

Contest 5

A

$Abs(a[i] - b[j]) * (i - j)$, 当 $a[i] \geq b[j]$ 时, 有 $a[i] * i - j * a[i] - i * b[j] + b[j] * j$

枚举每一个 $a[i]$, 用数组记录 $b[j] * j$, 还有 j , 以及 $b[i]$, 同时记录小于 $a[i]$ 的 b 有多少个, 这样可以得到 $a[i] * i$ 出现了多少次, $a[i] * j$ 可以是 $a[i] * (\text{比 } a[i] \text{ 小的 } j \text{ 之和})$ $i * b[j]$ 同理, $b[j] * j$ 同理

B <http://115.28.76.232/topic/2983> 大数据版题解

C. 用 $dp[i][j][k][r]$ 表示前 i 个字符, 修改了 j 次, 有 k 个 A, r 个 AC 的 “ACM” 数目最大值 这样做的用意是, 当下一个字符是 A 的时候, ACM 是得不到的, 得到的是 A 数目增加, 是 C 的时候, AC 数目增加。当下一字符是 M 的时候, ACM 的数目会增加前面 AC 的数量, 即 k , 所以一切需要用到的信息都被保存了起来, 由于 $C(20,2) < 200$, 所以开一个 $dp[21][21][21][20 * 20]$ 的数组即可

D. 因为棋盘是 $N * N$ 的, 所以旋转 90 度或者 180 度或者 270 度, 都是对称的, 因此 $abs(x1 - x2) < abs(y1 - y2)$ 的数量和 $abs(x1 - x2) > abs(y1 - y2)$ 数量是等价的!! 因此, 我们只需要计算 $abs(x1 - x2) = abs(y1 - y2)$ 的数量, 有且仅有每条对角线上的满足这个性质, 枚举对角线, 然后任意取对角线上任意两个点即可, 类似于一个 $\sigma(c(n,2))$ 求和, n 为对角线长度, 这个公式的计算, $c(n,2) = n * (n - 1) / 2 = 1/2 * (n^2 - n)$, $\sigma(n^2) = n * (n + 1) * (2 * n + 1) / 2$, $\sigma(n) = n * (n + 1) / 2$, 当然, 多加一个 $c(x,1)$ 可以凑成 $c(k,3)$ 的形式。再次提醒一下逆元, $(a / b) \% c = a * \text{inv}(b) \% c$, 其中 $\text{inv}(b) * b = 1 \% c$, $\text{inv}(b)$ 为 b 的乘法逆元。

E. 后缀数组排序之后, 对于每个查询 L, R , 直接 $\text{rank}[L]$ 得到 $s[L \dots \text{STRLEN}(S)]$ 的起始位置。对于排在 $\text{rank}[L]$ 之前的那些后缀, 用 rmq 查询出最左边的与 $s[L \dots \text{STRLEN}(S)]$ 的 $\text{LCP} \geq R - L + 1$ 的位置 x , 那么在 x 之前的所有后缀, 字典序都是 $< S[L \dots R]$, 对于 x 到 $\text{rank}[x]$ 这一段, 由于 $\text{LCP} \geq R - L + 1$, 所以它们贡献的长度只是 $R - L$ (因为 $R - L + 1$ 是相等的, 要严格小于), 对于 x 之后的后缀什么求呢? 用一个前缀和数组即可, $\text{sum}[i] = \text{sum}[i - 1] + (\text{strlen}(S0 - sa[i]))$ 。之前的步骤很简单, 估计都能想到。难点是后面的, 即字典序 $> L$ 的处理。我们也可以二分出在 $\text{rank}(L)$ 之后的最后边位置 y , 满足 $\text{LCP}(L, y) \geq R - L + 1$ 。那么 $[L, Y]$ 这一段统一贡献 $R - L$ 。在 y 之后的那些, 贡献的是其与 $s[L, R]$ 的 LCP !!!!!

比如

aa
aab
ac
ab
abc

假设 $s[L, R] = \text{'aa'}$, 那么 ac, ab, abc 贡献的都是 a , 即 lcp 。

所以这个可以用一个后缀和来表示 $dp[i]$ 表示后缀数组排序后 i 与后面的所有后缀 $(i + 1, \dots, \text{Strlen}(s))$ 的 lcp 之和。那么 $\text{ans} += dp[y + 1]$ 即可

Dp 数组是怎么计算的呢? $Dp[i] = \text{height}[i + 1] * (\text{pos} - i) + dp[\text{pos}]$, pos 是 i 的最右边的满足 $\text{lcp}(i + 1, \text{pos}) \geq \text{height}[i + 1]$ 的

F. 每堆石子最后的数目是石子总个数/总堆数。用 need 表示前 i 组石子已经摆好了, 还多出

或者需要从右边拿来 $need$ 个的最小代价。当 $need$ 大于 0 的时候，就是处理完左边前 i 组的时候，多出了 $need$ 个，且已经全部堆放在第 i 组的最右边（注意）。当 $need < 0$ 的时候，就是处理完左边前 i 组之后，还需要从 $i+1$ 组的最左边取来 $need$ 。

