

제 2 강

① norm (벡터의 길이)

i) 기호 : $v = (x, y)$ 라 할때 v 의 norm은 기호로 $\|v\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ 라고 쓴다.

↳ 피타고라스 정리를 이용하면 쉽게 유도 가능!

*참고 2차원뿐만 아니라, n 차원으로 확장시키면,

$v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ 라고 할 때,

$\|v\| = \sqrt{\sum_{k=1}^n v_k^2}$ 이다.

② norm의 성질

i) $\|v\| \geq 0$ (길이니까 항상 양수다. 물론 영벡터가 존재하므로 0일수도 있다.)

ii) $\|v\| = 0 \iff v = \vec{0}$

iii) $\|kv\| = |k| \|v\|$

↳ i)에 의해 norm은 항상 양수이므로 절대값.

③ 단위벡터 (unit vector)

: 길이가 1인 벡터

⇒ 임의의 벡터 v 를 단위벡터로 만드려면 norm의 역수로 스칼라배 해주면 된다.

ex) $\frac{1}{\|v\|} v$

④ 표준단위벡터 (standard unit vector)

⇒ 한 개의 좌표만 1이고 나머지 좌표는 모두 0인 벡터

ex) $(1, 0, 0), (0, 1, 0)$

- 기호로는 e_1, e_2, e_3, \dots

⑤ 거리 (distance)

$v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2)$ 라고 할 때

v_1 과 v_2 사이의 거리 $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ 이다.

그리고 결국 $d = \|v_2 - v_1\|$ 가 된다.

$d(v_1, v_2)$ 라고 표현할 수도 있다.

⑥ 점 곱 (Dot Product)

$v_1 = (x_1, y_1), v_2 = (x_2, y_2)$ 라고 할 때

$v_1 \cdot v_2 = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$ 로 정의 한다.

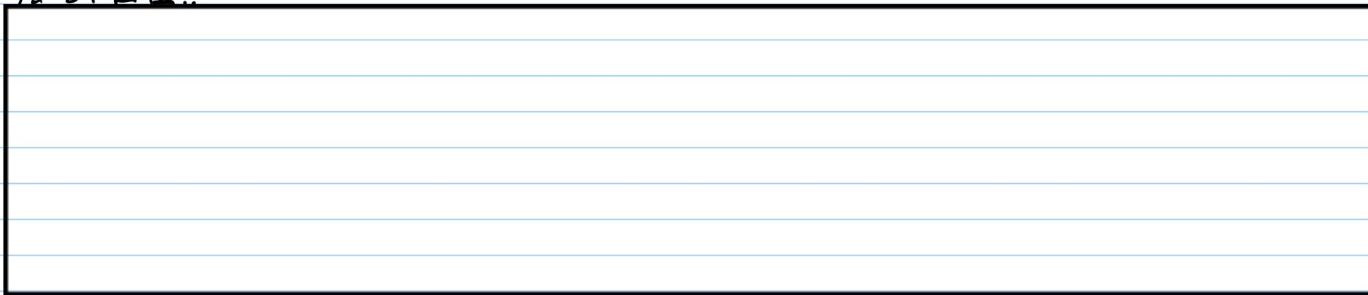
⑦ 연산법칙

i) 교환법칙 $v_1 \cdot v_2 = v_2 \cdot v_1$

ii) 분배법칙 $u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w$

↳ $u = (u_1, u_2), v = (v_1, v_2), w = (w_1, w_2)$

직접 풀어보세요!!



iii) 스칼라배

$$k(u \cdot v) = (ku) \cdot v = u \cdot (kv)$$

iv) 자명

$$v \cdot v \geq 0$$

pf) $v \cdot v = \underline{v_1^2 + v_2^2} \geq 0$ (let, $v = (v_1, v_2)$)

* norm과 dot product의 관계

$$\|v\| = \sqrt{v \cdot v}$$

$$v) v \cdot \vec{0} = \vec{0}$$