Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Алгоритмы и структуры данных

Структуры данных

Преподаватели: Косяков Михаил Сергеевич, Тараканов Денис Сергеевич

Выполнил: Кульбако Артемий Юрьевич

P3212

Санкт-Петербург
2020

1067. Disk Tree

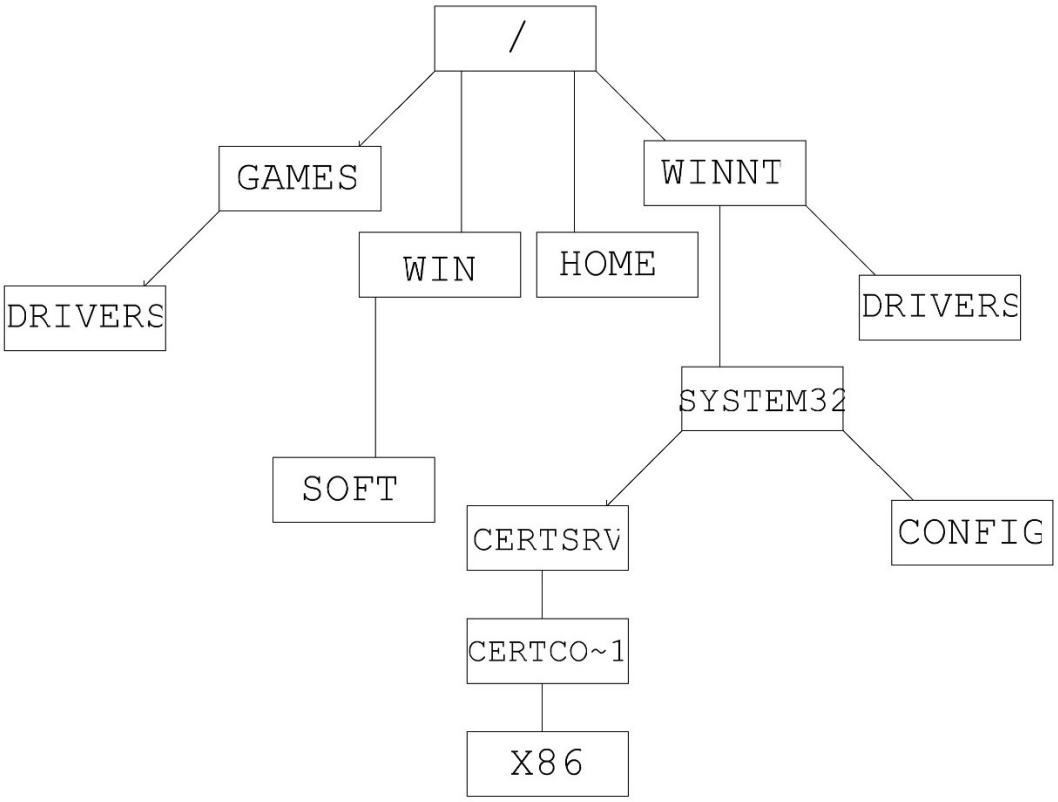
$$T(n) = O(\log n)$$

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <sstream>
#include <map>
using namespace std;

class Dir {

    private: map<string, Dir*> childDirs;

    public:
        Dir() {}

        Dir* getDir(string name) {
         if (childDirs.find(name) != childDirs.end()) return childDirs[name]
;
            else return createDir(name);
        }

        Dir* createDir(string name) {
            childDirs[name] = new Dir();
            return childDirs[name];
        }

        void printTree(string separator = "") {
            string tabs = " ";
            tabs += separator;
            map<string, Dir*> contents(childDirs.begin(), childDirs.end());
            for (auto it = contents.begin(); it != contents.end(); it++) {
                cout << separator << it->first << endl;
                it->second->printTree(tabs);
            }
        }
};

