1. Путешествие ламы в ЛКЛ

	Л	**А**	**М**	**А**
+				
		Л	**К**	**Л**
+				
	Л	**А**	**В**	**А**

Пример рассуждений для получения правильного ответа:

- В последнем столбце складываются цифры(А, Л, А), две из которых одинаковы, из этого следует, что **Л - четная цифра**.
- Во втором столбце та же суммы цифр А, Л, А, и мы уже знаем, что остаток при делении на 10 этой суммы это четное число. Следовательно, **М+К+В должна быть меньше 10 или больше или равна 20**.
- Аналогично, для того чтобы остаток при делении на 10 суммы Л + Л был четным, **сумма А + Л + А должна быть меньше 10 или больше или равна 20**

- Пусть сумма М + К + В >= 20, а сумма А + Л + А < 10. Подберем подходящие значения.
- **А = 1, Л = 2, М = 7, К = 8, В = 9**. Проверим подходят ли эти значения

	2	**1**	**7**	**1**
+				
		2	**8**	**2**
+				
	2	**1**	**9**	**1**
=	**4**	**6**	**4**	**4**

Результат содержит 4 четные цифры, как и требовалось в условии.

2. Разноцветные истории

	оранжевый	синий	красный	розовый	желтый
Даша		**+**			**+**
Дима		**+**		**+**	
Дарина	**+**		**+**		
Диана			**+**		**+**
Данил	**+**			**+**	

Всего существует 10 различный наборов из двух различных цветов. Из них только 5 наборов не являются предположениями ребят. Рассмотрим эти наборы.

1. Оранжевый + синий. Ошиблась Диана.
2. Синий + красный. Ошибся Данил.
3. Красный + розовый. Ошиблась Даша.
4. Розовый + желтый. Ошиблась Дарина.
5. Желтый + оранжевый. Ошибся Дима.

По таблице можно определить, что для всех этих наборов выполняется условие задачи. То есть в пересечении четырех имен и наборов из двух цветов стоит ровно один плюс, это значит, что четыре ребенка правильно назвали один цвет. А в пересечении оставшегося пятого имени нет ни одного плюса, это значит, что данный ребенок не угадал ни один цвет.

3. Погадаем!

Так как Диана точно знает, что сумма чисел, написанных на лепестках Данила четна, то для Данила остались такие числа, что он при любом своем выборе оторвет 2 четных или 2 нечетных числа. А это значит, что на ромашке остались лепестки, на которых написаны числа одинаковой четности.

После того, как Диана оторвала себе 5 лепестков, на ромашке осталось 6 лепестков. То есть на ромашке должно остаться либо 6 четных, либо 6 нечетных лепестков. Но так как в наборе **{7, 5, 4, 3, 14, 53, 42, 17, 6, 2, 63}** всего 5 четных чисел, то Данил выбирал свои лепестки из тех, на которых написаны нечетные числа. А все лепестки, на которых написаны четные числа забрала себе Диана. То есть Диана оборвала лепестки с наборов чисел **{4, 14, 42, 6, 2}.**

4. Палиндромы

В данной задаче требовалось изменить минимальное количество символов в таблице, так чтобы слова в каждом столбце и в каждой строке были бы палиндромами.

Палиндром - слово, не обязательно реально существующее, которое одинаково одинаково читается слева направо и справа налево.

Решение:

Предварительные рассуждения:

Заметим, что для каждой ячейки таблицы можно точно сказать, с какими другими ячейками она должна совпадать. Очевидно, что клеточка должна совпадать с симметричными ей относительно центра ее столбца и центра ее строки (из определения палиндрома), но и эти клеточки в свою очередь должны совпадать с симметричными для них.

Продолжая в том же духе, постоянно рассматривая симметричные клеточки таким образом мы получим разбиение клеточек на непересекающиеся наборы, в каждом из которых должны быть клеточки с одинаковыми буквами.

Подсчет ответа:

Далее не будем обращать внимания на наборы, в которых клеточки во всех буквах одинаковы. На рисунке ниже одинаковыми цветами (не считая серого) выделены ячейки, принадлежащие одному и тому же набору, в котором есть хотя бы одна буква, отличающаяся от оставшихся.

