

Разбор вступительной работы ЛКЛ 2017

Параллель D

[1. Инновации и нанотехнологии.](#)

[2. Используй силу, Пётр!](#)

[3. Загадочная цистерна.](#)

[4. Ameownation и дары поклонников.](#)

[5. Космическая экспансия.](#)

[6. Ameownation и тайная комната.](#)

[7. Дружба — это магия!](#)

1. Инновации и нанотехнологии.

1. Корабль состоит из трех отсеков. Каждый отсек состоит из восьми кубических модулей. У куба шесть сторон - граней.
Общее количество граней всех модулей: $3 \cdot 8 \cdot 6 = 144$.
2. Каждая грань отсека корабля состоит из четырёх граней модулей. У двух отсеков целлофаном покрыты пять из шести граней. Еще у одного отсека покрыты четыре грани.
Количество покрытых целлофаном граней модулей: $4 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 4 \cdot 4 = 56$.
3. Найдём количество граней модулей, которые нужно обшить: $144 - 56 = 88$.
4. Грань модуля это квадрат со стороной 1 метр.
Значит, общая площадь необшитых граней: $88 \cdot 1 \cdot 1 = 88 \text{ м}^2$.
5. Листы целлофана можно разрезать как угодно, следовательно достаточно подобрать такое минимальное количество листов, что их площадь больше или равна площади необшитых граней модулей.
6. Площадь одного листа целлофана: $2 \cdot 4 = 8 \text{ м}^2$.
7. Необходимое количество листов: $88 / 8 = 11$.

Ответ: потребуется 11 листов целлофана.

2. Используй силу, Пётр!

В этой задаче не только требуется найти минимальное количество взятых мечей, но и доказать, почему оно является минимальным. Рассмотрим все возможные случаи взятия мечей из коробок.

1. Предположим, Пётр будет брать мечи только из правой коробки.

В ней хранится 15 синих и 7 зелёных световых мечей.

Максимальное число мечей одного цвета, которое мы можем вытащить – это 15. То есть, если из коробки вслепую будет взято 15 или менее мечей, то есть вероятность, что все они окажутся синими.

Для того, чтобы среди выбранных мечей оказались два меча разного цвета, необходимо брать на один больше максимального количества мечей одного цвета, лежащих в этой коробке.

Следовательно, если использовать только правую коробку, то нужно брать хотя бы **16 мечей**, чтобы гарантированно получить два различных цветов.

2. Аналогично рассмотрим ситуацию, когда используется только левая коробка.

В ней лежат 20 зелёных, 5 синих и 1 розовый меч.

Для того, чтобы точно получить два меча разных цветов, необходимо вытащить минимум **21 меч** (в противном случае все взятые мечи могут оказаться зелёными).

3. Пусть Пётр достаёт мечи из обеих коробок.

Заметим, что случаи, когда оба меча разных цветов были извлечены из одной коробки, относятся к разобранным выше (и, так как сейчас используются обе коробки, то ответ может стать только больше). Значит, остаётся рассмотреть случай, когда мечи разных цветов взяты из разных коробок (возможно только в худшем из вариантов развития событий).

Для этого из первой коробки необходимо взять столько мечей, чтобы среди них точно присутствовал хотя бы один какого-то определенного цвета. Из второй коробки нужно взять такое количество мечей, чтобы среди них гарантированно оказался меч любого другого цвета.

Чтобы точно получить меч определенного цвета, необходимо достать хотя бы на один больше, чем суммарное количество мечей других цветов. В противном случае все взятые мечи могут быть не того цвета, который на нужен.

Чтобы точно получить меч, например, не синего цвета, необходимо достать хотя бы на один больше, чем количество мечей этого цвета в коробке. Иначе все мечи могут оказаться синими.

Минимальное количество попыток, за которое мы можем гарантированно получить:

правая коробка	синий меч	за 8 попыток
	зеленый меч	за 16 попыток
	не синий меч	за 16 попыток
	не зеленый меч	за 8 попыток
левая коробка	зеленый меч	за 7 попыток
	синий меч	за 22 попытки
	розовый меч	за 26 попыток
	не зеленый меч	за 21 попытку
	не синий меч	за 6 попыток
	не розовый меч	за 2 попытки

Рассмотрим все подходящие сочетания выбора из одной коробки меча цвета X, а из другой – меча отличного от X цвета.

правая коробка	необходимо достать хотя бы	левая коробка	необходимо достать хотя бы	суммарно не меньше, чем
синий меч	8	не синий меч	6	14
зеленый меч	16	не зеленый меч	21	37
не синий меч	16	синий меч	22	38
не зеленый меч	8	зеленый меч	7	15
не розовый меч	1	розовый меч	26	27

В случае использования обеих коробок Пётр должен вытащить не менее **14 мечей** (8 из правой коробки и 6 из левой), чтобы получить два меча различных цветов.

