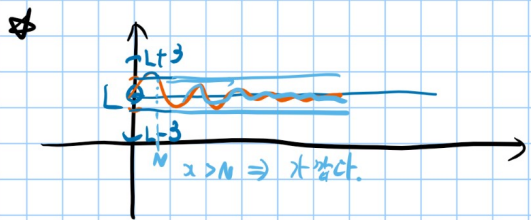


미적분학 1강 극한의 엄밀한 정의

* $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L \Rightarrow$ x 가 커질 때 $f(x)$ 의 값이 L 로 충분히 가깝게 다가간다.



~~$|f(x) - L|$ 작아진다~~

수렴한다.

충분히 가깝게 다가간다.
충분히 가깝다는 기준이 다르다.

① $L \pm 3$

② $L \pm 0.1$

* 근방 (N) $N(L; 3) = \{x \mid |L - x| < 3, x \in \mathbb{R}\}$

$\hookrightarrow L - 3 < x < L + 3$

$[-3, 3]$

* 뻘근방 (N') $N'(L; 3) = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < |L - x| < 3\}$ 열린구간 닫힌구간

항상 찾을 수 있다면

0.1
0.01

$x > N \Rightarrow |f(x) - L| < 0.1$

$x > N_1 \Rightarrow |f(x) - L| < 0.01$

$\forall \epsilon > 0, \exists N > 0$ s.t. $x > N \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$

such that

$\forall \epsilon > 0, x > N \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$

$\forall \epsilon > 0, \exists N_\epsilon > 0$ s.t. $x > N \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$ 무한번 증명해야 할까?

\hookrightarrow 임의의, 모든

충분히 가깝게

* $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \Rightarrow$ x 가 a 로 다가갈 때 $f(x)$ 가 L 로 충분히 가깝게 다가간다.

$\forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon > 0$ s.t. $0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$

\hookrightarrow 작은 수 변수

$\forall \epsilon > 0, \exists N_\epsilon > 0$ s.t. $x > N \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$ $N = f(\epsilon)$

0.1

$x > N_1 \Rightarrow |f(x) - L| < 0.1$

\hookrightarrow 보여줘야 된다.

0.01

N_2

0.001

N_3

\Rightarrow 사실상 무한번 보여줘야 한다.

* 무한히 증명할 때 \Rightarrow 무한히 반복 가능한 방법을 제시한다. (귀납법)

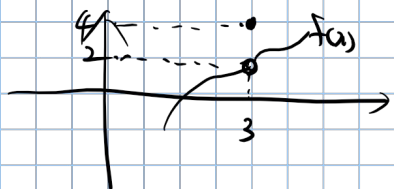
모든 자연수에 대해 증명 $\Rightarrow n=1, n=k \Rightarrow n=k+1$

소수가 무한하다 증명? \Rightarrow 무한히 새로운 소수를 계속 보여준다. 정수를 같이

a_1, \dots, a_n

$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n + 1$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \quad \text{「 } \forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon > 0 \text{ s.t. } 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon \text{ 」}$$



$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$$

$$f(3) = ?$$

$g(t)$ 가 $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = a$ 를 만족하도록 잡자 (단, $g(t) = a$ 가 되는 t 는 존재하지 않는다.)

$$g(t) = \frac{1}{t} + a \quad \text{증명을 하긴 해야함}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} + a = a \quad \text{증명}$$

$$\forall \epsilon > 0, \exists N_\epsilon > 0, \text{ s.t. } t > N_\epsilon \Rightarrow 0 < \frac{1}{t} + a - a < \epsilon \quad \text{는 람이다.}$$

아르키메데스 정리 \rightarrow 해석학

$$\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = a \quad (\text{단 } g(t) = a, \nexists t)$$

$$\forall \epsilon > 0, \exists N_\epsilon > 0 \text{ s.t. } t > N_\epsilon \Rightarrow 0 < |g(t) - a| < \epsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \quad x = g(t)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{g(t) \rightarrow a} f(g(t)) = L \quad \Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} f(g(t)) = L$$

$$\forall \epsilon > 0, \exists M_\epsilon > 0 \text{ s.t. } t > M_\epsilon \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon,$$

$$\forall \epsilon_2 > 0, \exists \delta_{\epsilon_2} > 0 \text{ s.t. } 0 < |x - a| < \delta_{\epsilon_2} \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon_2 \text{ 를 증명한다면}$$

$$\Rightarrow 0 < |g(t) - a| < \delta_{\epsilon_2} \Rightarrow |f(g(t)) - L| < \epsilon_2$$

$$\forall \epsilon > 0, \exists N_\epsilon > 0 \text{ s.t. } t > N_\epsilon \Rightarrow 0 < |g(t) - a| < \epsilon$$

$$\forall \epsilon_2 > 0, \exists \delta_{\epsilon_2} > 0 \text{ s.t.}$$

$$\Rightarrow \delta_{\epsilon_2} \text{ 에 대해 } \exists N_{\delta_{\epsilon_2}} > 0 \quad t > N_{\delta_{\epsilon_2}} \Rightarrow 0 < |g(t) - a| < \delta_{\epsilon_2}$$

$$\Rightarrow 0 < |x - a| < \delta_{\epsilon_2} \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon_2$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

$$\text{「 } \forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon > 0, \text{ s.t. } 0 < |x - a| < \delta_\epsilon \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon \text{ 」}$$

ex) $f(x) = 2x + 1$
 $\lim_{x \rightarrow 2} 2x + 1 = 5$ 를 증명해라.

$$\text{「 } \forall \epsilon > 0, \exists \delta_\epsilon > 0 \text{ s.t. } 0 < |x - 2| < \delta \Rightarrow |2x - 4| < \epsilon \text{ 」}$$

$$\delta = \left[\frac{\epsilon}{2} \right] \text{ 라고 잡으면}$$

$\frac{0.1}{2}$ $\frac{0.001}{2}$

$$2|x - 2| < \epsilon \Rightarrow |2x - 4| < \epsilon$$