

Algorithm Design Exercises

Tomás Spoturno
tomas.spoturno@fing.edu.uy

2023

Contents

1	Emparejamiento estable	3
1.1	Ejercicio 1.1	3
1.2	Ejercicio 1.2	4
2	Notacion Big O	4
3	Grafos	4
4	Greedy	4
5	Divide y venceras	4
6	Programacion dinamica	4

1 Emparejamiento estable

1.1 Ejercicio 1.1

Decide si consideras que la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si es verdadera, proporciona una breve explicación. Si es falsa, proporciona un contraejemplo.

¿Verdadero o falso? En cada instancia del Problema de Emparejamiento Estable, existe un emparejamiento estable que contiene una pareja (m, w) tal que m ocupa el primer lugar en la lista de preferencias de w , y w ocupa el primer lugar en la lista de preferencias de m .

Solución: Falso. Consideremos los siguientes grupos de preferencias.

$$\begin{aligned}m_1 &: w_1 \ w_2 \\m_2 &: w_2 \ w_1 \\w_1 &: m_2 \ m_1 \\w_2 &: m_1 \ m_2\end{aligned}$$

En esta situación, no es posible obtener un emparejamiento estable que incluya una pareja (m, w) , donde m esté en la cima de la lista de preferencias de w y viceversa.

Si m_1 estuviese emparejado con la mujer que ocupa el primer lugar en su lista de preferencias, entonces m_1 estaría emparejado con w_1 . Sin embargo, bajo tal arreglo, w_1 no estaría emparejada con m_2 , a pesar de que m_2 es su primera opción según su lista de preferencias.

De forma análoga, si m_2 fuese emparejado con la mujer que ocupa el primer lugar en su lista de preferencias, entonces m_2 estaría emparejado con w_2 . Sin embargo, en tal escenario, w_2 no estaría emparejada con m_1 , a pesar de que m_1 es su elección principal.

Por tanto, en esta situación, es imposible que m_1 y m_2 estén emparejados con la mujer que ocupa el primer lugar en su respectiva lista de preferencias, a la vez que dicha mujer esté emparejada con el hombre que ocupa el primer lugar en su lista de preferencias. Dada esta imposibilidad de obtener un emparejamiento donde ambas partes son la elección preferida de la otra, concluimos que no puede existir un emparejamiento estable que incluya una pareja (m, w) donde m esté en la cima de la lista de preferencias de w y viceversa.

1.2 Ejercicio 1.2

Decide si crees que la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si es verdadera, proporciona una breve explicación. Si es falsa, proporciona un contraejemplo.

¿Verdadero o falso? Considera una instancia del Problema de Emparejamiento Estable en la que existe un hombre m y una mujer w tal que m está clasificado en primer lugar en la lista de preferencias de w y w está clasificada en primer lugar en la lista de preferencias de m . Entonces, en todo emparejamiento estable S para esta instancia, el par (m, w) pertenece a S .

Solución: Verdadero. Esta afirmación es una consecuencia directa del Algoritmo de Gale-Shapley, que se utiliza para resolver el problema del emparejamiento estable. Si un hombre m y una mujer w se prefieren entre sí más que a cualquier otro, siempre estarán juntos en cualquier emparejamiento estable.

Supongamos que hay un emparejamiento estable donde m y w no están juntos. Entonces, cada uno debe estar emparejado con alguien que prefiere menos que al otro, porque ambos se clasifican en primer lugar en las listas de preferencias del otro. Pero esto contradice la definición de emparejamiento estable, porque m y w preferirían estar juntos en lugar de con sus parejas actuales. Entonces, deben estar juntos en cada emparejamiento estable.

Por lo tanto, si un hombre y una mujer se prefieren el uno al otro más que a cualquier otra persona, siempre estarán juntos en cualquier emparejamiento estable.

2 Notacion Big O

3 Grafos

4 Greedy

5 Divide y venceras

6 Programacion dinamica