Raíces: *Bracketing Methods*

Aplicación de Métodos Numéricos al Ambiente Construido (CV1012)

M.C. Xavier Sánchez Díaz
sax@tec.mx

Tecnológico de Monterrey

Outline

¿Qué es una raíz?

Raíces

Definición

La raíz de una función f (también llamada *cero*) es un número x tal que $f(x) = 0$.

En otras palabras, la raíz de una función hace referencia al valor numérico de una **variable independiente** cuando la **variable dependiente** vale 0.

En palabras aún más simples, una raíz se puede identificar **gráficamente** como el punto donde la gráfica de una función corta al eje de las x.

¿Qué es una raíz?

Raíces

Definición

La raíz de una función f (también llamada *cero*) es un número x tal que $f(x) = 0$.

En otras palabras, la raíz de una función hace referencia al valor numérico de una **variable independiente** cuando la **variable dependiente** vale 0.

En palabras aún más simples, una raíz se puede identificar **gráficamente** como el punto donde la gráfica de una función corta al eje de las x.

¿Qué es una raíz?

Raíces

Definición

La raíz de una función f (también llamada *cero*) es un número x tal que $f(x) = 0$.

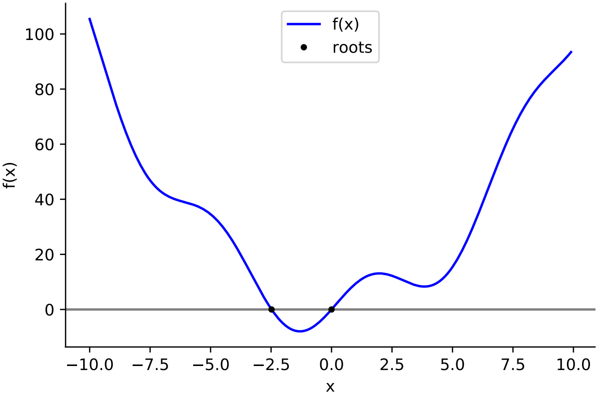
En otras palabras, la raíz de una función hace referencia al valor numérico de una **variable independiente** cuando la **variable dependiente** vale 0.

En palabras aún más simples, una raíz se puede identificar **gráficamente** como el punto donde la gráfica de una función corta al eje de las x.

¿Para qué me sirve encontrar una raíz?

Raíces

¿Qué significa cada raíz en esta gráfica si $f(x)$ fuera velocidad? ¿Qué valores tienen?



Bisección

Método de bisección

Sabiendo que nuestra función es $f(x) = x^2 + 10\sin(x)$, intentemos encontrar **gráficamente** la raíz exacta que está cerca del -2.5.

Primero, delimitemos puntos de *más o menos* dónde podría estar:

- Uno de ellos tendría que ser donde la evaluación de $f(x)$ dé como resultado un número positivo—es decir, por **arriba** del 0.
- El otro por **debajo** del 0.

Para este caso, pensemos en -3 y -2, donde

$$f(-3) = 7.588799919 \quad \text{y} \quad f(-2) = -5.092974268$$

Bisección

Método de bisección

Sabiendo que nuestra función es $f(x) = x^2 + 10\sin(x)$, intentemos encontrar **gráficamente** la raíz exacta que está cerca del -2.5.

Primero, delimitemos puntos de *más o menos* dónde podría estar:

- Uno de ellos tendría que ser donde la evaluación de $f(x)$ dé como resultado un número positivo—es decir, por **arriba** del 0.
- El otro por **debajo** del 0.

Para este caso, pensemos en -3 y -2, donde

$$f(-3) = 7.588799919 \quad \text{y} \quad f(-2) = -5.092974268$$

Bisección

Método de bisección

Sabiendo que nuestra función es $f(x) = x^2 + 10\sin(x)$, intentemos encontrar **gráficamente** la raíz exacta que está cerca del -2.5.

Primero, delimitemos puntos de *más o menos* dónde podría estar:

- Uno de ellos tendría que ser donde la evaluación de $f(x)$ dé como resultado un número positivo—es decir, por **arriba** del 0.
- El otro por **debajo** del 0.

Para este caso, pensemos en -3 y -2, donde

$$f(-3) = 7.588799919 \quad \text{y} \quad f(-2) = -5.092974268$$

Bisección

Método de bisección

Sabiendo que nuestra función es $f(x) = x^2 + 10\sin(x)$, intentemos encontrar **gráficamente** la raíz exacta que está cerca del -2.5.

