_0} \right|_{\min} (dB) = -1.6dB$$

❖ 香农极限曲线

- ❧ 实际通信系统的通信速率总是小于信道容量 C ;
- ❧ 比特信噪比低于香农极限时，不可能实现无差错传输。
- ❧ 比特信噪比和频带利用率是数字通信的主要指标。



学而时习之，不亦乐乎？

本章习题：4-1、4-2、4-4、4-5

本章小结：主要知识点概括，问题？