int main() {
    int n;
    cin >> n;
    Dir* root = new Dir();
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        Dir* currentDir = root;
        string fullPath, name;
        cin >> fullPath;
        stringstream ss(fullPath);
        while (getline(ss, name, '\\'))
            currentDir = currentDir->getDir(name);
    }
    root->printTree();
    return 0;
}
```

Нужно построить и вывести дерево каталогов, по аналогии с командой `tree`. Самый простой вариант - сохранить все строки в массив, парсить по первому символу \ и создавать новую цепочку в связанном списке. Но это крайне тяжёлый и долгий для компьютера способ. Нам необходимо создавать нужную структуру каталогов "на лету" - сразу всё структуру для полученной строки. Так-как файловая система представляет из себя древовидную структуру, будет удобно использовать `Map`, где ключом выступит имя каталога, а значением - вложенные каталоги.

1. Создадим объект `Dir`. Он будет инкапсулировать методы создания, получения, вывода директорий.
2. Получим из исходной строки `fullPath` строку `name`, представляющую полный путь к каталогу и часть имени, до первого вхождения \.
3. Проверим, существует ли в текущем каталоге (изначально он будет корневым), директория с именем `name`. Если "нет" - создадим, если "да", сделаем её текущим каталогом и получим следующую часть `fullPath` до символа \.
4. Когда дерево для `fullPath` будет полностью заполнено, мы снова вернёмся в корень нашей "файловой системы", и повторим пункты 1-3 для новой `fullPath`.

Теперь надо вывести полученную структуру. Для этого, будем рекурсивно опускаться вглубь каждой директории, наращивая на каждом уровне количество пробельный отступов.



1494. Монобильярд

$$T(n) = O(n)$$

```
#include <iostream>
#include <stack>
using namespace std;

int main() {
    int n, max = 0;
    cin >> n;
    stack<int> balls;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int currentBall;
        cin >> currentBall;
        if (currentBall > max) {
            for (int j = max + 1; j <= currentBall - 1; j++) balls.push(j);
            max = currentBall;
        } else {
            if (currentBall == balls.top()) balls.pop();
            else {
                cout << "Cheater" << endl;
                return 0;
            }
        }
    }
    cout << "Not a proof" << endl;
```

```
    return 0;
}
```

Основная сложность задачи - понять крайне запутанное условие. Возьмём множество шаров

$$x_1, x_2, x_3 .. x_n$$

Игроку нужно забивать шары строго в порядке возрастания номеров. Значит, ревизору нужно доставать их строго в обратном порядке, чтобы подтвердить честность игрока. При этом, ревизор может подойти в любой момент времени. Первый раз он подходит и достаёт шар x_k и предполагает, что Чичиков забил все $\{x_{i<k}\}$ шары. Когда он подойдёт следующий раз и вытащит шар x_m, есть 3 варианта развития событий:

$$\begin{cases} m-k>1, & y1 \\ m-k=1, & y2 \\ m-k\leq 0, & y3 \end{cases}$$

$y1$: Ревизор может предположить, что Чичиков забил все шары на промежутке между x_k и x_m, и это не будет являться доказательством виновности.

$y2$: За время отсутствия ревизора, Чичиков ничего не забил, а ревизор просто достал предыдущий шар. Обвинить Чичикова нельзя.

$y3$: Значит ревизор достал шар, на несколько номером меньше, чем предыдущий взятый. Значит, за время отсутствия ревизора, Чичиков забил шар с меньшим номером, или не забивал вообще, а нарушил порядок раньше. Это будет являться доказательством его виновности.

```
    3 4 2 1 5 6
    Достаём шар 3 -> предполагаем, что Чичиков забил 1..3
    Достаём шар 4 -> Чичиков забил 4
    Достаём шар 2 -> Чичиков ничего не забил за время отсутствия ревизора
    Достаём шар 1 -> Чичиков ничего не забил за время отсутствия ревизора
    Достаём шар 5 -> Чичиков забил 5
    Достаём шар 6 -> Чичиков забил 6
    НЕТ ДОКАЗАТЕЛЬСТВ ВИНЫ

    3 1 2
    Достаём шар 3 -> предполагаем, что Чичиков забил 1..3
    Достаём шар 1 -
> если Чичиков забивал 3, значит по правилам, до него должен был забит 2, а
тут 1
    ЧИЧИКОВ ЖУЛЬНИЧАЕТ
```

Хорошее моделирование ситуации: https://acm.timus.ru/forum/thread.aspx?id=42110&upd=636971955162244322

Реализовать такую проверку ревизором можно через структуру данных - стек. Достанем x_k и положим в стек, все шары, которые должен был забить Чичиков ($\{x_{i<k}\}$), если x_k является x_{max}. Иначе проверим, является ли взятый шар ожидаемым, т.е. для шара x_k, шар с вершины стека должен быть x_{k-1}. Если условие выполняется, то всё в порядке, иначе вынесем обвинительный приговор.

1521. Военные учения 2

$$\boldsymbol{T(n) = O(n \log n)}$$

