



Programming with Python

8. Der Datentyp float

Thomas Weise (汤卫思)
tweise@hfuu.edu.cn

Institute of Applied Optimization (IAO)
School of Artificial Intelligence and Big Data
Hefei University
Hefei, Anhui, China

应用优化研究所
人工智能与大数据学院
合肥大学
中国安徽省合肥市

Programming with Python



Dies ist ein Kurs über das Programmieren mit der Programmiersprache Python an der Universität Hefei (合肥大学).

Die Webseite mit dem Lehrmaterial dieses Kurses ist <https://thomasweise.github.io/programmingWithPython> (siehe auch den QR-Kode unten rechts). Dort können Sie das Kursbuch (in Englisch) und diese Slides finden. Das Repository mit den Beispielprogrammen in Python finden Sie unter <https://github.com/thomasWeise/programmingWithPythonCode>.



Outline

1. Einleitung
2. 64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout
3. Rechnen mit float
4. Runden
5. Wissenschaftliche Notation
6. Grenzen
7. Zusammenfassung





Einleitung



Zu viele reelle Zahlen

- In der letzten Einheit haben wir über den Ganzzahldatentyp `int` gelernt.



Zu viele reelle Zahlen

- In der letzten Einheit haben wir über den Ganzzahldatentyp `int` gelernt.
- Eines der schönen Features der Sprache Python 3 ist, dass Ganzzahlen fast unbegrenzt groß seien dürfen.

Zu viele reelle Zahlen

- In der letzten Einheit haben wir über den Ganzzahldatentyp `int` gelernt.
- Eines der schönen Features der Sprache Python 3 ist, dass Ganzzahlen fast unbegrenzt groß seien dürfen.
- Es gibt nur einen einzigen Datentyp für Ganzzahlen, `int`, und der kann jeden Ganzzahlwert speichern, sofern der in den Arbeitsspeicher unseres Computers passt.

Zu viele reelle Zahlen

- In der letzten Einheit haben wir über den Ganzzahldatentyp `int` gelernt.
- Eines der schönen Features der Sprache Python 3 ist, dass Ganzzahlen fast unbegrenzt groß seien dürfen.
- Es gibt nur einen einzigen Datentyp für Ganzzahlen, `int`, und der kann jeden Ganzzahlwert speichern, sofern der in den Arbeitsspeicher unseres Computers passt.
- Nun müssen wir aber auch mit reellen Zahlen aus der Menge \mathbb{R} rechnen können.

Zu viele reelle Zahlen

- In der letzten Einheit haben wir über den Ganzzahldatentyp `int` gelernt.
- Eines der schönen Features der Sprache Python 3 ist, dass Ganzzahlen fast unbegrenzt groß seien dürfen.
- Es gibt nur einen einzigen Datentyp für Ganzzahlen, `int`, und der kann jeden Ganzzahlwert speichern, sofern der in den Arbeitsspeicher unseres Computers passt.
- Nun müssen wir aber auch mit reellen Zahlen aus der Menge \mathbb{R} rechnen können.
- Und gerne hätten wir dieses Feature auch für solche Zahlen!

Zu viele reelle Zahlen

- In der letzten Einheit haben wir über den Ganzzahldatentyp `int` gelernt.
- Eines der schönen Features der Sprache Python 3 ist, dass Ganzzahlen fast unbegrenzt groß seien dürfen.
- Es gibt nur einen einzigen Datentyp für Ganzzahlen, `int`, und der kann jeden Ganzzahlwert speichern, sofern der in den Arbeitsspeicher unseres Computers passt.
- Nun müssen wir aber auch mit reellen Zahlen aus der Menge \mathbb{R} rechnen können.
- Und gerne hätten wir dieses Feature auch für solche Zahlen!
- Das geht aber nicht.

Zu viele reelle Zahlen

- In der letzten Einheit haben wir über den Ganzzahldatentyp `int` gelernt.
- Eines der schönen Features der Sprache Python 3 ist, dass Ganzzahlen fast unbegrenzt groß seien dürfen.
- Es gibt nur einen einzigen Datentyp für Ganzzahlen, `int`, und der kann jeden Ganzzahlwert speichern, sofern der in den Arbeitsspeicher unseres Computers passt.
- Nun müssen wir aber auch mit reellen Zahlen aus der Menge \mathbb{R} rechnen können.
- Und gerne hätten wir dieses Feature auch für solche Zahlen!
- Das geht aber nicht.
- Sie erinnern sich sicherlich an die Zahlen $\pi \approx 3.141\,592\,653\,590\dots$ und $e \approx 2.718\,281\,828\,459\dots$ aus dem Schulunterricht.

Zu viele reelle Zahlen

- In der letzten Einheit haben wir über den Ganzzahldatentyp `int` gelernt.
- Eines der schönen Features der Sprache Python 3 ist, dass Ganzzahlen fast unbegrenzt groß seien dürfen.
- Es gibt nur einen einzigen Datentyp für Ganzzahlen, `int`, und der kann jeden Ganzzahlwert speichern, sofern der in den Arbeitsspeicher unseres Computers passt.
- Nun müssen wir aber auch mit reellen Zahlen aus der Menge \mathbb{R} rechnen können.
- Und gerne hätten wir dieses Feature auch für solche Zahlen!
- Das geht aber nicht.
- Sie erinnern sich sicherlich an die Zahlen $\pi \approx 3.141\,592\,653\,590\dots$ und $e \approx 2.718\,281\,828\,459\dots$ aus dem Schulunterricht.
- Sie sind beide transcendental^{30,44,55}, was bedeutet, dass ihre Nachkommastellen niemals enden und auch keinem einfachen Schema folgen.

Zu viele reelle Zahlen

- In der letzten Einheit haben wir über den Ganzzahldatentyp `int` gelernt.
- Eines der schönen Features der Sprache Python 3 ist, dass Ganzzahlen fast unbegrenzt groß seien dürfen.
- Es gibt nur einen einzigen Datentyp für Ganzzahlen, `int`, und der kann jeden Ganzzahlwert speichern, sofern der in den Arbeitsspeicher unseres Computers passt.
- Nun müssen wir aber auch mit reellen Zahlen aus der Menge \mathbb{R} rechnen können.
- Und gerne hätten wir dieses Feature auch für solche Zahlen!
- Das geht aber nicht.
- Sie erinnern sich sicherlich an die Zahlen $\pi \approx 3.141\,592\,653\,590\dots$ und $e \approx 2.718\,281\,828\,459\dots$ aus dem Schulunterricht.
- Sie sind beide transzendent^{30,44,55}, was bedeutet, dass ihre Nachkommastellen niemals enden und auch keinem einfachen Schema folgen.
- Sie sind unendlich lang und wir würden unendlich viel Speicher brauchen, um sie zu exakt darzustellen.

Zu viele reelle Zahlen

- In der letzten Einheit haben wir über den Ganzzahldatentyp `int` gelernt.
- Eines der schönen Features der Sprache Python 3 ist, dass Ganzzahlen fast unbegrenzt groß seien dürfen.
- Es gibt nur einen einzigen Datentyp für Ganzzahlen, `int`, und der kann jeden Ganzzahlwert speichern, sofern der in den Arbeitsspeicher unseres Computers passt.
- Nun müssen wir aber auch mit reellen Zahlen aus der Menge \mathbb{R} rechnen können.
- Und gerne hätten wir dieses Feature auch für solche Zahlen!
- Das geht aber nicht.
- Sie erinnern sich sicherlich an die Zahlen $\pi \approx 3.141\,592\,653\,590\dots$ und $e \approx 2.718\,281\,828\,459\dots$ aus dem Schulunterricht.
- Sie sind beide transzendent^{30,44,55}, was bedeutet, dass ihre Nachkommastellen niemals enden und auch keinem einfachen Schema folgen.
- Sie sind unendlich lang und wir würden unendlich viel Speicher brauchen, um sie zu exakt darzustellen.
- Daher können wir das nicht und Python kann es auch nicht.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



Wie funktioniert das?



- Aber wie kann man überhaupt eine brauchbare Untermenge von \mathbb{R} auf dem Computer darstellen?

Wie funktioniert das?



- Aber wie kann man überhaupt eine brauchbare Untermenge von \mathbb{R} auf dem Computer darstellen?
- Wie können wir mit dem Fakt umgehen, dass wir die Zahlen nicht beliebig genau speichern können, selbst in so häufig vorkommenden Fällen wie π und e ?

Wie funktioniert das?



- Aber wie kann man überhaupt eine brauchbare Untermenge von \mathbb{R} auf dem Computer darstellen?
- Wie können wir mit dem Fakt umgehen, dass wir die Zahlen nicht beliebig genau speichern können, selbst in so häufig vorkommenden Fällen wie π und e ?
- Wie gehen wir damit um, dass es reelle Zahlen gibt so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} ?

Wie funktioniert das?



- Aber wie kann man überhaupt eine brauchbare Untermenge von \mathbb{R} auf dem Computer darstellen?
- Wie können wir mit dem Fakt umgehen, dass wir die Zahlen nicht beliebig genau speichern können, selbst in so häufig vorkommenden Fällen wie π und e ?
- Wie gehen wir damit um, dass es reelle Zahlen gibt so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} ?
- In Python gibt es dafür den Datentyp `float`.

Wie funktioniert das?



- Aber wie kann man überhaupt eine brauchbare Untermenge von \mathbb{R} auf dem Computer darstellen?
- Wie können wir mit dem Fakt umgehen, dass wir die Zahlen nicht beliebig genau speichern können, selbst in so häufig vorkommenden Fällen wie π und e ?
- Wie gehen wir damit um, dass es reelle Zahlen gibt so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} ?
- In Python gibt es dafür den Datentyp `float`.
- `float` hat die selbe interne Struktur wie der Datentyp `doubles` in C⁵⁶ – er folgt dem *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{32,38,41}.

Wie funktioniert das?



- Aber wie kann man überhaupt eine brauchbare Untermenge von \mathbb{R} auf dem Computer darstellen?
- Wie können wir mit dem Fakt umgehen, dass wir die Zahlen nicht beliebig genau speichern können, selbst in so häufig vorkommenden Fällen wie π und e ?
- Wie gehen wir damit um, dass es reelle Zahlen gibt so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} ?
- In Python gibt es dafür den Datentyp `float`.
- `float` hat die selbe interne Struktur wie der Datentyp `doubles` in C⁵⁶ – er folgt dem *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{32,38,41}.
- Das Ziel ist es, dass wir eben genau Zahlen so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} darstellen können.

Wie funktioniert das?



- Aber wie kann man überhaupt eine brauchbare Untermenge von \mathbb{R} auf dem Computer darstellen?
- Wie können wir mit dem Fakt umgehen, dass wir die Zahlen nicht beliebig genau speichern können, selbst in so häufig vorkommenden Fällen wie π und e ?
- Wie gehen wir damit um, dass es reelle Zahlen gibt so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} ?
- In Python gibt es dafür den Datentyp `float`.
- `float` hat die selbe interne Struktur wie der Datentyp `doubles` in C⁵⁶ – er folgt dem *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{32,38,41}.
- Das Ziel ist es, dass wir eben genau Zahlen so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} darstellen können, aber das wir auch akzeptieren, dass wir $10^{300} + 10^{-300}$ nicht exakt erfassen können.

