

Svolgete l'esercizio nel progetto del team relativo a questo appello. Il progetto contiene tutte le istruzioni necessarie per lo svolgimento dell'esercizio. Al termine dell'esame dovrete semplicemente fare un "submit" del progetto. Il progetto deve contenere il necessario per poter essere compilato (makefile) ed eseguito.

La seguente funzione:

$$f(x) = \frac{e^{-0.1x+1} x^3 3\sin(1.5x + 1)}{(2x + 1)}$$

ha uno zero x_1 nell'intervallo $[1,2]$, un secondo zero x_2 nell'intervallo $[3,4]$ e infine un terzo zero x_3 nell'intervallo $[5,6]$

1. Determinare il valore dei tre zeri x_1 , x_2 e x_3 della funzione $f(x)$ con una precisione di 0.01 utilizzando il metodo della bisezione

2. Calcolare

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{e^{-0.1x+1} x^3 3\sin(1.5x + 1)}{(2x + 1)} dx$$

utilizzando il metodo dei trapezoidi con numero di intervalli $N = 10$ e come estremi i valori di x_1 e x_2 stimati nel punto 1).

3. Stimare l'errore che si commette nel calcolo dell'integrale indicato nel punto 2 con il metodo dei trapezoidi e un numero di intervalli $N=10$.
4. Quanti intervalli sarebbero necessari per ottenere una precisione di 0.001 sul calcolo dell'integrale indicato nel punto 2)?
5. Effettuare il calcolo del medesimo integrale con il metodo Montecarlo della media e stimare quanti punti sarebbe necessario estrarre per ottenere la stessa precisione di 0.001.
6. Disegnare (o tabulare) in passi di $\Delta t=0.1$ l'andamento della seguente funzione integrale per $t \in [x_1, x_3]$

$$F(t) = \int_{x_1}^t f(x) dx = \int_{x_1}^t \frac{e^{-0.1x+1} x^3 3\sin(1.5x + 1)}{(2x + 1)} dx$$

dove x_1 e x_3 sono i valori degli zeri di $f(x)$ calcolati nel punto 1). Per il calcolo dell'integrale si utilizzi il metodo dei trapezoidi con $N=10$.

7. La funzione $F(t)$ presenta uno zero t_0 nell'intervallo $[4,5]$: determinare il valore di t_0 con una precisione di 0.01 utilizzando il metodo della bisezione. [suggerimento: si implementi $F(t)$ come una classe derivata da `FunzioneBase` in un file dedicato `FunzioneIntegrale.h` da includere nel main. In questo modo si potrà utilizzare l'algoritmo di bisezione già disponibile.]