# 73강 대수적 중복도와 기하적 중복도
( Algebraic multiplicity and geometric multiplicity )

* 블록 행렬의 행렬식 ( A가 가역일 경우만. )

$$\underbrace{\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} I & O \\ CA^{-1} & I \end{bmatrix}}_{\alpha}\underbrace{\begin{bmatrix} A & O \\ O & D-CA^{-1}B \end{bmatrix}}_{X'}\underbrace{\begin{bmatrix} I & A^{-1}B \\ O & I \end{bmatrix}}_{\beta}$$

$$= \begin{bmatrix} A & O \\ C & D-CA^{-1}B \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I & A^{-1}B \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$X = \alpha X'\beta$

$$\det(X) = \det(\alpha X'\beta) = \cancel{\det(\alpha)}\det(X')\cancel{\det(\beta)}$$

$$= \det(X') = \boxed{\det(A)\det(D-CA^{-1}B)}$$

* $\begin{bmatrix} A & O \\ O & B \end{bmatrix} = X \qquad \det(X) = \det(A)\det(B)$

Thm $\begin{bmatrix} \boxed{A} & B \\ C & \boxed{D} \end{bmatrix} = X$ , A가 가역일때
↳ X는 정사각행렬일때만.

$$\det(X) = \det(A)\det(D-CA^{-1}B)$$

$X : m\times m$
$A : n\times n \qquad n < m$
$D : (m-n)\times(m-n)$

* 대수적 중복도

특성방정식 $\quad A_{n\times n}$

$\det(A-\lambda I)=0 \qquad$ 2차 방정식 → 허근 2개 / 중근 2개 / 서로 다른 ㄱ 실근
↳ 고유값

→ $\lambda$에 대한 n차 방정식
↳ 최대 n개의 실수해 ) 대수학의 기본정리
항상 n개의 복소수 해 )

중근
$\lambda_1, \lambda_2$ 삼중근 사중근

$$(\lambda-\lambda_1)^3(\lambda-\lambda_2)^4 = 0$$

* 고유값 $\lambda_i$가 특성방정식의 근으로 중복된 횟수.

* 기하적 중복도

$Ax = \lambda x \qquad$ x가 고유벡터 $\quad$ span(V)

$S = \{ x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = \lambda x \}$ 2 3.

고유값 $\lambda$의 기하적 중복도는 dim(S) 이다.