64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- Die ersten 52 Bit – der so genannte Signifikand oder die Mantisse – speichern die Ziffern der Zahl.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- Die ersten 52 Bit – der so genannte Signifikand oder die Mantisse – speichern die Ziffern der Zahl.
- Mit 52 Bits können wir $52 \log_2 10 \approx 15$ bis 16 dezimale Ziffern darstellen.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- Die ersten 52 Bit – der so genannte Signifikand oder die Mantisse – speichern die Ziffern der Zahl.
- Mit 52 Bits können wir $52 \log_2 10 \approx 15$ bis 16 dezimale Ziffern darstellen.
- `float` Zahlen haben eine Präzision von etwa 15 Ziffern.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- Die ersten 52 Bit – der so genannte Signifikand oder die Mantisse – speichern die Ziffern der Zahl.
- Mit 52 Bits können wir $52 \log_2 10 \approx 15$ bis 16 dezimale Ziffern darstellen.
- `float` Zahlen haben eine Präzision von etwa 15 Ziffern.
- Würden wir nur diese 52 Bits nehmen, dann könnten wir Zahlen von 0 bis $2^{52} - 1$ mit einer Auflösung von 1 darstellen.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- Die ersten 52 Bit – der so genannte Signifikand oder die Mantisse – speichern die Ziffern der Zahl.
- Mit 52 Bits können wir $52 \log_2 10 \approx 15$ bis 16 dezimale Ziffern darstellen.
- `float` Zahlen haben eine Präzision von etwa 15 Ziffern.
- Würden wir nur diese 52 Bits nehmen, dann könnten wir Zahlen von 0 bis $2^{52} - 1$ mit einer Auflösung von 1 darstellen.
- Natürlich könnten wir auch eine andere Auflösung auswählen, sagen wir 0.001.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- Mit 52 Bits können wir $52 \log_2 10 \approx 15$ bis 16 dezimale Ziffern darstellen.
- `float` Zahlen haben eine Präzision von etwa 15 Ziffern.
- Würden wir nur diese 52 Bits nehmen, dann könnten wir Zahlen von 0 bis $2^{52} - 1$ mit einer Auflösung von 1 darstellen.
- Natürlich könnten wir auch eine andere Auflösung auswählen, sagen wir 0.001. Dann könnten wir Zahlen von 0 bis $0.001 * (2^{52} - 1)$ darstellen, und die kleinste Zahl größer als 0 wäre 0.001 anstelle von 1.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- `float` Zahlen haben eine Präzision von etwa 15 Ziffern.
- Würden wir nur diese 52 Bits nehmen, dann könnten wir Zahlen von 0 bis $2^{52} - 1$ mit einer Auflösung von 1 darstellen.
- Natürlich könnten wir auch eine andere Auflösung auswählen, sagen wir 0.001. Dann könnten wir Zahlen von 0 bis $0.001 * (2^{52} - 1)$ darstellen, und die kleinste Zahl größer als 0 wäre 0.001 anstelle von 1.
- Egal welche Auflösung wir auswählen würden, sie wäre gut in manchen Situationen und schlecht in anderen.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



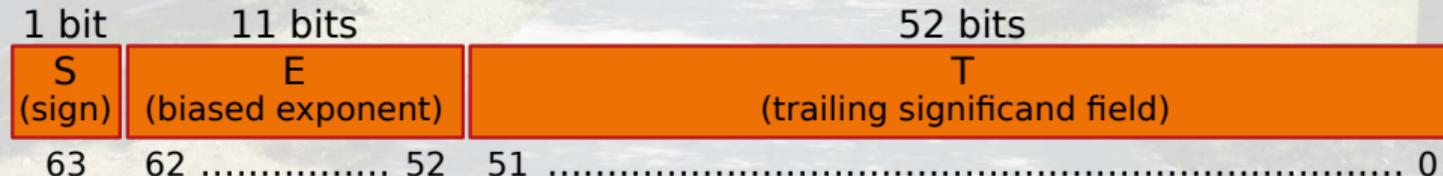
- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- `float` Zahlen haben eine Präzision von etwa 15 Ziffern.
- Würden wir nur diese 52 Bits nehmen, dann könnten wir Zahlen von 0 bis $2^{52} - 1$ mit einer Auflösung von 1 darstellen.
- Natürlich könnten wir auch eine andere Auflösung auswählen, sagen wir 0.001. Dann könnten wir Zahlen von 0 bis $0.001 * (2^{52} - 1)$ darstellen, und die kleinste Zahl größer als 0 wäre 0.001 anstelle von 1.
- Egal welche Auflösung wir auswählen würden, sie wäre gut in manchen Situationen und schlecht in anderen.
- Deshalb kommt der zweite Teil der Fließkommarepräsentation ins Spiel: Die 11 Bits des Exponenten speichern die Auflösung.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- `float` Zahlen haben eine Präzision von etwa 15 Ziffern.
- Natürlich könnten wir auch eine andere Auflösung auswählen, sagen wir 0.001. Dann könnten wir Zahlen von 0 bis $0.001 * (2^{52} - 1)$ darstellen, und die kleinste Zahl größer als 0 wäre 0.001 anstelle von 1.
- Egal welche Auflösung wir auswählen würden, sie wäre gut in manchen Situationen und schlecht in anderen.
- Deshalb kommt der zweite Teil der Fließkommarepräsentation ins Spiel: Die 11 Bits des Exponenten speichern die Auflösung.
- Der Exponent repräsentiert eine Potenz von 2, mit der der Signifikand multipliziert wird.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- `float` Zahlen haben eine Präzision von etwa 15 Ziffern.
- Egal welche Auflösung wir auswählen würden, sie wäre gut in manchen Situationen und schlecht in anderen.
- Deshalb kommt der zweite Teil der Fließkommarepräsentation ins Spiel: Die 11 Bits des Exponenten speichern die Auflösung.
- Der Exponent repräsentiert eine Potenz von 2, mit der der Signifikand multipliziert wird.
- Damit wir sowohl **große** als auch **kleine** Zahlen darstellen können, muss der Exponent sowohl **positiv** als auch **negativ** seien können.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- `float` Zahlen haben eine Präzision von etwa 15 Ziffern.
- Deshalb kommt der zweite Teil der Fließkommarepräsentation ins Spiel: Die 11 Bits des Exponenten speichern die Auflösung.
- Der Exponent repräsentiert eine Potenz von 2, mit der der Signifikand multipliziert wird.
- Damit wir sowohl **große** als auch **kleine** Zahlen darstellen können, muss der Exponent sowohl **positiv** als auch **negativ** sein können.
- Daher wird von dem Exponent immer ein konstanter Bias von 1023 abgezogen.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- `float` Zahlen haben eine Präzision von etwa 15 Ziffern.
- Der Exponent repräsentiert eine Potenz von 2, mit der der Signifikand multipliziert wird.
- Damit wir sowohl **große** als auch **kleine** Zahlen darstellen können, muss der Exponent sowohl **positiv** als auch **negativ** seien können.
- Daher wird von dem Exponent immer ein konstanter Bias von 1023 abgezogen.
- Ist z. B. 1050 im Exponenten-Feld gespeichert, dann ist der eigentliche Exponent $1050 - 1023 = 27$ und der Signifikand wird mit $2^{27} = 134\,217\,728$ multipliziert.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- `float` Zahlen haben eine Präzision von etwa 15 Ziffern.
- Damit wir sowohl **große** als auch **kleine** Zahlen darstellen können, muss der Exponent sowohl **positiv** als auch **negativ** seien können.
- Daher wird von dem Exponenten immer ein konstanter Bias von 1023 abgezogen.
- Ist z. B. 1050 im Exponenten-Feld gespeichert, dann ist der eigentliche Exponent $1050 - 1023 = 27$ und der Signifikand wird mit $2^{27} = 134\,217\,728$ multipliziert.
- Das letzte Bit, das Sign-Bit, speichert das Vorzeichen der Zahl.



64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout



- Schauen wir uns das *64 Bit IEEE Standard 754 Floating Point Number Layout*^{38,41} kurz an.
- `float` Zahlen haben eine Präzision von etwa 15 Ziffern.
- Daher wird von dem Exponenten immer ein konstanter Bias von 1023 abgezogen.
- Ist z. B. 1050 im Exponenten-Feld gespeichert, dann ist der eigentliche Exponent $1050 - 1023 = 27$ und der Signifikand wird mit $2^{27} = 134\,217\,728$ multipliziert.
- Das letzte Bit, das Sign-Bit, speichert das Vorzeichen der Zahl.
- Wir können somit Zahlen von $2.225\,073\,858\,507\,201\,4 \cdot 10^{-308}$ bis $1.797\,693\,134\,8623\,157 \cdot 10^{308}$ mit einer Auflösung von etwa 15 Ziffern speichern, zusammen mit 0, und dem selben Wertebereich im Negativen, und einige Sonderwerte.





Das Wichtige

- Zum Glück muss man all das nicht wirklich wissen, wenn man nur normal vor sich hin programmiert.





Das Wichtige

- Zum Glück muss man all das nicht wirklich wissen, wenn man nur normal vor sich hin programmiert.
- Die wichtigen Informationen, die Sie sich merken müssen, sind jedoch





Das Wichtige

- Zum Glück muss man all das nicht wirklich wissen, wenn man nur normal vor sich hin programmiert.
- Die wichtigen Informationen, die Sie sich merken müssen, sind jedoch:
 1. Fließkommazahlen (**floats**) können eine große Vielzahl verschiedener Werte repräsentieren.



Das Wichtige

- Zum Glück muss man all das nicht wirklich wissen, wenn man nur normal vor sich hin programmiert.
- Die wichtigen Informationen, die Sie sich merken müssen, sind jedoch:
 1. Fließkommazahlen (**floats**) können eine große Vielzahl verschiedener Werte repräsentieren.
 2. Ihr Wertebereich ist groß, aber begrenzt.



Das Wichtige

- Zum Glück muss man all das nicht wirklich wissen, wenn man nur normal vor sich hin programmiert.
- Die wichtigen Informationen, die Sie sich merken müssen, sind jedoch:
 1. Fließkommazahlen (`floats`) können eine große Vielzahl verschiedener Werte repräsentieren.
 2. Ihr Wertebereich ist groß, aber begrenzt.
 3. Sie können Ganzzahlen und gebrochene Zahlen darstellen.



Das Wichtige

- Zum Glück muss man all das nicht wirklich wissen, wenn man nur normal vor sich hin programmiert.
- Die wichtigen Informationen, die Sie sich merken müssen, sind jedoch:
 1. Fließkommazahlen (`floats`) können eine große Vielzahl verschiedener Werte repräsentieren.
 2. Ihr Wertebereich ist groß, aber begrenzt.
 3. Sie können Ganzzahlen und gebrochene Zahlen darstellen.
 4. Ihre Genauigkeit ist jedoch auf 15 bis 16 Ziffern begrenzt.



Das Wichtige

- Zum Glück muss man all das nicht wirklich wissen, wenn man nur normal vor sich hin programmiert.
- Die wichtigen Informationen, die Sie sich merken müssen, sind jedoch:
 1. Fließkommazahlen (**floats**) können eine große Vielzahl verschiedener Werte repräsentieren.
 2. Ihr Wertebereich ist groß, aber begrenzt.
 3. Sie können Ganzzahlen und gebrochene Zahlen darstellen.
 4. Ihre Genauigkeit ist jedoch auf 15 bis 16 Ziffern begrenzt.
- Wenn Sie zum Beispiel $1 + 10^{16}$ addieren, dann ist das Ergebnis immer noch 10^{16} , weil nur 15 Ziffern „gespeichert“ werden und die 1 einfach „herunterfällt.“



Das Wichtige

- Zum Glück muss man all das nicht wirklich wissen, wenn man nur normal vor sich hin programmiert.
- Die wichtigen Informationen, die Sie sich merken müssen, sind jedoch:
 1. Fließkommazahlen (`floats`) können eine große Vielzahl verschiedener Werte repräsentieren.
 2. Ihr Wertebereich ist groß, aber begrenzt.
 3. Sie können Ganzzahlen und gebrochene Zahlen darstellen.
 4. Ihre Genauigkeit ist jedoch auf 15 bis 16 Ziffern begrenzt.
- Wenn Sie zum Beispiel $1 + 10^{16}$ addieren, dann ist das Ergebnis immer noch 10^{16} , weil nur 15 Ziffern „gespeichert“ werden und die 1 einfach „herunterfällt.“
- Zahlen können mit `floats` nicht beliebig genau gespeichert werden³¹.



Das Wichtige

- Zum Glück muss man all das nicht wirklich wissen, wenn man nur normal vor sich hin programmiert.
- Die wichtigen Informationen, die Sie sich merken müssen, sind jedoch:
 1. Fließkommazahlen (`floats`) können eine große Vielzahl verschiedener Werte repräsentieren.
 2. Ihr Wertebereich ist groß, aber begrenzt.
 3. Sie können Ganzzahlen und gebrochene Zahlen darstellen.
 4. Ihre Genauigkeit ist jedoch auf 15 bis 16 Ziffern begrenzt.
- Wenn Sie zum Beispiel $1 + 10^{16}$ addieren, dann ist das Ergebnis immer noch 10^{16} , weil nur 15 Ziffern „gespeichert“ werden und die 1 einfach „herunterfällt.“
- Zahlen können mit `floats` nicht beliebig genau gespeichert werden³¹.
- Ansonsten sind `floats` aber schon ziemlich cool.

Das Wichtige



- Zum Glück muss man all das nicht wirklich wissen, wenn man nur normal vor sich hin programmiert.
- Die wichtigen Informationen, die Sie sich merken müssen, sind jedoch:
 1. Fließkommazahlen (`floats`) können eine große Vielzahl verschiedener Werte repräsentieren.
 2. Ihr Wertebereich ist groß, aber begrenzt.
 3. Sie können Ganzzahlen und gebrochene Zahlen darstellen.
 4. Ihre Genauigkeit ist jedoch auf 15 bis 16 Ziffern begrenzt.
- Wenn Sie zum Beispiel $1 + 10^{16}$ addieren, dann ist das Ergebnis immer noch 10^{16} , weil nur 15 Ziffern „gespeichert“ werden und die 1 einfach „herunterfällt.“
- Zahlen können mit `floats` nicht beliebig genau gespeichert werden³¹.
- Ansonsten sind `floats` aber schon ziemlich cool.
- Hinweis: Neben Python's `floats` gibt es viele andere Fließkommaformate mit verschiedenen Auflösungen^{32,41}.



