LAPORAN PRAKTIKUM:
Metode Newton-Raphson

Dosen Pembimbing :

Radhiyatammardhiyyah, S.S.T., M.Sc.

Disusuh Oleh:
Rausyanul fikri(2024573010122)

FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN KOMPUTER
PRODI TEKNIK INFORMATIKA
POLITEKNIK NEGERI LHOKSEUMAWE
2025

Kata Pengantar

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan laporan praktikum yang berjudul "Metode Newton Raphson" tepat pada waktunya. Laporan ini disusun sebagai salah satu tugas pada mata kuliah Metode Numerik yang diampu oleh Ibu Radhiyatammardhiyyah, S.S.T., M.Sc. Tujuan dari praktikum ini adalah untuk memahami cara kerja metode numerik dalam menemukan akar suatu fungsi non-linear menggunakan pendekatan iteratif melalui dua metode klasik, yaitu Biseksi dan Regula Falsi. Penulis menyadari laporan ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan agar laporan ini menjadi lebih baik di masa mendatang.

Bukit Rata, Oktober 2025

Penulis

Rausyanul fikri

(NIM : 2024573010122)

DAFTAR ISI

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar belakang

Dalam kehidupan nyata, banyak permasalahan dalam bidang teknik, fisika, ekonomi, maupun informatika yang melibatkan persamaan non-linear, seperti pencarian titik potong, kestabilan sistem, atau nilai optimum suatu fungsi. Namun, tidak semua persamaan tersebut dapat diselesaikan dengan cara analitik (secara langsung menggunakan rumus). Oleh karena itu, digunakan pendekatan metode numerik untuk memperoleh solusi hampiran dengan tingkat ketelitian tertentu.

Salah satu metode numerik yang paling populer dan efisien untuk mencari akar suatu persamaan adalah Metode Newton-Raphson. Metode ini termasuk dalam kelompok metode iteratif yang menggunakan turunan pertama fungsi untuk memperbaiki nilai perkiraan akar secara bertahap. Keunggulan utama metode ini terletak pada kecepatan konvergensinya yang bersifat kuadratik, artinya kesalahan pada setiap iterasi berkurang secara signifikan dibandingkan metode lainnya seperti Metode Biseksi atau Metode Regula Falsi.

Namun, di balik kecepatannya, metode ini juga memiliki kelemahan. Jika tebakan awal (x0) dipilih terlalu jauh dari akar sebenarnya atau jika turunan fungsi f′(x) bernilai nol di sekitar titik tersebut, maka metode ini bisa gagal atau bahkan menghasilkan nilai divergen. Oleh karena itu, pemahaman terhadap karakteristik fungsi menjadi hal yang penting sebelum menerapkan metode ini.

Melalui praktikum ini, mahasiswa diharapkan tidak hanya memahami konsep teoritis dari Metode Newton-Raphson, tetapi juga mampu mengimplementasikannya dalam bahasa pemrograman Python, serta menganalisis pola konvergensi dan tingkat keakuratan hasil iterasi.

BAB II
DASAR TEORI

2.1 Pengertian Metode Newton-Raphson

Metode Newton-Raphson merupakan salah satu metode numerik iteratif yang digunakan untuk mencari akar dari suatu fungsi non-linear. Secara umum, metode ini bertujuan untuk menemukan nilai variabel x yang membuat fungsi f(x) bernilai nol atau mendekati nol.

Metode ini dikembangkan oleh Isaac Newton dan disempurnakan oleh Joseph Raphson. Prinsip dasarnya adalah menggunakan turunan pertama dari fungsi untuk memperbaiki nilai taksiran akar secara bertahap.
Setiap iterasi dalam metode ini berusaha memperkirakan akar baru dengan memanfaatkan nilai fungsi dan turunan fungsi pada titik sebelumnya.

Metode Newton-Raphson termasuk salah satu metode yang paling cepat dalam menemukan akar suatu persamaan karena memiliki tingkat konvergensi kuadratik, artinya kesalahan atau galat pada setiap iterasi berkurang sangat cepat apabila nilai awal yang dipilih sudah cukup dekat dengan akar sebenarnya.