Primero, delimitemos puntos de *más o menos* dónde podría estar:

- Uno de ellos tendría que ser donde la evaluación de $f(x)$ dé como resultado un número positivo—es decir, por **arriba** del 0.
- El otro por **debajo** del 0.

Para este caso, pensemos en -3 y -2, donde

$$f(-3) = 7.588799919 \quad \text{y} \quad f(-2) = -5.092974268$$

Sabiendo que nuestra función es $f(x) = x^2 + 10\sin(x)$, intentemos encontrar **gráficamente** la raíz exacta que está cerca del -2.5.

Primero, delimitemos puntos de *más o menos* dónde podría estar:

- Uno de ellos tendría que ser donde la evaluación de $f(x)$ dé como resultado un número positivo—es decir, por **arriba** del 0.
- El otro por **debajo** del 0.

Para este caso, pensemos en -3 y -2, donde

$$f(-3) = 7.588799919 \quad \text{y} \quad f(-2) = -5.092974268$$

Encontremos el punto medio entre nuestros dos límites con un simple promedio:

$$x_r = \frac{-3 + (-2)}{2} = -2.5$$

Y ahora evaluemos la función en la aproximación: $f(-2.5) = 0.26528$.

Con este nuevo número, ahora revisemos cuánto da la multiplicación de las evaluaciones de este nuevo punto y del límite inferior:

$$f(-3) \cdot f(-2.5) = (7.588799919)(0.26528) = 2.0131$$

Y como este número es positivo, significa que no ocurrió un cambio de signo[1].

[1] ¿Por qué podemos asumir esto?

Encontremos el punto medio entre nuestros dos límites con un simple promedio:

$$x_r = \frac{-3 + (-2)}{2} = -2.5$$

Y ahora evaluemos la función en la aproximación: $f(-2.5) = 0.26528$.

Con este nuevo número, ahora revisemos cuánto da la multiplicación de las evaluaciones de este nuevo punto y del límite inferior:

$$f(-3) \cdot f(-2.5) = (7.588799919)(0.26528) = 2.0131$$

Y como este número es positivo, significa que no ocurrió un cambio de signo[1].

[1] ¿Por qué podemos asumir esto?

Encontremos el punto medio entre nuestros dos límites con un simple promedio:

$$x_r = \frac{-3 + (-2)}{2} = -2.5$$

Y ahora evaluemos la función en la aproximación: $f(-2.5) = 0.26528$.

Con este nuevo número, ahora revisemos cuánto da la multiplicación de las

evaluaciones de este nuevo punto y del límite inferior:

$$f(-3) \cdot f(-2.5) = (7.588799919)(0.26528) = 2.0131$$

Y como este número es positivo, significa que no ocurrió un cambio de signo[1].

[1] ¿Por qué podemos asumir esto?

Bisección

Método de bisección

Encontremos el punto medio entre nuestros dos límites con un simple promedio:

$$x_r = \frac{-3 + (-2)}{2} = -2.5$$

Y ahora evaluemos la función en la aproximación: $f(-2.5) = 0.26528$.

Con este nuevo número, ahora revisemos cuánto da la multiplicación de las

evaluaciones de este nuevo punto y del límite inferior:

$$f(-3) \cdot f(-2.5) = (7.588799919)(0.26528) = 2.0131$$

Y como este número es positivo, significa que no ocurrió un cambio de signo[1].

[1] ¿Por qué podemos asumir esto?

Este proceso es conocido como el método de bisección. Repetimos el procedimiento:

1. Bisectamos: $x_r = \frac{-2.5+(-2)}{2} = -2.25$
2. Evaluamos: $f(-2.25) = -2.7182$
3. Probamos con límite inferior: $f(-2.5) \cdot f(-2.25) = (0.26528)(-2.7182) = -0.72109$
4. Revisamos el signo del paso 3. Si es positivo, entonces probamos con el otro límite. Si es negativo, entonces usamos x_r como nuevo límite.
5. Medimos el error: $\varepsilon_a = \frac{-2.5-(-2.25)}{-2.5} = 0.1$

Y seguiremos repitiendo, hasta que ε_a sea lo suficientemente pequeño.