```
#include <iostream>
using namespace std;

class FlavicksTree {

    private:
        pair<int, int>* soldiers;
        int z = 1;

    public:
        FlavicksTree(int n) {
            soldiers = new pair<int, int>[4 * n];
    }

        void createNode(int v, int tl, int tr) {
            if (tl == tr) {
                soldiers[v] = make_pair(1, z++);
                return;
            }
            int tm = (tl + tr) / 2;
            createNode(2 * v, tl, tm);
            createNode(2 * v + 1, tm + 1, tr);
            soldiers[v].first = soldiers[2 * v].first + soldiers[2 * v + 1].
first;
            soldiers[v].second = -1;
        }

        int modify(int v, int tl, int tr, int n) {
            if (tl == tr) {
                --soldiers[v].first;
                return soldiers[v].second;
            }
            int tm = (tl + tr) / 2;
            soldiers[v].first--;
            if (soldiers[2 * v].first >= n) modify(2 * v, tl, tm, n);
            else modify(2 * v + 1, tm + 1, tr, n - soldiers[2 * v].first);
        }
};

int main() {
    int n, k;
```

```
    cin >> n >> k;
    FlavicksTree* tree = new FlavicksTree(n);
    tree->createNode(1, 1, n);
    int current = k;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int dead = tree->modify(1, 1, n, current);
        cout << dead << " ";
        if (i == n - 1) break;
        current = (current - 1 + k) % (n - 1 - i);
        if (current == 0) current += n - 1 - i;
    }
    return 0;
}
```

Это модификация задачи Иосифа Флавия, с той лишь разницей, что вывести нужно не номер выжившего, а номера всех в порядке умерщвления. Для решения, попытаемся найти зависимость ответа от n (количества солдат) и k (разница между номера убийцы и убиваемого).

n\k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
3	3	3	2	2	1	1	3	3	2	2
4	4	1	1	2	2	3	2	3	3	4
5	5	3	4	1	2	4	4	1	2	4
6	6	5	1	5	1	4	5	3	5	2
7	7	7	4	2	6	3	5	4	7	5
8	8	1	7	6	3	1	4	4	8	7
9	9	3	1	1	8	7	2	3	8	8
10	10	5	4	5	3	3	9	1	7	8

Видна закономерность решения:

$$J_{n,k} = \left(J_{(n-1),k} + k\right) \% \, n$$

Значит, рекурсивная реализация, возвращающая номер выжившего, будет выглядеть так (асимптотика $O(n)$):

```
int solve(int n, int k) {return n > 1 ? (joseph (n-1, k) + k - 1) % n + 1 :
1;}
```

Так-как нам нужно вывести не выжившего, а последовательность убывания, задача становится значительно сложнее. Всех солдат нужно хранить в какой-либо структуре данных. Нам придётся n раз проходить по кругу из солдат, из-за чего обычный массив отработает за $O(n^2)$. Попробуем уменьшить количество операций алгоритма, воспользовавшись структурой данных - дерево отрезков, которое даст нам $O(\log(n))$. Дерево можно реализовать в виде массиве, где каждая ячейка является узлом. На нулевом уровне дерева запросом затрагивается единственная вершина — корень дерева. Дальше на первом уровне рекурсивный вызов в худшем случае разбивается на два рекурсивных вызова, но важно здесь

то, что запросы в этих двух вызовах будут соседствовать, т.е. число l'' запроса во втором рекурсивном вызове будет на единицу больше числа r' запроса в первом рекурсивном вызове. Отсюда следует, что на следующем уровне каждый из этих двух вызовов мог породить ещё по два рекурсивных вызова, но в таком случае половина этих запросов отработает нерекурсивно, взяв нужное значение из вершины дерева отрезков. Таким образом, всякий раз у нас будет не более двух реально работающих ветвей рекурсии (можно сказать, что одна ветвь приближается к левой границе запроса, а вторая ветвь — к правой), а всего число затронутых отрезков не могло превысить высоты дерева отрезков, умноженной на четыре, т.е. оно есть число $O(\log(n))$.

Каждый узел дерева будет хранить номер убийцы, и номер убиваемого. При модификации будем получать номер нового убиваемого, и изменять узлы дерева. Сделать это нужно n раз, финальная сложность = $O(\mathrm{n} \cdot \log(n))$.

1650. Миллиардеры