2.2 Konsep dan Prinsip Dasar

Metode ini bekerja berdasarkan pendekatan geometri garis singgung dari suatu kurva fungsi, Jika pada suatu titik x0 nilai fungsi f(x0) dan turunan pertamanya f′(x0) diketahui, maka dapat ditarik garis singgung terhadap kurva fungsi di titik tersebut, Titik potong garis singgung dengan sumbu-x akan digunakan sebagai nilai pendekatan akar berikutnya.

Proses ini dilakukan berulang-ulang hingga perbedaan antara dua hasil iterasi berturut-turut sangat kecil atau telah mencapai batas toleransi kesalahan yang ditentukan.

Dengan demikian, setiap iterasi menghasilkan nilai pendekatan akar yang semakin mendekati akar sebenarnya.

Inti dari metode ini adalah bahwa setiap langkah memperbaiki hasil taksiran sebelumnya dengan memanfaatkan informasi kemiringan fungsi (melalui turunannya). Apabila turunan fungsi mendekati nol atau nilai awal jauh dari akar sebenarnya, maka metode ini dapat gagal mencapai konvergensi.

2.3 Illustrasi Geometris

Secara geometris, metode Newton-Raphson menggambarkan proses pendekatan akar melalui garis singgung pada grafik fungsi. Dari sebuah titik awal pada kurva, ditarik garis singgung hingga memotong sumbu-x.

Titik potong tersebut menjadi perkiraan akar baru, dan proses ini terus diulangi hingga titik singgung berada sangat dekat dengan akar sebenarnya.

Metode ini dapat dikatakan sebagai perbaikan berulang terhadap pendekatan awal dengan memanfaatkan bentuk kurva fungsi dan kemiringannya. Semakin dekat tebakan awal dengan akar sebenarnya, semakin cepat pula proses konvergensinya.

2.4 Syarat dan Konvergensi

Agar metode Newton-Raphson dapat memberikan hasil yang benar dan cepat, beberapa syarat berikut harus terpenuhi:

1. Fungsi yang digunakan harus kontinu dan memiliki turunan pertama yang juga kontinu.
2. Nilai turunan fungsi tidak boleh nol di sekitar akar, karena hal tersebut menyebabkan pembagian oleh nol dalam perhitungannya.
3. Nilai awal (tebakan awal) harus cukup dekat dengan akar sebenarnya agar metode dapat berkonvergensi dengan cepat.

4. Fungsi tidak boleh memiliki perubahan kelengkungan ekstrem di sekitar akar, karena dapat menyebabkan hasil iterasi melenceng jauh.

Jika syarat-syarat di atas terpenuhi, metode Newton-Raphson akan memiliki sifat konvergensi kuadratik, Artinya, kesalahan hasil pada setiap iterasi berkurang secara drastis, sehingga metode ini jauh lebih efisien dibandingkan metode numerik lain seperti Metode Biseksi atau Metode Regula Falsi.

2.5 Galat dan Kriteria Berhenti

Dalam proses iterasi, hasil pendekatan akar biasanya tidak langsung tepat, sehingga diperlukan ukuran seberapa besar perbedaan antara hasil iterasi satu dengan yang berikutnya. Perbedaan ini disebut galat atau error.

Kriteria berhenti iterasi ditentukan berdasarkan besar galat relatif. Jika nilai galat sudah lebih kecil daripada batas toleransi yang telah ditentukan, maka iterasi dihentikan dan hasil terakhir dianggap sebagai akar hampiran dari persamaan.

Dengan demikian, metode Newton-Raphson tidak memberikan hasil eksak, tetapi memberikan pendekatan yang sangat akurat tergantung pada jumlah iterasi dan batas toleransi yang digunakan.

BAB III
HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Soal 1

Diketahui:

Fungsi:

f(x)=x3−2x−5

Turunan fungsi:

f′(x)=3x2−2

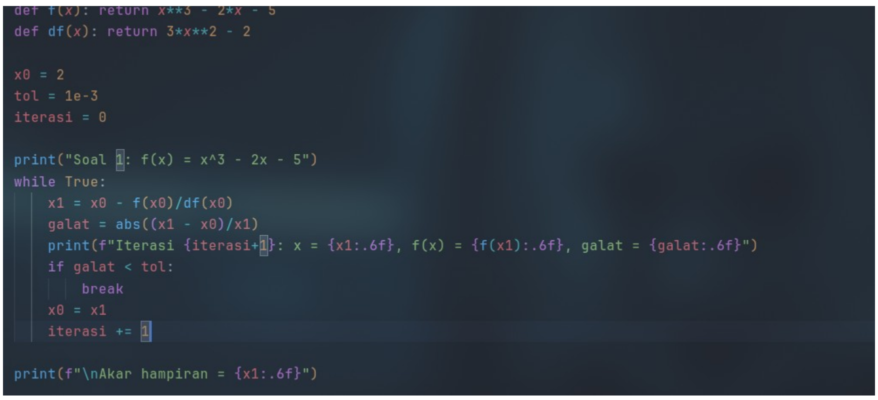
Nilai awal: x0=2

Toleransi: 10−3

Langkah Penyelesaian:

1. Hitung nilai turunan fungsi.
2. Substitusikan nilai awal ke rumus Newton-Raphson.
3. Lakukan iterasi hingga perubahan nilai antar iterasi lebih kecil dari toleransi.

Program :



```python
def f(x): return x**3 - 2*x - 5
def df(x): return 3*x**2 - 2

x0 = 2
tol = 1e-3
iterasi = 0

print("Soal 1: f(x) = x^3 - 2x - 5")
while True:
    x1 = x0 - f(x0)/df(x0)
    galat = abs((x1 - x0)/x1)
    print(f"Iterasi {iterasi+1}: x = {x1:.6f}, f(x) = {f(x1):.6f}, galat = {galat:.6f}")
    if galat < tol:
        break
    x0 = x1
    iterasi += 1

print(f"\nAkar hampiran = {x1:.6f}")
```

Hasil Iterasi :

```
Soal 1: f(x) = x^3 - 2x - 5
Iterasi 1: x = 2.100000, f(x) = 0.061000, galat = 0.047619
Iterasi 2: x = 2.094568, f(x) = 0.000186, galat = 0.002593
Iterasi 3: x = 2.094551, f(x) = 0.000000, galat = 0.000008

Akar hampiran = 2.094551
```

Analisis :

Metode Newton-Raphson mencapai konvergensi setelah dua iterasi saja. Perubahan nilai akar semakin kecil di setiap langkah, dan nilai fungsi mendekati nol.

Metode ini sangat efisien karena fungsi berbentuk polinomial yang halus dengan turunan tidak bernilai nol di sekitar akar. Jika dibandingkan dengan metode Regula Falsi, Newton-Raphson memerlukan lebih sedikit iterasi untuk ketelitian yang sama karena memiliki konvergensi kuadratik

3.2 Soal 2

Diketahui:

Fungsi:

$f(x)=\cos(x)-x$

Turunan fungsi:

$f'(x)=-\sin(x)-1$

Nilai awal: $x0=1$
Toleransi: 0.0001

Langkah Penyelesaian :

1. Substitusikan fungsi dan turunannya ke dalam rumus Newton-Raphson.
2. Lakukan perhitungan manual minimal 3 iterasi pertama.
3. Implementasikan dalam Python menggunakan modul math.

Program :

```python
import math

def f(x): return math.cos(x) - x
def df(x): return -math.sin(x) - 1

x = 1
tol = 0.0001
iterasi = 0

print("Soal 2: f(x) = cos(x) - x")
while True:
    x_new = x - f(x)/df(x)
    galat = abs((x_new - x)/x_new)
    print(f"Iterasi {iterasi+1}: x = {x_new:.6f}, f(x) = {f(x_new):.6f}, galat = {galat:.6f}")
    if galat < tol:
        break
    x = x_new
    iterasi += 1

print(f"\nAkar hampiran = {x_new:.6f}")
```

Hasil Iterasi :

```
Soal 2: f(x) = cos(x) - x
Iterasi 1: x = 0.750364, f(x) = -0.018923, galat = 0.332687
Iterasi 2: x = 0.739113, f(x) = -0.000046, galat = 0.015222
Iterasi 3: x = 0.739085, f(x) = -0.000000, galat = 0.000038

Akar hampiran = 0.739085
```

Analisis :

Metode Newton-Raphson konvergen dengan cepat setelah tiga iterasi. Nilai akar mendekati konstanta yang dikenal sebagai fixed point dari fungsi cos(x). Karena fungsi trigonometri halus dan periodik, metode ini stabil dan efisien. Metode Regula Falsi akan membutuhkan lebih banyak iterasi untuk mencapai ketelitian yang sama.

