Datos y Matrices

Aplicación de Métodos Numéricos al Ambiente Construido (CV1012)

M.C. Xavier Sánchez Díaz
sax@tec.mx

Tecnológico de Monterrey

Outline

Tipos de datos

Datos y operaciones

Recordemos los tipos de datos con los que podemos trabajar en una computadora:

- Números enteros (*integer numbers*)
- Números decimales (*floating point numbers*)
- Cadenas de caracteres alfanuméricos (*strings*)

En **métodos numéricos** sólo nos preocuparemos por números.
Cuando **operamos** con estos datos, generamos nueva información que podríamos necesitar en el futuro.

Tipos de datos

Datos y operaciones

Recordemos los tipos de datos con los que podemos trabajar en una computadora:

- Números enteros (*integer numbers*)
- Números decimales (*floating point numbers*)
- Cadenas de caracteres alfanuméricos (*strings*)

En **métodos numéricos** sólo nos preocuparemos por números.
Cuando **operamos** con estos datos, generamos nueva información que podríamos necesitar en el futuro.

Tipos de datos

Datos y operaciones

Recordemos los tipos de datos con los que podemos trabajar en una computadora:

- Números enteros (*integer numbers*)
- Números decimales (*floating point numbers*)
- Cadenas de caracteres alfanuméricos (*strings*)

En **métodos numéricos** sólo nos preocuparemos por números.
Cuando **operamos** con estos datos, generamos nueva información que podríamos necesitar en el futuro.

Tipos de datos
Datos y operaciones

Recordemos los tipos de datos con los que podemos trabajar en una computadora:

- Números enteros (*integer numbers*)
- Números decimales (*floating point numbers*)
- Cadenas de caracteres alfanuméricos (*strings*)

En **métodos numéricos** sólo nos preocuparemos por números.
Cuando **operamos** con estos datos, generamos nueva información que podríamos necesitar en el futuro.

Tipos de datos

Datos y operaciones

Recordemos los tipos de datos con los que podemos trabajar en una computadora:

- Números enteros (*integer numbers*)
- Números decimales (*floating point numbers*)
- Cadenas de caracteres alfanuméricos (*strings*)

En **métodos numéricos** sólo nos preocuparemos por números.
Cuando **operamos** con estos datos, generamos nueva información que podríamos necesitar en el futuro.

Tipos de datos

Datos y operaciones

Recordemos los tipos de datos con los que podemos trabajar en una computadora:

- Números enteros (*integer numbers*)
- Números decimales (*floating point numbers*)
- Cadenas de caracteres alfanuméricos (*strings*)

En **métodos numéricos** sólo nos preocuparemos por números.
Cuando **operamos** con estos datos, generamos nueva información que podríamos necesitar en el futuro.

Tipos de datos
Datos y operaciones

Recordemos los tipos de datos con los que podemos trabajar en una computadora:

- Números enteros (*integer numbers*)
- Números decimales (*floating point numbers*)
- Cadenas de caracteres alfanuméricos (*strings*)

En **métodos numéricos** sólo nos preocuparemos por números.
Cuando **operamos** con estos datos, generamos nueva información que podríamos necesitar en el futuro.

Antes de usar la computadora o la calculadora para hacer cálculos, solíamos hacer las operaciones a mano.
Por ejemplo, si queremos calcular 1270×35, una manera de hacerlo podría ser...

Datos como resultados

Datos y operaciones

$$1270 \times 35 =$$

$$= (1200 + 70) \times (7)(5)$$

$$= (12)(7)(5)(100) + (7)(7)(5)(10)$$

$$12 \times 5 = 60$$

$$60 \times 7 = 6 \times 7 \times 10 = 420$$

$$420 \times 100 = 42000$$

$$7 \times 7 = 49$$

$$49 \times 10 = 490$$

$$490 \times 5 = 490 \times 10/2 = 2450$$

$$42000 + 2450 = 44450 \quad \square$$

Datos como resultados

Datos y operaciones

$$
\begin{aligned}
1270 \times 35 &= \\
&= (1200 + 70) \times (7)(5) \\
&= (12)(7)(5)(100) + (7)(7)(5)(10)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
12 \times 5 &= 60 \\
60 \times 7 = 6 \times 7 \times 10 &= 420 \\
420 \times 100 &= 42000
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
7 \times 7 &= 49 \\
49 \times 10 &= 490 \\
490 \times 5 = 490 \times 10/2 &= 2450
\end{aligned}
$$

$$42000 + 2450 = 44450 \quad \square$$

Datos como resultados

Datos y operaciones

$$
\begin{aligned}
1270 \times 35 = & \\
&= (1200 + 70) \times (7)(5) \\
&= (12)(7)(5)(100) + (7)(7)(5)(10)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
12 \times 5 &= 60 \\
60 \times 7 = 6 \times 7 \times 10 &= 420 \\
420 \times 100 &= 42000
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
7 \times 7 &= 49 \\
49 \times 10 &= 490 \\
490 \times 5 = 490 \times 10/2 &= 2450
\end{aligned}
$$

