

# 제 45강 기저 (basis)

$$S' = \{v_1, v_2\}$$

$$S = \{e_1, e_2\}$$

$$f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow V_2, \quad \star (x, y) = \cancel{2}e_1 + \cancel{9}e_2 = (x, y)$$

$$e_1 = (1, 0)$$

$$e_2 = (0, 1)$$

$$\star \text{축을 바꾸기} \rightarrow \{e_1, e_2\} \rightarrow \{v_1, v_2\}$$

## Def. 기저 (basis)

→ 벡터공간

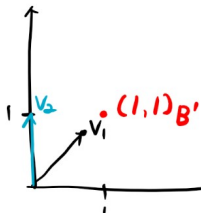
$\mathbb{R}^n$ 의 부분공간  $V$ 의 기저는 아래 두가지를 만족하는  $V$ 의 원소로만 이루어진 집합을 의미한다.  $\text{span}\{e_1, e_2\} = \mathbb{R}^2$

i) 선형독립인 집합이다.  $\Rightarrow n$ 개 보다 많은 벡터를 포함할 수 없다.

ii) 집합의  $\text{span}$ 이  $V$ 이다.  $\Rightarrow$  적어도  $n$ 개의 벡터가 필요하다.

$\Leftrightarrow$  정확하게  $n$ 개의 원소. 선형독립  $\Rightarrow$  결국 좌표축으로 이용할 수 있는 집합.

예제)



$$v_1 = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$v_2 = e_2 = (0, 1)$$

$$\star B = \{v_1, v_2\}$$

$$B' = \{e_1, e_2\}$$

$$(2, 3)_{B'}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \frac{1}{\sqrt{2}} + b \cdot 0 \\ a \frac{1}{\sqrt{2}} + b \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$i) (e_1)_B = (1, 0)_{B'} = (a, b)_B = a v_1 + b v_2$$

$$= (\sqrt{2}, -1)_B \quad \square = [v_1, v_2]^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(e_2)_B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$ii) (2, 3)_{B'} = 2e_1 + 3e_2 = 2(\sqrt{2}v_1 - 1v_2) + 3v_2$$

$$= 2\sqrt{2}v_1 - 2v_2 + 3v_2 = 2\sqrt{2}v_1 + v_2$$

$$= (\underline{2\sqrt{2}}, 1)_B$$