Рассмотрев результаты трех способов вытаскивания мечей, получаем, что Петру необходимо вытащить хотя бы 14 мечей. Кроме того, мы доказали, что ответ минимальный, так как перебрали все возможные способы выбора мечей, позволяющие получить два меча разных цветов.

Ответ: Петру потребуется вытащить 14 мечей (8 из правой коробки и 6 из левой).

3. Загадочная цистерна.

Александр купил три цистерны с топливом, а Данила – две. Кроме того известно, что Александр купил в два раза больший объем топлива, чем Данила. Следовательно, купленный объем топлива должен быть кратен трем.

Суммарный объем топлива равен $14 + 17 + 19 + 22 + 25 + 27 = 124$ галлонам.

Рассмотрим все возможные варианты выбора цистерны, которая осталась у хозяина заправки:

- 14 галлонов: $124 - 14 = 110$ галлонов – не кратно трём.
- 17 галлонов: $124 - 17 = 107$ галлонов – не кратно трём.
- 19 галлонов: $124 - 19 = 105$ галлонов – кратно трём.
 - $105 / 3 = 35$ галлонов (купил Данила).
 - среди купленных цистерн (14, 17, 22, 25, 27) нельзя выбрать две суммарным объемом 35.
- 22 галлона: $124 - 22 = 102$ галлона – кратно трём.
 - $102 / 3 = 34$ галлонов (купил Данила).
 - среди купленных цистерн (14, 17, 19, 25, 27) нельзя выбрать две суммарным объемом 34.
- 25 галлонов: $124 - 25 = 99$ галлонов – кратно трём.
 - $99 / 3 = 33$ галлона (купил Данила).
 - среди купленных цистерн (14, 17, 19, 22, 27) только 14 и 19 имеют суммарный объем 33.
 - $17 + 22 + 27 = 66 = 33 \cdot 2$ – все условия выполняются.
- 27 галлонов: $124 - 27 = 97$ галлонов – не кратно трём.

Ответ: У хозяина заправки могла остаться только цистерна объемом 25 галлонов. Данила приобрел цистерны объемом 14 и 19 галлонов, а Александр – 17, 22 и 27 галлонов.

4. Aмеownation и дары поклонников.

Вся информация, данная в условии задачи должна учитываться в решении. В решении не должно быть противоречий и неучтенных исходов.

Любимые цвета кошечек — зелёный, чёрный, синий и розовый.
Любимые сладости — лакрица, пончики, мороженое и шоколад.
Каждой кошечке нравится только один цвет и только одно лакомство.
Предпочтения не совпадают ни по какому из пунктов.

- 1. Барабанщица без ума от розового.
- 2. Солистка обожает синий цвет.
- 3. Кошечка, которая любит лакрицу, предпочитает чёрный.
- 4. Клавишница ненавидит зелёный.
- 5. Барабанщица не любит мороженое.
- 6. Солистка и любительница розового не пробовали пончики.
- 7. Кое-кто из участниц квартета любит шоколад.

Из фактов 1 и 2: барабанщице нравится розовый, а солистке нравится синий.

барабанщица	солистка	клавишница	гитаристка
розовый	синий	зелёный / чёрный	зелёный / чёрный
лакрица / пончики / мороженое / шоколад	лакрица / пончики / мороженое / шоколад	лакрица / пончики / мороженое / шоколад	лакрица / пончики / мороженое / шоколад

Из факта 4: клавишница не любит зелёный.

Так как цветов всего четыре, предпочтения кошечек не совпадают, а розовый и синий уже заняты, получаем, что клавишница предпочитает чёрный цвет. Значит, гитаристке остается зелёный.

барабанщица	солистка	клавишница	гитаристка
розовый	синий	чёрный	зелёный
лакрица / пончики / мороженое / шоколад	лакрица / пончики / мороженое / шоколад	лакрица / пончики / мороженое / шоколад	лакрица / пончики / мороженое / шоколад

Из факта 3 следует, что клавишница, которая любит черный цвет, также любит лакрицу.

барабанщица	солистка	клавишница	гитаристка
розовый	синий	чёрный	зелёный
пончики / мороженое / шоколад	пончики / мороженое / шоколад	лакрица	пончики / мороженое / шоколад

Из фактов 5 и 6 следует, что барабанщица (любительница розового) не любит ни мороженое, ни пончики. И, так как лакрица уже занята, то барабанщица предпочитает шоколад.

барабанщица	солистка	клавишница	гитаристка
розовый	синий	чёрный	зелёный
шоколад	пончики / мороженое	лакрица	пончики / мороженое

Ещё из факта 6 известно, что солистка тоже не любит пончики. Из незанятых сладостей остается только мороженое, значит солистке нравится именно оно. Тогда оставшиеся незанятыми пончики должны нравиться гитаристке.