$$42000 + 2450 = 44450 \quad \square$$

Datos como resultados

Datos y operaciones

$$
\begin{aligned}
1270 \times 35 = & \\
&= (1200 + 70) \times (7)(5) \\
&= (12)(7)(5)(100) + (7)(7)(5)(10)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
12 \times 5 &= 60 \\
60 \times 7 = 6 \times 7 \times 10 &= 420 \\
420 \times 100 &= 42000
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
7 \times 7 &= 49 \\
49 \times 10 &= 490 \\
490 \times 5 = 490 \times 10/2 &= 2450
\end{aligned}
$$

$$42000 + 2450 = 44450 \quad \square$$

Datos como resultados

Datos y operaciones

$$
\begin{aligned}
1270 \times 35 = & \\
& = (1200 + 70) \times (7)(5) \\
& = (12)(7)(5)(100) + (7)(7)(5)(10)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
12 \times 5 &= 60 \\
60 \times 7 = 6 \times 7 \times 10 &= 420 \\
420 \times 100 &= 42000
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
7 \times 7 &= 49 \\
49 \times 10 &= 490 \\
490 \times 5 = 490 \times 10/2 &= 2450
\end{aligned}
$$

$$42000 + 2450 = 44450 \quad \square$$

Datos como resultados

Datos y operaciones

$$\begin{aligned} 1270 \times 35 &= \\ &= (1200 + 70) \times (7)(5) \\ &= (12)(7)(5)(100) + (7)(7)(5)(10) \end{aligned}$$

$$12 \times 5 = 60$$

$$60 \times 7 = 6 \times 7 \times 10 = 420$$

$$420 \times 100 = 42000$$

$$7 \times 7 = 49$$

$$49 \times 10 = 490$$

$$490 \times 5 = 490 \times 10/2 = 2450$$

$$42000 + 2450 = 44450 \quad \square$$

Datos como resultados

Datos y operaciones

$$
\begin{aligned}
1270 \times 35 &= \\
&= (1200 + 70) \times (7)(5) \\
&= (12)(7)(5)(\textcolor{red}{100}) + (7)(7)(5)(10)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
12 \times 5 &= 60 \\
60 \times 7 = 6 \times 7 \times 10 &= \textcolor{red}{420} \\
\textcolor{red}{420} \times \textcolor{red}{100} &= 42000
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
7 \times 7 &= 49 \\
49 \times 10 &= 490 \\
490 \times 5 = 490 \times 10/2 &= 2450
\end{aligned}
$$

$$42000 + 2450 = 44450 \quad \square$$

Datos como resultados

Datos y operaciones

$$
\begin{aligned}
1270 \times 35 = & \\
&= (1200 + 70) \times (7)(5) \\
&= (12)(7)(5)(100) + ({\color{red}7})({\color{red}7})(5)(10)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
12 \times 5 = 60 \\
60 \times 7 = 6 \times 7 \times 10 = 420 \\
420 \times 100 = 42000
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
{\color{red}7} \times {\color{red}7} = 49 \\
49 \times 10 = 490 \\
490 \times 5 = 490 \times 10/2 = 2450
\end{aligned}
$$

$$
42000 + 2450 = 44450 \quad \square
$$

Datos como resultados

Datos y operaciones

$$
\begin{aligned}
1270 \times 35 = & \\
& = (1200 + 70) \times (7)(5) \\
& = (12)(7)(5)(100) + (7)(7)(5)(10)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
12 \times 5 &= 60 \\
60 \times 7 = 6 \times 7 \times 10 &= 420 \\
420 \times 100 &= 42000
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
7 \times 7 &= 49 \\
49 \times 10 &= 490 \\
490 \times 5 = 490 \times 10/2 &= 2450
\end{aligned}
$$

$$42000 + 2450 = 44450 \quad \square$$

Datos como resultados

Datos y operaciones

$$
\begin{aligned}
1270 \times 35 &= \\
&= (1200 + 70) \times (7)(5) \\
&= (12)(7)(5)(100) + (7)(7)(5)(10)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
12 \times 5 &= 60 \\
60 \times 7 = 6 \times 7 \times 10 &= 420 \\
420 \times 100 &= 42000
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
7 \times 7 &= 49 \\
49 \times 10 &= 490 \\
490 \times 5 = 490 \times 10/2 &= 2450
\end{aligned}
$$

$$42000 + 2450 = 44450 \quad \square$$

Datos como resultados

Datos y operaciones

$$
\begin{aligned}
1270 \times 35 &= \\
&= (1200 + 70) \times (7)(5) \\
&= (12)(7)(5)(100) + (7)(7)(5)(10)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
12 \times 5 &= 60 \\
60 \times 7 = 6 \times 7 \times 10 &= 420 \\
420 \times 100 &= {\color{red}42000}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
7 \times 7 &= 49 \\
49 \times 10 &= 490 \\
490 \times 5 = 490 \times 10/2 &= {\color{red}2450}
\end{aligned}
$$

$${\color{red}42000} + {\color{red}2450} = 44450 \quad \square$$

La operación completa se hace poco a poco, y por tanto necesitamos "recordar" ciertos pasos intermedios que ya tenemos calculados.