Rechnen mit float



Rechnen mit float

- Lassen Sie uns nun mit `floats` rechnen.



```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 
```



Rechnen mit float

- Lassen Sie uns nun mit `floats` rechnen.
- Fließkommazahlen werden immer mit dem Dezimalpunkt aufgeschrieben.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows the Python 3.12.3 command-line interface. The output includes the Python version, build date, and a prompt for user input. The terminal has a dark background and is set against a blurred background of a university campus with buildings and trees.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 
```

Rechnen mit float



- Lassen Sie uns nun mit `floats` rechnen.
- Fließkommazahlen werden immer mit dem Dezimalpunkt aufgeschrieben. So ist `3.0` ein `float`, `3` aber ein `int`.

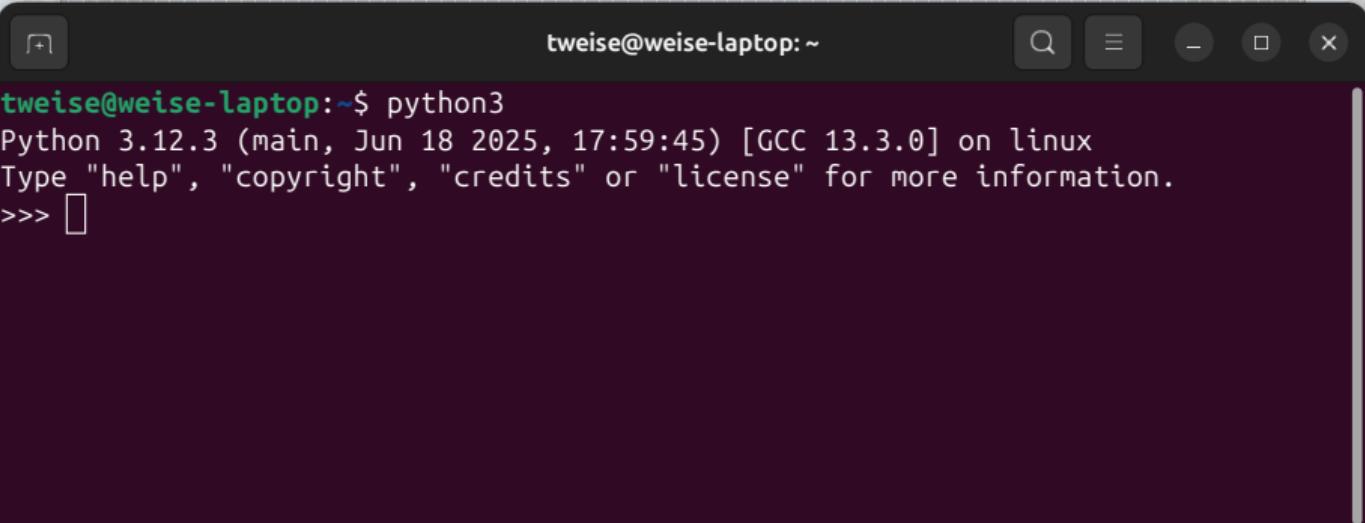
A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows the Python 3.12.3 command-line interface. The output includes the Python version, build date, and a prompt for user input. The terminal has a dark background and is set against a blurred background of a university campus with buildings and trees.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 
```

Rechnen mit float



- Fließkommazahlen werden immer mit dem Dezimalpunkt aufgeschrieben. So ist 3.0 ein `float`, 3 aber ein `int`.
- Beachten Sie: Kommt in einer Rechnung mit `ints` irgendwo ein `float` vor, dann ist das Ergebnis immer ein `float`.



tweise@weise-laptop:~\$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>>

Rechnen mit float



- Die Fließkommadivision $6 / 3 \dots$

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 6 / 3
```

Rechnen mit float

- Die Fließkommadivision `6 / 3` ergibt den `float` `2.0`.



```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 6 / 3
2.0
>>> 
```

Rechnen mit float

- Addieren wir den `float` `1.0` zum `int` `1...`



```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 6 / 3
2.0
>>> 1.0 + 7
```

Rechnen mit float

- Addieren wir den `float` `1.0` zum `int` `1` ergibt das den `float` `8.0`.



```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 6 / 3
2.0
>>> 1.0 + 7
8.0
>>> █
```

Rechnen mit float



- Subtrahieren wir den `float` `3.6` vom `int` `5...`

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 6 / 3
2.0
>>> 1.0 + 7
8.0
>>> 5 - 3.6
```

Rechnen mit float



- Substrahieren wir den `float` `3.6` vom `int` `5` ergibt das den `float` `1.4`.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 6 / 3
2.0
>>> 1.0 + 7
8.0
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 
```

Rechnen mit float



- Multiplizieren wir den `int` 2 mit dem `float` 3...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 6 / 3
2.0
>>> 1.0 + 7
8.0
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
```

Rechnen mit float

- Multiplizieren wir den `int` 2 mit dem `float` 3 ergibt das den `float` 6.0.



```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 6 / 3
2.0
>>> 1.0 + 7
8.0
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 
```

Rechnen mit float

- Berechnen wir den Rest der Division des `float` `6.5` durch den `int` `2...`



```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 6 / 3
2.0
>>> 1.0 + 7
8.0
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
```

Rechnen mit float



- Berechnen wir den Rest der Division des `float` `6.5` durch den `int` `2` ergibt das den `float` `0.5`.

```
tweise@weise-laptop: ~
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 6 / 3
2.0
>>> 1.0 + 7
8.0
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 
```

Rechnen mit float

- Berechnen wir $3.3^{0.5} \equiv \sqrt{3.3} \dots$



```
tweise@weise-laptop: ~
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 6 / 3
2.0
>>> 1.0 + 7
8.0
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
```

Rechnen mit float

- Berechnen wir $3.3^{0.5} \equiv \sqrt{3.3}$ ergibt das Näherungswert 1.816590212458495, der auf etwa 15 Stellen genau ist.



```
tweise@weise-laptop: ~
2.0
>>> 1.0 + 7
8.0
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> █
```

Rechnen mit float

- Auch große Berechnungen mit Klammern funktionieren einwandfrei.



```
tweise@weise-laptop: ~
2.0
>>> 1.0 + 7
8.0
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
```

Rechnen mit float

- Auch große Berechnungen mit Klammern funktionieren einwandfrei.



```
tweise@weise-laptop: ~
8.0
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> □
```

Rechnen mit float



- Wollen wir mathematische Funktionen und Konstanten nutzen, müssen wir diese aus dem Modul `math` importieren.

```
tweise@weise-laptop: ~
8.0
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
```

Rechnen mit float



- Wollen wir mathematische Funktionen und Konstanten nutzen, müssen wir diese aus dem Modul `math` importieren.
- Wir lernen später, was das genau bedeutet.



```
tweise@weise-laptop: ~
8.0
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
```

Rechnen mit float



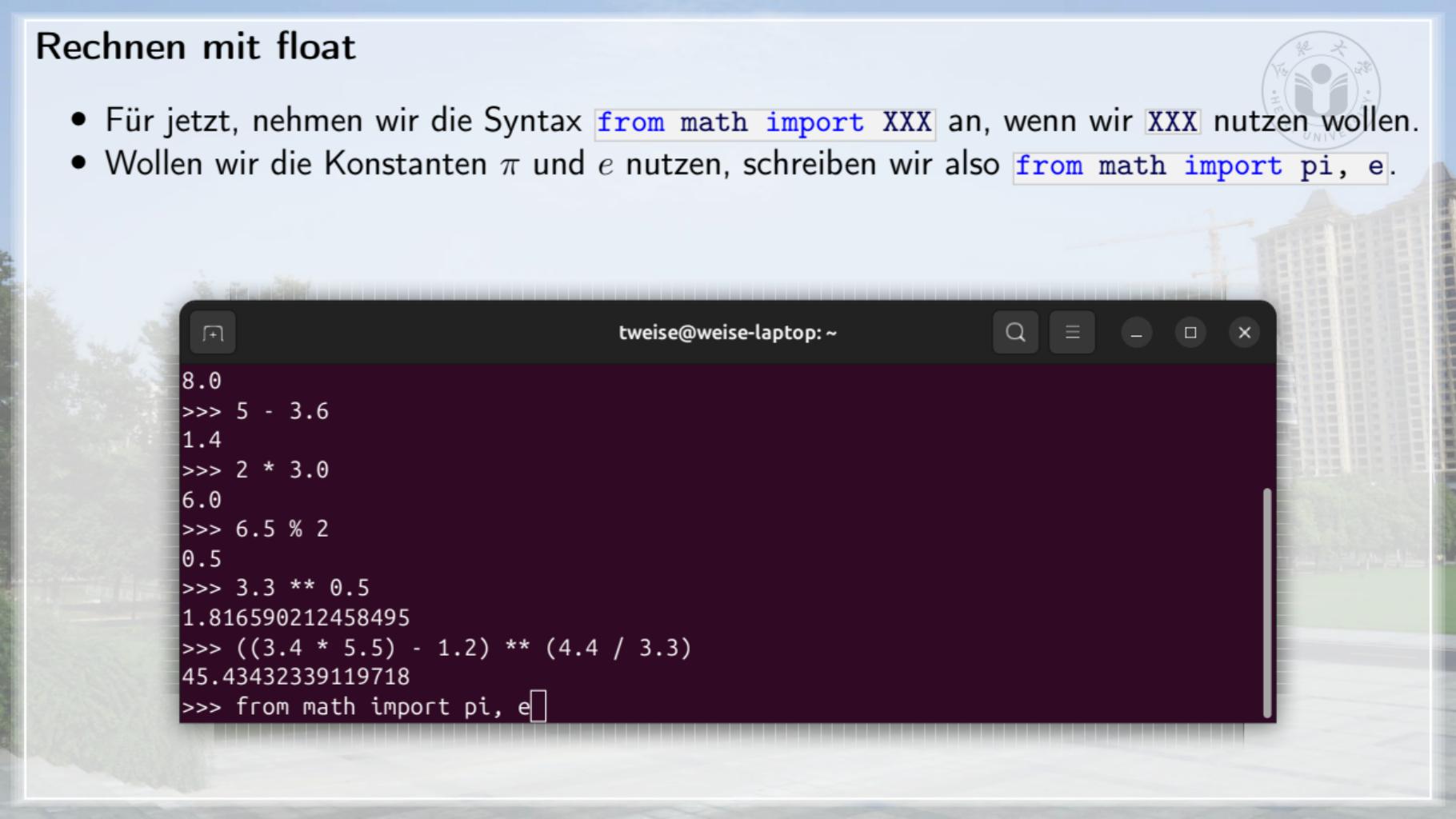
- Wir lernen später, was das genau bedeutet.
- Für jetzt, nehmen wir die Syntax `from math import XXX` an, wenn wir `XXX` nutzen wollen.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows a series of Python code snippets and their results:

```
8.0
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
```

Rechnen mit float

- Für jetzt, nehmen wir die Syntax `from math import XXX` an, wenn wir `XXX` nutzen wollen.
- Wollen wir die Konstanten π und e nutzen, schreiben wir also `from math import pi, e`.



```
tweise@weise-laptop: ~
8.0
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
```

Rechnen mit float



- Wollen wir die Konstanten π und e nutzen, schreiben wir also `from math import pi, e`.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
>>> 
```

Rechnen mit float

- Die Konstante π , in Python `math.pi`...



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 5 - 3.6
1.4
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
>>> pi
```

Rechnen mit float



- Die Konstante π , in Python `math.pi` hat den Näherungswert `3.141592653589793`, der auf etwa 15 Stellen genau ist.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
>>> pi
3.141592653589793
>>> 
```

Rechnen mit float

- Die Konstante e , in Python `math.e`...



```
>>> 2 * 3.0
6.0
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
>>> pi
3.141592653589793
>>> e[
```

Rechnen mit float



- Die Konstante e , in Python `math.e` hat den Näherungswert 2.718281828459045, der auf etwa 15 Stellen genau ist.

