# 75강 대각화 가능, 행렬의 닮음의 성질

(Diagonalizability, Similarity)

49 48

A: nx

* 대각화가능한 행렬 $\Longleftrightarrow$ n 개의 선형독립인 고유벡터를 가진다!

nxn $A = PDP^{-1}$

D: 대각행렬

$\lambda_1$ 2 v1, $\lambda_2$ 3 v, $\lambda_3$ v

실수

$\Longleftrightarrow$ 모든 고유값의 기하적중복도의 합이 n 이다 $\Rightarrow$ 대수적 중복도의 합도 n

고유공간의 차원

$\lambda_1$ 2, $\lambda_2$ 3, $\vdots$ 1, $\lambda_k$ 1 — $v_1, v_2, \vdots$ — n개

$k \le n$

$v_1 \; v_2 \; v_2 \; v_4 \cdots v_j \; v_{j+1}$

$\lambda_1 \; \lambda_2 \; \lambda_3 \cdots \lambda_j$

$\boxed{\sum_{i=1}^{j} c_i v_i} = v_{j+1}$

$\sum_{i=1}^{j} c_i \lambda_i v_i = A v_{j+1} = \lambda_{j+1} v_{j+1}$

$= \lambda_{j+1} \boxed{\sum_{i=1}^{j} c_i v_i}$

실수가 아니면?

실수인 고유값을 n개 가지고, 모든 고유값의 대수적 중복도와 $\geq$ 기하적 중복도가 같다

$\sum_{i=1}^{j} (\lambda_i - \lambda_{j+1}) c_i v_i = 0$

$\lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \cdots + a_{n-1} = (\lambda - \lambda_1)^3 (\lambda - \lambda_2)^2 (\lambda - \lambda_3)^2 = 0$

$\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_j = \lambda_{j+1}$

A: nxn

$n \geq$ 기하적 중복도의 합

실수는 대수적으로 닫혀있지 않다. $v = \begin{pmatrix} i \\ 2+i \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} i & 2+i \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = A \xrightarrow{\text{특성방정식}}$ 계수가 복소수.

$\hookrightarrow$ 복소수는 대수적으로 닫혀있다

$\Rightarrow$ 복소해석학

$\hookrightarrow$ 에르미트 행렬, 유니터리, 정규행렬