Así como nosotros tenemos que tener en claro cuáles son esos pasos intermedios, la computadora debe saber *dónde está* la información que tiene que leer para trabajar y hacer cálculos más elaborados.

Para eso, podemos usar las estructuras de datos, para **ordenarlos** de manera conveniente y poder tener acceso a ellos de manera que se vayan necesitando.

Datos como resultados

Datos y operaciones

La operación completa se hace poco a poco, y por tanto necesitamos "recordar" ciertos pasos intermedios que ya tenemos calculados.

Así como nosotros tenemos que tener en claro cuáles son esos pasos intermedios, la computadora debe saber *dónde está* la información que tiene que leer para trabajar y hacer cálculos más elaborados.

Para eso, podemos usar las estructuras de datos, para **ordenarlos** de manera conveniente y poder tener acceso a ellos de manera que se vayan necesitando.

Datos como resultados

Datos y operaciones

La operación completa se hace poco a poco, y por tanto necesitamos "recordar" ciertos pasos intermedios que ya tenemos calculados.

Así como nosotros tenemos que tener en claro cuáles son esos pasos intermedios, la computadora debe saber *dónde está* la información que tiene que leer para trabajar y hacer cálculos más elaborados.

Para eso, podemos usar las estructuras de datos, para **ordenarlos** de manera conveniente y poder tener acceso a ellos de manera que se vayan necesitando.

Variables

Estructuras matemáticas

La forma más simple de guardar **un solo dato** es usando una variable.
En álgebra, hemos usado estas *variables* para expresar qué hace una función y saber su resultado:

$$2y = 2x + 5z + 6$$

- x es una variable que tiene algún valor que no conocemos en este momento
- y es otra variable (porque tiene distinto nombre) y tampoco sabemos su valor ahora, pero sabemos cómo calcularla
- z es otra variable más (porque tiene otro nombre distinto a los dos anteriores)

Variables

Estructuras matemáticas

La forma más simple de guardar **un solo dato** es usando una variable.
En álgebra, hemos usado estas *variables* para expresar qué hace una función y saber su resultado:

$$2y = 2x + 5z + 6$$

- x es una variable que tiene algún valor que no conocemos en este momento
- y es otra variable (porque tiene distinto nombre) y tampoco sabemos su valor ahora, pero sabemos cómo calcularla
- z es otra variable más (porque tiene otro nombre distinto a los dos anteriores)

Variables

Estructuras matemáticas

La forma más simple de guardar **un solo dato** es usando una variable.
En álgebra, hemos usado estas *variables* para expresar qué hace una función y saber su resultado:

$$2y = 2x + 5z + 6$$

- x es una variable que tiene algún valor que no conocemos en este momento
- y es otra variable (porque tiene distinto nombre) y tampoco sabemos su valor ahora, pero sabemos cómo calcularla
- z es otra variable más (porque tiene otro nombre distinto a los dos anteriores)

La forma más simple de guardar **un solo dato** es usando una variable.
En álgebra, hemos usado estas *variables* para expresar qué hace una función y saber su resultado:

$$2y = 2x + 5z + 6$$

- x es una variable que tiene algún valor que no conocemos en este momento
- y es otra variable (porque tiene distinto nombre) y tampoco sabemos su valor ahora, pero sabemos cómo calcularla
- z es otra variable más (porque tiene otro nombre distinto a los dos anteriores)

Variables

Estructuras matemáticas

La forma más simple de guardar **un solo dato** es usando una variable.
En álgebra, hemos usado estas *variables* para expresar qué hace una función y saber su resultado:

$$2y = 2x + 5z + 6$$

- x es una variable que tiene algún valor que no conocemos en este momento
- y es otra variable (porque tiene distinto nombre) y tampoco sabemos su valor ahora, pero sabemos cómo calcularla
- z es otra variable más (porque tiene otro nombre distinto a los dos anteriores)

La forma más simple de guardar **un solo dato** es usando una variable.
En álgebra, hemos usado estas *variables* para expresar qué hace una función y saber su resultado:

$$2y = 2x + 5z + 6$$

- x es una variable que tiene algún valor que no conocemos en este momento
- y es otra variable (porque tiene distinto nombre) y tampoco sabemos su valor ahora, pero sabemos cómo calcularla
- z es otra variable más (porque tiene otro nombre distinto a los dos anteriores)

Variables

Estructuras matemáticas

$$2y = 2x + 5z + 6$$

Si ahora le damos valor a x y z, por ejemplo, $x = 3$ y $z = 2$ ...

- x guarda el valor de 3
- y guarda **la mitad** de $2(3) + 5(2) + 6$.

$$2y = 2x + 5z + 6$$

Si ahora le damos valor a x y z, por ejemplo, $x = 3$ y $z = 2$ ...

- x guarda el valor de 3
- y guarda **la mitad** de $2(3) + 5(2) + 6$.

Variables

Estructuras matemáticas

$$2y = 2x + 5z + 6$$

Si ahora le damos valor a x y z, por ejemplo, $x = 3$ y $z = 2$ ...

- x guarda el valor de 3
- y guarda **la mitad** de $2(3) + 5(2) + 6$.