那么对于 $need > 0$ 的处理，如果 $i+1$ 组的数目 $\geq avg$ （平均值），那么新代价相当于将 $need$ 个石子全部移到第 $i+1$ 组的最右边($need * 距离$) + 将 $i+1$ 堆的每个石子移动到最右边，类似于 $\sigma(1+2+\dots+dis)$ 的求和。如果 $i+1$ 组的数目 $< avg$ ，那么就需要将 $need$ 移动补充，补充的规则是，肯定先满足 $i+1$ 组中第一堆的需求，然后再满足第二堆，又是一个数列求和。当 $need$ 不够的时候，需要从 $i+2$ 组的最左边拿来（满足 $need < 0$ 的定义），这个先给最左边不符合条件的，然后位置+1，一直到最右边，还是 $\sigma(i)$ 的求和公式

Contest6

A. 费用流，取的不能少于某个值，那么他的反面就是某行某列最多取那么多个数，变成了普通下界为 0，上界为特定值的普通费用流问题了。总数 - 最大费用最大流即可

B. 算出不碰到渣渣的最大概率即可。最短路存两个值，距离&概率，修改一下最短路，在距离相同的前提下，取不碰到渣渣概率最大的更新即可

C 调和级数 $1/1 + 1/2 + \dots + 1/n = \ln(n) + \text{欧拉常数}$ 。

所以 $n/1 + n/2 + \dots + n/n = n * (\ln(n) + \text{欧拉常数})$

欧拉常数约为 0.5 - 0.6 之间，可以忽略，所以是 $n \ln(n)$ ($\ln(n)$ 的意思是自然对数)

对于 $(a * x + b) / x$ ，其中 $(0 \leq b < x)$ ，我们有 $(a * x + b) / x = a$

所以对于每个数 x ，我们枚举 a ，那么 $[a * x, (a + 1) * x - 1]$ 中的任意数除以 x 的结果都是 a ，我们只需要计算出这个区间有多少个数即可，用 $sum[x]$ 表示 x 出现了多少次，那么求前缀和($sum[x] += sum[x - 1]$)表示 $1..x$ 这些数出现的次数， $sum[(a + 1) * x - 1] - sum[a * x - 1]$ 即是 $[a * x, (a + 1) * x - 1]$ 这个范围的数的个数

思考题：本来想这周出的，由于连续六场，不出了
将 $a[i] / a[j]$ 改成 $a[i] \% a[j]$ ，怎么求？

D 六场中最难的一题(?)，rej 后无人通过

这题本质是求 $\gcd(ad + bc, bd) = 1$ 的 $a, c, d \leq n$ 的数目

假设 a 与 b 不互质，那么 bc 与 bd 不互质，且具有 b 这个因子，所以 $ad + bc, bd$ 不互质，这是不可能的，所以 $\gcd(a, b) = 1$ 。这个直接容斥即可算

同理可以推出 $\gcd(d, c) = 1$ ，且 $\gcd(b, d) = 1$ 。

现在难点在于求 $\gcd(d, c) = 1$ 且 $\gcd(b, d) = 1$ 的数目

定义一个函数 $fun(b, n, m)$ 表示 $\gcd(d, c) = 1$ ，且 $\gcd(b, d) = 1$ ，($d \leq n, c \leq m$) 枚举 d, c 的最大公约数，最大公约数为 1 的时候，利用第 2 场的 GCD SUM 那题 sqrt 来算出。

但是 $(d, c) = 1$ 不保证 $(b, d) = 1$ ，所以枚举 d 具有 b 的某个因子 $factor$ ，利用容斥，相当于求子问题 $fun(factor, m, n / factor)$ ，表示现在因为 d 具有了 b

的因子 factor, 那么 c 必须与 factor 互质

E. $(i \wedge j \wedge k) = 0$, 且 $i < j < k$ 。最简单的方法, 是数位 DP。详见题目加强版

<http://acdream.info/onecontest/1080#problem-C>

但是对于 3 个数异或方案数或者求和, 都是不需要数位 DP 的。

由于异或只与二进制对应位有关, 所以, 这三个数中, 每一位或者 3 个 0, 或者 2 个 1 (1 个 1 或者 3 个 1, 异或为 1)。因为 $0 < i < j < k$, 所以 j, k 二进制最高位是相同的 (因为 j, k \neq 0, 所以最高位必为 1, 因为只能有 2 个 1, 所以相同)。那么 $j \wedge k$ 的结果, 必然是消掉了最高位 (最高位 1 相同, 抵消), 即 $(j \wedge k) < j$ (少了最高位), 也就是 $i = (j \wedge k)$ 必然存在!!!!!! , 且 $i = (j \wedge k) < j$ 。所以, 我们只需要枚举最高位, 然后从中选出任意两个数就行。

也就是 $c(1, 2) + c(2, 2) + c(4, 2) + \dots + C(x, 2)$ ($1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + x = n$)

F. 斐波那契数, 因为对于 n 来说, 要么 n 在原位置, 即 $f[n - 1]$, 要么 n 与 n - 1 交换位置 $f[n - 2]$, 所以直接是 $f[n] = f[n - 1] + f[n - 2]$