1 Pregunta 1

Sabemos que las manzanas Golden pesan en promedio 200g, y su distribución de probabilidad, sigue una distribución normal con una desviación estándar de 30g. Por otra parte, sabemos que las naranjas pesan en promedio 150 g, y su distribución de probabilidad, también sigue una distribución normal con una desviación estándar de 45 g.

1.1

Cree un conjunto de datos manzanas que representen 500 manzanas elegidas al azar, siguiendo la distribución mencionada.

Solución

d = normal	d = normal
$\mu_m = 200g$	$\mu_n = 150g$
$\sigma_m = 30g$	$\sigma_n = 45g$

```r
# 1.1
manzanas = rnorm(500, mean=200, sd=30)
manzanas
```

Figure 1: código 1.1

```
> # 1.1
> manzanas = rnorm(500, mean=200, sd=30)

> manzanas
  [1] 174.8836 172.9984 175.0568 203.6419 195.2566 215.9797 209.7015 191.4338 223.1376 224.5433 236.1363 181.0857 146.1193 246.4098 195.4854 195.2029 212.1602
 [18] 204.9931 220.5496 176.1816 248.6588 206.4602 121.7751 213.2124 221.9742 179.5560 219.6700 185.9189 184.6459 207.9682 265.9398 211.0086 224.8392 172.7400
 [35] 244.8275 187.8515 189.8728 201.9572 208.3707 254.6883 226.3627 219.0608 228.9204 174.4079 194.1889 174.7604 184.8587 218.4757 205.3854 233.8537 187.9135
 [52] 221.3281 217.1129 176.2017 228.2176 221.5049 202.7666 203.4618 165.6751 182.8892 206.5251 220.4431 176.6079 220.3855 218.9284 164.0247 137.8404 187.0372
 [69] 184.5774 193.0754 202.0025 169.1300 155.6355 244.4214 174.2061 194.1121 208.6144 132.3924 192.7130 229.1845 209.0172 257.5415 181.8263 197.3086 165.4621
 [86] 228.5178 230.8408 218.6070 171.1667 281.0329 188.6708 180.4126 173.0869 201.4729 181.2944 157.4322 237.6664 201.9363 190.0041 219.5680 202.6941 174.0435
[103] 218.4749 172.3515 176.8866 237.3815 203.7100 200.5649 221.8546 234.3545 170.6591 221.1320 196.5542 187.9961 214.1050 152.6981 205.2946 236.4184 135.7800
[120] 240.6098 170.5092 156.0041 204.1817 175.2048 152.2522 137.4260 172.7866 210.6956 184.3532 205.8757 181.5439 185.6274 176.1925 143.0922 188.7014 181.2189
[137] 230.9039 200.8622 177.8936 155.7721 193.1093 185.1386 190.1831 235.0771 222.7103 198.2785 229.1717 255.9223 177.5567 223.5487 210.9138 242.6899 213.9620
[154] 221.2014 209.5382 178.2613 150.6312 182.4898 186.6615 211.3083 212.3697 227.9847 160.1017 145.6762 189.5488 191.5178 187.5706 141.6050 175.6923 208.6089
[171] 191.6158 278.7651 184.4866 139.0969 165.4752 172.3606 246.2186 223.7830 194.8168 251.4686 246.3905 213.2527 237.3210 221.7154 150.5363 177.0742 129.9413
[188] 235.5176 152.1072 240.6132 158.4032 188.8762 155.4307 213.1946 216.4844 172.2978 234.7148 188.8613 181.0742 174.5706 178.5503 223.7387 162.1143 191.1026
[205] 193.8025 149.5037 142.5250 192.9385 179.8231 207.9669 195.4679 202.3641 211.3723 199.5217 213.5808 200.5132 189.4271 125.1179 145.3620 203.2625 154.5274
[222] 180.6414 173.5803 169.8698 188.0653 181.1222 211.3102 178.8847 238.8503 219.0349 229.4593 190.8916 222.2262 223.7974 206.4249 236.6153 238.1105 242.6133
[239] 159.3098 214.9810 235.7123 247.0171 216.7409 227.5113 215.1580 235.4617 198.0165 211.9691 248.1108 152.1987 206.5409 210.5806 246.4993 195.2767 222.7698
[256] 158.3990 204.7180 229.8945 232.8284 169.7941 137.1222 243.7761 219.9646 169.2130 208.2109 234.9650 237.3518 213.2236 167.7948 158.4489 253.5203 169.4810
[273] 185.7930 215.3276 200.1000 207.4348 206.9304 199.2103 177.4159 209.8641 197.8560 254.6408 166.8277 159.8063 199.5489 171.8937 156.9742 188.7793 202.6490
[290] 211.9419 169.5668 252.6569 205.6599 248.3000 243.8890 155.6031 184.5753 248.4958 222.4470 205.1894 237.5932 225.7303 205.5703 171.5535 207.7812 186.7472
[307] 241.9563 164.4292 252.7167 243.4613 174.6954 207.7512 259.3547 194.1603 168.6254 175.5797 189.7046 218.6171 216.0255 182.2095 212.0429 236.4628 182.9582
[324] 195.7297 189.3047 266.6549 168.7104 211.1302 187.3106 202.6512 182.8654 217.1729 278.7369 193.5446 196.7592 135.9699 204.3380 178.6754 242.9355 222.0882
[341] 210.2467 188.7011 204.4314 195.6141 229.4713 180.7246 231.3287 211.9313 136.8021 166.6769 201.1030 228.6459 169.3556 250.3387 225.9046 168.1983 196.8448
[358] 202.3897 202.3159 209.7672 241.8087 209.3641 190.4815 227.1784 196.2901 206.2038 189.3928 217.0382 137.0692 189.7654 245.3882 274.3892 194.2235 205.6271
[375] 215.6811 128.1829 207.6698 218.7360 179.6355 233.5375 193.1093 230.6679 207.7090 172.3089 204.5410 236.0566 177.3426 198.5077 194.5141 196.1797 221.6384
[392] 195.1231 159.6573 195.1330 189.3913 235.0868 178.3962 215.3831 198.9513 179.5064 175.7657 212.3538 217.9855 190.5417 164.0026 227.2835 183.9804 174.6334
[409] 183.8533 196.6686 167.6506 175.5368 214.0564 288.9184 167.9370 144.8668 203.4676 243.5588 206.9746 192.9659 214.4638 157.0422 168.6800 135.4616 225.2277
[426] 217.2681 195.6895 221.9389 161.1277 240.9980 188.1365 185.5413 222.0378 242.2671 232.2068 202.1921 195.0885 193.1718 204.9335 194.4618 176.8780 188.5150
[443] 201.8000 188.7505 234.2830 169.6140 239.9550 175.4579 163.2560 179.8077 185.3997 214.4825 162.4958 187.7387 219.6555 164.9985 236.6509 237.5489 183.9859
[460] 195.1606 155.1707 274.5897 229.6307 198.0228 230.1486 210.2090 148.5444 185.6821 192.9357 187.7816 176.6551 161.6020 179.2646 189.0764 209.1842 178.1474
[477] 217.5238 215.5132 220.5335 203.0076 276.8573 165.9960 213.0695 145.1676 195.8081 235.9107 168.6379 154.1538 187.8071 154.3968 178.7722 182.6898 273.3659
[494] 213.3764 178.7365 208.8919 185.9016 194.5608 159.8050 246.6932
```

Figure 2: resultados 1.1

1.2

Seleccione todas las manzanas que pesen entre 170 y 230 g. Calcule el porcentaje del total que representan las manzanas seleccionadas.

```
# 1.2
sel1 = manzanas[manzanas>=170]
sel2 = sel1[sel1 <= 230]
sel2
perc = length(sel2)/length(manzanas)*100
perc
```

Figure 3: código 1.2

```
> # 1.2
> sel1 = manzanas[manzanas>=170]

> sel2 = sel1[sel1 <= 230]

> sel2
  [1] 174.8836 172.9984 175.0568 203.6419 195.2566 215.9797 209.7015 191.4338 223.1376 224.5433 181.0857 195.4854 195.2029 212.1602 204.9931 220.5496 176.1816
 [18] 206.4602 213.2124 221.9742 179.5560 219.6700 185.9189 184.6459 207.9682 211.0086 224.8392 172.7400 187.8515 189.8728 201.9572 208.3707 226.3627 219.0608
 [35] 228.9204 174.4079 194.1889 174.7604 184.8587 218.4757 205.3854 187.9135 221.3281 217.1129 176.2017 228.2176 221.5049 202.7666 203.4618 182.8892 206.5251
 [52] 220.4431 176.6079 220.3855 218.9284 187.0372 184.5774 193.0754 202.0025 174.2061 194.1121 208.6144 192.7130 229.1845 209.0172 181.8263 197.3086 228.5178
 [69] 218.6070 171.1667 188.6708 180.4126 173.0869 201.4729 181.2944 201.9363 190.0041 219.5680 202.6941 174.0435 218.4749 172.3515 176.8866 203.7100 200.5649
 [86] 221.8546 170.6591 221.1320 196.5542 187.9961 214.1050 205.2946 170.5092 204.1817 175.2048 172.7866 210.6956 184.3532 205.8757 181.5439 185.6274 176.1925
[103] 188.7014 181.2189 200.8622 177.8936 193.1093 185.1386 190.1831 222.7103 198.2785 229.1717 177.5567 223.5487 210.9138 213.9620 221.2014 209.5382 178.2613
[120] 182.4898 186.6615 211.3083 212.3697 227.9847 189.5488 191.5178 187.5706 175.6923 208.6089 191.6158 184.4866 172.3606 223.7830 194.8168 213.2527 221.7154
[137] 177.0742 188.8762 213.1946 216.4844 172.2978 188.8613 181.0742 174.5706 178.5503 223.7387 191.1026 193.8025 192.9385 179.8231 207.9669 195.4679 202.3641
[154] 211.3723 199.5217 213.5808 200.5132 189.4271 203.2625 180.6414 173.5803 188.0653 181.1222 211.3102 178.8847 219.0349 229.4593 190.8916 222.2262 223.7974
[171] 206.4249 214.9810 216.7409 227.5113 215.1580 198.0165 211.9691 206.5409 210.5806 195.2767 222.7698 204.7180 229.8945 219.9646 208.2109 213.2236 185.7930
[188] 215.3276 200.1000 207.4348 206.9304 199.2103 177.4159 209.8641 197.8560 199.5489 171.8937 188.7793 202.6490 211.9419 205.6599 184.5753 222.4470 205.1894
[205] 225.7303 205.5703 171.5535 207.7812 186.7472 174.6954 207.7512 194.1603 175.5797 189.7046 218.6171 216.0255 182.2095 212.0429 182.9582 195.7297 189.3047
[222] 211.1302 187.3106 202.6512 182.8654 217.1729 193.5446 196.7592 204.3380 178.6754 222.0882 210.2467 188.7011 204.4314 195.6141 229.4713 180.7246 211.9313
[239] 201.1030 228.6459 225.9046 196.8448 202.3897 202.3159 209.7672 209.3641 190.4815 227.1784 196.2901 206.2038 189.3928 217.0382 189.7654 194.2235 205.6271
[256] 215.6811 207.6698 218.7360 179.6355 193.1093 207.7090 172.3089 204.5410 177.3426 198.5077 194.5141 196.1797 221.6384 195.1231 195.1330 189.3913 178.3962
[273] 215.3831 198.9513 179.5064 175.7657 212.3538 217.9855 190.5417 227.2835 183.9804 174.6334 183.8533 196.6686 175.5368 214.0564 203.4676 206.9746 192.9659
[290] 214.4638 225.2277 217.2681 195.6895 221.9389 188.1365 185.5413 222.0378 202.1921 195.0885 193.1718 204.9335 194.4618 176.8780 188.5150 201.8000 188.7505
[307] 175.4579 179.8077 185.3997 214.4825 187.7387 219.6555 183.9859 195.1606 229.6307 198.0228 210.2090 185.6821 192.9357 187.7816 176.6551 179.2646 189.0764
[324] 209.1842 178.1474 217.5238 215.5132 220.5335 203.0076 213.0695 195.8081 187.8071 178.7722 182.6898 213.3764 178.7365 208.8919 185.9016 194.5608

> perc = length(sel2)/length(manzanas)*100

> perc
[1] 67.8
```