	М	М		
О	Т	Л	Т	Я
Р	Л	Л	Л	Н
О	Р	И	Р	О
Н	Р	Л	О	Н
О	Л	И	Л	О
	Н	М	Т	
	М			

Получим всего пять наборов, в каждом из которых ровно одна буква отличается от оставшихся. Понятно, что поскольку мы хотим минимизировать ответ, нам выгодно изменять в каждом наборе одну эту букву. Отсюда, очевидным образом следует, что ответ на задачу 5.

На рисунке выше красным выделены буквы, которые нужно заменить.

Решение #2

Оценка:

Давайте заметим, что у нас ровно пять столбцов и ровно пять строк не являются палиндромами. Далее будем рассматривать только поврежденные строки.

Очевидно, что чтобы исправить каждую строчку нам потребуется сделать как минимум одно изменение буквы в каждой “поврежденной” строке, так как изменения внутри одной строки не могут сделать палиндромом слово из другой строки. Значит нам потребуется как минимум 5 изменений символов (по количеству “поврежденных” строк)

Покажем на примере, что можно сделать пять изменений символов, так чтобы в каждом строке и в каждой строке был бы палиндром.

Пример:

	М	М		
О	Т	Л	Т	О
Н	Л	Л	Л	Н
О	Р	И	Р	О
Н	Р	Л	Р	Н
О	Л	Л	Л	О
	Т	М	Т	
	М			

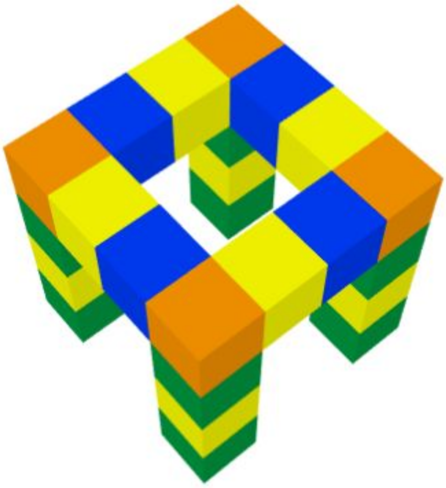
Можно легко убедиться, что пяти исправлений (исправленные буквы выделены красным) достаточно для того, чтобы каждый столбец и каждая строка стали палиндромами

5. D&P

Минимальное число цветов, в которые можно раскрасить букву П - 4. Это связано с тем, что существует вершина, в которой соприкасаются четыре различных кубика. И следовательно эти кубики должны быть раскрашены в разные цвета.

Трех цветов не хватает!

Пример правильной раскраски:



6. Сиди рисуй плакаты

```
повтори 3
начало
    вперед 6
    налево 120
    вперед 6
    налево 120
    вперед 6
конец
налево 90
вперед 8
налево 45
повтори 4
начало
    вперед 2
    налево 90
конец
направо 45
вперед 4
```

Итого: 18 строк

7. Опять раскраска?

Формализуем задачу:

У нас есть строка из 0 и 1, где 0 - соответствует зеленому цвету, а 1 - соответствует розовому. Таким образом исходная стенка превращается в следующий набор из 0 и 1: 0010000.

Тогда операция перекрашивания заменяет на выбранном отрезке все 0 на 1, а все 1 на 0.

Например, при перекраске выделенного отрезка [0010]000 мы получим [1101]000.

Далее будем оперировать обеими постановками задачи.

Решение:

Замечание 1. Существуют всего четыре различных отрезка, к которым мы можем применить операцию перекрашивания, а именно:

1. [0010]000
2. 0[0100]00
3. 00[1000]0
4. 001[0000]

Замечание 2. Операция перекрашивания какого-то участка - преобразует строку в точности следующим образом:

$$
\begin{aligned}
a_i &= (a_i + 1) \bmod 2 \\
a_{i+1} &= (a_{i+1} + 1) \bmod 2 \\
a_{i+2} &= (a_{i+2} + 1) \bmod 2 \\
a_{i+3} &= (a_{i+3} + 1) \bmod 2,
\end{aligned}
$$

где a_i - *i*-ый участок стены, $a_i \in [0,\ 1]$, $i \in [1;\ 4]$, а $x \bmod y$ - остаток от деления x на y

Утверждение 1. Два последовательных перекрашивания одного и того же отрезка не меняют раскраску стены.