```
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
>>> pi
3.141592653589793
>>> e
2.718281828459045
>>> █
```

Rechnen mit float

- Stellen Sie sich vor, wir sollen den Bruch $\frac{1}{7}$ als dezimale Kommazahl aufschreiben.



Rechnen mit float



- Stellen Sie sich vor, wir sollen den Bruch $\frac{1}{7}$ als dezimale Kommazahl aufschreiben.
- Das funktioniert nicht.

Rechnen mit float



- Stellen Sie sich vor, wir sollen den Bruch $\frac{1}{7}$ als dezimale Kommazahl aufschreiben.
- Das funktioniert nicht. Wir müssen immer irgendwo abbrechen.

Rechnen mit float



- Stellen Sie sich vor, wir sollen den Bruch $\frac{1}{7}$ als dezimale Kommazahl aufschreiben.
- Das funktioniert nicht. Wir müssen immer irgendwo abbrechen.
- Wir könnten z. B. 0.14285714285714285 schreiben ... aber das ist nicht das Gleiche wie $\frac{1}{7}$.

Rechnen mit float



- Stellen Sie sich vor, wir sollen den Bruch $\frac{1}{7}$ als dezimale Kommazahl aufschreiben.
- Das funktioniert nicht. Wir müssen immer irgendwo abbrechen.
- Wir könnten z. B. 0.14285714285714285 schreiben ... aber das ist nicht das Gleiche wie $\frac{1}{7}$.
- Im binären Format sehen wir das Problem schon bei Zahlen wie $\frac{1}{10} = 0.1^{31}$.

Rechnen mit float



- Stellen Sie sich vor, wir sollen den Bruch $\frac{1}{7}$ als dezimale Kommazahl aufschreiben.
- Das funktioniert nicht. Wir müssen immer irgendwo abbrechen.
- Wir könnten z. B. 0.14285714285714285 schreiben ... aber das ist nicht das Gleiche wie $\frac{1}{7}$.
- Im binären Format sehen wir das Problem schon bei Zahlen wie $\frac{1}{10} = 0.1^{31}$.
- Wir könnten schreiben $\frac{1}{10} \approx \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{2^{12}} + \frac{1}{2^{13}} + \frac{1}{2^{16}} + \dots$, aber wir würden niemals genau auf 0.1 kommen.

Rechnen mit float



- Stellen Sie sich vor, wir sollen den Bruch $\frac{1}{7}$ als dezimale Kommazahl aufschreiben.
 - Das funktioniert nicht. Wir müssen immer irgendwo abbrechen.
 - Wir könnten z. B. 0.14285714285714285 schreiben ... aber das ist nicht das Gleiche wie $\frac{1}{7}$.
 - Im binären Format sehen wir das Problem schon bei Zahlen wie $\frac{1}{10} = 0.1\overset{31}{1}$.
 - Wir könnten schreiben $\frac{1}{10} \sim 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \dots$ aber wir würden niemals fertig schreiben.
 - Das >>> 6.5 % 2

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 6.5 % 2
0.5
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
>>> pi
3.141592653589793
>>> e
2.718281828459045
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1
```

Rechnen mit float

- Aber was bedeutet wiederum das? Addieren wir „zehn 0.1“ zusammen...

```
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
>>> pi
3.141592653589793
>>> e
2.718281828459045
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1
0.9999999999999999
>>> 
```

Rechnen mit float

- Aber was bedeutet wiederum das? Addieren wir „zehn 0.1“ zusammen, dann liegt das Ergebnis ganz knapp neben 1!



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 3.3 ** 0.5
1.816590212458495
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
>>> pi
3.141592653589793
>>> e
2.718281828459045
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1
0.9999999999999999
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 - 1.0
```

Rechnen mit float

- Ziehen wir `1.0` von „zehn `0.1`“ ab



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
>>> pi
3.141592653589793
>>> e
2.718281828459045
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1
0.999999999999999
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 - 1.0
-1.1102230246251565e-16
>>> □
```

Rechnen mit float

- Ziehen wir 1.0 von „zehn 0.1“ ab, dann ist das Ergebnis eben nur fast 0!



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> ((3.4 * 5.5) - 1.2) ** (4.4 / 3.3)
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
>>> pi
3.141592653589793
>>> e
2.718281828459045
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1
0.999999999999999
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 - 1.0
-1.1102230246251565e-16
>>> from math import sin, cos, tan, log
```

Rechnen mit float



- Anderes Thema: Python hat natürlich auch trigonometrische und logarithmische Funktionen.

```
tweise@weise-laptop: ~
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
>>> pi
3.141592653589793
>>> e
2.718281828459045
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1
0.9999999999999999
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 - 1.0
-1.1102230246251565e-16
>>> from math import sin, cos, tan, log
>>> □
```

Rechnen mit float



- Anderes Thema: Python hat natürlich auch trigonometrische und logarithmische Funktionen, die wir natürlich wieder aus `math` importieren.

```
tweise@weise-laptop: ~
45.43432339119718
>>> from math import pi, e
>>> pi
3.141592653589793
>>> e
2.718281828459045
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1
0.9999999999999999
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 - 1.0
-1.1102230246251565e-16
>>> from math import sin, cos, tan, log
>>> sin(0.25 * pi) ** 2
```

Rechnen mit float

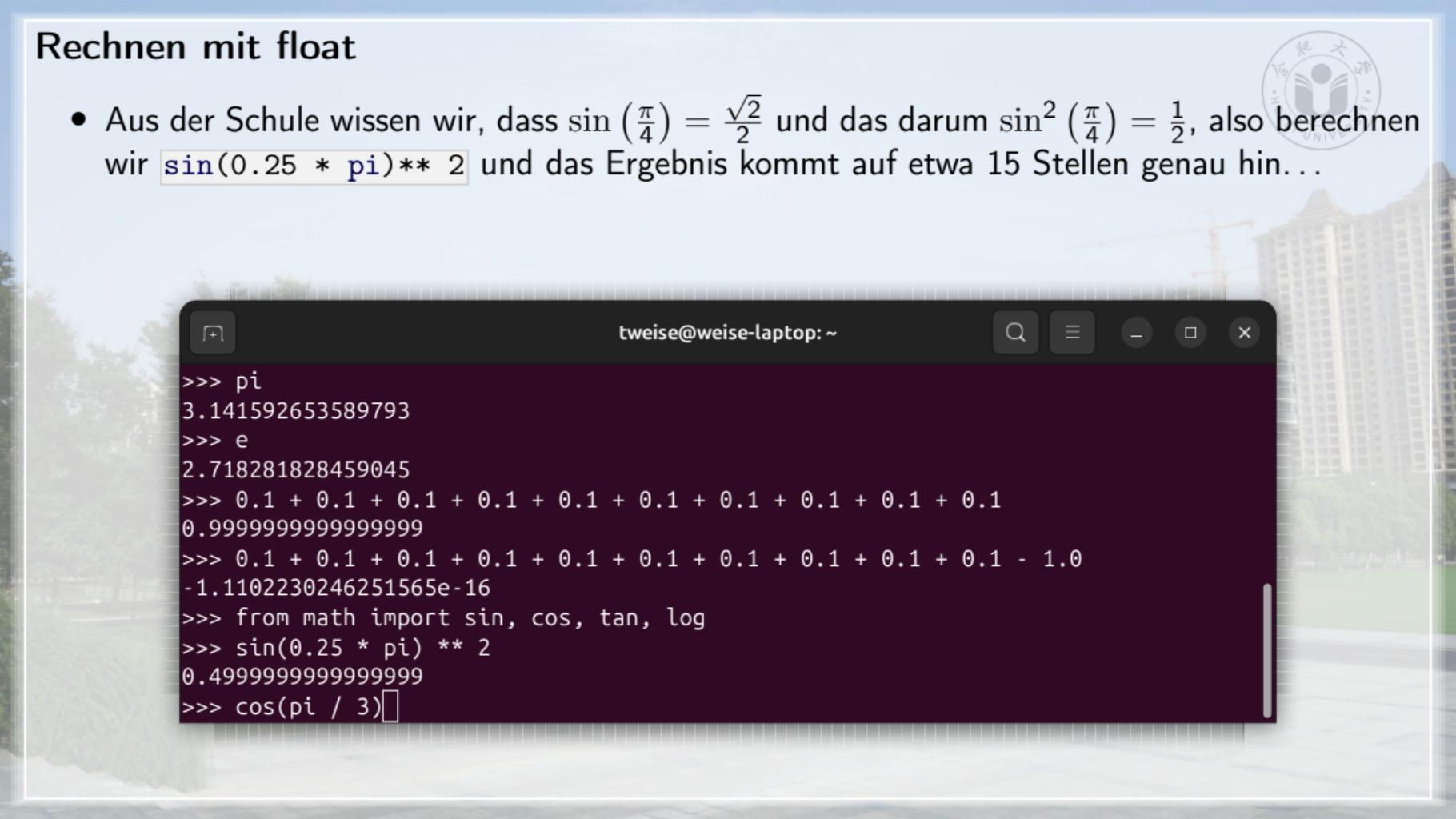
- Aus der Schule wissen wir, dass $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ und das darum $\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$, also berechnen wir `sin(0.25 * pi)** 2...`



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> pi
3.141592653589793
>>> e
2.718281828459045
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1
0.999999999999999
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 - 1.0
-1.1102230246251565e-16
>>> from math import sin, cos, tan, log
>>> sin(0.25 * pi) ** 2
0.4999999999999999
>>> 
```

Rechnen mit float

- Aus der Schule wissen wir, dass $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ und das darum $\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$, also berechnen wir `sin(0.25 * pi)** 2` und das Ergebnis kommt auf etwa 15 Stellen genau hin...



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> pi
3.141592653589793
>>> e
2.718281828459045
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1
0.999999999999999
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 - 1.0
-1.1102230246251565e-16
>>> from math import sin, cos, tan, log
>>> sin(0.25 * pi) ** 2
0.4999999999999999
>>> cos(pi / 3)
```

Rechnen mit float

- Aus der Schule wissen wir, dass $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, also berechnen wir `cos(pi / 3)`...



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> e
2.718281828459045
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1
0.9999999999999999
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 - 1.0
-1.1102230246251565e-16
>>> from math import sin, cos, tan, log
>>> sin(0.25 * pi) ** 2
0.4999999999999999
>>> cos(pi / 3)
0.5000000000000001
>>> █
```

Rechnen mit float

- Aus der Schule wissen wir, dass $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, also berechnen wir `cos(pi / 3)` und das Ergebnis kommt auf etwa 15 Stellen genau hin...



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> e
2.718281828459045
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1
0.9999999999999999
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 - 1.0
-1.1102230246251565e-16
>>> from math import sin, cos, tan, log
>>> sin(0.25 * pi) ** 2
0.4999999999999999
>>> cos(pi / 3)
0.5000000000000001
>>> tan(pi / 4)[]
```

Rechnen mit float

- Aus der Schule wissen wir, dass $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, also berechnen wir `tan(pi / 4)`...



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1
0.9999999999999999
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 - 1.0
-1.1102230246251565e-16
>>> from math import sin, cos, tan, log
>>> sin(0.25 * pi) ** 2
0.4999999999999999
>>> cos(pi / 3)
0.5000000000000001
>>> tan(pi / 4)
0.9999999999999999
>>> █
```

Rechnen mit float

- Aus der Schule wissen wir, dass $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, also berechnen wir `tan(pi / 4)` und das Ergebnis kommt auf etwa 15 Stellen genau hin...



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1
0.9999999999999999
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 - 1.0
-1.1102230246251565e-16
>>> from math import sin, cos, tan, log
>>> sin(0.25 * pi) ** 2
0.4999999999999999
>>> cos(pi / 3)
0.5000000000000001
>>> tan(pi / 4)
0.9999999999999999
>>> log(e ** 10)
```

Rechnen mit float

- Aus der Schule wissen wir, dass $\log(e^{10}) = 10$, also berechnen wir `log(e ** 10)`.



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 - 1.0
-1.1102230246251565e-16
>>> from math import sin, cos, tan, log
>>> sin(0.25 * pi) ** 2
0.4999999999999999
>>> cos(pi / 3)
0.5000000000000001
>>> tan(pi / 4)
0.9999999999999999
>>> log(e ** 10)
10.0
>>> 
```

Rechnen mit float



- Aus der Schule wissen wir, dass $\log(e^{10}) = 10$, also berechnen wir `log(e ** 10)` und das Ergebnis stimmt genau.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 - 1.0
-1.1102230246251565e-16
>>> from math import sin, cos, tan, log
>>> sin(0.25 * pi) ** 2
0.4999999999999999
>>> cos(pi / 3)
0.5000000000000001
>>> tan(pi / 4)
0.9999999999999999
>>> log(e ** 10)
10.0
>>> from math import asin, acos, atan
```

Rechnen mit float

- Python hat natürlich auch die Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen.



```
-1.1102230246251565e-16
>>> from math import sin, cos, tan, log
>>> sin(0.25 * pi) ** 2
0.4999999999999999
>>> cos(pi / 3)
0.5000000000000001
>>> tan(pi / 4)
0.9999999999999999
>>> log(e ** 10)
10.0
>>> from math import asin, acos, atan
>>> 
```

Rechnen mit float



- Python hat natürlich auch die Umkehrfunktionen der trigonometrischen Funktionen, die wir natürlich wieder aus `math` importieren.