Figure 4: resultados 1.2

Solución

Al observar que la media es 200 y la desviación estándar es 30, si seleccionamos todos aquellos datos entre 170 y 230 y calculamos el porcentaje del total que estos datos representan, obtenemos que son el 67.8% de los datos, lo cual concuerda con la regla de 68-95-99.7 para la distribución normal, que determina que alrededor del 68% de los datos se encuentra a una distancia de una desviación estándar de la media, es decir, el 68% de los datos toman un valor de entre 200 - 30 = 170 y 200 + 30 = 230.

1.3

Cree un conjunto de datos naranjas que representen 300 naranjas elegidas al azar, siguiendo la distribución mencionada.

Solución

```
# 1.3
naranjas = rnorm(300, mean=150, sd=45)
naranjas
```

Figure 5: código 1.3

```
> # 1.3
> naranjas = rnorm(300, mean=150, sd=45)

> naranjas
  [1]  96.29299 173.14325 104.48222 180.73075 181.69314 136.17887 254.25243 162.31429 204.10757 128.01270 186.65438  92.04441 170.20140 272.50163 137.80546
 [16]  71.69873 121.66176 171.92690 243.36095 129.03753  93.47305 176.18896 148.42067 130.54760 202.47953 202.16575 159.04592 129.16512 109.21454 171.89431
 [31] 186.71591 206.35052 186.62896 151.47997 167.10263 107.74300 163.18582 190.02259 128.24027 130.30342  94.14347 140.86135 167.11787 158.80652 131.94756
 [46] 237.39556 268.00015 161.39115  97.12819 101.71370 109.57795 117.26595 141.52915 200.50840 143.81840 128.55750 151.88381  73.43823 222.56838 250.91000
 [61] 176.06928 138.01760 103.04896 177.16468 173.73515 219.26968 209.07935 136.94161 212.80140 192.93291 174.43575 178.13237 142.57511 172.19171 200.98384
 [76] 162.60591 204.92105 127.61349 178.11532 121.40124 217.99754 209.89290 138.36861  58.97680 169.06422 102.63159 161.78073 129.64446 139.48139 198.99562
 [91] 161.02110 131.18930  96.52961 209.76955 127.93138 138.68737 134.57423 168.01085 106.22379 162.01247 168.12778 166.21208 238.43684 165.53099 140.00379
[106] 117.64821 183.29756 239.67502 149.68245 133.63115 211.30410 209.78953 160.28304  96.10900 131.31101 183.33072 161.62149 137.77279 143.07639 126.55382
[121] 100.75825 107.00262 201.07616  91.34001 113.83076 172.26076 116.34539 217.91703 179.23686 253.21745 188.61260 155.77497 131.19969  90.05141 126.26097
[136] 110.61683 133.76531 167.91110 163.85644 164.85464 136.61167 113.51902 183.68696 114.91874 158.96385 149.28739 167.82980  74.14752 185.08309 206.98982
[151] 174.14983 152.37623 114.11935  94.90718 123.78447 145.27439  86.66261 147.62858 145.25063  90.24914 147.49116 186.88028 189.24713 198.97548 109.45231
[166] 242.45049 109.74998 249.06188 180.14919 205.63013 201.00552 152.75268 165.94263 123.82371 176.90373 171.99403 231.33499 107.74331 197.11424 181.33925
[181] 143.09382 153.86120 119.00145 166.43152  69.10945 113.88470 242.36974 201.52870 159.57025 107.90997 154.70517 246.50895 150.67330 147.49100 185.36760
[196] 190.71265 223.86067 180.08524 146.06903 207.65239  90.19994 165.55575 130.91706 186.28363 232.68075 182.70405 111.20098 136.50555 149.24799 190.17590
[211] 147.21789 145.50255 138.38922 175.79062 209.08474 157.22605 187.81940 100.78881 216.12424 134.71068 185.01615 156.23849 131.54178 209.21413 148.58772
[226] 140.04106 188.73344  99.25730 196.40393 150.75346 171.64025  99.82114 132.99267  85.18921  89.77789 105.54697  99.18784  86.11813  76.00909 164.36597
[241] 129.02241  27.90435 145.12328 218.81886 119.57032 216.24463 140.70024 152.34274 233.15212 143.76608 156.95874 153.01751 213.27951 127.72380 189.09336
[256] 107.55236 113.44236 135.13886 155.29175 103.80847 163.52209 214.22438 148.17045 104.48695 130.66306 162.19916 156.76705 194.83125 171.09952 142.65256
[271] 132.91666 139.62270 127.74994 147.69440 177.34103 158.09034 156.46261 158.85366  72.80597 130.09043 194.17716 135.28865  95.51102 159.84393 134.81022
[286] 206.09159 101.28446 144.05649 111.43268  85.72312 169.13391 187.22956 166.55857 122.51733 114.99525 117.93925 266.17904 215.46135 138.12781 105.81658
```

Figure 6: resultados 1.3

1.4

Seleccione todas las naranjas que pesen entre 105 y 195 g. Calcule el porcentaje que representan las manzanas seleccionadas.

Solución

```
# 1.4
sel3 = naranjas[naranjas>=105]
sel4 = sel3[sel3 <= 195]
sel4
perc2 = length(sel4)/length(naranjas)*100
perc2
```

Figure 7: código 1.4

```
> # 1.4
> sel3 = naranjas[naranjas>=105]

> sel4 = sel3[sel3 <= 195]

> sel4
  [1] 173.1432 180.7307 181.6931 136.1789 162.3143 128.0127 186.6544 170.2014 137.8055 121.6618 171.9269 129.0375 176.1890 148.4207 130.5476 159.0459 129.1651
 [18] 109.2145 171.8943 186.7159 186.6290 151.4800 167.1026 107.7430 163.1858 190.0226 128.2403 130.3034 140.8614 167.1179 158.8065 131.9476 161.3912 109.5780
 [35] 117.2659 141.5292 143.8184 128.5575 151.8838 176.0693 138.0176 177.1647 173.7351 136.9416 192.9329 174.4357 178.1324 142.5751 172.1917 162.6059 127.6135
 [52] 178.1153 121.4012 138.3686 169.0642 161.7807 129.6445 139.4814 161.0211 131.1893 127.9314 138.6874 134.5742 168.0109 106.2238 162.0125 168.1278 166.2121
 [69] 165.5310 140.0038 117.6482 183.2976 149.6824 133.6311 160.2830 131.3110 183.3307 161.6215 137.7728 143.0764 126.5538 107.0026 113.8308 172.2608 116.3454
 [86] 179.2369 188.6126 155.7750 131.1997 126.2610 110.6168 133.7653 167.9111 163.8564 164.8546 136.6117 113.5190 183.6870 114.9187 158.9639 149.2874 167.8298
[103] 185.0831 174.1498 152.3762 114.1193 123.7845 145.2744 147.6286 145.2506 147.4912 186.8803 189.2471 109.4523 109.7500 180.1492 152.7527 165.9426 123.8237
[120] 176.9037 171.9940 107.7433 181.3392 143.0938 153.8612 119.0014 166.4315 113.8847 159.5702 107.9100 154.7052 150.6733 147.4910 185.3676 190.7127 180.0852
[137] 146.0690 165.5557 130.9171 186.2836 182.7040 111.2010 136.5055 149.2480 190.1759 147.2179 145.5026 138.3892 175.7906 157.2260 187.8194 134.7107 185.0162
[154] 156.2385 131.5418 148.5877 140.0411 188.7334 150.7535 171.6402 132.9927 105.5470 164.3660 129.0224 145.1233 119.5703 140.7002 152.3427 143.7661 156.9587
[171] 153.0175 127.7238 189.0934 107.5524 113.4424 135.1389 155.2917 163.5221 148.1705 130.6631 162.1992 156.7670 194.8312 171.0995 142.6526 132.9167 139.6227
[188] 127.7499 147.6944 177.3410 158.0903 156.4626 158.8537 130.0904 194.1772 135.2887 159.8439 134.8102 144.0565 111.4327 169.1339 187.2296 166.5586 122.5173
[205] 114.9952 117.9392 138.1278 105.8166

> perc2 = length(sel4)/length(naranjas)*100

> perc2
[1] 69.33333
```

Figure 8: resultados 1.4

Dado que los datos de naranjas tienen una distribución normal, y que sabemos que su media es 150 y su desviación estándar es 45, sabemos que la distribución está centrada alrededor de 150 (media). Esto significa que la mayoría de los datos tienen una medida parecida a la media, y más específicamente, siguiendo la regla de 68-95-99.7 para la distribución normal, sabemos que el 68% de los datos de naranjas tendrá un valor de entre 150 - 45 = 105 y 150 + 45 = 195, ya que esta propiedad estipula que el 68% de los datos se encuentra a una distancia de $\mu - sigma$ y $\mu + sigma$ o una desviación estándar hacia ambos lados de la media. Como resultado, se observa que en este data set, el 69.33% de los datos se encuentra entre 105 y 195, como estipula la regla de 68-95-99.7 para la distribución normal.

