

75 강 대각화 가능, 행렬의 닮음의 성질 (Diagonalizability, Similarity)

* 대각화 가능한 행렬 \iff n 개의 선형 독립인
고유벡터를 가진다!
 $n \times n$ $A = P D P^{-1}$
 D : 대각행렬

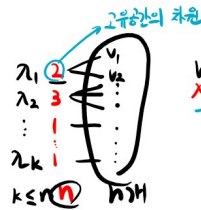
\iff 모든 고유값의 기하적 중복도의
합이 n 이다 \Rightarrow 대수적 중복도의 합도 n

실수가 아니면?
실수인 고유값을 n 개 가진 모든 고유값의 대수적 중복도와 기하적 중복도가 같다
 $\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1\lambda + a_0 = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)\dots(\lambda - \lambda_n) = 0$

$A: n \times n$
실수는 대수적으로 닫혀있지 않다. $v = \begin{pmatrix} i \\ 2+i \\ 3 \end{pmatrix}$ $n \geq$ 기하적 중복도의 합

$\begin{pmatrix} i & 2+i \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = A \xrightarrow{\text{특성방정식}} \text{계수가 복소수.}$
 \hookrightarrow 복소수는 대수적으로 닫혀있다
 \Rightarrow 복소해석학

\hookrightarrow 에르미트 행렬, 유니터리, 정교행렬



$$\sum_{i=1}^j c_i v_i = v_{j+1}$$

$$\sum_{i=1}^j c_i \lambda_i v_i = A v_{j+1} = \lambda_{j+1} v_{j+1} = \lambda_{j+1} \sum_{i=1}^j c_i v_i$$

$$\sum_{i=1}^j (\lambda_i - \lambda_{j+1}) c_i v_i = 0$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_j = \lambda_{j+1}$$