제 46강 기저 (basis) (2)

· 차원 : 벡터공간 V , $\dim(V)$:= V의 기저의 원소 갯수.

2차원 $s(v_1) \in V$

Thm $B = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ 가 V의 기저이면, ($V = \mathrm{span}\,B$)
V의 모든 (임의의) 원소 $\vec{a}$는 정확하게
한가지 방법의 B의 원소들의 선형결합 꼴로 표현된다.

26강.

$\vec{a} \in V$, $\vec{a} = c_1 v_1 + c_2 v_2 + \cdots + c_n v_n$
$= b_1 v_1 + b_2 v_2 + \cdots + b_n v_n$

$(c_1, c_2, \cdots, c_n)_B = (b_1, b_2, \cdots, b_n)_B$

B ⇒ ① 선형독립이면 , span B 의 임의의 원소 $\vec{a}$는
유일하게 B의 선형결합의 꼴로 표현된다. → 26강.

기저의 존재성? ⇒ $\{e_1, e_2, \cdots, e_n\}$ → $\mathbb{R}^n \supseteq V$ e_1

개념을 만든다. 행렬 기저 차원 현실 : 변수가 많다.
이상적으로 정제된 상황. 의심, 걱정 ⇒ 이론 ⇒ 증명 ⇒ 「안전」

$s \cdot \vec{0} = \vec{0}$

$\dim(V) \neq 0$

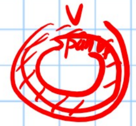
「기저의 존재성」 V가 영이 아닌 $\mathbb{R}^n$의 부분공간이면
최대 n개의 원소를 가지는 V의 기저 B가 존재한다.

$V \ni v_1$ $\mathrm{span}(v_1) \subseteq V$ 스칼라. $s \cdot v_1 \in V$

i) $span(v_1) = V \Rightarrow \{v_1\} = B \Rightarrow$ 기저 존재.

ii) $span(v_1) \neq V \Rightarrow V - span(v_1) \neq \emptyset$

$\hookrightarrow = A_1$



$A_1 \ni v_2 \Rightarrow$ v_1과 v_2는 $\boxed{\text{선형독립}}$ $span(v_1)$

$x v_2 \neq \boxed{s\, v_1}$

$span\{v_1, v_2\} = V \Rightarrow B = \{v_1, v_2\}$

$span\{v_1, v_2\} \subset V$ $\quad V - span\{v_1, v_2\} = A_2$

$A_2 \ni v_3$ $\quad v_1, v_2, v_3$

$span\{v_1, v_2, v_3\} = V \Rightarrow B = \{v_1, v_2, v_3\}$

$\neq V$

⋮

$span\{v_1, v_2, \dots, v_n\} = V \Rightarrow B$

$span\{v_1, v_2, \dots, v_n\} \cancel{\neq V}$ $\quad V - span\{v_1, \dots, v_n\}$

$= A_n$

$A_n \ni v_{n+1}$? $\mathbb{R}^n$ 차원