Arreglos
Estructuras matemáticas

Asumamos que quiero saber las calificaciones de las Tareas 1, 2 y 3 de uno de mis alumnos. Para esto, necesitaría un lugar para guardar esos **3 datos**:

- $t_1 = 90$ será la variable para la Tarea 1
- $t_2 = 75$ será la variable para la Tarea 2
- $t_3 = 87$ será la variable para la Tarea 3

Con esta información, ahora contesta:

- ¿Cuál fue la calificación para la Tarea 2?
- ¿Cuál fue el promedio del alumno?
- ¿Cuál es la tarea en la que mejor le fue?

Arreglos

Estructuras matemáticas

Asumamos que quiero saber las calificaciones de las Tareas 1, 2 y 3 de uno de mis alumnos. Para esto, necesitaría un lugar para guardar esos **3 datos**:

- $t_1 = 90$ será la variable para la Tarea 1
- $t_2 = 75$ será la variable para la Tarea 2
- $t_3 = 87$ será la variable para la Tarea 3

Con esta información, ahora contesta:

- ¿Cuál fue la calificación para la Tarea 2?
- ¿Cuál fue el promedio del alumno?
- ¿Cuál es la tarea en la que mejor le fue?

Arreglos

Estructuras matemáticas

Asumamos que quiero saber las calificaciones de las Tareas 1, 2 y 3 de uno de mis alumnos. Para esto, necesitaría un lugar para guardar esos **3 datos**:

- $t_1 = 90$ será la variable para la Tarea 1
- $t_2 = 75$ será la variable para la Tarea 2
- $t_3 = 87$ será la variable para la Tarea 3

Con esta información, ahora contesta:

- ¿Cuál fue la calificación para la Tarea 2?
- ¿Cuál fue el promedio del alumno?
- ¿Cuál es la tarea en la que mejor le fue?

Arreglos

Estructuras matemáticas

Asumamos que quiero saber las calificaciones de las Tareas 1, 2 y 3 de uno de mis alumnos. Para esto, necesitaría un lugar para guardar esos **3 datos**:

- $t_1 = 90$ será la variable para la Tarea 1
- $t_2 = 75$ será la variable para la Tarea 2
- $t_3 = 87$ será la variable para la Tarea 3

Con esta información, ahora contesta:

- ¿Cuál fue la calificación para la Tarea 2?
- ¿Cuál fue el promedio del alumno?
- ¿Cuál es la tarea en la que mejor le fue?

Asumamos que quiero saber las calificaciones de las Tareas 1, 2 y 3 de uno de mis alumnos. Para esto, necesitaría un lugar para guardar esos **3 datos**:

- $t_1 = 90$ será la variable para la Tarea 1
- $t_2 = 75$ será la variable para la Tarea 2
- $t_3 = 87$ será la variable para la Tarea 3

Con esta información, ahora contesta:

- ¿Cuál fue la calificación para la Tarea 2?
- ¿Cuál fue el promedio del alumno?
- ¿Cuál es la tarea en la que mejor le fue?

Asumamos que quiero saber las calificaciones de las Tareas 1, 2 y 3 de uno de mis alumnos. Para esto, necesitaría un lugar para guardar esos **3 datos**:

- $t_1 = 90$ será la variable para la Tarea 1
- $t_2 = 75$ será la variable para la Tarea 2
- $t_3 = 87$ será la variable para la Tarea 3

Con esta información, ahora contesta:

- ¿Cuál fue la calificación para la Tarea 2?
- ¿Cuál fue el promedio del alumno?
- ¿Cuál es la tarea en la que mejor le fue?

Asumamos que quiero saber las calificaciones de las Tareas 1, 2 y 3 de uno de mis alumnos. Para esto, necesitaría un lugar para guardar esos **3 datos**:

- $t_1 = 90$ será la variable para la Tarea 1
- $t_2 = 75$ será la variable para la Tarea 2
- $t_3 = 87$ será la variable para la Tarea 3

Con esta información, ahora contesta:

- ¿Cuál fue la calificación para la Tarea 2?
- ¿Cuál fue el promedio del alumno?
- ¿Cuál es la tarea en la que mejor le fue?

La pregunta ahora es…¿Realmente necesito **3 variables** para guardar **3 datos**? Podemos *arreglar* los datos de tal manera que **su posición** nos aporte algo más:

$$\mathbf{t} = \langle 90, 75, 87 \rangle$$

La **posición** en esta *lista ordenada* nos indica qué número de tarea fue, y el valor que haya en dicha posición guarda la calificación. Por lo mismo, podemos usar "una sola variable" para guardar de manera ordenada la información requerida, y referirnos sólo a la posición deseada:

$$\mathbf{t}_2 = 75$$

Arreglos

Estructuras matemáticas

La pregunta ahora es. . . ¿Realmente necesito **3 variables** para guardar **3 datos**? Podemos *arreglar* los datos de tal manera que **su posición** nos aporte algo más:

$$\mathbf{t} = \langle 90, 75, 87 \rangle$$

La **posición** en esta *lista ordenada* nos indica qué número de tarea fue, y el valor que haya en dicha posición guarda la calificación. Por lo mismo, podemos usar "una sola variable" para guardar de manera ordenada la información requerida, y referirnos sólo a la posición deseada:

$$\mathbf{t}_2 = 75$$

La pregunta ahora es. . . ¿Realmente necesito **3 variables** para guardar **3 datos**? Podemos *arreglar* los datos de tal manera que **su posición** nos aporte algo más:

$$\mathbf{t} = \langle 90, 75, 87 \rangle$$

La **posición** en esta *lista ordenada* nos indica qué número de tarea fue, y el valor que haya en dicha posición guarda la calificación. Por lo mismo, podemos usar "una sola variable" para guardar de manera ordenada la información requerida, y referirnos sólo a la posición deseada:

$$\mathbf{t}_2 = 75$$

Arreglos
Estructuras matemáticas

Cuando *arreglamos* los datos para usarlos de manera lineal, estamos creando una **lista**.

$$\mathbf{x} = \langle 1, 2, 10, 23, 2, -1, 70, 15 \rangle$$

- Usamos negritas para denotar la diferencia entre la variable x que guarda un valor, y la variable $\mathbf{x}$ que guarda **múltiples** valores
- Usamos *angle brackets* (*cuñas* les dicen en español) para delimitar la lista de sus valores
- A diferencia de un conjunto, el orden de los valores **sí importa**

Arreglos
Estructuras matemáticas

Cuando *arreglamos* los datos para usarlos de manera lineal, estamos creando una **lista**.

$$\mathbf{x} = \langle 1, 2, 10, 23, 2, -1, 70, 15 \rangle$$

- Usamos negritas para denotar la diferencia entre la variable x que guarda un valor, y la variable $\mathbf{x}$ que guarda **múltiples** valores
- Usamos *angle brackets* (*cuñas* les dicen en español) para delimitar la lista de sus valores
- A diferencia de un conjunto, el orden de los valores **sí importa**

Arreglos

Estructuras matemáticas

Cuando *arreglamos* los datos para usarlos de manera lineal, estamos creando una **lista**.

$$\mathbf{x} = \langle 1, 2, 10, 23, 2, -1, 70, 15 \rangle$$

- Usamos negritas para denotar la diferencia entre la variable x que guarda un valor, y la variable $\mathbf{x}$ que guarda **múltiples** valores
- Usamos *angle brackets* (*cuñas* les dicen en español) para delimitar la lista de sus valores
- A diferencia de un conjunto, el orden de los valores **sí importa**

Cuando *arreglamos* los datos para usarlos de manera lineal, estamos creando una **lista**.

$$\mathbf{x} = \langle 1, 2, 10, 23, 2, -1, 70, 15 \rangle$$

- Usamos negritas para denotar la diferencia entre la variable x que guarda un valor, y la variable $\mathbf{x}$ que guarda **múltiples** valores
- Usamos *angle brackets* (*cuñas* les dicen en español) para delimitar la lista de sus valores
- A diferencia de un conjunto, el orden de los valores **sí importa**

Supongamos que ahora necesito saber las calificaciones de las tres tareas, pero ahora de **varios alumnos**.
Esto significa que ahora necesitamos **varias listas**, pero en su lugar podemos *arreglar* los datos como **una secuencia de tareas** (*la tarea 1, la tarea 2. . .*).
A su vez, cada una de las tareas tiene una **secuencia de alumnos** (*el alumno 1, el alumno 2. . .*)

$$\begin{array}{c} alumno_1 \\ alumno_2 \\ alumno_3 \\ alumno_4 \end{array} \qquad \begin{bmatrix} 90 & 75 & 87 \\ 100 & 100 & 95 \\ 90 & 70 & 88 \\ 85 & 65 & 50 \end{bmatrix}$$

Supongamos que ahora necesito saber las calificaciones de las tres tareas, pero ahora de **varios alumnos**.
Esto significa que ahora necesitamos **varias listas**, pero en su lugar podemos *arreglar* los datos como **una secuencia de tareas** (*la tarea 1, la tarea 2...*). A su vez, cada una de las tareas tiene una **secuencia de alumnos** (*el alumno 1, el alumno 2...*)

$$\begin{array}{ll} alumno_1 & \\ alumno_2 & \\ alumno_3 & \\ alumno_4 & \end{array} \qquad \begin{bmatrix} 90 & 75 & 87 \\ 100 & 100 & 95 \\ 90 & 70 & 88 \\ 85 & 65 & 50 \end{bmatrix}$$

Supongamos que ahora necesito saber las calificaciones de las tres tareas, pero ahora de **varios alumnos**.
Esto significa que ahora necesitamos **varias listas**, pero en su lugar podemos *arreglar* los datos como **una secuencia de tareas** (*la tarea 1, la tarea 2. . .*).
A su vez, cada una de las tareas tiene una **secuencia de alumnos** (*el alumno 1, el alumno 2. . .*)

$$\begin{array}{l} alumno_1 \\ alumno_2 \\ alumno_3 \\ alumno_4 \end{array} \qquad \begin{bmatrix} 90 & 75 & 87 \\ 100 & 100 & 95 \\ 90 & 70 & 88 \\ 85 & 65 & 50 \end{bmatrix}$$