```
#include <map>
#include <iostream>
#include <string>
#include <set>
#include <unordered_map>

using namespace std;

int main() {
    unordered_map<string, long long> cityAndMoney;      // Город и его капит
ализированные деньги
    unordered_map<string, long long> richmanAndMoney;   // Богач и его сумма
 денег
    unordered_map<string, string> richmanAndCity;       // Богач и его место
положение
    map<long long, set<string>> moneyAndCitiesSet;      // Деньги и города,
с такой суммой
    map<string, int> citiesRank;                        // Финальный топ гор
одов
    long long money;
    string name, city;
    int n;
    cin >> n;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cin >> name >> city >> money;
        richmanAndMoney[name] = money;  //заполнение карты связью {Богач-
Деньги}
        richmanAndCity[name] = city;    //заполнение карты связью {Богач-
Город}
        if (cityAndMoney.find(city) != cityAndMoney.end()) {
            /*
            Если город city существует, значит над ним мы проводим операцию
не первый раз, значит его
            капитализация изменится. Отчистим в карте {Капиталиция-
Города} связь (её больше не будет существовать).
```

```
            */
            long long sum = cityAndMoney[city];
            moneyAndCitiesSet[sum].erase(city);
            //Если города с такой капитализацией перестали существовать, отч
истим и ячейку с множеством городов.
            if (moneyAndCitiesSet[sum].size() == 0) moneyAndCitiesSet.erase(
sum);
        }
        cityAndMoney[city] += money; //увеличение капитализации города
        moneyAndCitiesSet[cityAndMoney[city]].insert(city); //заносим город
в множество городов с такой капитализацией
    }
    int days, movements, day, prevDay, currDay = 0;
    cin >> days >> movements;
    for (int i = 0; i <= movements; i++) { //вычислим капитализации для кажд
ого из городов в разные дни
        prevDay = currDay;
        //Обрабатываем ситуацию последнего дня, когда ещё нужно менять парам
етры сущностей, но данные вводить уже не надо.
        if (i == movements) day = days;
        else cin >> day >> name >> city;
        currDay = day;
        map<long long, set<string>>:: reverse_iterator it = moneyAndCitiesSe
t.rbegin();
        /*
        Если в отсортированном по ключам контейнере {Деньги-
Список городов} в ячейке, соответствующей наибольшему ключу
        только один элемент в {set<string>}, значит сейчас существует единст
венный город с максимальной суммой, и ему
        нужно добавить дни в карту {Город-Количество дней в топе}.
        */
        if (currDay != prevDay && it->second.size() == 1) citiesRank[*(it-
>second.begin())] += currDay - prevDay;
        if (i < movements) {
            /*
            Старое местоположение богача: если он уехал из города, необходим
о поменять соответствующую
            информацию во всех картах.
            */
            string oldLocation = richmanAndCity[name];
            long long oldMoney = cityAndMoney[oldLocation];
            moneyAndCitiesSet[oldMoney].erase(oldLocation);
            if (moneyAndCitiesSet[oldMoney].size() == 0) moneyAndCitiesSet.e
rase(oldMoney);
            cityAndMoney[oldLocation] -= richmanAndMoney[name];
            moneyAndCitiesSet[cityAndMoney[oldLocation]].insert(oldLocation)
;
            /*
            Новое местоположение богача: если он приехал в новый город, необ
ходимо поменять соответствующую
            информацию во всех картах.
            */
            long long newMoney = cityAndMoney[city];
```

```
            moneyAndCitiesSet[newMoney].erase(city);
            if(moneyAndCitiesSet[newMoney].size() == 0) moneyAndCitiesSet.er
ase(newMoney);
            cityAndMoney[city] += richmanAndMoney[name];
            moneyAndCitiesSet[cityAndMoney[city]].insert(city);
            richmanAndCity[name] = city;
        }
    }
    for (const auto& c: citiesRank) cout << c.first << " " << c.second << en
dl; //вывод топа городов
    return 0;
}
```

Как таковой сложности в разрабатываемом алгоритме в задаче нет. Нам просто нужно аккуратно манипулировать всеми данными и поддерживать связь между ними. Первое делается в лоб в одном цикле по мере чтения данных, а вот второе уже сложнее. Связи должны поддерживается между всеми сущностями: {Деньгами}, {Богачами}, {Городами}. Для них подходит структуры данных `map` или `unordered_map`, где одна из сущностей будет ключом, а другая - значением. Таких карт должно быть несколько, для всех необходимых связей.