```
tweise@weise-laptop: ~
-1.1102230246251565e-16
>>> from math import sin, cos, tan, log
>>> sin(0.25 * pi) ** 2
0.4999999999999999
>>> cos(pi / 3)
0.5000000000000001
>>> tan(pi / 4)
0.9999999999999999
>>> log(e ** 10)
10.0
>>> from math import asin, acos, atan
>>> asin(sin(0.925))
```

Rechnen mit float



- Aus der Schule wissen wir, dass $\arcsin \sin x = x \quad \forall x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, also berechnen wir
`asin(sin(0.925))...`

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> sin(0.25 * pi) ** 2
0.4999999999999999
>>> cos(pi / 3)
0.5000000000000001
>>> tan(pi / 4)
0.9999999999999999
>>> log(e ** 10)
10.0
>>> from math import asin, acos, atan
>>> asin(sin(0.925))
0.9250000000000002
>>> 
```



Rechnen mit float

- Aus der Schule wissen wir, dass $\arcsin \sin x = x \quad \forall x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, also berechnen wir `asin(sin(0.925))` und das Ergebnis stimmt genau.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following Python code:

```
>>> sin(0.25 * pi) ** 2
0.4999999999999999
>>> cos(pi / 3)
0.5000000000000001
>>> tan(pi / 4)
0.9999999999999999
>>> log(e ** 10)
10.0
>>> from math import asin, acos, atan
>>> asin(sin(0.925))
0.9250000000000002
>>> acos(cos(-0.3))
```

The terminal window has a dark background and light-colored text. It includes standard window controls (minimize, maximize, close) at the top right.

Rechnen mit float



- Aus der Schule wissen wir, dass $\arccos \cos x = x \quad \forall x \in [0, \pi]$, also berechnen wir `acos(cos(-0.3))`, wobei -0.3 außerhalb des Intervalls liegt. . .

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> cos(pi / 3)
0.5000000000000001
>>> tan(pi / 4)
0.9999999999999999
>>> log(e ** 10)
10.0
>>> from math import asin, acos, atan
>>> asin(sin(0.925))
0.9250000000000002
>>> acos(cos(-0.3))
0.3000000000000016
>>> 
```

Rechnen mit float



- Aus der Schule wissen wir, dass $\arccos \cos x = x \quad \forall x \in [0, \pi]$, also berechnen wir `acos(cos(-0.3))`, wobei -0.3 außerhalb des Intervalls liegt; und das Ergebnis kommt auf etwa 15 Stellen genau hin...

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following Python code:

```
>>> cos(pi / 3)
0.5000000000000001
>>> tan(pi / 4)
0.9999999999999999
>>> log(e ** 10)
10.0
>>> from math import asin, acos, atan
>>> asin(sin(0.925))
0.9250000000000002
>>> acos(cos(-0.3))
0.30000000000000016
>>> atan(tan(1))
```

The terminal window has a dark background and light-colored text. It includes standard OS X-style window controls (minimize, maximize, close) at the top right.



Rechnen mit float

- Aus der Schule wissen wir, dass $\arctan \tan x = x \quad \forall x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, also berechnen wir `atan(tan(1))`...

A dark-themed terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~" showing Python code execution. The background of the slide features a photograph of a modern building under construction with a yellow crane against a blue sky.

```
>>> tan(pi / 4)
0.9999999999999999
>>> log(e ** 10)
10.0
>>> from math import asin, acos, atan
>>> asin(sin(0.925))
0.9250000000000002
>>> acos(cos(-0.3))
0.3000000000000016
>>> atan(tan(1))
1.0
>>> 
```



Rechnen mit float

- Aus der Schule wissen wir, dass $\arctan \tan x = x \quad \forall x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, also berechnen wir `atan(tan(1))` und das Ergebnis stimmt genau.

Rechnen mit float

- Damit haben wir erstmal einige grundlegende Rechenarten abgearbeitet.

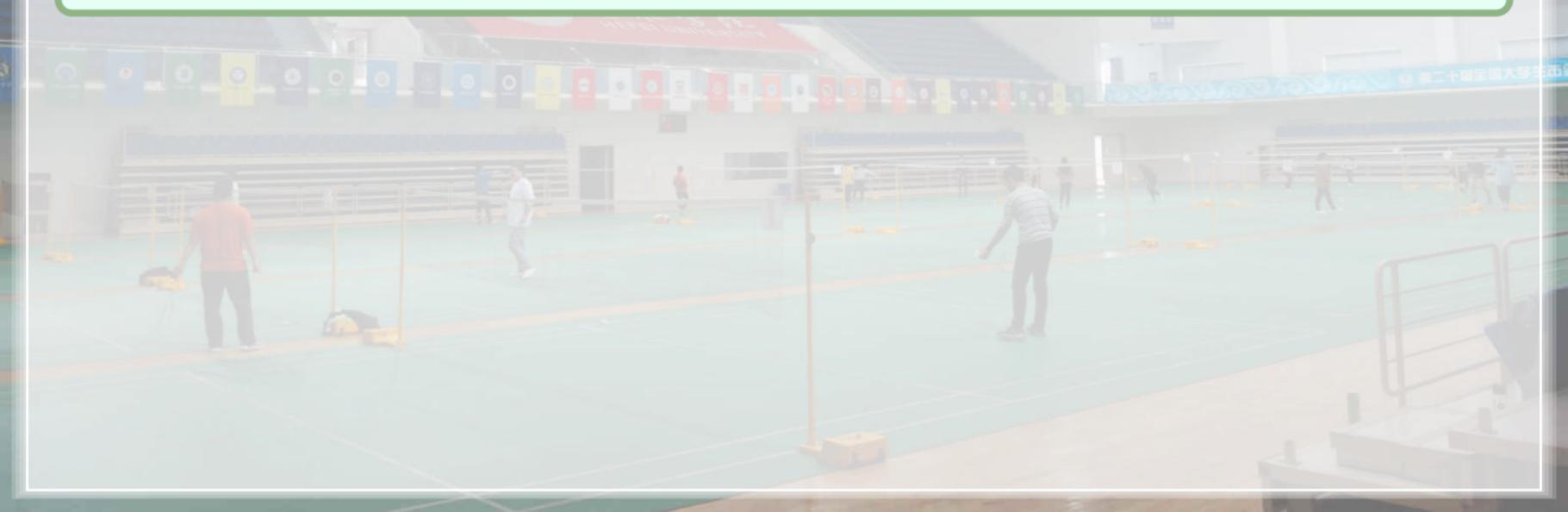


Fließkommazahlen sind ungenau



Gute Praxis

Nehmen Sie immer an, dass `float`-Werte ungenau sind. Nehmen Sie **niemals** an, dass sie genau sind^{6,61}.



Fließkommazahlen sind ungenau



Gute Praxis

Nehmen Sie immer an, dass `float`-Werte ungenau sind. Nehmen Sie **niemals** an, dass sie genau sind^{6,61}.

- Wegen der begrenzten Präzision kann es sein, dass Sie zwei Zahlen addieren $a + b = c$ aber dann feststellen dass $c - a \neq b$.

Fließkommazahlen sind ungenau



Gute Praxis

Nehmen Sie immer an, dass `float`-Werte ungenau sind. Nehmen Sie **niemals** an, dass sie genau sind^{6,61}.

- Wegen der begrenzten Präzision kann es sein, dass Sie zwei Zahlen addieren $a + b = c$ aber dann feststellen dass $c - a \neq b$.
- Das ist offensichtlich, wenn wir sehr kleine Zahlen zu sehr großen Zahlen addieren.

Fließkommazahlen sind ungenau



Gute Praxis

Nehmen Sie immer an, dass `float`-Werte ungenau sind. Nehmen Sie **niemals** an, dass sie genau sind^{6,61}.

- Wegen der begrenzten Präzision kann es sein, dass Sie zwei Zahlen addieren $a + b = c$ aber dann feststellen dass $c - a \neq b$.
- Das ist offensichtlich, wenn wir sehr kleine Zahlen zu sehr großen Zahlen addieren: Wir haben nur 15 Ziffern, also wenn wir $10^{20} + 1$ rechnen, dann kommt mit Fließkommaarithmetik wieder 10^{20} heraus⁶¹.

Fließkommazahlen sind ungenau



Gute Praxis

Nehmen Sie immer an, dass `float`-Werte ungenau sind. Nehmen Sie **niemals** an, dass sie genau sind^{6,61}.

- Wegen der begrenzten Präzision kann es sein, dass Sie zwei Zahlen addieren $a + b = c$ aber dann feststellen dass $c - a \neq b$.
- Das ist offensichtlich, wenn wir sehr kleine Zahlen zu sehr großen Zahlen addieren: Wir haben nur 15 Ziffern, also wenn wir $10^{20} + 1$ rechnen, dann kommt mit Fließkommaarithmetik wieder 10^{20} heraus⁶¹.
- Ziffern können aber auch verloren gehen, wenn wir Zahlen der selben Größenordnung addieren, denn auch deren Summe kann breiter als das 15-Ziffern-Fenster sein.

Fließkommazahlen sind ungenau



Gute Praxis

Nehmen Sie immer an, dass `float`-Werte ungenau sind. Nehmen Sie **niemals** an, dass sie genau sind^{6,61}.

- Wegen der begrenzten Präzision kann es sein, dass Sie zwei Zahlen addieren $a + b = c$ aber dann feststellen dass $c - a \neq b$.
- Das ist offensichtlich, wenn wir sehr kleine Zahlen zu sehr großen Zahlen addieren: Wir haben nur 15 Ziffern, also wenn wir $10^{20} + 1$ rechnen, dann kommt mit Fließkommaarithmetik wieder 10^{20} heraus⁶¹.
- Ziffern können aber auch verloren gehen, wenn wir Zahlen der selben Größenordnung addieren, denn auch deren Summe kann breiter als das 15-Ziffern-Fenster sein. Dann fällt die niedrigwertigste Ziffer einfach weg⁶...



Runden



Runden



- Der Weg von `floats` zurück zu `ints` geht über runden.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 
```

Runden



- Der Weg von `floats` zurück zu `ints` geht über runden.
- Python bietet uns mehrere verschiedene Funktionen zum Runden an.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows a Python 3 prompt: "tweise@weise-laptop:~\$ python3". Below this, the Python interpreter displays its startup message: "Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux" and "Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.". A cursor is visible at the start of a new line with the text ">>>".

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 
```

Runden



- Die Funktion `round(x)` führt sogenanntes „Banker's Rounding“ durch.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
```

Runden



- Die Funktion `round(x)` führt sogenanntes „Banker's Rounding“ durch.
- Dabei wird `x` zur nächsten Ganzzahl gerundet.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
```

Runden



- Die Funktion `round(x)` führt sogenanntes „Banker's Rounding“ durch.
- Dabei wird `x` zur nächsten Ganzzahl gerundet.
- Sind zwei Ganzzahlen gleichweit entfernt, also wenn `x` in der Form `z.5` ist, dann wird zur der Zahl gerundet, die gerade ist.¹⁴

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows the Python 3 interpreter running on a Linux system. The user has typed "python3" at the prompt, followed by the command "round(0.4)".

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
```

Runden



- Die Funktion `round(x)` führt sogenanntes „Banker's Rounding“ durch.
- Sind zwei Ganzzahlen gleichweit entfernt, also wenn x in der Form $z.5$ ist, dann wird zur der Zahl gerundet, die gerade ist.¹⁴
- In der Schule hatte ich gelernt, dass $z.5$ zu $z + 1$ gerundet wird. Java's `Math.round` macht das auch so⁴³ ... aber Python's `round` macht das nicht!

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows the following text:

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
```

The terminal has a dark background and light-colored text. The window title bar and icons are visible at the top.

Runden



- Die Funktion `round(x)` führt sogenanntes „Banker's Rounding“ durch.
- Banker's Rounding hat den Vorteil, dass es keinen Bias auslöst: Rundet man $\underline{z}.5$ immer zu $\underline{z} + 1$ und es gibt viele Zahlen der Form $\underline{z}.5$, dann tendiert der Durchschnitt der gerundeten Zahlen dazu, größer als der Durchschnitt der ungerundeten Zahlen zu sein. Beim Banker's Rounding ist das nicht so^{39,52}.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows the following text:

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
```

The terminal has a dark background and light-colored text. The window title bar and the command line prompt are also visible.

Runden



- Die Funktion `round(x)` führt sogenanntes „Banker's Rounding“ durch.
- Deshalb ist es in Python und im IEEE 754 Standard⁴¹ bevorzugt und wird z. B. auch von Alipay+ genutzt³.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows the Python 3 interpreter running. The user has typed "python3" at the prompt, followed by the Python version information, and then the command "round(0.4)".

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
```

Runden



- Deshalb ist es in Python und im IEEE 754 Standard⁴¹ bevorzugt und wird z. B. auch von Alipay+ genutzt³.
- Wenn wir `round(0.4)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
```

Runden



- Wenn wir `round(0.4)` aufrufen, dann kommt `0` heraus.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
0
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `round(0.5)` aufrufen

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
0
>>> round(0.5)[]
```

Runden

- Wenn wir `round(0.5)` aufrufen, dann kommt auch `0` heraus, weil 0 und 1 gleichweit von 0.5 entfernt sind, aber 0 gerade ist.