2 Pregunta 2

Se sabe que la duración de las conexiones a un sitio de ventas de calzado tiene una distribución normal con una media de 30 minutos y una desviación estándar de 14 minutos. Debido a un rediseño de la pagina web se espera que los clientes pasen el triple de tiempo en el sitio y se ha agregado una consulta de uso de cookies al inicio de la sesión que toma 3 minutos contestarla. Los clientes no pueden ingresar al sitio si no contestan la consulta.

2.1

Cree una muestra aleatoria de 400 datos que representen las conexiones al sitio actualmente. Luego transforme los datos para que representen como cambiará la muestra con la nueva página web.

Solución

Previo al rediseño de la página web, los datos tenían los siguientes parámetros estadísticos,

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{d} = \text{normal} \\ \mu_1 = 30min \\ \sigma_1 = 14min \end{array}}$$

Por lo que una muestra aleatoria que represente estas conexiones se consigue con los siguientes comandos:

```r
# 2.1
con = rnorm(400, mean=30, sd=14)
con
```

Figure 9: código 2.1

```
> con
  [1] 27.7071479 24.2903409 17.4122317 22.3147858  3.4968619 41.2978357 31.9155406 33.9988827 51.9317896 41.4563213 28.0734510 32.9483330 28.7510139
 [14] 38.5579576 22.2776835 47.4490511 27.6487499 47.9361898 43.3999107 56.6556796 18.1606211 40.1413772 42.4205873 29.8960007 35.7537669 52.3146047
 [27] 22.6981557 33.1394034 20.9668022 21.8159558 38.3545849 27.6648241 48.5398936 33.7807497 36.2639145 20.9316173  1.6721195 17.7136283 41.6902773
 [40] 33.6995713 45.2630940 44.5725207 16.5605602 58.6957585 24.8812725 13.5949603  9.5636469 16.5010004 34.0928983 45.1682147 34.5685632 28.3115912
 [53] 40.1604352 38.1372093 25.0998634 21.8228125 57.2806000 15.9120735 57.3720245 34.1190436 18.2781617 23.6030949 55.0178156  8.6492081 50.5516214
 [66] 61.3918209 26.8615916 10.6666631 42.6464334 28.5263334 39.7371478 33.3577182 39.1509771 34.0592753  4.6332742 31.1109563 11.4656386 44.2490080
 [79] 12.3670474 10.3753404 47.8543374 13.4085136 35.1750750  4.0127305 23.2569665 26.9048398 38.0357458 28.1299035 26.5476051 42.6483390 25.1406943
 [92] 32.8446813 29.7468953 13.1230251 50.2077366 18.6071531 23.0395770 55.7729883 31.3626177 15.7304259 36.1840640 42.6480104 45.8582838 24.0827120
[105] 32.2519494 36.6156926 24.4598763 21.9944155 27.8207546 35.2831017 40.4342173 34.6136465 40.6068411 64.8828397 59.7623700 44.1328735 49.5096684
[118] 29.8930650 35.8780074 20.4122903 20.7427842  3.4300891 47.5010956 49.2824615 -2.0619917  8.0966408  4.9484609  6.8471655 18.4383175 34.7753335
[131] 66.0320472 19.6570708 26.1681242 32.7369196 56.6680203 50.5033691 20.1751600 37.0448767 19.2667035 36.4155696 22.0289163 19.9387772 17.2292030
[144] 42.9457651 37.4143586 15.5224300 36.0320799 28.6234677 31.8845960 37.1868296 14.7686267  5.5526979 27.1776032 30.2015633 17.3504313 65.3598344
[157] 32.4708673 22.9775038 31.5695757 21.1167544 51.1600345 17.3651717 20.1679322 28.9438607 34.6043255 35.0798218 44.0038014 51.8533537 16.4337879
[170] 20.1745187 17.4837670 28.6028907 29.3849577 48.5024317 30.9188809 57.5573112 25.9984012 14.9964326 27.8682021 71.2176616 34.2214519 27.3843872
[183] 45.1380286  3.1581465 30.3022460 -3.1462436 38.0473563 49.9795692 50.3045616 -6.6727070 17.2846076 34.3879948 19.6131073 36.9563869 44.7984682
[196] 14.6054143 22.0022142 36.7099093 38.8624678  8.8779698 46.3256712 24.9491185 38.4060627 41.7482887 33.2529271 31.2275052 26.1134820 15.9253893
[209] -5.6201324 46.0539696  7.2686768 26.8549512 38.0578491 31.2521407 38.7628656 51.7702251 20.5565199 43.7905662 39.5162783 43.1194666  6.5230979
[222] 23.0671452 32.4620316 54.8382028 34.5354528 16.5759804 14.7839918 56.4582821 33.7030062 33.3942511 27.4768854 38.0777311 22.7306317 31.1392935
[235] 21.2201643 41.4810757  0.8788632 21.5309121 26.8930665 30.0354437 39.4535944 29.8873145 39.9477907 23.8258748 24.9419445 21.1019993 14.7775888
[248] 14.3261287 48.8225964 26.3229865 58.0157932 42.1482109 39.1973740 22.2928735 41.6647070 27.3635695 28.7079043 10.9898961  6.1314366 46.4299418
[261]  8.9589175 49.8861121 30.9957297 31.4481644 18.3322282 56.2163358 38.2146500 36.6480744 55.8359909 13.1532064 39.3213055 18.2258578 29.6959780
[274] 15.3210014  7.9727969 34.2990431 32.5465073 32.3982042 18.1260317  8.6815794 28.2814430 45.5767654  6.0779652 41.6028749 31.5811574 10.8725583
[287] 49.2955887 23.2982449 43.1504375 18.0746790 24.4337570 38.4156668 30.3927771 34.3425072 43.8688141 14.5687787 50.1614905 21.7768246 36.0045695
[300] 29.8226147 27.8128584  1.5280352 29.6737785 66.6446653 39.6073614 32.9583694 36.0238191 14.1920160 53.1812508 14.2387554 21.5562323 15.9959138
[313] 29.9385104 21.8719683 57.0937057 41.5839601 29.8399889 42.7316230 28.3417395 31.6662946  3.6248356 -10.9105625 49.7794724 24.1204868 46.5003451
[326] 27.1228711 20.8835334  7.0652691 34.6609634 34.2779882 39.4383767 52.4335954 43.1640639 44.4518401 25.4182124 10.6289169 32.1807800 35.2057463
[339] 18.7148755 33.6625134 29.5272381  7.4603466 22.6348004  3.0212097 19.2736449 30.5490324 38.8425924 53.3669967 50.5738784 31.4866663 39.6344128
[352] 28.6870845 37.5964712 15.8274263 40.3968362 34.8004202 11.0006217 25.9500866 32.3348347 26.5137136 31.5964400 44.7444478 42.7599725 15.8880282
[365] 43.5555506 35.6115636 25.7730474 23.5070185 28.4509289 31.7718434 25.5769641 34.2582063 36.1025359 46.7554384 39.2750051 15.3609417 24.0620212
[378] 33.3314836 52.6130659 46.6079589 31.1726435 53.2918896 39.4137627 23.6550034 22.6945072 35.4868513 32.2220635 -8.2146500 40.2183326 21.5679450
[391] 46.7415211 10.7556438 23.8151882  7.9556903 35.3421521 44.4943599 11.0685565 13.8084994 22.7087280 36.6244773
```

Figure 10: resultados 2.1

Después del rediseño de la página web, cada uno de las conexiones al sitio x_i sufriría la siguiente transformación hacia y_i cuando se dice ahora que *pasan el triple de tiempo en el sitio y se ha agregado una consulta de 3 min antes de ingresar al sitio*:

$$y_i = 3x_i + 3 \tag{1}$$

Por lo tanto, si transformamos los datos para que representen cómo cambiará la muestra con la nueva página web, obtenemos los estadísticos:

x_i	$y_i = 3x_i + 3$
$\mu_1 = 30$	$\mu_2 = 30 \times 3 + 3 = 93$
$\sigma_1 = 14$	$\sigma_2 = 14 \times 3 = 42$

y si transformamos cada uno de los datos de la muestra 1 con la Eq. (1) obtenemos la nueva muestra:

```
con2 = con*3 + 3
```