Bisección

Método de bisección

Este proceso es conocido como el método de bisección. Repetimos el procedimiento:

1. Bisectamos: $x_r = \frac{-2.5+(-2)}{2} = -2.25$
2. Evaluamos: $f(-2.25) = -2.7182$
3. Probamos con límite inferior:
   $f(-2.5) \cdot f(-2.25) = (0.26528)(-2.7182) = -0.72109$
4. Revisamos el signo del paso 3. Si es positivo, entonces probamos con el otro límite. Si es negativo, entonces usamos x_r como nuevo límite.
5. Medimos el error: $\varepsilon_a = \frac{-2.5-(-2.25)}{-2.5} = 0.1$

Y seguiremos repitiendo, hasta que ε_a sea lo suficientemente pequeño.

Este proceso es conocido como el método de bisección. Repetimos el procedimiento:

1. Bisectamos: $x_r = \frac{-2.5+(-2)}{2} = -2.25$
2. Evaluamos: $f(-2.25) = -2.7182$
3. Probamos con límite inferior: $f(-2.5) \cdot f(-2.25) = (0.26528)(-2.7182) = -0.72109$
4. Revisamos el signo del paso 3. Si es positivo, entonces probamos con el otro límite. Si es negativo, entonces usamos x_r como nuevo límite.
5. Medimos el error: $\varepsilon_a = \frac{-2.5-(-2.25)}{-2.5} = 0.1$

Y seguiremos repitiendo, hasta que ε_a sea lo suficientemente pequeño.

Este proceso es conocido como el método de bisección. Repetimos el procedimiento:

1. Bisectamos: $x_r = \frac{-2.5+(-2)}{2} = -2.25$
2. Evaluamos: $f(-2.25) = -2.7182$
3. Probamos con límite inferior: $f(-2.5) \cdot f(-2.25) = (0.26528)(-2.7182) = -0.72109$
4. Revisamos el signo del paso 3. Si es positivo, entonces probamos con el otro límite. Si es negativo, entonces usamos x_r como nuevo límite.
5. Medimos el error: $\varepsilon_a = \frac{-2.5-(-2.25)}{-2.5} = 0.1$

Y seguiremos repitiendo, hasta que ε_a sea lo suficientemente pequeño.

Este proceso es conocido como el método de bisección. Repetimos el procedimiento:

1. Bisectamos: $x_r = \frac{-2.5+(-2)}{2} = -2.25$
2. Evaluamos: $f(-2.25) = -2.7182$
3. Probamos con límite inferior:
   $f(-2.5) \cdot f(-2.25) = (0.26528)(-2.7182) = -0.72109$
4. Revisamos el signo del paso 3. Si es positivo, entonces probamos con el otro límite. Si es negativo, entonces usamos x_r como nuevo límite.
5. Medimos el error: $\varepsilon_a = \frac{-2.5-(-2.25)}{-2.5} = 0.1$

Y seguiremos repitiendo, hasta que ε_a sea lo suficientemente pequeño.

Este proceso es conocido como el método de bisección. Repetimos el procedimiento:

1. Bisectamos: $x_r = \frac{-2.5+(-2)}{2} = -2.25$
2. Evaluamos: $f(-2.25) = -2.7182$
3. Probamos con límite inferior: $f(-2.5) \cdot f(-2.25) = (0.26528)(-2.7182) = -0.72109$
4. Revisamos el signo del paso 3. Si es positivo, entonces probamos con el otro límite. Si es negativo, entonces usamos x_r como nuevo límite.
5. Medimos el error: $\varepsilon_a = \frac{-2.5-(-2.25)}{-2.5} = 0.1$

Y seguiremos repitiendo, hasta que ε_a sea lo suficientemente pequeño.

Bisección

Método de bisección

Este proceso es conocido como el método de bisección. Repetimos el procedimiento:

1. Bisectamos: $x_r = \frac{-2.5+(-2)}{2} = -2.25$
2. Evaluamos: $f(-2.25) = -2.7182$
3. Probamos con límite inferior: $f(-2.5) \cdot f(-2.25) = (0.26528)(-2.7182) = -0.72109$
4. Revisamos el signo del paso 3. Si es positivo, entonces probamos con el otro límite. Si es negativo, entonces usamos x_r como nuevo límite.
5. Medimos el error: $\varepsilon_a = \frac{-2.5-(-2.25)}{-2.5} = 0.1$

Y seguiremos repitiendo, hasta que ε_a sea lo suficientemente pequeño.

NotImplementedError