제 51강 기저의 성질 (2)

행벡터

Thm. A의 열벡터들의 span이 $\mathbb{R}^n$이다.
(단, A는 n차 정방행렬)

→ 행벡터

→ A의 열벡터들이 $\mathbb{R}^n$의 basis이다.
span $= \mathbb{R}^n$

i) A가 가역행렬이다. ⇒ $\{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$: 선형독립
$\mathbb{R}^n \supseteq \mathbb{R}^n$ $\dim(\mathbb{R}^n) = n$, $\{v_1, \cdots, v_n\} = B$ ⇒ $\mathbb{R}^n$의 기저다.
⇒ $\mathrm{span}\{v_1, \cdots, v_n\} = \mathbb{R}^n$

ii) $\{v_1, \cdots, v_n\} = \boxed{B}$ $\mathrm{span}(B) = \mathbb{R}^n$ ⇒ A는 가역
$\dim(\mathbb{R}^n) = n$ $E = \{e_1, \cdots, e_n\}$ → n개

$\boxed{B가}$ $\mathbb{R}^n$의 basis가 아니라면 → v_i
① 선형독립 ② $\mathrm{span}(B) = \mathbb{R}^n$ $v_1 \sim v_n$
$\cancel{v_i} = a_1v_1 + a_2v_2 + \cdots + a_{i-1}v_{i-1} + a_{i+1}v_{i+1} + \cdots + a_nv_n$
v_n : 선형결합인 원소. → 일반성을 잃지 않는다.
↳ $v_n = c_1v_1 + c_2v_2 + \cdots + c_{n-1}v_{n-1}$.
$B' = \{v_1, \cdots, v_{n-1}\}$ $\mathrm{span}(B') \subseteq \mathrm{span}(B)$?
$a = a_1v_1 + a_2v_2 + \cdots + a_{n-1}v_{n-1} + 0 \cdot v_n$ a

$\mathrm{span}(B) = \mathrm{span}(B') = \mathbb{R}^n$ ⇒ 집합은 똑같다. $\{v_1\}$ 선형독립.
↳ $b = b_1v_1 + \cdots + b_n(c_1v_1 + c_2v_2 + \cdots + c_{n-1}v_{n-1})$

$\mathrm{span}B^{\alpha} = \mathbb{R}^n$, B^{α} : 선형독립 ⇒ $\mathbb{R}^n$의 basis
$|B^{\alpha}| < n$ $n = \dim(\mathbb{R}^n) = |B^{\alpha}| < n$

?

$\dim(V) = n$ → n ↑
n개 ↓ 벡터. V
↳ $\{v_1, \cdots, v_{n-1}\} = B$
$\mathrm{span}(B) \neq V$?

? ? ? ?