```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
0
>>> round(0.5)
0
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `round(0.6)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
0
>>> round(0.5)
0
>>> round(0.6)[]
```

Runden



- Wenn wir `round(0.6)` aufrufen, dann kommt `1` heraus.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
0
>>> round(0.5)
0
>>> round(0.6)
1
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `round(1.4)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
0
>>> round(0.5)
0
>>> round(0.6)
1
>>> round(1.4)[]
```

Runden



- Wenn wir `round(1.4)` aufrufen, dann kommt `1` heraus.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
0
>>> round(0.5)
0
>>> round(0.6)
1
>>> round(1.4)
1
>>> 
```

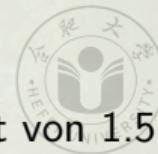
Runden



- Wenn wir `round(1.5)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
0
>>> round(0.5)
0
>>> round(0.6)
1
>>> round(1.4)
1
>>> round(1.5)
```

Runden



- Wenn wir `round(1.5)` aufrufen, dann kommt `2` heraus, weil 1 und 2 gleichweit von 1.5 entfernt sind, 2 aber gerade ist.

```
tweise@weise-laptop: ~
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
0
>>> round(0.5)
0
>>> round(0.6)
1
>>> round(1.4)
1
>>> round(1.5)
2
>>> █
```

Runden



- Das Modul `math` stellt die Funktionen `floor` (Abrunden), `ceil` (Aufrunden), und `trunc` (Nachkommastellen abschneiden) zur Verfügung.

```
tweise@weise-laptop: ~
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> round(0.4)
0
>>> round(0.5)
0
>>> round(0.6)
1
>>> round(1.4)
1
>>> round(1.5)
2
>>> from math import floor, trunc, ceil
```

Runden



- Das Modul `math` stellt die Funktionen `floor` (Abrunden), `ceil` (Aufrunden), und `trunc` (Nachkommastellen abschneiden) zur Verfügung.
- Wir importieren sie also.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> round(0.4)
0
>>> round(0.5)
0
>>> round(0.6)
1
>>> round(1.4)
1
>>> round(1.5)
2
>>> from math import floor, trunc, ceil
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `floor(0.4)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> round(0.4)
0
>>> round(0.5)
0
>>> round(0.6)
1
>>> round(1.4)
1
>>> round(1.5)
2
>>> from math import floor, trunc, ceil
>>> floor(0.4)
```

Runden



- Wenn wir `floor(0.4)` aufrufen, dann kommt `0` heraus, weil wir abrunden.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> round(0.5)
0
>>> round(0.6)
1
>>> round(1.4)
1
>>> round(1.5)
2
>>> from math import floor, trunc, ceil
>>> floor(0.4)
0
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `floor(0.5)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> round(0.5)
0
>>> round(0.6)
1
>>> round(1.4)
1
>>> round(1.5)
2
>>> from math import floor, trunc, ceil
>>> floor(0.4)
0
>>> floor(0.5)
```

Runden



- Wenn wir `floor(0.5)` aufrufen, dann kommt `0` heraus, weil wir abrunden.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> round(0.6)
1
>>> round(1.4)
1
>>> round(1.5)
2
>>> from math import floor, trunc, ceil
>>> floor(0.4)
0
>>> floor(0.5)
0
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `floor(0.6)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> round(0.6)
1
>>> round(1.4)
1
>>> round(1.5)
2
>>> from math import floor, trunc, ceil
>>> floor(0.4)
0
>>> floor(0.5)
0
>>> floor(0.6)[]
```

Runden



- Wenn wir `floor(0.6)` aufrufen, dann kommt `0` heraus, weil wir abrunden.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> round(1.4)
1
>>> round(1.5)
2
>>> from math import floor, trunc, ceil
>>> floor(0.4)
0
>>> floor(0.5)
0
>>> floor(0.6)
0
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `floor(-0.4)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> round(1.4)
1
>>> round(1.5)
2
>>> from math import floor, trunc, ceil
>>> floor(0.4)
0
>>> floor(0.5)
0
>>> floor(0.6)
0
>>> floor(-0.4)[]
```

Runden



- Wenn wir `floor(-0.4)` aufrufen, dann kommt `-1` heraus, weil wir abrunden.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> round(1.5)
2
>>> from math import floor, trunc, ceil
>>> floor(0.4)
0
>>> floor(0.5)
0
>>> floor(0.6)
0
>>> floor(-0.4)
-1
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `trunc(0.4)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> round(1.5)
2
>>> from math import floor, trunc, ceil
>>> floor(0.4)
0
>>> floor(0.5)
0
>>> floor(0.6)
0
>>> floor(-0.4)
-1
>>> trunc(0.4)[]
```

Runden



- Wenn wir `trunc(0.4)` aufrufen, dann kommt `0` heraus, weil wir die Nachkommastellen abschneiden.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> from math import floor, trunc, ceil
>>> floor(0.4)
0
>>> floor(0.5)
0
>>> floor(0.6)
0
>>> floor(-0.4)
-1
>>> trunc(0.4)
0
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `trunc(0.6)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> from math import floor, trunc, ceil
>>> floor(0.4)
0
>>> floor(0.5)
0
>>> floor(0.6)
0
>>> floor(-0.4)
-1
>>> trunc(0.4)
0
>>> trunc(0.6)[]
```

Runden



- Wenn wir `trunc(0.6)` aufrufen, dann kommt `0` heraus, weil wir die Nachkommastellen abschneiden.

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> floor(0.5)
0
>>> floor(0.6)
0
>>> floor(-0.4)
-1
>>> trunc(0.4)
0
>>> trunc(0.6)
0
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `trunc(-0.4)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> floor(0.5)
0
>>> floor(0.6)
0
>>> floor(-0.4)
-1
>>> trunc(0.4)
0
>>> trunc(0.6)
0
>>> trunc(-0.4)[]
```

Runden



- Wenn wir `trunc(-0.4)` aufrufen, dann kommt `0` heraus, weil wir die Nachkommastellen abschneiden.

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> floor(0.6)
0
>>> floor(-0.4)
-1
>>> trunc(0.4)
0
>>> trunc(0.6)
0
>>> trunc(-0.4)
0
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `trunc(-0.6)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> floor(0.6)
0
>>> floor(-0.4)
-1
>>> trunc(0.4)
0
>>> trunc(0.6)
0
>>> trunc(-0.4)
0
>>> trunc(-0.6)[]
```

Runden



- Wenn wir `trunc(-0.6)` aufrufen, dann kommt `0` heraus, weil wir die Nachkommastellen abschneiden.

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> floor(-0.4)
-1
>>> trunc(0.4)
0
>>> trunc(0.6)
0
>>> trunc(-0.4)
0
>>> trunc(-0.6)
0
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `ceil(0.4)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> floor(-0.4)
-1
>>> trunc(0.4)
0
>>> trunc(0.6)
0
>>> trunc(-0.4)
0
>>> trunc(-0.6)
0
>>> ceil(0.4)[]
```

Runden



- Wenn wir `ceil(0.4)` aufrufen, dann kommt `1` heraus, weil aufrunden.

```
tweise@weise-laptop: ~
-1
>>> trunc(0.4)
0
>>> trunc(0.6)
0
>>> trunc(-0.4)
0
>>> trunc(-0.6)
0
>>> ceil(0.4)
1
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `ceil(-11.1)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
-1
>>> trunc(0.4)
0
>>> trunc(0.6)
0
>>> trunc(-0.4)
0
>>> trunc(-0.6)
0
>>> ceil(0.4)
1
>>> ceil(-11.1)[]
```

Runden



- Wenn wir `ceil(-11.1)` aufrufen, dann kommt `-11` heraus, weil aufrunden.

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> trunc(0.6)
0
>>> trunc(-0.4)
0
>>> trunc(-0.6)
0
>>> ceil(0.4)
1
>>> ceil(-11.1)
-11
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `ceil(-11.6)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> trunc(0.6)
0
>>> trunc(-0.4)
0
>>> trunc(-0.6)
0
>>> ceil(0.4)
1
>>> ceil(-11.1)
-11
>>> ceil(-11.6)[]
```

Runden



- Wenn wir `ceil(-11.6)` aufrufen, dann kommt `-11` heraus, weil aufrunden.

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> trunc(-0.4)
0
>>> trunc(-0.6)
0
>>> ceil(0.4)
1
>>> ceil(-11.1)
-11
>>> ceil(-11.6)
-11
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `ceil(11.6)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> trunc(-0.4)
0
>>> trunc(-0.6)
0
>>> ceil(0.4)
1
>>> ceil(-11.1)
-11
>>> ceil(-11.6)
-11
>>> ceil(11.6)[]
```

Runden



- Wenn wir `ceil(11.6)` aufrufen, dann kommt `12` heraus, weil aufrunden.

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> trunc(-0.6)
0
>>> ceil(0.4)
1
>>> ceil(-11.1)
-11
>>> ceil(-11.6)
-11
>>> ceil(11.6)
12
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `trunc(11.6)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> trunc(-0.6)
0
>>> ceil(0.4)
1
>>> ceil(-11.1)
-11
>>> ceil(-11.6)
-11
>>> ceil(11.6)
12
>>> trunc(11.6)[]
```

Runden



- Wenn wir `trunc(11.6)` aufrufen, dann kommt `11` heraus, weil wir die Nachkommastellen abschneiden.

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> ceil(0.4)
1
>>> ceil(-11.1)
-11
>>> ceil(-11.6)
-11
>>> ceil(11.6)
12
>>> trunc(11.6)
11
>>> 
```

Runden



- Die Funktion `int(x)` funktioniert genau wie `trunc(x)`, akzeptiert aber auch andere Datentypen als Parameter und nicht nur `float`.

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> ceil(0.4)
1
>>> ceil(-11.1)
-11
>>> ceil(-11.6)
-11
>>> ceil(11.6)
12
>>> trunc(11.6)
11
>>> int(0.9)[]
```

Runden



- Die Funktion `int(x)` funktioniert genau wie `trunc(x)`, akzeptiert aber auch andere Datentypen als Parameter und nicht nur `float`.
- `trunc(x)` ist als mathematische Operation zu verstehen, wohingegen `int(x)` als „Datentypumwandlung“ zu betrachten ist . . . die genau wie `trunc` funktioniert⁸².

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> ceil(0.4)
1
>>> ceil(-11.1)
-11
>>> ceil(-11.6)
-11
>>> ceil(11.6)
12
>>> trunc(11.6)
11
>>> int(0.9)[]
```

Runden



- Wenn wir `int(0.9)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
0
>>> ceil(0.4)
1
>>> ceil(-11.1)
-11
>>> ceil(-11.6)
-11
>>> ceil(11.6)
12
>>> trunc(11.6)
11
>>> int(0.9)[]
```

Runden



- Wenn wir `int(0.9)` aufrufen, dann kommt `0` heraus, weil der Ganzahlteil von `0.9` nämlich `1` ist.

```
tweise@weise-laptop: ~
1
>>> ceil(-11.1)
-11
>>> ceil(-11.6)
-11
>>> ceil(11.6)
12
>>> trunc(11.6)
11
>>> int(0.9)
0
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `int(-0.9)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
1
>>> ceil(-11.1)
-11
>>> ceil(-11.6)
-11
>>> ceil(11.6)
12
>>> trunc(11.6)
11
>>> int(0.9)
0
>>> int(-0.9)[]
```

Runden



- Wenn wir `int(-0.9)` aufrufen, dann kommt `0` heraus, weil der Ganzzahlteil von `-0.9` nämlich `1` ist.

```
tweise@weise-laptop: ~
-11
>>> ceil(-11.6)
-11
>>> ceil(11.6)
12
>>> trunc(11.6)
11
>>> int(0.9)
0
>>> int(-0.9)
0
>>> 
```

Runden



- Wenn wir `int(11.6)` aufrufen...

```
tweise@weise-laptop: ~
-11
>>> ceil(-11.6)
-11
>>> ceil(11.6)
12
>>> trunc(11.6)
11
>>> int(0.9)
0
>>> int(-0.9)
0
>>> int(11.6)[]
```