Figure 11: código 2.1 para transformar los datos de la muestra.

```
> con2
  [1]  86.121444  75.871023  55.236695  69.944357  13.490586 126.893507  98.746622 104.996648 158.795369 127.368964  87.220353 101.844999  89.253042 118.673873
 [15]  69.833050 145.347153  85.946250 146.808570 133.199732 172.967039  57.481863 123.424132 130.261762  92.688002 110.261301 159.943814  71.094467 102.418210
 [29]  65.900407  68.447867 118.063755  85.994472 148.619681 104.342249 111.791744  65.794852   8.016358  56.140885 128.070832 104.098714 138.789282 136.717562
 [43]  52.681681 179.087275  77.643818  43.784881  31.690941  52.503001 105.278695 138.504644 106.705690  87.934773 123.481305 117.411628  78.299590  68.468437
 [57] 174.841800  50.736221 175.116073 105.357131  57.834485  73.809285 168.053447  28.947624 154.654864 187.175463  83.584775  34.999989 130.939300  88.579000
 [71] 122.211443 103.073155 120.452931 105.177826  16.899822  96.332869  37.396916 135.747024  40.101142  34.126021 146.563012  43.225541 108.525225  15.038192
 [85]  72.770899  83.714519 117.107237  87.389711  82.642815 130.945017  78.422083 101.534044  92.240686  42.369075 153.623210  58.821459  72.118731 170.318965
 [99]  97.087853  50.191278 111.552192 130.944031 140.574851  75.248136  99.755848 112.847078  76.379629  68.983247  86.462264 108.849305 124.302652 106.840940
[113] 124.820523 197.648519 182.287110 135.398621 151.529005  92.679195 110.634022  64.236871  65.228352  13.290267 145.503287 150.847384  -3.185975  27.289922
[127]  17.845383  23.541496  58.314952 107.326001 201.096141  61.971212  81.504373 101.210759 173.004061 154.510107  63.525480 114.134630  60.800110 112.246709
[141]  69.086749  62.816331  54.687609 131.837295 115.243076  49.567290 111.096240  88.870403  98.653788 114.560489  47.305880  19.658094  84.532810  93.604690
[155]  55.051294 199.079503 100.412602  71.932512  97.708727  66.350263 156.480104  55.095515  63.503797  89.831582 106.812976 108.239465 135.011404 158.560061
[169]  52.301364  63.523556  55.451301  88.808672  91.154873 148.507295  95.756643 175.671934  80.995204  47.989298  86.604606 216.652985 105.664356  85.153162
[183] 138.414086  12.474440  93.906738  -6.438731 117.142069 152.938708 153.913685 -17.018121  54.853823 106.163984  61.839322 113.869161 137.395404  46.816243
[197]  69.006643 113.129728 119.587403  29.633909 141.977014  77.847355 118.218188 128.244866 102.758781  96.682516  81.340446  50.776168 -13.860397 141.161909
[211]  24.806030  83.564854 117.173547  96.756422 119.288597 158.310675  64.669560 134.371699 121.548835 132.358400  22.569294  72.201436 100.386095 167.514609
[225] 106.606358  52.727941  47.351975 172.374846 104.109019 103.182753  85.430656 117.233193  71.191895  96.417881  66.660493 127.443227   5.636590  67.592736
[239]  83.679199  93.106331 121.360783  92.661944 122.843372  74.477624  77.825833  66.305998  47.332766  45.978386 149.467789  81.968960 177.047380 129.444633
[253] 120.592122  69.878620 127.994121  85.090709  89.123713  35.969688  21.394310 142.289825  29.876752 152.658336  95.987189  97.344493  57.996685 171.649007
[267] 117.643950 112.944223 170.507973  42.459619 120.963917  57.677574  92.087934  48.963004  26.918391 105.897129 100.639522 100.194613  57.378095  29.044738
[281]  87.844329 139.730296  21.233896 127.808625  97.743472  35.617675 150.886766  72.894735 132.451312  57.224037  76.301271 118.247000  94.178331 106.027522
[295] 134.606442  46.706336 153.484471  68.330474 111.013708  92.467844  86.438575   7.584105  92.021335 202.933996 121.822084 101.875108 111.071457  45.576048
[309] 162.543752  45.716266  67.668697  50.987742  92.815531  68.615905 174.281117 127.751880  92.519967 131.194869  88.025219  97.998884  13.874507 -29.731687
[323] 152.338417  75.361460 142.501035  84.368613  65.650600  24.195807 106.982890 105.833965 121.315130 160.300786 132.492192 136.355520  79.254637  34.886751
[337]  99.542340 108.617239  59.144626 103.987540  91.581714  25.381040  70.904401  12.063629  60.820935  94.647097 119.527777 163.100990 154.721635  97.459999
[351] 121.903239  89.061254 115.789414  50.482279 124.190509 107.401261  36.001865  80.850260 100.004504  82.541141  97.789320 137.233343 131.279917  50.664085
[365] 133.666652 109.834691  80.319142  73.521055  88.352787  98.315530  79.730892 105.774619 111.307608 143.266315 120.825015  49.082825  75.186064 102.994451
[379] 160.839198 142.823877  96.517930 162.875669 121.241288  73.965010  71.083522 109.460554  99.666191 -21.643950 123.654998  67.703835 143.224563  35.266931
[393]  74.445565  26.867071 109.026456 136.483080  36.205669  44.425498  71.126184 112.873432
>
```

Figure 12: resultados 2.1 de la nueva muestra.

2.2

Calcule la media, mediana, rango de datos, IQR y sd, de ambas muestras y compárelas.

Solución

x_i (dado)	x_i (muestra 1)	$y_i = 3x_i + 3$ (calculado)	$y_i = 3x_i + 3$ (muestra 2)
$\mu_1 = 30$	$\mu_2 = 30.53929$	$\mu_2 = 30 \times 3 + 3 = 93$	$\mu_2 = 94.61787$
-	$med_1 = 31.15597$	$med_2 = med_1 \times 3 + 3 = 96.46791$	$med_2 = 96.46791$
-	$range_1 = 82.12822$	$range_2 = range_1 \times 3 = 246.3847$	$range_2 = 246.3847$
-	$IQR_1 = 18.72161$	$IQR_2 = IQR_1 \times 3 = 54.16483$	$IQR_2 = 56.16483$
$\sigma_1 = 14$	$\sigma_1 = 14.40793$	$\sigma_2 = 14 \times 3 = 42$	$\sigma_2 = 43.2238$

Al comparar las medias, medianas, rangos, IQR's y desviaciones estándar, se puede ver que, teóricamente (calculándolo a mano), la transformación de los datos con $y_i = 3x_i + 3$ afecta las medidas de la siguiente manera: la media y mediana se multiplican por 3 y se les suma 3, mientras que el nuevo rango, IQR

```
# 2.1
con = rnorm(400, mean=30, sd=14)
mean1 = mean(con)
median1 = median(con)
range1 = range(con)
iqr1 = IQR(con)
sd1 = sd(con)
mean1
median1
range1
iqr1
sd1

con2 = con*3 + 3
mean2 = mean(con2)
median2 = median(con2)
range2 = range(con2)
iqr2 = IQR(con2)
sd2 = sd(con2)
mean2
median2
range2
iqr2
sd2
```

Figure 13: código 2.2 para calcular medidas.

```
> mean1                > mean2
[1] 30.53929           [1] 94.61787

> median1              > median2
[1] 31.15597           [1] 96.46791

> range1               > range2
[1] 82.12822           [1] 246.3847

> iqr1                 > iqr2
[1] 18.72161           [1] 56.16483

> sd1                  > sd2
[1] 14.40793           [1] 43.2238
```

Figure 14: resultados 2.2

y desviación estándar sólo deben multiplicarse por 3. En la práctica, es decir, al extraer estas medidas directamente de la muestra 2 en la Figura 12, se comprueba que estos cálculos son correctos, ya que los resultados son prácticamente los mismos, salvo por algunas unidades de diferencia debido a que la muestra fue tomada al azar.

2.3

Explique cada uno de los cambios observados.

Solución

Si se dice que ahora tardan el triple de tiempo en el sitio (x_i), la distribución de los datos cambia de forma, ya que se está ampliando el espacio entre los valores de los datos, pero la cuenta de cada una de las barras del histograma siguen siendo las mismas, lo que hace que la distribución se vea como extendida en x. Si se le agregan 3 minutos por la encuesta de cookies, la distribución se traslada 3 unidades en el eje x.

- La media cambia de 30 a 93 con la transformación $y_i = 3x_i + 3$ ya que al alargar la distancia multiplicando por 3 los datos en el set, ahora la forma, y por lo tanto, la campana en la distribución se mueve de sitio, por lo que la media es afectada al ser la medida en el centro de dicha campana.

Luego, al trasladar 3 unidades la distribución por la encuesta, la posición de la campana y de la media es afectada también.

- La mediana cambia de 31 a 96 por las mismas razones que la media, ya que en una distribución normal la media, la mediana y la moda coinciden en el mismo punto, y las razones por las que la mediana cambia son entonces las mismas por las que la media cambia.
- El rango cambia de 82 a 246, es decir, sólo se le debe multiplicar por 3 y no sumar los 3 minutos, ya que el rango de valores sólo se afecta cuando la campana cambia de forma por alargarse (en este caso) o encogerse, pues las colas o los últimos valores se mueven con este cambio y por lo tanto el máximo y mínimo valor también, lo que hace que el rango (diferencia de valores) cambie. En cambio, los 3 minutos de corrimiento no afectan al rango ya que si se mueve toda la distribución a lo largo del eje x por 3 unidades, la distancia entre el máximo y el mínimo valor es la misma y no debe cambiar.
- La desviación estándar cambia de 14 a 42 (43 a veces), porque la desviación estándar describe el ancho de la campana de distribución, por lo que el ensanchamiento al multiplicar por tres el tiempo en el sitio hace que la desviación anterior se triplique, pero la traslación por los 3 minutos no afecta el ancho de la campana, por lo que no mueve la desviación a otros valores.

2.4

Si la compañía recibe 5 centavos por el despliegue de un anuncio por minuto en su página, y el sitio recibe en promedio 50 visitas al día, calcule cuanto ingresa en promedio actualmente por la publicación de dos anuncios en la pagina web y en cuanto incrementará el monto del ingreso con la nueva página web.

Solución

Conexiones:

sitio 1	sitio 2
d = normal	d = normal
$\mu_1 = 30min$	$\mu_2 = 93min$
$\sigma_1 = 14min$	$\sigma_2 = 42min$

Ingresos:

¢5 anuncio / min 2 anuncios: ¢10 / min 50 visitas / día
\$ promedio (?)

Si se tienen 50 visitas por día a un sitio que gana ¢10 por minuto (2 anuncios), ¿cuánto duran estas visitas en promedio para poder saber el ingreso promedio al día? Estas conexiones duran un promedio $\mu_1 = 30$ minutos con el antigüo sitio y $\mu_2 = 93$ minutos con el nuevo sitio. Por lo tanto,

Actualmente se gana:

$$\text{Ingreso promedio}_1 = \text{visitas} \times \text{minutos/visita} \times \text{ingreso/minuto} = 50 \times 30 \times 10 = 15000 = \boxed{\$150} \tag{2}$$

Y con la nueva página web se ganará:

$$\text{Ingreso promedio}_2 = \text{visitas} \times \text{minutos/visita} \times \text{ingreso/minuto} = 50 \times 93 \times 10 = 46500 = \boxed{\$465} \tag{3}$$

Por lo que el incremento del ingreso con la nueva página web es:

$$\Delta Ingreso = \frac{465 - 150}{150} \times 100 - 100 = \boxed{110\%} \text{ con respecto a la ganancia actual} \tag{4}$$

2.5

Grafique la distribución de probabilidad de la muestra original y de la muestra transformada. Explique la diferencia entre las gráficas.