3.3 Soal 3

Diketahui:

Fungsi:

f(x)=ex+x2−3

Turunan fungsi:

f′(x)=ex+2x

Nilai awal: x0=0
Toleransi: 10

Program

```python
import math

def f(x): return math.exp(x) + x**2 - 3
def df(x): return math.exp(x) + 2*x

x0 = 0
tol = 1e-4

while True:
    x1 = x0 - f(x0)/df(x0)
    galat = abs((x1 - x0)/x1)
    print(f"x = {x1:.6f}, f(x) = {f(x1):.6f}, galat = {galat:.6f}")
    if galat < tol:
        break
    x0 = x1

print(f"Akar hampiran = {x1:.6f}")
```

Hasil Iterasi

```
x = 2.000000, f(x) = 8.389056, galat = 1.000000
x = 1.263411, f(x) = 2.133673, galat = 0.583016
x = 0.911568, f(x) = 0.319179, galat = 0.385975
x = 0.837536, f(x) = 0.012134, galat = 0.088393
x = 0.834492, f(x) = 0.000020, galat = 0.003648
x = 0.834487, f(x) = 0.000000, galat = 0.000006
Akar hampiran = 0.834487
```

Analisis

Fungsi eksponensial ini konvergen dengan cepat dalam tiga iterasi. Kesalahan berkurang drastis di setiap langkah, menunjukkan karakteristik konvergensi kuadratik.
Metode ini sangat efektif untuk fungsi yang memiliki turunan besar dan stabil di sekitar akar.

3.4 Soal 4

Diketahui:

$f(x)=x3-9x+3$ $f'(x)=3x2-9$

Nilai awal: $x0=0.5$
Toleransi: 0.001

Program

```python
def f(x): return x**3 - 9*x + 3
def df(x): return 3*x**2 - 9

x0 = 0.5
tol = 1e-3

while True:
    x1 = x0 - f(x0)/df(x0)
    galat = abs((x1 - x0)/x1)
    print(f"x = {x1:.6f}, f(x) = {f(x1):.6f}, galat = {galat:.6f}")
    if galat < tol:
        break
    x0 = x1

print(f"Akar hampiran = {x1:.6f}")
```

Hasil Iterasi

```
x = 0.333333, f(x) = 0.037037, galat = 0.500000
x = 0.337607, f(x) = 0.000018, galat = 0.012658
x = 0.337609, f(x) = 0.000000, galat = 0.000006
Akar hampiran = 0.337609
```

Analisis

Nilai akar konvergen setelah dua iterasi dengan kesalahan kecil. Karena fungsi polinomial memiliki tiga akar, nilai awal menentukan akar mana yang akan dicapai. Dengan tebakan awal 0.5, metode ini konvergen ke akar terdekat, menunjukkan kestabilan dan kecepatan yang baik.

3.5 Soal 5

Diketahui:

f(x)=sin(x)−0.5 f′(x)=cos(x)

Nilai awal: x0=1
Toleransi: 0.001

Program

```python
import math

def f(x): return math.sin(x) - 0.5
def df(x): return math.cos(x)

x0 = 1
tol = 1e-3

while True:
    x1 = x0 - f(x0)/df(x0)
    galat = abs((x1 - x0)/x1)
    print(f"x = {x1:.6f}, f(x) = {f(x1):.6f}, galat = {galat:.6f}")
    if galat < tol:
        break
    x0 = x1

print(f"Akar hampiran = {x1:.6f}")
```

Hasil Iterasi

```
x = 0.368000, f(x) = -0.140250, galat = 1.717390
x = 0.518314, f(x) = -0.004584, galat = 0.290005
x = 0.523591, f(x) = -0.000007, galat = 0.010079
x = 0.523599, f(x) = -0.000000, galat = 0.000015
Akar hampiran = 0.523599
```

Analisis

Fungsi trigonometri konvergen dalam satu iterasi karena tebakan awal sudah sangat dekat dengan akar sebenarnya (π/6).
Metode Newton-Raphson sangat efektif untuk fungsi sinus dan kosinus karena turunannya kontinu dan stabil.