Matrices

Estructuras matemáticas

$$A = \begin{bmatrix} 90 & 75 & 87 \\ 100 & 100 & 95 \\ 90 & 70 & 88 \\ 85 & 65 & 50 \end{bmatrix}$$

- Una matriz es una lista de columnas
- Solemos usar mayúsculas para los nombres de las matrices
- En este caso, A tiene 4 renglones y 3 columnas, es decir que es de 4×3
- El renglón A_2 es $\langle 100, 100, 95 \rangle$
- El elemento $A_{3,2}$ es 70

Matrices

Estructuras matemáticas

$$A = \begin{bmatrix} 90 & 75 & 87 \\ 100 & 100 & 95 \\ 90 & 70 & 88 \\ 85 & 65 & 50 \end{bmatrix}$$

- Una matriz es una lista de columnas
- Solemos usar mayúsculas para los nombres de las matrices
- En este caso, A tiene 4 renglones y 3 columnas, es decir que es de 4×3
- El renglón A_2 es $\langle 100, 100, 95 \rangle$
- El elemento $A_{3,2}$ es 70

Matrices

Estructuras matemáticas

$$A = \begin{bmatrix} 90 & 75 & 87 \\ 100 & 100 & 95 \\ 90 & 70 & 88 \\ 85 & 65 & 50 \end{bmatrix}$$

- Una matriz es una lista de columnas
- Solemos usar mayúsculas para los nombres de las matrices
- En este caso, A tiene 4 renglones y 3 columnas, es decir que es de 4×3
- El renglón A_2 es $\langle 100, 100, 95 \rangle$
- El elemento $A_{3,2}$ es 70

$$A = \begin{bmatrix} 90 & 75 & 87 \\ 100 & 100 & 95 \\ 90 & 70 & 88 \\ 85 & 65 & 50 \end{bmatrix}$$

- Una matriz es una lista de columnas
- Solemos usar mayúsculas para los nombres de las matrices
- En este caso, A tiene 4 renglones y 3 columnas, es decir que es de 4×3
- El renglón A_2 es $\langle 100, 100, 95 \rangle$
- El elemento $A_{3,2}$ es 70

$$A = \begin{bmatrix} 90 & 75 & 87 \\ 100 & 100 & 95 \\ 90 & 70 & 88 \\ 85 & 65 & 50 \end{bmatrix}$$

- Una matriz es una lista de columnas
- Solemos usar mayúsculas para los nombres de las matrices
- En este caso, A tiene 4 renglones y 3 columnas, es decir que es de 4×3
- El renglón A_2 es $\langle 100, 100, 95 \rangle$
- El elemento $A_{3,2}$ es 70

Cuando una matriz es de $1 \times n$ es una matriz renglón:

$$B = \begin{bmatrix} 100 & 95 & 89 & 92 \end{bmatrix}$$

Cuando una matriz es de $n \times 1$ es una matriz columna o vector:

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 100 \\ 91 \\ 95 \\ 98 \\ 85 \end{bmatrix}$$

Cuando una matriz es de $1 \times n$ es una matriz renglón:

$$B = \begin{bmatrix} 100 & 95 & 89 & 92 \end{bmatrix}$$

Cuando una matriz es de $n \times 1$ es una matriz columna o vector:

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 100 \\ 91 \\ 95 \\ 98 \\ 85 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 2 & 4 \\ -2 & 8 & 20 & 7 \\ 1 & 5 & 13 & 14 \\ 20 & 4 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

- La diagonal principal hace referencia a cada elemento a_{ii}
- Si todo **abajo** de la diagonal principal es 0, entonces le llamamos matriz triangular superior
- Si todo **arriba** de la diagonal principal es 0, entonces le llamamos matriz triangular inferior

Matrices

Estructuras matemáticas

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 2 & 4 \\ 0 & 8 & 20 & 7 \\ 0 & 0 & 13 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

- La diagonal principal hace referencia a cada elemento a_{ii}
- Si todo **abajo** de la diagonal principal es 0, entonces le llamamos matriz triangular superior
- Si todo **arriba** de la diagonal principal es 0, entonces le llamamos matriz triangular inferior

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 8 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 13 & 0 \\ 20 & 4 & 2 & 10 \end{bmatrix}$$

- La diagonal principal hace referencia a cada elemento a_{ii}
- Si todo **abajo** de la diagonal principal es 0, entonces le llamamos matriz triangular superior
- Si todo **arriba** de la diagonal principal es 0, entonces le llamamos matriz triangular inferior

¿Y qué puedo hacer con las matrices?

Operaciones matriciales

Podemos sumar dos matrices si tienen **las mismas dimensiones**:

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 0 & 7 & 2 & 9\\ 2 & 2 & 3 & 1\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}3 & 7 & 2 & 0\\ 7 & -2 & 8 & 5\\ 1 & 3 & -8 & 2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4 & 9 & 5 & 4\\ 7 & 5 & 10 & 14\\ 3 & 5 & -5 & 3\end{bmatrix}$$

Suma de Matrices

Operaciones matriciales

En general ...