Solución

```
plot(x=c(min(con):max(con)), y=dnorm(c(min(con):max(con)), mean=30, 14),
     xlab="x", ylab="probability", main=c("F(x) of con"))
plot(x=c(min(con2):max(con2)), y=dnorm(c(min(con2):max(con2)), mean=93, 42),
     xlab="x", ylab="probability", main=c("F(x) of con2"))
```

Figure 15: código 2.5 para graficar la función de probabilidad de muestra original (arriba) y transformada (abajo)

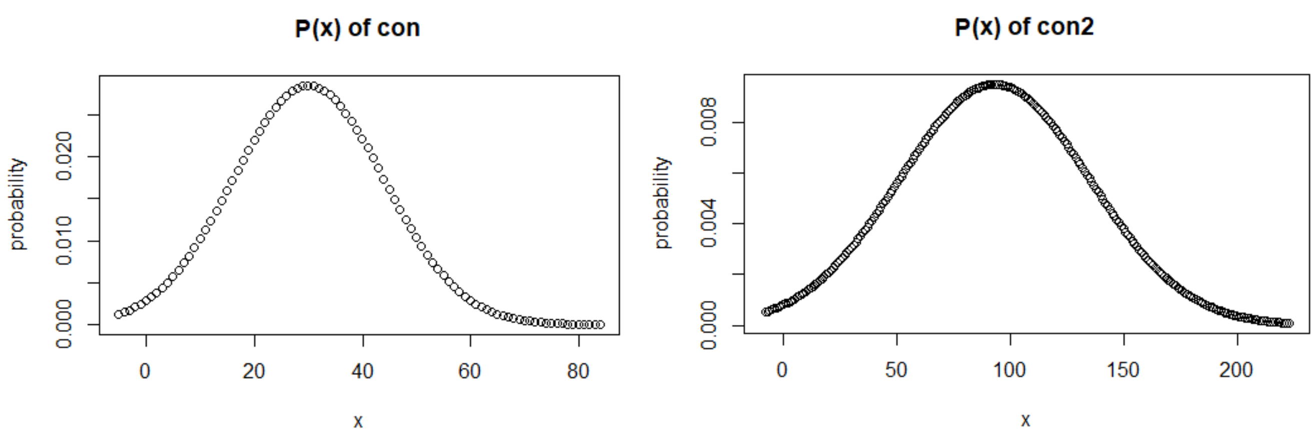

Figure 16: gráfica de función de probabilidad de la muestra original (izq) y transformada (der)

Si se analiza la diferencia entre las gráficas de la función de probabilidad, la función original está más estrecha, ya que en el eje x alcanza valores hasta 80, mientras que la transformada se extiende hasta valores alrededor de 240, lo que hace que su campana se vea más extensa y ancha, también incluso a raíz de que su desviación estándar crece al triple, por lo que se ensanchó no sólo el abarque en el eje x, sino su campana también.

```
x = c(min(con):max(con))
curve(pnorm(x, mean=30, sd=14), xlim=c(min(con),max(con)), col="blue", ylab="Cumulative Ditribution",
      main="Ditribution Function")

x = c(min(con2):max(con2))
curve(pnorm(x, mean=93, sd=42), xlim=c(min(con2),max(con2)), col="blue", ylab="Cumulative Ditribution",
      main="Ditribution Function")
```

Figure 17: código 2.5 para graficar la distribución de probabilidad de muestra original (arriba) y transformada (abajo)

Al analizar las dos gráficas de distribución acumulada, se nota cómo la función transformada aporta ligeramente menos elevación en y conforme avanza en x, lo cual se explica desde la gráfica de función

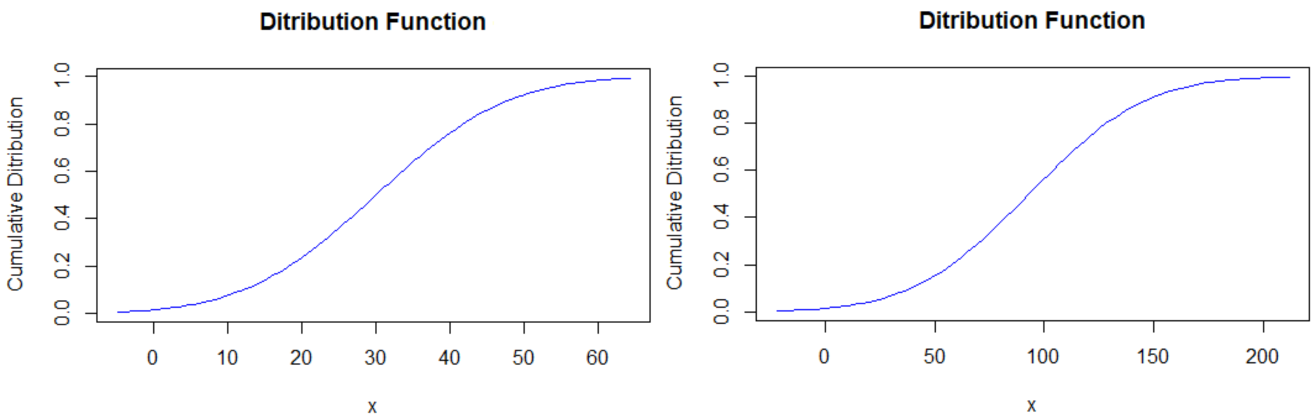

Figure 18: gráfica de distribución de probabilidad de la muestra original (izq) y transformada (der)

de probabilidad, ya que las probabilidades son mucho más pequeñas en la función transformada que en la función original, lo que hace que, al acumularlas en la función de distribución, se eleve menos por avance en x. Esto se explica ya que la forma de la distribución se alargó en x pero se aplastó en y con la transformación.

3 Pregunta 3

Utilizando los datos del ejercicio uno de manzanas y naranjas, ayude a un granjero a determinar si una manzana de 240 g es mejor que una naranja de 190 g. Para comparar dos datos que siguen diferentes distribuciones normales, en lugar de comparar los valores originales, se comparan sus respectivos z-score.

3.1

Realice los cálculos pertinentes para hacer la comparación y explique por qué un z score mayor representa una mejor fruta en este caso. Puede apoyarse en la regla empírica de la distribución normal.

Solución

Retomando los datos de manzanas y naranjas,

d = normal	d = normal
$\mu_m = 200g$	$\mu_n = 150g$
$\sigma_m = 30g$	$\sigma_n = 45g$

Se estandariza $x_m = 240$ como:

$$z_m = \frac{x_m - \mu_m}{\sigma_m} = \frac{240 - 200}{30} = \boxed{1.3333} \tag{5}$$

Y se estandariza $x_n = 190$ como:

$$z_n = \frac{x_n - \mu_n}{\sigma_n} = \frac{190 - 150}{45} = \boxed{0.8889} \tag{6}$$

Al obtener $z_m = 1.33$ para la manzana de 240 g y $z_n = 0.89$ para la naranja de 190 g, entonces podemos concluir que la manzana de 240 g es mejor que la naranja de 190 g, ya que ambas distribuciones al estandarizarse están centradas en una media = 0, por lo que el valor de z se vuelve un valor comparable para estas dos frutas por estar en la misma escala. Así, la manzana obtiene un mayor valor z que la naranja, lo que significa que ese valor de z está más a la derecha de la media que el valor de la naranja, lo que significaría a su vez que la manzana es más pesada que la naranja si se compararan en una distribución común donde el eje z es la estandarización del peso, y por lo mismo, preferible por estar más allá de la media que la naranja en un escenario 'equivalente'.

3.2

Calcule cuanto deben pesar una manzana y una naranja para encontrarse en el 5% de frutas más pesadas de sus respectivas distribuciones.

Solución

La probabilidad ahora es 0.95 (1 - 0.05 al tratarse del 5% más pesado o más a la derecha), por lo que se busca el valor de z que tenga dicha probabilidad y es 1.65. Sabiendo z, se despeja de la ecuación de estandarización para obtener el valor de x_m gramos a partir del cual se encuentran el 5% de manzanas más pesadas

$$x_m = z_m \sigma_m + \mu_m = 1.65 \times 30 + 200 = \boxed{249.5g} \tag{7}$$

Ahora se obtiene el valor de x_n gramos a partir del cual se encuentran el 5% de naranjas más pesadas:

$$x_n = z_n \sigma_n + \mu_n = 1.65 \times 45 + 150 = \boxed{224.25g} \tag{8}$$

Por lo tanto, una manzana debe pesar 249.5 gramos o más para encontrarse en el 5% de manzanas más pesadas, y una naranja debe pesar 224.25 gramos o más para encontrarse en el 5% de naranjas más pesadas.

4 Pregunta 4

En la compañía de servicio técnico La PC express, solucionan fallas técnicas de computadoras, laptops y celulares que no tomen mucho tiempo. Así que las órdenes de servicios se califican como completadas o no completadas, al final del día. Cada técnico tiene una eficacia diferente para lograr reparar los dispositivos electrónicos. El Técnico 1 logra completar exitosamente 45 de 50 reparaciones. El técnico 2 logra reparar exitosamente 29 de 35 reparaciones y el técnico 3 logra reparar exitosamente 31 de 40 reparaciones. Al día se le asignan 12 reparaciones a cada técnico. Conteste las siguientes preguntas, y para todos los casos escriba las expresiones a calcular, los comandos ejecutados y sus resultados.

4.1

Grafique, para cada técnico, la probabilidad de acabar exitosamente de 1 a 12 reparaciones al día. Explique la diferencia entre las gráficas.