Доказательство:

Рассмотрим произвольный участок стены a_i

Если a_i - не является частью перекрашиваемого отрезка, то этот участок стены, очевидно, не изменяется.

Иначе возможно два случая:

1. До перекрашиваний $a_i = 1$, тогда после первого перекрашивания $a_i = (a_i + 1) \, mod \, 2 = (1 + 1) \, mod \, 2 = 0$, а после второго перекрашивания $a_i = (a_i + 1) \, mod \, 2 = (0 + 1) \, mod \, 2 = 1$
2. До перекрашиваний $a_i = 0$, тогда после первого перекрашивания $a_i = 1$, а после второго перекрашивания $a_i = 0$

В силу произвольности выбора a_i мы получаем, что при последовательном перекрашивании одного и того же отрезка раскраска стены не изменяется.

Утверждение 2. Раскраска стены, полученная после применения нескольких операций перекрашивания не зависит от порядка их применения.

Доказательство:

Рассмотрим произвольную последовательность отрезков, к которым применяется операция перекрашивания. Возьмем два произвольных отрезка и поменяем их местами. Суммарное количество перекрашиваний для каждой клетки при этом не изменится $\Rightarrow$ результаты перекрашиваний до и после обмена местами двух отрезков не различаются.

С помощью таких обменов можно переупорядочить исходную последовательность произвольным образом.

Утверждение 3. Не имеет смысла применять операцию перекрашивания к одному и тому же отрезку более одного раза.

Доказательство:

Рассмотрим некоторую последовательность отрезков к которым мы применяем операцию перекрашивания. Из *утверждения 2* следует, что мы можем переупорядочить их, сгруппировав одинаковые отрезки рядом.

Из *утверждения 1* следует, что любую группу из нечетного количества одинаковых отрезков можно заменить на 1 такой отрезок, а любую группу из четного количества можно заменить на 0 таких отрезков (просто последовательно применяя *утверждение 1* к двум одинаковым отрезкам, пока это возможно).

Таким образом мы получаем последовательность из отрезков, где каждый отрезок встречается не более чем один раз при этом не изменяя раскраски, которая получится результате $\Rightarrow$ утверждение 3 доказано.

Из *утверждения 3* следует, что к каждому отрезку мы можем либо применить операцию перекрашивания, либо не применить. Пусть $x_i = 1$, если мы применяем операцию перекрашивания к i-ому отрезку, иначе $x_i = 0$.

Изначально x_i нам неизвестны, составим систему уравнений для того, чтобы их найти.

Для каждого участка стены можно сказать какие из отрезков на него влияют при перекрашивании (так, например, на второй участок влияют первый и второй отрезки, согласно нумерации приведенной выше). На конечный цвет участка стены влияет четность количества его перекрашиваний (если их четное количество, то цвет не изменится, иначе поменяется на другой).

Составим систему из семи уравнений (по количеству участков стены), где в левой части j-ого уравнения, будет стоять сумма x_i, таких что отрезок с номером i влияет на j-ый участок стены. Эту сумму можно рассматривать по модулю два, так как на конечный цвет стены будет влиять только четность количества перекрашиваний. Значит в правой части j-ого уравнения будет стоять, либо число 1, если цвет j-ого отрезка должен измениться, иначе 0.

Получим систему уравнений представленную ниже, если она имеет решение, то существует последовательность перекрашиваний, позволяющая получить розовую стену, иначе - не существует.

$$\begin{cases} x_1 \mod 2 = 1 \\ (x_1 + x_2) \mod 2 = 1 \\ (x_1 + x_2 + x_3) \mod 2 = 0 \\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \mod 2 = 1 \\ (x_2 + x_3 + x_4) \mod 2 = 1 \\ (x_3 + x_4) \mod 2 = 1 \\ x_4 \mod 2 = 1 \end{cases}$$

Из первых четырех уравнений можно можно получить, что $x_1 = 1,\ x_2 = 0,\ x_3 = 1,\ x_4 = 1 \Rightarrow\ x_2 + x_3 + x_4 = 0$, но с другой стороны, согласно пятому уравнению системы: $x_2 + x_3 + x_4 = 1$. Получили противоречие $\Rightarrow$ не существует способа с помощью определенных выше способов получить строку 1111111 или что тоже самое перекрасить всю стену в розовый цвет.