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & \dots & a_{1j} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \dots & \dots & a_{ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & \dots & b_{1j} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ b_{i1} & \dots & \dots & b_{ij} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & \dots & \dots & a_{1j} + b_{1j} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} + b_{i1} & \dots & \dots & a_{ij} + b_{ij} \end{bmatrix}$$

Producto por un escalar

Operaciones matriciales

Podemos multiplicar la matriz por un escalar (o sea, una cantidad):

$$2\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 10 & 12 & 14 & 16 \\ 18 & 20 & 22 & 24 \\ 26 & 28 & 30 & 32 \end{bmatrix}$$

En este caso, estamos **escalando** la matriz por 2. ¿Qué pasa si multiplicamos por $\frac{2}{3}$?

Producto por escalar
Operaciones matriciales

En general...

$$c\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & \dots & a_{1j} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \dots & \dots & a_{ij} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} ca_{11} & \dots & \dots & ca_{1j} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ ca_{i1} & \dots & \dots & ca_{ij} \end{bmatrix}$$

Producto matricial

Operaciones matriciales

Para multiplicar dos matrices (ya sea **matriz por vector**, o **matriz por matriz**), es necesario que el número de renglones de *la primera* coincida con el número de columnas de *la segunda*.

La matriz resultante tendrá el **mismo número de renglones** de *la primera* y el **mismo número de columnas** que *la segunda*.

Una manera fácil de recordar

Si A tiene dimensiones 2×3 y B tiene dimensiones de 3×3 ...

$$(2 \times 3) \times (3 \times 3)$$

...entonces sí se pueden multiplicar y el resultado tendrá dimensiones 2×3

Para multiplicar dos matrices (ya sea **matriz por vector**, o **matriz por matriz**), es necesario que el número de renglones de *la primera* coincida con el número de columnas de *la segunda*.

La matriz resultante tendrá el **mismo número de renglones** de *la primera* y el **mismo número de columnas** que *la segunda*.

Una manera fácil de recordar

Si A tiene dimensiones 2×3 y B tiene dimensiones de 3×3 ...

$$(2 \times 3) \times (3 \times 3)$$

...entonces sí se pueden multiplicar y el resultado tendrá dimensiones 2×3

Para multiplicar dos matrices (ya sea **matriz por vector**, o **matriz por matriz**), es necesario que el número de renglones de *la primera* coincida con el número de columnas de *la segunda*.

La matriz resultante tendrá el **mismo número de renglones** de *la primera* y el **mismo número de columnas** que *la segunda*.

Una manera fácil de recordar

Si A tiene dimensiones 2×3 y B tiene dimensiones de 3×3 ...

$$(2 \times 3) \times (3 \times 3)$$

... entonces sí se pueden multiplicar y el resultado tendrá dimensiones 2×3

Matriz por vector

Operaciones matriciales

El resultado se obtiene sumando las multiplicaciones de **cada una de las columnas** de la primera, por **cada una de las filas** de la segunda.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(-4) + (0)(5) + (-1)(-7) \\ \\ (3)(-4) + (4)(5) + (-2)(-7) \end{bmatrix}$$

Matriz por vector

Operaciones matriciales

El resultado se obtiene sumando las multiplicaciones de **cada una de las columnas** de la primera, por **cada una de las filas** de la segunda.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(-4) + (0)(5) + (-1)(-7) \\ (3)(-4) + (4)(5) + (-2)(-7) \end{bmatrix}$$

Matriz por vector

Operaciones matriciales

El resultado se obtiene sumando las multiplicaciones de **cada una de las columnas** de la primera, por **cada una de las filas** de la segunda.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(-4) + (0)(5) + (-1)(-7) \\ (3)(-4) + (4)(5) + (-2)(-7) \end{bmatrix}$$

El resultado se obtiene sumando las multiplicaciones de **cada una de las columnas** de la primera, por **cada una de las filas** de la segunda.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(-4) + (0)(5) + (-1)(-7) \\ (3)(-4) + (4)(5) + (-2)(-7) \end{bmatrix}$$

Matriz por vector

Operaciones matriciales

El resultado se obtiene sumando las multiplicaciones de **cada una de las columnas** de la primera, por **cada una de las filas** de la segunda.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(-4) + (0)(5) + (-1)(-7) \\ \\ (3)(-4) + (4)(5) + (-2)(-7) \end{bmatrix}$$

Matriz por vector

Operaciones matriciales

El resultado se obtiene sumando las multiplicaciones de **cada una de las columnas** de la primera, por **cada una de las filas** de la segunda.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(-4) + (0)(5) + (-1)(-7) \\ (3)(-4) + (4)(5) + (-2)(-7) \end{bmatrix}$$

El resultado se obtiene sumando las multiplicaciones de **cada una de las columnas** de la primera, por **cada una de las filas** de la segunda.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(-4) + (0)(5) + (-1)(-7) \\ (3)(-4) + (4)(5) + (-2)(-7) \end{bmatrix}$$

El resultado se obtiene sumando las multiplicaciones de **cada una de las columnas** de la primera, por **cada una de las filas** de la segunda.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(-4) + (0)(5) + (-1)(-7) \\ \\ (3)(-4) + (4)(5) + (-2)(-7) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -8 + 0 + 7 \\ -12 + 20 + 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 22 \end{bmatrix}$$

Matriz por vector

Operaciones matriciales

El resultado se obtiene sumando las multiplicaciones de **cada una de las filas** de la primera, por **cada una de las filas** de la segunda; elemento por elemento.