Solución

Podemos decir que

Reparaciones	completadas / no completadas
Técnico 1	completadas = 45/50 = 0.9
Técnico 2	completadas = 29/35 = 0.8285714
Técnico 3	completadas = 31/40 = 0.775
N de experimentos	12
Distribución	Binomial

Por lo que para graficar, para cada técnico, la probabilidad de acabar exitosamente de 1 a 12 reparaciones al día, significaría calcular las siguientes expresiones:

Sabemos que la probabilidad de reparar x reparaciones existosamente es

$$P(X=x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x}=\frac{n!}{(n-x)!x!}p^x q^{n-x} \tag{9}$$

si sustituimos los datos sabemos que para cada técnico habría que graficar lo siguiente:

$$P(X=x)=\binom{12}{x}p^x q^{12-x}=\frac{12!}{(12-x)!x!}p^x q^{12-x} \text{ donde } x=1,2,3,...,12 \tag{10}$$

Para graficar los cálculos anteriores se utilizaron los siguientes comandos que se muestran en la Figura 19. Los resultados de dichos comandos se muestran en la Figura 20. La diferencia entre las gráficas de los 3 técnicos se observa en la posición de la elevación más grande de cada gráfico, ya que el punto más alto de cada imagen se encuentra alrededor del valor $n \times p$, donde p es la probabilidad de las reparaciones con éxito que se calculó como éxitos/total desde la primer tabla. Así, el pico de las gráficas se encuentra alrededor del valor $n \times p$, ya que ésta es su media o valor esperado, que es 10.8, 9.942857 y 9.3 para los técnicos 1, 2 y 3. Como la probabilidad de éxito más grande de todos los técnicos es la del técnico 1 (0.9), su 'campana' se encuentra en el punto más alejado de los tres ejes x (10.8), por lo que es la gráfica más sesgada hacia el lado derecho, pues su probabilidad es bastante alta y por lo mismo el número de éxitos es mayor que en los demás técnicos. La gráfica del técnico 3 es la más cercana al centro del eje x, con un valor de $n \times p = 9.3$, mientras que la elevación del técnico 2 y 1 está en 9.94 y 10.8, lo que también nos dice que el técnico 3 tiene la menor probabilidad de éxito en reparaciones, confirmado con $p = 0.775$. En pocas palabras, la diferencia de las gráficas es que su elevación se encuentra en diferentes puntos, los cuales son el resultado de la media $n \times p$, donde p es la probabilidad de éxito en reparaciones de cada uno de los técnicos.

```
# 4.1
# TECHNICIAN 1
p_success = 45/50
aux = rep(0,24) # repeat
aux[seq(2,24,2)] = dbinom(c(1:12), size=12, prob=p_success)
plot(x=c(1:12), y=dbinom(c(1:12), size=12, prob=p_success),
     ylim=c(0,1), xlim=c(0,13), xlab="x", ylab="probability of x successes",
     main="Probability Function Binomial, n=12, technician 1")
lines(x=rep(1:12, each=2), y=aux, type="h", lty=2, col="blue")

# TECHNICIAN 2
p_success = 29/35
aux = rep(0,24) # repeat
aux[seq(2,24,2)] = dbinom(c(1:12), size=12, prob=p_success)
plot(x=c(1:12), y=dbinom(c(1:12), size=12, prob=p_success),
     ylim=c(0,1), xlim=c(0,13), xlab="x", ylab="probability of x successes",
     main="Probability Function Binomial, n=12, technician 2")
lines(x=rep(1:12, each=2), y=aux, type="h", lty=2, col="blue")

# TECHNICIAN 3
p_success = 31/40
aux = rep(0,24) # repeat
aux[seq(2,24,2)] = dbinom(c(1:12), size=12, prob=p_success)
plot(x=c(1:12), y=dbinom(c(1:12), size=12, prob=p_success),
     ylim=c(0,1), xlim=c(0,13), xlab="x", ylab="probability of x successes",
     main="Probability Function Binomial, n=12, technician 3")
lines(x=rep(1:12, each=2), y=aux, type="h", lty=2, col="blue")
```

Figure 19: comandos: gráfica de distribución de probabilidad binomial, x=[1,12]

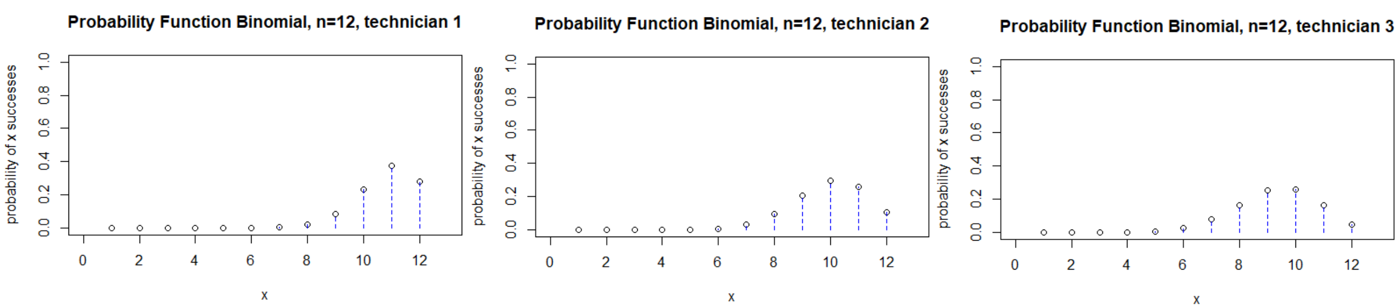

Figure 20: resultados: gráfica de distribución de probabilidad binomial, x=[1,12]

4.2

Diga cuántos servicios completados exitosamente se espera de cada técnico al final del día.

Solución

Se sabe que:

Técnico 1	$p_1 = 45/50 = 0.9$
Técnico 2	$p_2 = 29/35 = 0.8285714$
Técnico 3	$p_3 = 31/40 = 0.775$
n de experimentos	12

Entonces, podemos calcular el valor esperado o media de servicios completados exitosamente para cada técnico como:

$$E_i(X) = \sum_{x=0}^{n} x \cdot \binom{n}{x} \cdot p_i^x \cdot q_i^{n-x} = n \cdot p_i, \text{ donde i} = 1,\ 2,\ 3 \tag{11}$$

Así,

$$E_1(X) = \sum_{x=0}^{12} x \cdot \binom{12}{x} \cdot 0.9^x \cdot 0.1^{12-x} = 12 \cdot 0.9 = \boxed{10.8} \tag{12}$$

$$E_2(X) = \sum_{x=0}^{12} x \cdot \binom{12}{x} \cdot 0.8285714^x \cdot 0.1714286^{12-x} = 12 \cdot 0.8285714 = \boxed{9.942857} \tag{13}$$

$$E_3(X) = \sum_{x=0}^{12} x \cdot \binom{12}{x} \cdot 0.775^x \cdot 0.225^{12-x} = 12 \cdot 0.775 = \boxed{9.3} \tag{14}$$

Donde $E_1(X)$, $E_2(X)$ y $E_3(X)$ corresponden al valor esperado de servicios exitosos de cada técnico al final del día.

4.3

Diga de cual técnico se espera la mayor variación en el número de servicios completados exitosamente en un día. Justifique su respuesta.

Solución

Se sabe que la desviación estándar es la variación del número de servicios exitosos respecto a la media, se puede encontrar la variación de cada técnico utilizando:

$$Std(X) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} \tag{15}$$

Entonces, se obtienen para cada técnico:

$$Std_1(X) = \sqrt{n \cdot p_1 \cdot (1-p_1)} = \sqrt{12 \cdot 0.9 \cdot 0.1} = \boxed{1.03923} \tag{16}$$

$$Std_2(X) = \sqrt{n \cdot p_2 \cdot (1-p_2)} = \sqrt{12 \cdot 0.8285714 \cdot 0.1714286} = \boxed{1.305561} \tag{17}$$

$$Std_3(X) = \sqrt{n \cdot p_3 \cdot (1-p_3)} = \sqrt{12 \cdot 0.775 \cdot 0.225} = \boxed{1.446548} \tag{18}$$

Para dar una idea específica de variación, se calcula el coefficiente de variación para cada técnico como:

$$CV_1 = \frac{Std_1(X)}{E_1(X)} = \frac{1.03923}{10.8} = \boxed{0.096225} \tag{19}$$

$$CV_2 = \frac{Std_2(X)}{E_2(X)} = \frac{1.305561}{9.942857} = \boxed{0.1313064} \tag{20}$$

$$CV_3 = \frac{Std_3(X)}{E_3(X)} = \frac{1.446548}{9.3} = \boxed{0.1555428} \tag{21}$$

Al comparar únicamente la desviación estándar de los técnicos1, 2 y 3, las cuales fueron 1.04, 1.3 y 1.45, respectivamente, se puede aniticipar que el técnico 3 posee la mayor variabilidad al tener la desviación estándar más grande de los 3 técnicos. La desviación estándar es un indicio de variabilidad ya que acumula las diferencias con la media que presentan los datos, por lo que se anticipa que la mayoría de las cantidades de reparaciones exitosas del técnico 3 pueden variar de la media por 1.45. Sin embargo, la desviación estándar pudo haber dado igual en los tres técnicos, pero como sus medias son diferentes, la devsiación estándar únicamente podría engañar la conclusión. Por ello, se calcula el coefficiente variación que no es más que la proporción que desvación estándar tiene de su correspondiente media. Así, analizando estos coefficientes para los técnicos 1, 2 y 3, obtenemos 9.6%, 13% y 15% de variación, respectivamente. Esto confirma que el **técnico 3 es el que presenta más variación en el número de servicios completados en un día**, pues su coefficiente de variación es el mayor de los tres, con 15%, lo que significa que el número de servicios completados puede variar de su media de 9.3 por un 15% (CV) de esta misma media, o por 1.4 servicios completados (stdev) sumados o restados a la media.

4.4

Encuentre qué técnico tiene la mayor probabilidad de terminar justamente 10 reparaciones exitosamente en un día. Justifique su respuesta.

Solución

Se sabe que la probabilidad de que una variable discreta X tome el valor de x es:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x} \tag{22}$$

Con ello, se calcula la probabilidad de que la variable X (reparaciones exitosas) tome el valor de 10 para los tres técnicos:

$$P_1(X = 10) = \binom{12}{10} 0.9^{10} 0.1^{12-10} = \frac{12!}{(12-10)!10!} 0.9^{10} 0.1^2 = \boxed{0.2301278} \tag{23}$$

$$P_2(X = 10) = \binom{12}{10} 0.8285714^{10} 0.1714286^{12-10} = \frac{12!}{(12-10)!10!} 0.8285714^{10} 0.1714286^2 = \boxed{0.295808} \tag{24}$$

$$P_3(X = 10) = \binom{12}{10} 0.775^{10} 0.225^{12-10} = \frac{12!}{(12-10)!10!} 0.775^{10} 0.225^2 = \boxed{0.2611716} \tag{25}$$

Dichos cálculos se obtuvieron utilizando los siguientes comandos mostrados en la Figura 21.

```
# 4.4
p_success = 45/50
p1 = dbinom(10, size=12, prob=p_success)
p1
p_success = 29/35
p2 = dbinom(10, size=12, prob=p_success)
p2
p_success = 31/40
p3 = dbinom(10, size=12, prob=p_success)
p3
```

Figure 21: comandos para 4.4

Con los resultados obtenidos, se concluye que el **técnico 2 presenta la mayor probabilidad de que complete 10 reparaciones exitosas en un día**. Esto tiene fuerte relación con la media o cantidad de reparaciones esperadas de cada técnico, calculadad previamente: 10.8 (11), 9.94 (10) y 9.3 (9), respectivamente, donde el técnico 2 presenta una media de casi exactamente 10 reparaciones en un día, lo que hace que sea más probable que al final del día él sea el que hizo 10 reparaciones exactamente.