барабанщица	солистка	клавишница	гитаристка
розовый	синий	чёрный	зелёный
шоколад	мороженое	лакрица	пончики

Пункт 7 не несёт никакой новой информации и не вступает в противоречие с нашими результатами.

Ответ: барабанщице нравится розовый и шоколад, солистке – синий и мороженое, клавишнице – чёрный и лакрица, гитаристке – зелёный и пончики.

5. Космическая экспансия.

Если в первый год в лагере было x участников, то количество участников через n увеличений численности можно выразить формулой $x \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2 = x \cdot 2^n$.

Количество учеников увеличивается в 2 раза каждый 3-ий год. Когда в первый год был всего один ученик, дефицит преподавателей случился через 90 лет.

Количество раз, когда численность учеников увеличивалась: $90 / 3 = 30$.

Количество учащихся на момент дефицита: $1 \cdot 2^{30} = 2^{30}$.

Если изначально учеников было четверо, то критическое количество участников лагеря будет достигнуто быстрее. Зная формулу количества участников за n увеличений численности и критическое количество участников, составим уравнение и найдем количество увеличений, которое потребуется, чтобы случился дефицит.

$$4 \cdot 2^n = 2^{30}$$

$$2^2 \cdot 2^n = 2^{30}$$

$$2^{n+2} = 2^{30}$$

$$n + 2 = 30$$

$$n = 30 - 2 = 28$$

Так как увеличение численности происходит в каждый третий год, то 28 увеличений случится за $28 \cdot 3 = 84$ года.

Так же верным решением было бы рассмотреть последовательность из количества участников лагеря для случаев, когда изначально в лагере был один ученик и 4 ученика.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1 ученик	1	1	2	2	2	4	4	4	8	8	8	16	16
4 ученика	4	4	8	8	8	16	16	16	32	32	32	64	64

Заметим, что вторая последовательность смещена относительно первой на 6 лет. А значит, в случае, когда изначально в лагере было 4 учащихся, критическое количество будет достигнуто на 6 лет раньше.

Ответ: если в лагере изначально было 4 ученика, дефицит преподавателей случится через 84 года.

6. Ameownation и тайная комната.

Сумма цифр номера поющих кошек – четное число, номера кают трёхзначные, и в номере каюты не встречается цифра 7.

Так как трёхзначное число не может начинаться с нуля, то первой цифрой номера каюты может быть 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9
4 нечетных цифры и 4 четных

Второй цифрой номера каюты может быть 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9
4 нечетных цифры и 5 четных

Третьей цифрой может быть 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9
4 нечетных цифры и 5 четных

Сумма цифр должна получиться четной, значит в номере каюты четное количество нечетных цифр. Если на первом месте могут стоять x цифр, на втором – y , а на третьем – z , то общее количество подходящих чисел будет $x \cdot y \cdot z$, так как любой выбор допустимых цифр даёт допустимый номер.

четность первой цифры (сотни)	кол-во	четность второй цифры (десятки)	кол-во	четность третьей цифры (единицы)	кол-во	кол-во подходящих чисел
нечетная	4	нечетная	4	четная	5	80
нечетная	4	четная	5	нечетная	4	80
четная	4	нечетная	4	нечетная	4	64
четная	4	четная	5	четная	5	100

В сумме получаем $80 + 80 + 64 + 100 = 324$ каюты с подходящими номерами.

Можно было посчитать и чуть проще: мы знаем, что всего есть $8 \cdot 9 \cdot 9 = 648$ номеров без цифры 7. Заметим, что если зафиксировать последние две цифры, то независимо от четности их суммы, после выбора первой цифры получится 4 варианта с четной суммой, и 4 с нечетной – поровну для каждой четности. Тогда и всего номеров без цифры 7 с четной и нечетной суммой цифр поровну, значит номеров с четной суммой будет $648 / 2 = 324$.

Ответ: фанатам нужно обойти 324 каюты.

7. Дружба — это магия!

Для того, чтобы встреча состоялась, интервалы времён (каждая из них ждёт встречи с 7:00 по 7:15 по своему времени) обеих поней должны пересекаться.

Так как Пинки Пай думает, что её часы спешат на 4 минуты, то она придет в 7:04 и уйдет в 7:19 по своим часам. Но из-за того, что часы отстают на 7 минут, Пинки Пай будет на месте с 7:11 до 7:26.

Эпплджек считает, что её часы отстают на 2 минуты, значит она придет в 6:58 и уйдет в 7:13 по своим часам. На самом деле, так как часы спешат на 3 минуты, Эпплджек будет на месте с 6:55 до 7:10.

Следовательно Эпплджек уйдет за 1 минуту до того, как придет Пинки Пай, и они не встретятся.

Ответ: встреча не состоится.