Runden

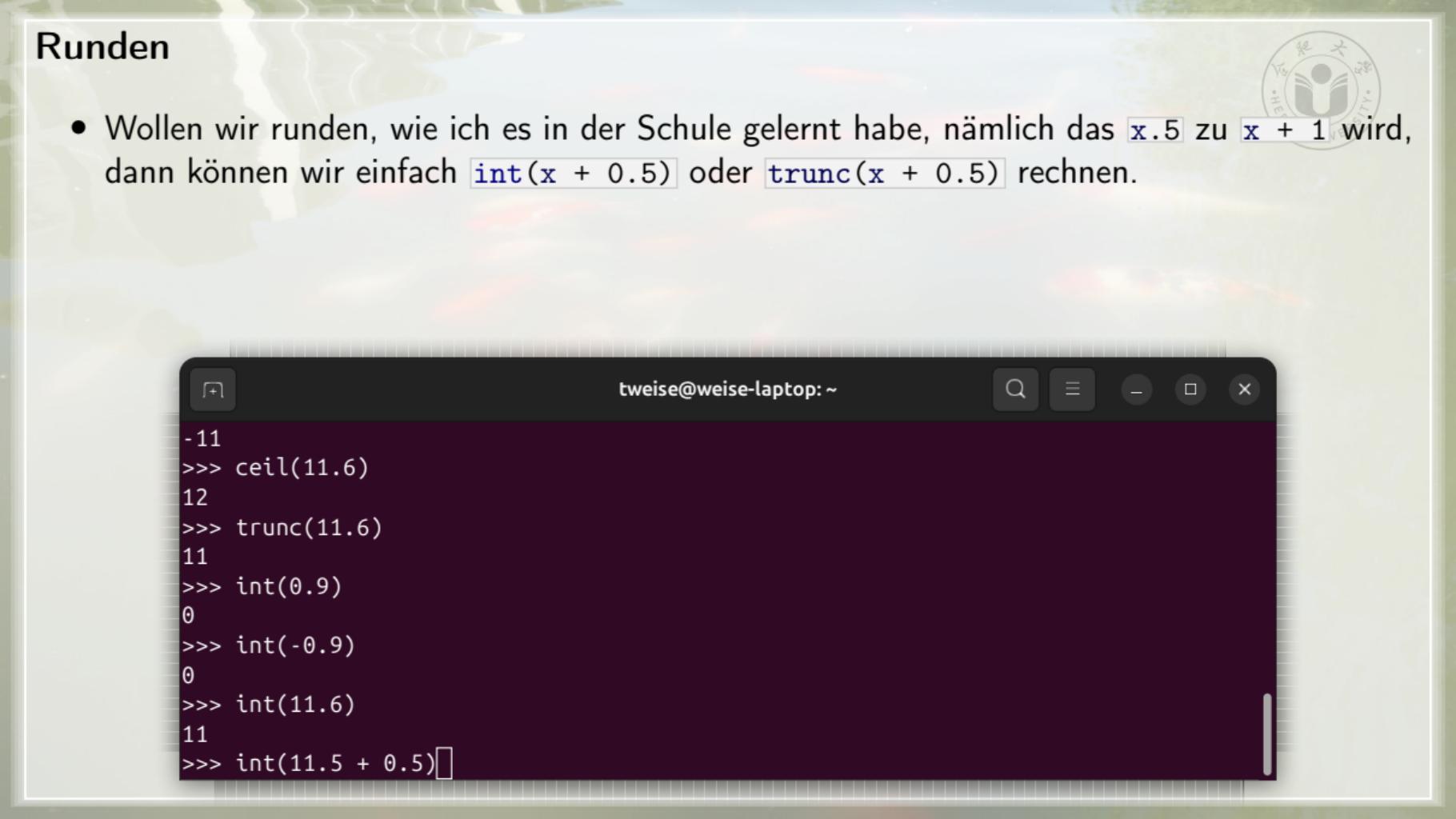


- Wenn wir `int(11.6)` aufrufen, dann kommt `11` heraus, weil der Ganzzahlteil von `11.6` nämlich `11` ist.

```
tweise@weise-laptop: ~
-11
>>> ceil(11.6)
12
>>> trunc(11.6)
11
>>> int(0.9)
0
>>> int(-0.9)
0
>>> int(11.6)
11
>>> 
```

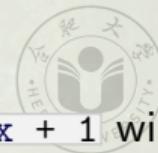
Runden

- Wollen wir runden, wie ich es in der Schule gelernt habe, nämlich das $x.5$ zu $x + 1$ wird, dann können wir einfach `int(x + 0.5)` oder `trunc(x + 0.5)` rechnen.



```
tweise@weise-laptop: ~
-11
>>> ceil(11.6)
12
>>> trunc(11.6)
11
>>> int(0.9)
0
>>> int(-0.9)
0
>>> int(11.6)
11
>>> int(11.5 + 0.5)[]
```

Runden



- Wollen wir runden, wie ich es in der Schule gelernt habe, nämlich das $x.5$ zu $x + 1$ wird, dann können wir einfach `int(x + 0.5)` oder `trunc(x + 0.5)` rechnen.
- Haben wir $x = 11.5$, dann rechnen wir `int(11.5 + 0.5)`...

```
tweise@weise-laptop: ~
-11
>>> ceil(11.6)
12
>>> trunc(11.6)
11
>>> int(0.9)
0
>>> int(-0.9)
0
>>> int(11.6)
11
>>> int(11.5 + 0.5)[]
```

Runden



- Wollen wir runden, wie ich es in der Schule gelernt habe, nämlich das $x.5$ zu $x + 1$ wird, dann können wir einfach `int(x + 0.5)` oder `trunc(x + 0.5)` rechnen.
- Haben wir $x = 11.5$, dann rechnen wir `int(11.5 + 0.5)` und es kommt `12` heraus.

```
tweise@weise-laptop: ~
12
>>> trunc(11.6)
11
>>> int(0.9)
0
>>> int(-0.9)
0
>>> int(11.6)
11
>>> int(11.5 + 0.5)
12
>>> 
```

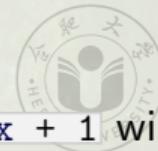
Runden



- Wollen wir runden, wie ich es in der Schule gelernt habe, nämlich das $x.5$ zu $x + 1$ wird, dann können wir einfach `int(x + 0.5)` oder `trunc(x + 0.5)` rechnen.
- Haben wir $x = 12.5$, dann rechnen wir `int(12.5 + 0.5)`...

```
tweise@weise-laptop: ~
12
>>> trunc(11.6)
11
>>> int(0.9)
0
>>> int(-0.9)
0
>>> int(11.6)
11
>>> int(11.5 + 0.5)
12
>>> int(12.5 + 0.5)[]
```

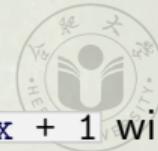
Runden



- Wollen wir runden, wie ich es in der Schule gelernt habe, nämlich das $x.5$ zu $x + 1$ wird, dann können wir einfach `int(x + 0.5)` oder `trunc(x + 0.5)` rechnen.
- Haben wir $x = 12.5$, dann rechnen wir `int(12.5 + 0.5)` und es kommt `13` heraus.

```
tweise@weise-laptop: ~
11
>>> int(0.9)
0
>>> int(-0.9)
0
>>> int(11.6)
11
>>> int(11.5 + 0.5)
12
>>> int(12.5 + 0.5)
13
>>> 
```

Runden



- Wollen wir runden, wie ich es in der Schule gelernt habe, nämlich das $x.5$ zu $x + 1$ wird, dann können wir einfach `int(x + 0.5)` oder `trunc(x + 0.5)` rechnen.
- Damit sind wir mit dem Thema „runden“ fertig.

Runden



- Wollen wir runden, wie ich es in der Schule gelernt habe, nämlich das $x.5$ zu $x + 1$ wird, dann können wir einfach `int(x + 0.5)` oder `trunc(x + 0.5)` rechnen.
- Damit sind wir mit dem Thema „runden“ fertig.
- Beachten Sie, wie wichtig es seien kann, die Funktionen, die wir benutzen, genau zu verstehen.

Runden



- Wollen wir runden, wie ich es in der Schule gelernt habe, nämlich das $x.5$ zu $x + 1$ wird, dann können wir einfach `int(x + 0.5)` oder `trunc(x + 0.5)` rechnen.
- Damit sind wir mit dem Thema „runden“ fertig.
- Beachten Sie, wie wichtig es seien kann, die Funktionen, die wir benutzen, genau zu verstehen.
- `round` funktioniert zum Beispiel anders als `Math.round` in Java⁴³...



Wissenschaftliche Notation



Die Wissenschaftliche Notation: Einleitung



- Wir haben gelernt, dass `floats` Zahlen so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} darstellen können.

Die Wissenschaftliche Notation: Einleitung



- Wir haben gelernt, dass `floats` Zahlen so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} darstellen können.
- Das führt uns zu der Frage, wie man denn solche Zahlen anzeigen kann.



Die Wissenschaftliche Notation: Einleitung



- Wir haben gelernt, dass `floats` Zahlen so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} darstellen können.
- Das führt uns zu der Frage, wie man denn solche Zahlen anzeigen kann.
- Es wäre schon sehr komisch, eine 1 gefolgt von 300 Nullen zu schreiben, um 10^{300} auszugeben.

Die Wissenschaftliche Notation: Einleitung



- Wir haben gelernt, dass `floats` Zahlen so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} darstellen können.
- Das führt uns zu der Frage, wie man denn solche Zahlen anzeigen kann.
- Es wäre schon sehr komisch, eine 1 gefolgt von 300 Nullen zu schreiben, um 10^{300} auszugeben.
- Es wäre auch falsch.

Die Wissenschaftliche Notation: Einleitung



- Wir haben gelernt, dass `floats` Zahlen so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} darstellen können.
- Das führt uns zu der Frage, wie man denn solche Zahlen anzeigen kann.
- Es wäre schon sehr komisch, eine 1 gefolgt von 300 Nullen zu schreiben, um 10^{300} auszugeben.
- Es wäre auch falsch.
- Ein `float` ist genau auf zwischen 15 und 16 Ziffern.

Die Wissenschaftliche Notation: Einleitung



- Wir haben gelernt, dass `floats` Zahlen so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} darstellen können.
- Das führt uns zu der Frage, wie man denn solche Zahlen anzeigen kann.
- Es wäre schon sehr komisch, eine 1 gefolgt von 300 Nullen zu schreiben, um 10^{300} auszugeben.
- Es wäre auch falsch.
- Ein `float` ist genau auf zwischen 15 und 16 Ziffern.
- Die ersten 15 Nullen könnten vielleicht korrekt sein . . . die restlichen Ziffern wären aber genaugenommen *undefined*.

Die Wissenschaftliche Notation: Einleitung



- Wir haben gelernt, dass `floats` Zahlen so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} darstellen können.
- Das führt uns zu der Frage, wie man denn solche Zahlen anzeigen kann.
- Es wäre schon sehr komisch, eine 1 gefolgt von 300 Nullen zu schreiben, um 10^{300} auszugeben.
- Es wäre auch falsch.
- Ein `float` ist genau auf zwischen 15 und 16 Ziffern.
- Die ersten 15 Nullen könnten vielleicht korrekt sein . . . die restlichen Ziffern wären aber genaugenommen *undefined*.
- Python löst dieses Problem wie viele Programmiersprachen: mit der wissenschaftlichen Notation für Fließkommazahlen.

Die Wissenschaftliche Notation: Einleitung



- Wir haben gelernt, dass `floats` Zahlen so groß wie 10^{300} und so klein wie 10^{-300} darstellen können.
- Das führt uns zu der Frage, wie man denn solche Zahlen anzeigen kann.
- Es wäre schon sehr komisch, eine 1 gefolgt von 300 Nullen zu schreiben, um 10^{300} auszugeben.
- Es wäre auch falsch.
- Ein `float` ist genau auf zwischen 15 und 16 Ziffern.
- Die ersten 15 Nullen könnten vielleicht korrekt sein . . . die restlichen Ziffern wären aber genaugenommen *undefined*.
- Python löst dieses Problem wie viele Programmiersprachen: mit der wissenschaftlichen Notation für Fließkommazahlen.
- Das ist eine Schreibweise für die Ein- und Ausgabe von Zahlen (intern werden die Zahlen jedoch ganz normal nach dem IEEE 754 Standard^{38,41} dargestellt).

Die Wissenschaftliche Notation: Arbeitsweise



- Python benutzt die wissenschaftliche Notation automatisch für die Ausgabe aller `float`-Werte, deren Betrag kleiner als 10^{-4} oder größer/gleich 10^{16} ist.

Die Wissenschaftliche Notation: Arbeitsweise



- Python benutzt die wissenschaftliche Notation automatisch für die Ausgabe aller `float`-Werte, deren Betrag kleiner als 10^{-4} oder größer/gleich 10^{16} ist.
- Solche Zahlen, nennen wir sie α , werden dann repräsentiert als $\alpha = \beta * 10^\gamma$ und wir schreiben $\beta\text{e}\gamma$.

Die Wissenschaftliche Notation: Arbeitsweise



- Python benutzt die wissenschaftliche Notation automatisch für die Ausgabe aller `float`-Werte, deren Betrag kleiner als 10^{-4} oder größer/gleich 10^{16} ist.
- Solche Zahlen, nennen wir sie α , werden dann repräsentiert als $\alpha = \beta * 10^\gamma$ und wir schreiben $\beta\text{e}\gamma$.
- Um diese Darstellung eindeutig zu machen, ist spezifiziert dass β genau eine Ziffer vor dem Dezimalpunkt hat, welche nicht 0 sein kann.