4.5

Encuentre que técnico tiene la mayor probabilidad de terminar menos de 7 reparaciones al día. Justifique su respuesta.

Solución

Se sabe que la probabilidad de que una variable discreta X tome el valor de x es:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x} \tag{26}$$

Así, para conocer la probabilidad de cada técnico de terminar menos de 7 reparaciones al día, se tendría que calcular:

$$P(X < 7) = \sum_{x=0}^{x=6} \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x} = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) \tag{27}$$

Entonces, para todos los técnicos:

$$P_1(X < 7) = \sum_{x=0}^{x=6} \frac{12!}{(12-x)!x!} 0.9^x 0.1^{12-x} = \boxed{0.0005412318} \tag{28}$$

$$P_2(X < 7) = \sum_{x=0}^{x=6} \frac{12!}{(12-x)!x!} 0.8285714^x 0.8285714^{12-x} = \boxed{0.00912519} \tag{29}$$

$$P_3(X < 7) = \sum_{x=0}^{x=6} \frac{12!}{(12-x)!x!} 0.775^x 0.225^{12-x} = \boxed{0.03377862} \tag{30}$$

Los resultados previos se obtuvieron a través de los siguientes comandos mostrados en la Figura 22.

```
# 4.5
x_value = 6
num_of_trials_in_event = 12
p_success = 45/50
p1 = pbinom(x_value, size=num_of_trials_in_event, prob=p_success) # F(X<=x)
p1
p_success = 29/35
p2 = pbinom(x_value, size=num_of_trials_in_event, prob=p_success) # F(X<=x)
p2
p_success = 31/40
p3 = pbinom(x_value, size=num_of_trials_in_event, prob=p_success) # F(X<=x)
p3
```

Figure 22: comandos para 4.5

A raíz de los resultados de las ecuaciones (28), (29) y (30), se concluye que **el técnico con la mayor probabilidad de terminar menos de 7 reparaciones al día es el técnico 3 con 0.03377862 de probabilidad**, lo cual tiene relación con lo visto desde sus gráficas de función de probabilidad, donde el técnico 3 tenía la gráfica con la elevación en el punto más pequeño del eje x de los tres gráficos, cerca de la media (9.3), la cual también fue la menor de los 3 técnicos. Esto quiere decir que el técnico 3 en promedio repara menos equipos que los demás técnicos y por ello la probabilidad de terminar menos de 7 reparaciones es mayor en el técnico 3 que en otros que tienden a reparar más equipos en un día.

4.6

Si entra a trabajar un nuevo técnico y se espera que en promedio logre terminar 7 reparaciones exitosamente al día, grafique la probabilidad del nuevo técnico de acabar exitosamente 1 a 12 reparaciones al día. Explique la gráfica.

Solución

Si se retoma la ecuación para definir la media esperada,

$$E(X) = \sum_{x=0}^{n} x \cdot \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot q^{n-x} = n \cdot p, \tag{31}$$

Y se sabe el valor de E(X) para el nuevo técnico (7) y el valor de n, se puede despejar para encontrar su probabilidad de reparaciones exitosas p,

$$p = \frac{E(X)}{n} = \frac{7}{12} = 0.5833333, \tag{32}$$

Entonces se puede graficar la probabilidad de que el nuevo técnico repare exitosamente de 1 a 12 reparaciones al día, con los siguientes comandos mostrados en la Figura 23.

```
# 4.6
# NEW TECHNICIAN
p_success = 7/12
aux = rep(0,24) # repeat
aux[seq(2,24,2)] = dbinom(c(1:12), size=12, prob=p_success)
plot(x=c(1:12), y=dbinom(c(1:12), size=12, prob=p_success),
     ylim=c(0,1), xlim=c(0,13), xlab="x", ylab="probability of x successes",
     main="Probability Function Binomial, n=12, technician 4")
lines(x=rep(1:12, each=2), y=aux, type="h", lty=2, col="blue")
```

Figure 23: comandos para 4.6

Mismos comandos que generan la gráfica de la Figura 24. Dicha gráfica muestra que el técnico nuevo tiene una función de probabilidad más centrada en un eje x que va de 1 a 12, lo cual significa que su promedio de reparación es menor que el de los demás técnicos cuyas gráficas presentaban la elevación sobre valores de x más a la derecha, ya que su media o valor esperado es 7. Más específicamente, la elevación más pronunciada se encuentra alrededor del valor esperado, que en este caso es 7, y de ahí disminuye conforme se aleja del promedio, ya sea hacia la izquierda o derecha.

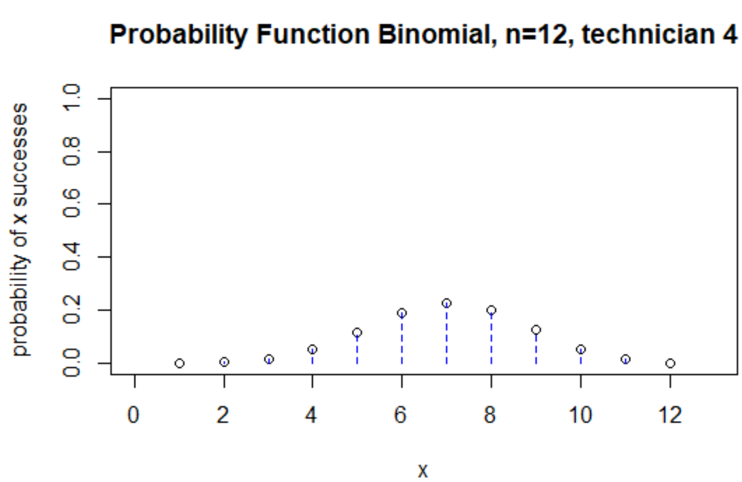

Figure 24: gráfica para 4.5

5 Pregunta 5

En un centro de llamadas telefónicas que atiende las quejas por ventas en línea, se ha detectado que en temporada baja durante los meses de septiembre y octubre se reciben un promedio de 20 llamadas al día. Mientras que, durante las vacaciones de verano, en los meses de junio y julio, se reciben 30 llamadas al día. Finalmente, durante el mes de diciembre se reciben 40 llamadas al día. Conteste las siguientes preguntas, y para todos los casos escriba las expresiones a calcular, los comandos ejecutados y sus resultados.

5.1

Grafique la distribución de probabilidad de que lleguen entre 5 y 50 llamadas en cada una de las diferentes temporadas. Explique la diferencia entre las gráficas.

Solución

Se sabe que:

Sept - Oct	$\lambda_b = 20$
Jun - Jul	$\lambda_v = 30$
Dic	$\lambda_d = 40$
Distribución	Poisson, $t = 1$ día

Entonces, con los datos y los comandos siguientes en la Figura 25, se grafican las probabilidades de obtener de 5 a 50 llamadas en cada temporada. Las gráficas resultantes de dichos comandos se muestran en la Figura 26.

```
# low season
lambda = 20
n2 = 50
n1 = 5

aux = rep(0, (n2 -n1 +1)*2)
aux[seq(2,(n2 -n1 +1)*2,2)] = dpois(c(n1:n2), lambda = lambda)
ymax = max(dpois(n1:n2, lambda=lambda))

plot(x=c(n1:n2), y=dpois(c(n1:n2), lambda = lambda), ylim=c(0,ymax), xlim=c(-1,n2-n1+1),
     xlab="x", ylab="probability", main="Probability Function, Low")
lines(x=rep(n1:n2, each=2), y=aux, pch=21, type="h", lty=2, col="blue")
# summer season
lambda = 30
n2 = 50
n1 = 5

aux = rep(0, (n2 -n1 +1)*2)
aux[seq(2,(n2 -n1 +1)*2,2)] = dpois(c(n1:n2), lambda = lambda)
ymax = max(dpois(n1:n2, lambda=lambda))

plot(x=c(n1:n2), y=dpois(c(n1:n2), lambda = lambda), ylim=c(0,ymax), xlim=c(-1,n2-n1+1),
     xlab="x", ylab="probability", main="Probability Function, Summer")
lines(x=rep(n1:n2, each=2), y=aux, pch=21, type="h", lty=2, col="blue")
# december season
lambda = 40
n2 = 50
n1 = 5

aux = rep(0, (n2 -n1 +1)*2)
aux[seq(2,(n2 -n1 +1)*2,2)] = dpois(c(n1:n2), lambda = lambda)
ymax = max(dpois(n1:n2, lambda=lambda))

plot(x=c(n1:n2), y=dpois(c(n1:n2), lambda = lambda), ylim=c(0,ymax), xlim=c(-1,n2-n1+1),
     xlab="x", ylab="probability", main="Probability Function, December")
lines(x=rep(n1:n2, each=2), y=aux, pch=21, type="h", lty=2, col="blue")
```

Figure 25: comandos para 5.1

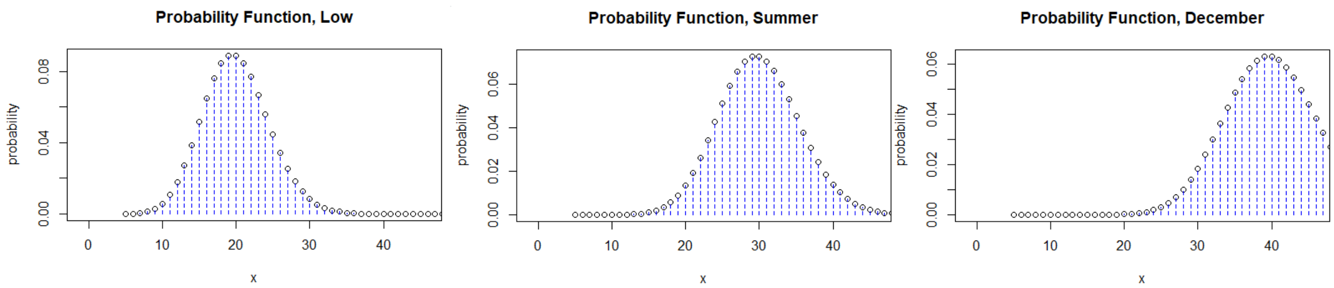

Figure 26: gráficas para 5.1, en el orden lambda = 20, lambda = 30, lambda = 40.