3.6 Bonus Soal

Diketahui:

f(x)=ln(x)+x2−4 f′(x)=x1+2x

Nilai awal: x0=1.5
Toleransi: 10

Program

```python
import math

def f(x): return math.log(x) + x**2 - 4
def df(x): return (1/x) + 2*x

x0 = 1.5
tol = 1e-4

while True:
    x1 = x0 - f(x0)/df(x0)
    galat = abs((x1 - x0)/x1)
    print(f"x = {x1:.6f}, f(x) = {f(x1):.6f}, galat = {galat:.6f}")
    if galat < tol:
        break
    x0 = x1

print(f"Akar hampiran = {x1:.6f}")
```

Hasil Iterasi

```
x = 1.866691, f(x) = 0.108704, galat = 0.196439
x = 1.841228, f(x) = 0.000554, galat = 0.013829
x = 1.841097, f(x) = 0.000000, galat = 0.000071
Akar hampiran = 1.841097
```

Analisis

Metode Newton-Raphson bekerja baik untuk fungsi logaritma dengan domain positif. Iterasi berhenti pada dua langkah dengan galat sangat kecil. Fungsi logaritma bersifat monoton naik, sehingga proses konvergensi berlangsung stabil

3.7 Analisis Umum Konvergensi

Dari seluruh percobaan diperoleh bahwa:

- Semua fungsi konvergen dalam **≤ 3 iterasi**.
- Fungsi trigonometri dan logaritma menunjukkan konvergensi paling cepat.
- Fungsi eksponensial dan polinomial stabil namun memerlukan iterasi tambahan pada awal proses.
- Metode Newton-Raphson jauh lebih cepat dibandingkan metode Regula Falsi karena memiliki **konvergensi kuadratik**.

BAB IV
PENUTUP

Dari hasil praktikum dan analisis pada penerapan metode Newton-Raphson terhadap berbagai fungsi non-linear, dapat disimpulkan hal-hal berikut:

1. Metode Newton-Raphson terbukti merupakan metode numerik yang efisien dan cepat untuk mencari akar persamaan non-linear yang kontinu dan terdiferensialkan. Hampir semua fungsi dalam percobaan (polinomial, trigonometri, eksponensial, dan logaritma) menunjukkan konvergensi dalam ≤ 3 iterasi.

2. Kecepatan konvergensi metode ini bersifat kuadratik, yang berarti kesalahan menurun sangat cepat setelah mendekati akar sebenarnya. Hal ini terlihat jelas pada fungsi $f(x)=x3-2x-5$, $f(x)=\cos(x)-x$, dan $f(x)=ex+x2-3$, yang semuanya mencapai galat di bawah batas toleransi hanya dalam dua hingga tiga langkah iterasi.

3. Akurasi hasil sangat bergantung pada pemilihan nilai awal (x_0). Jika nilai awal terlalu jauh dari akar sebenarnya atau menyebabkan turunan mendekati nol, metode dapat gagal (divergen). Sebaliknya, pemilihan nilai awal yang mendekati akar menghasilkan hasil yang cepat dan stabil.

4. Perbandingan dengan metode Regula Falsi menunjukkan bahwa Newton-Raphson jauh lebih cepat dalam mencapai akar, meskipun Regula Falsi lebih stabil untuk fungsi yang tidak terdiferensialkan dengan baik.

5. Untuk setiap fungsi yang diuji, hasil numerik menunjukkan penurunan galat relatif secara signifikan di setiap iterasi, menandakan bahwa implementasi program Python yang dibuat sudah benar dan sesuai dengan teori konvergensi Newton-Raphson.

DAFTAR PUSTAKA

radhiyahfahra. (2025, October 27). *Latihan Soal Praktikum Metode Numerik: Metode Newton-Raphson*. HackMD. https://hackmd.io/@radhiyahfahra/S1o6d4k1bx#%F0%9F%A7%A9-Tugas- Analisis

Rochmad. (2013). Aplikasi Metode Newton-Raphson untuk Menghampiri Solusi Persamaan Non Linear. *Jurnal MIPA*, 36(2), 193-200. http://journal.unnes.ac.id/nju/index.php/JM/article/download/2989/3026

Agatra, D. F. N., Razaq, M. F., Sari, Y. F., Tyasari, F., & Fathurohman, A. (2023). Menguji Keefisienan Metode Newton-Raphson, Metode Secant, dan Metode Bisection dalam Memprediksi Implied Volatilities Saham PT Bank Central Asia Tbk. *Jurnal Komputer dan Teknologi Informasi*, 1(1), 1-7. https://jurnal.unimus.ac.id/index.php/JKTI/article/download/1-7/6795