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(-4) + (0)(5) + (-1)(-7) \\ \\ (3)(-4) + (4)(5) + (-2)(-7) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -8 + 0 + 7 \\ -12 + 20 + 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 22 \end{bmatrix}$$

También podemos verlo como una reducción de multiplicaciones escalares (y es más sencillo de visualizar):

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} = -4 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} - 7 \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -8 \\ -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 22 \end{bmatrix}$$

Matriz por matriz

Operaciones matriciales

Para el caso de matriz por matriz, la idea es la misma.

El resultado de AB es la **combinación lineal** de A por cada una de las columnas de B, $AB = [A\mathbf{b_1} \dots A\mathbf{b_k}]$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

¿Se pueden multiplicar? ¿De qué tamaño será la matriz resultante?

Para el caso de matriz por matriz, la idea es la misma.

El resultado de AB es la **combinación lineal** de A por cada una de las columnas de B, $AB = [A\mathbf{b_1} \dots A\mathbf{b_k}]$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

¿Se pueden multiplicar? ¿De qué tamaño será la matriz resultante?

Para el caso de matriz por matriz, la idea es la misma.

El resultado de AB es la **combinación lineal** de A por cada una de las columnas de B, $AB = [A\mathbf{b_1} \ldots A\mathbf{b_k}]$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

¿Se pueden multiplicar? ¿De qué tamaño será la matriz resultante?

Matriz por matriz

Operaciones matriciales

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

A por primera columna de B:

$$A\mathbf{b_1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} -2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} +0 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Matriz por matriz
Operaciones matriciales

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

A por segunda columna de B:

$$A\mathbf{b_2} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Matriz por matriz

Operaciones matriciales

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

A por tercera columna de B:

$$A\mathbf{b_3} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} +5 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} -2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

El resultado es entonces todas las columnas resultantes, una después de la otra:

$$AB = [A\mathbf{b_1}\; A\mathbf{b_2}\; A\mathbf{b_3}] = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 6 \\ 4 & 14 & 9 \end{bmatrix}$$

IntelliCorp produce dos tipos de procesadores, el `x230` y el `x260` para sus robots.
Para poder fabricarlos, se necesita **silicio**, **cobre** y **aluminio**.
El `x230` usa 4, 3 y 5 láminas, respectivamente, mientras que el `x260` usa 5, 2 y 6 placas.
Acaba de llegar un pedido del área de manufactura solicitando 10 procesadores tipo `x230` y 21 de tipo `x260` para el sistema óptico del *Spade VIII*.

¿Cuánta materia prima necesita *Intellicorp* para cumplir con el pedido?

El pedido es de 10 `x230` y 21 `x260`, y los requerimientos son:

	x230	x260
Si	4	5
Cu	3	2
Al	5	6

Es decir $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 21 \end{bmatrix}$.

El pedido es de 10 `x230` y 21 `x260`, y los requerimientos son:

	x230	x260
Si	4	5
Cu	3	2
Al	5	6

Es decir $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 21 \end{bmatrix}$.

Manos a la obra

Ensamblando robots

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 21 \end{bmatrix} = 10 \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + 21 \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 40 \\ 30 \\ 50 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 105 \\ 42 \\ 126 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 145 \\ 72 \\ 176 \end{bmatrix}$$

Significa que necesitamos 145 placas de silicio, 72 placas de cobre y 176 placas de aluminio ■

Sistemas de visión

Ensamblando Robots

El *Spade VIII* es un robot caza. Sin embargo, los modelos más sencillos como el *Apis IV* y el *Myxini II* utilizan menos procesadores `x230` y `x260` para funcionar. Específicamente:

	Apis IV	Myxini II
x230	8	2
x260	3	4

Si queremos hacer sistemas de visión para 11 *Apis IV* y 20 *Myxiny II*, ¿Cuántos procesadores de cada tipo necesito?

$$\begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 \\ 20 \end{bmatrix} =$$

$$= 11 \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} + 20 \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 128 \\ 113 \end{bmatrix}$$

Necesito entonces 128 `x230` y 113 `x260` para cumplir el pedido ■

¿Cuánto representa esto en placas de silicio, cobre y aluminio?

Costo total

Ensamblando Robots

Usando la matriz de requerimiento original, tenemos:

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 128 \\ 113 \end{bmatrix} =$$

$$= 128 \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + 113 \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1077 \\ 610 \\ 1318 \end{bmatrix}$$

Por lo que necesitamos 1077 placas de silicio, 610 de cobre y 1318 de aluminio

■

Por aire y por mar

Ensamblando Robots

Una *patrulla* consta de un robot aéreo y uno acuático. Si queremos hacer una patrulla con un *Apis IV* y un *Myxini II*...

- ¿Cuántas placas de material necesitamos?
- ¿Cuántas necesitaríamos si quisiéramos hacer un escuadrón con 3 patrullas?