Al graficar la probabilidad de que lleguen de 5 a 50 llamadas en cada temporada, se puede observar que la principal diferencia entre las gráficas es la posición de la elevación o campana, pues ésta en cada una de las temporadas se encuentra exactamente en el valor de λ_b, λ_v y λ_d para temporada baja, verano y diciembre. Es decir, el punto más alto de la distribución se encuentra alrededor del valor respectivo de lambda, pues lambda resulta ser la media o valor esperado en la distribución de Poisson. Al tener un lambda = 40 para diciembre, y el límite graficado es 50, como esta lambda está más cerca de 50 que las otras dos lambdas, la probabilidad no alcanza a bajar del todo en el valor de 50 llamadas, y se ve una distribución cortada.

5.2

Encuentre en que temporada es más probable tener 35 llamadas al día. Justifique la respuesta.

Solución

Considerando la ecuación de probabilidad para la distribución de Poisson,

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \tag{33}$$

Se debe calcular la probabilidad de obtener 35 llamadas al día para cada temporada: baja (b), verano (v) y diciembre (d) como:

Sept - Oct	$\lambda_b = 20$
Jun - Jul	$\lambda_v = 30$
Dic	$\lambda_d = 40$
Distribución	Poisson, $t = 1$ día

$$P_b(X = 35) = \frac{20^{35}e^{-20}}{35!} = \boxed{0.0006853739} \tag{34}$$

$$P_v(X = 35) = \frac{30^{35}e^{-30}}{35!} = \boxed{0.0453082} \tag{35}$$

$$P_d(X = 35) = \frac{40^{35}e^{-40}}{35!} = \boxed{0.04853866} \tag{36}$$

Y ejecutando los comandos de la Figura 27, se llegó a los resultados en (34), (35) y (36). A partir de los resultados obtenidos, se puede decir que en **temporada de diciembre existe la mayor probabilidad de tener 35 llamadas al día, con una probabilidad de 0.04853866**, ya que en las demás temporadas se obtuvo menor probabilidad: en temporada baja se obtuvo una probabilidad de 0.00068 ya que la media es 20 y se aleja más de 35 que la media en diciembre (40), y en la temporada de verano se obtuvo una probabilidad de 0.0453, bastante cercana a la probabilidad de diciembre, pues sus medias (30) y (40) están a la misma distancia de 35 llamadas, pero en diciembre se logró ligeramente mayor probabilidad tal vez debido a que la curva exponencial de diciembre va subiendo al nivel de 35, y la curva exponencial de verano va bajando al nivel de 35 llamadas como se ve en la Figura 26, por lo que en diciembre tendería a ser más probable que se obtengan 35 llamadas.

```
# 5.2
dpois(35, lambda=20)
dpois(35, lambda=30)
dpois(35, lambda=40)
```

Figure 27: comandos para 5.2

5.3

Encuentre en qué temporada es más probable tener 25 llamadas al día. Justifique la respuesta.

Solución

Considerando la ecuación de probabilidad para la distribución de Poisson,

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \tag{37}$$

Se debe calcular la probabilidad de obtener 25 llamadas al día para cada temporada: baja (b), verano (v) y diciembre (d) como:

Sept - Oct	$\lambda_b = 20$
Jun - Jul	$\lambda_v = 30$
Dic	$\lambda_d = 40$
Distribución	Poisson, $t = 1$ día

$$P_b(X = 25) = \frac{20^{25} e^{-20}}{25!} = \boxed{0.04458765} \tag{38}$$

$$P_v(X = 25) = \frac{30^{25} e^{-30}}{25!} = \boxed{0.05111534} \tag{39}$$

$$P_d(X = 25) = \frac{40^{25} e^{-40}}{25!} = \boxed{0.003083719} \tag{40}$$

Los resultados en (38), (39) y (40) se obtuvieron con los comandos de la Figura 28. Dichos resultados muestran que **la temporada de verano presenta la mayor probabilidad de obtener 25 llamadas, con una probabilibidad de 0.05111534**, ya que las demás temporadas presentaron menor probabilidad: la temporada de diciembre tiene una media de 40, por lo que obtener 25 llamadas se alejaba bastante de la media a comparación de a temporada de verano con una media más cercana (30); la temporada baja y la de verano tienen medias de 20 y 30, por lo que ambas se encontraban a 5 llamadas de 25, pero en verano acabó teniendo ligeramente mayor probabilidad que la baja debido a que la curva exponencial de verano va subiendo al nivel de 25, y la curva exponencial de la temporada baja va bajando al nivel de 25 llamadas como se ve en la Figura 26.

```
# 5.3
dpois(25, lambda=20)
dpois(25, lambda=30)
dpois(25, lambda=40)
```

Figure 28: comandos para 5.3

5.4

¿En cuál temporada se tiene más variación en el número de llamadas recibidas al día? Justifique su respuesta.

Solución

La variación del número de llamadas al día se puede expresar con la desviación estándar, que es:

$$Std(X) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{\lambda} \tag{41}$$

Y para cada temporada:

$$Std_b(X) = \sqrt{\lambda_b} = \sqrt{20} = \boxed{4.472136} \tag{42}$$

$$Std_v(X) = \sqrt{\lambda_v} = \sqrt{30} = \boxed{5.477226} \tag{43}$$

$$Std_d(X) = \sqrt{\lambda_d} = \sqrt{40} = \boxed{6.324555} \tag{44}$$

Para dar una idea específica de variación, se calcula el coefficiente de variación para cada temporada como:

$$CV_b = \frac{Std_b(X)}{E_b(X)} = \frac{4.472136}{20} = \boxed{0.2236068} \approx 22\% \tag{45}$$

$$CV_v = \frac{Std_v(X)}{E_v(X)} = \frac{5.477226}{30} = \boxed{0.1714286} \approx 17\% \tag{46}$$

$$CV_d = \frac{Std_d(X)}{E_d(X)} = \frac{6.324555}{40} = \boxed{0.1581139} \approx 16\% \tag{47}$$

Por lo anterior, se concluye que **la temporada con mayor variación en llamadas es la temporada baja, con un 22% de variación respecto a su media o valor esperado**. Si se analizara simplemente la desviación estándar, la temporada con mayor variación hubiera parecido ser la de diciembre por tener la mayor desviación estándar. Es cierto que la desviación estándar da una idea de variabilidad respecto a la media, pero para tener un parámetro comparable es más acertado usar el coefficiente de variabilidad, para que se tome en cuenta la media y se vea cuál temporada tiene más porcentaje de su media como variación en los datos, por lo que concluímos con base en los coefficientes de variabilidad: en tempoarada baja, las llamadas pueden variar hasta un 22% de la media.

5.5

En que temporada existe la mayor probabilidad de recibir entre 25 y 35 llamadas al día. Justifique su respuesta.

Solución

Para obtener la probabilidad de un intervalo de llamadas, se tiene que calcular la probabilidad acumulada hasta el número más grande, en este caso 35, y restarle la probabilidad acumulada hasta el número más pequeño, en este caso 25.

$$P_i(25 \leq X \leq 35) = \sum_{x=25}^{x=35} \frac{\lambda_i^x e^{-\lambda_i}}{x!} \text{ donde i = b,v,d.} \tag{48}$$

Por lo tanto, para cada temporada:

$$P_b(25 \leq X \leq 35) = \sum_{x=25}^{x=35} \frac{20^x e^{-20}}{x!} = \boxed{0.1113813} \tag{49}$$

$$P_v(25 \leq X \leq 35) = \sum_{x=25}^{x=35} \frac{30^x e^{-30}}{x!} = \boxed{0.6342592} \tag{50}$$

$$P_d(25 \leq X \leq 35) = \sum_{x=25}^{x=35} \frac{40^x e^{-40}}{x!} = \boxed{0.2348478} \tag{51}$$

Los resultados mostrados en (49), (50) y (51) se obtuvieron con los siguientes comandos en la Figura 29. Con los mismos se puede concluir que **la temporada con mayor probabilidad de recibir entre 25 y 35 llamadas es la temporada de verano**. Esto porque la media de la temporada de verano es 30, y si se retoma su gráfica de la Figura 26, básicamente se está sumando las probabilidades que están a 5 llamadas de la media (30) hacia la izquierda y derecha, por lo que esta suma es la suma de las probabilidades alrededor de la media, las cuales son las más elevadas por su cercanía a la media. En las otras dos temporadas el intervalo de 25 a 35 está después de la media (para la temporada baja) o antes de la media (para diciembre), por lo que su sumatoria es menor.

```
# 5.5
ppois(35, lambda=20) - ppois(25, lambda=20)
ppois(35, lambda=30) - ppois(25, lambda=30)
ppois(35, lambda=40) - ppois(25, lambda=40)
```

Figure 29: comandos para 5.5

5.6

En que temporada existe la menor probabilidad de recibir 25 llamadas. Justifique su respuesta.

Solución

Si se retoma la pregunta 5.3, los cálculos son los mismos. Se debe calcular la probabilidad de obtener 25 llamadas al día para cada temporada: baja (b), verano (v) y diciembre (d) como:

$$P_b(X = 25) = \frac{20^{25} e^{-20}}{25!} = \boxed{0.04458765} \tag{52}$$

$$P_v(X = 25) = \frac{30^{25}e^{-30}}{25!} = \boxed{0.05111534} \tag{53}$$

$$P_d(X = 25) = \frac{40^{25}e^{-40}}{25!} = \boxed{0.003083719} \tag{54}$$

Por lo anterior, se concluye que **la temporada de diciembre tiene menor probabilidad de recibir 25 llamadas, con una probabilidad de 0.003083719**, que resulta ser la menor probabilidad de las tres calculadas. Esto a raíz de que la temporada cuya media está más alejada de 25 es la de diciembre (40), ya que en promedio se esperan más llamadas que 25, cuando en las otras temporadas se tiene una media más cercana a este número (20 y 30), por lo que su probabilidad es más grande.