Die Wissenschaftliche Notation: Arbeitsweise



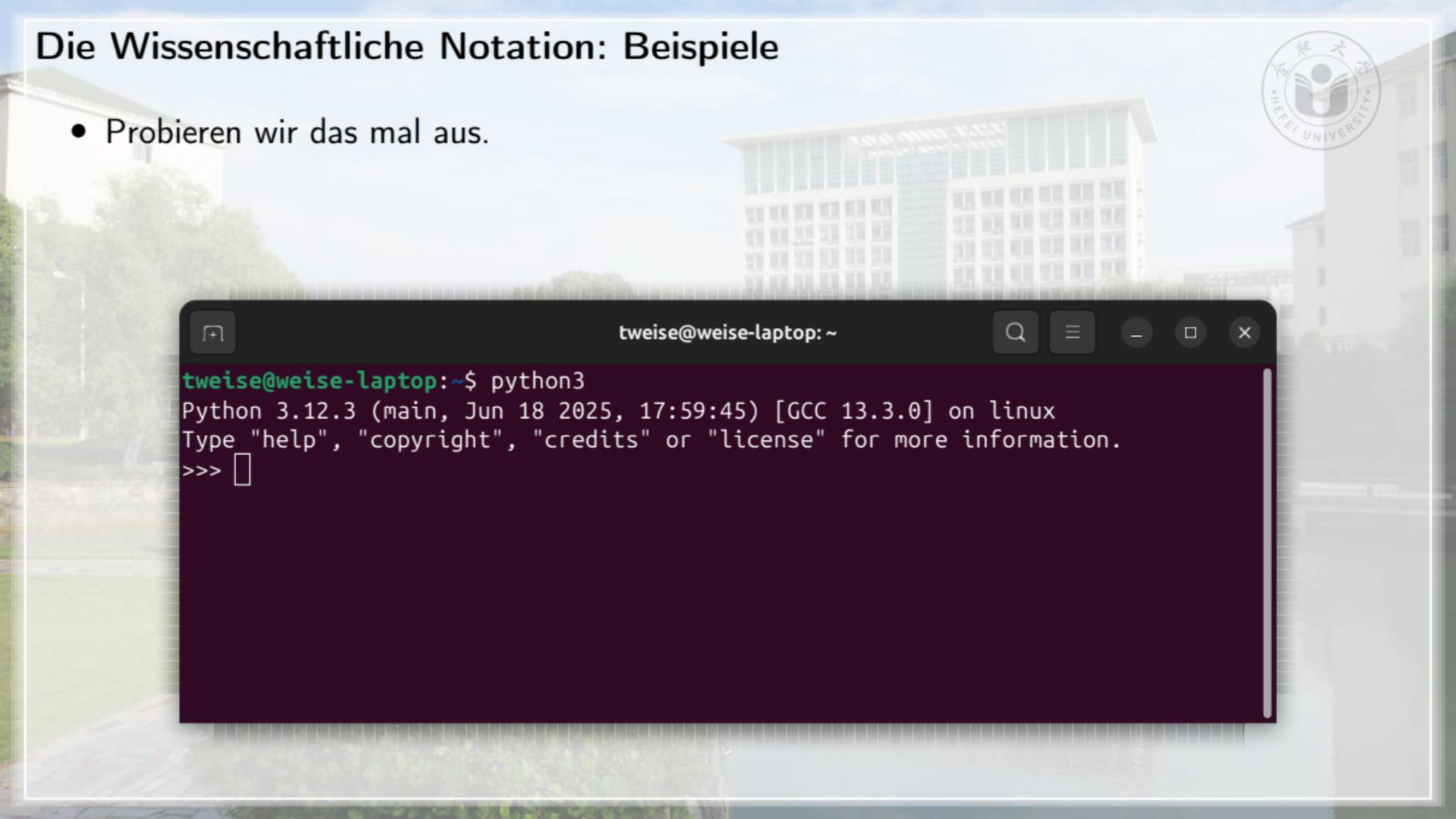
- Python benutzt die wissenschaftliche Notation automatisch für die Ausgabe aller `float`-Werte, deren Betrag kleiner als 10^{-4} oder größer/gleich 10^{16} ist.
- Solche Zahlen, nennen wir sie α , werden dann repräsentiert als $\alpha = \beta * 10^\gamma$ und wir schreiben $\beta e \gamma$.
- Um diese Darstellung eindeutig zu machen, ist spezifiziert dass β genau eine Ziffer vor dem Dezimalpunkt hat, welche nicht 0 sein kann.

β	γ	\equiv	α
A.BCDEFG...	e+HIJ	\equiv	A.BCDEFG... * 10^{HIJ}
A.BCDEFG...	e-HIJ	\equiv	A.BCDEFG... * 10^{-HIJ}
-A.BCDEFG...	e+HIJ	\equiv	-A.BCDEFG... * 10^{HIJ}
-A.BCDEFG...	e-HIJ	\equiv	-A.BCDEFG... * 10^{-HIJ}

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Probieren wir das mal aus.

A large, modern, multi-story building with many windows is visible in the background, slightly blurred.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 
```

A terminal window is displayed in the foreground. The title bar reads "tweise@weise-laptop: ~". The window contains a command-line interface showing the Python 3.12.3 startup message and a blank line prompt starting with '>>>'. The terminal has a dark background with light-colored text and standard window controls at the top.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir `0.001` schreiben und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben...

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows the following text:

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 0.001
```

The terminal is set against a background image of a modern university campus with large buildings and greenery.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir `0.001` schreiben und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben, dann gibt es auch `0.001` wieder aus.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows the following text:

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 0.001
0.001
>>> 
```

The terminal has a dark background and light-colored text. The title bar is dark with white text. The window has standard OS X-style controls at the top right.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir `0.0001` schreiben und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben...

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The terminal is running Python 3.12.3 on a Linux system. The user types three commands: "0.001", which outputs "0.001"; and "0.0001", which outputs "0.0001". The terminal has a dark background and light-colored text. The window title bar and some icons are visible at the top.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir `0.0001` schreiben und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben, dann gibt es auch `0.0001` wieder aus.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The terminal is running Python 3.12.3 on a Linux system. The user types several numbers in scientific notation and gets the exact decimal representation back. The terminal has a dark theme with white text and a dark background. The window title bar is at the top, and there are standard window control buttons (minimize, maximize, close) on the right. A vertical scroll bar is on the right side of the terminal window.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 0.001
0.001
>>> 0.0001
0.0001
>>> 
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir aber `0.00009` schreiben und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben...

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The terminal shows the following interaction:

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 0.001
0.001
>>> 0.0001
0.0001
>>> 0.00009
```

The terminal window has a dark background and light-colored text. The command prompt is in green, and the output of the code is in white. The window title bar is also in green.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir aber `0.00009` schreiben und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben, dann benutzt es die wissenschaftliche Notation und gibt `9e-05` aus.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 0.001
0.001
>>> 0.0001
0.0001
>>> 0.00009
9e-05
>>> 
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Python erlaubt uns, Unterstriche (_) beliebig in Zahlen einzufügen, um die Lesbarkeit zu erhöhen.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows the Python 3.12.3 interpreter running. The user types several numbers with underscores, demonstrating how underscores can be used in scientific notation. The terminal interface includes standard window controls (minimize, maximize, close) and a search bar at the top.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Python erlaubt uns, Unterstriche (_) beliebig in Zahlen einzufügen, um die Lesbarkeit zu erhöhen.
- Diese Unterstriche werden von Python ignoriert.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 0.001
0.001
>>> 0.0001
0.0001
>>> 0.00009
9e-05
>>> 1_000_000_000_000.0
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir `1_000_000_000_000_000.0` schreiben (was das gleiche ist wie `1000000000000000.0` bzw. $1 * 10^{15}$) und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 0.001
0.001
>>> 0.0001
0.0001
>>> 0.00009
9e-05
>>> 1_000_000_000_000_000.0
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir `1_000_000_000_000_000.0` schreiben (was das gleiche ist wie `100000000000000.0` bzw. $1 * 10^{15}$) und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben, dann schreibt es `100000000000000.0`.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 0.001
0.001
>>> 0.0001
0.0001
>>> 0.00009
9e-05
>>> 1_000_000_000_000_000.0
100000000000000.0
>>> □
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir `9_000_000_000_000_000.0` schreiben (was das gleiche ist wie `900000000000000.0` bzw. $9 \cdot 10^{15}$) und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 0.001
0.001
>>> 0.0001
0.0001
>>> 0.00009
9e-05
>>> 1_000_000_000_000.0
100000000000000.0
>>> 9_000_000_000_000.0
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir `9_000_000_000_000_000.0` schreiben (was das gleiche ist wie `900000000000000.0` bzw. $9 \cdot 10^{15}$) und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben, dann schreibt es `900000000000000.0`.

```
tweise@weise-laptop: ~
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 0.001
0.001
>>> 0.0001
0.0001
>>> 0.00009
9e-05
>>> 1_000_000_000_000_000.0
1000000000000000.0
>>> 9_000_000_000_000_000.0
900000000000000.0
>>> 
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir aber `9_999_999_999_999_999.0` schreiben (was das gleiche ist wie `999999999999999.0` bzw. $9.99999999999999 * 10^{15}$) und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben...

```
tweise@weise-laptop: ~
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 0.001
0.001
>>> 0.0001
0.0001
>>> 0.00009
9e-05
>>> 1_000_000_000_000_000.0
1000000000000000.0
>>> 9_000_000_000_000_000.0
900000000000000.0
>>> 9_999_999_999_999_999.0
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir aber `9_999_999_999_999_999.0` schreiben (was das gleiche ist wie `999999999999999.0` bzw. $9.99999999999999 * 10^{15}$) und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben, dann schreibt es `1e+16` in der wissenschaftlichen Notation (und weil wir nur 15 Ziffern haben können aber 16 9en angegeben haben...).

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 0.001
0.001
>>> 0.0001
0.0001
>>> 0.00009
9e-05
>>> 1_000_000_000_000.0
1000000000000000.0
>>> 9_000_000_000_000.0
900000000000000.0
>>> 9_999_999_999_999_999.0
1e+16
>>> 
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir aber `10_000_000_000_000.0` schreiben (was das gleiche ist wie `1000000000000000.0`) und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben...

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows a series of Python code snippets and their outputs. The user types various numbers in scientific notation and standard form, demonstrating how Python handles them. The terminal has a dark background and light text, with standard OS X-style window controls at the top.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Wenn wir aber `10_000_000_000_000_000.0` schreiben (was das gleiche ist wie `1000000000000000.0`) und Python damit zwingen, diese Zahl auszugeben, dann schreibt es `1e+16` in der wissenschaftlichen Notation.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following text:

```
>>> 0.0001
0.0001
>>> 0.00009
9e-05
>>> 1_000_000_000_000_000.0
1000000000000000.0
>>> 9_000_000_000_000_000.0
900000000000000.0
>>> 9_999_999_999_999_999.0
1e+16
>>> 10_000_000_000_000_000.0
1e+16
>>> 
```

The terminal uses scientific notation for very large and very small numbers, such as `1e+16` for `1000000000000000.0`.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Berechnen wir 10^{200} als float in dem wir schreiben `10.0 ** 200...`

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains several lines of Python code demonstrating scientific notation. The code includes floating-point numbers like 0.0001, 0.0009, and 9e-05, followed by large numbers such as 1_000_000_000_000_000.0, 9_000_000_000_000.0, 9_999_999_999_999_999.0, and 1e+16, which are then multiplied by 10.0 to show how scientific notation works in Python.

```
>>> 0.0001
0.0001
>>> 0.0009
9e-05
>>> 1_000_000_000_000_000.0
1000000000000000.0
>>> 9_000_000_000_000.0
900000000000000.0
>>> 9_999_999_999_999_999.0
999999999999999.0
>>> 1e+16
1000000000000000.0
>>> 10.0 ** 200
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Berechnen wir 10^{200} als float in dem wir schreiben `10.0 ** 200`, dann schreibt es `1e+200` in der wissenschaftlichen Notation.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following text:

```
>>> 0.00009
9e-05
>>> 1_000_000_000_000_000.0
1000000000000000.0
>>> 9_000_000_000_000_000.0
900000000000000.0
>>> 9_999_999_999_999_999.0
1e+16
>>> 10_000_000_000_000.0
1e+16
>>> 10.0 ** 200
1e+200
>>> 
```

The terminal window has a dark background and light-colored text. It includes standard window controls (minimize, maximize, close) at the top right.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele

- Berechnen wir $-(10^{-200})$ als float in dem wir schreiben `-(10.0 ** -200)...`



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 0.00009
9e-05
>>> 1_000_000_000_000_000.0
1000000000000000.0
>>> 9_000_000_000_000_000.0
900000000000000.0
>>> 9_999_999_999_999_999.0
1e+16
>>> 10_000_000_000_000.0
1e+16
>>> 10.0 ** 200
1e+200
>>> -(10.0 ** -200)
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Berechnen wir $-(10^{-200})$ als `float` in dem wir schreiben `-(10.0 ** -200)`, dann schreibt es `-1e-200` in der wissenschaftlichen Notation.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 1_000_000_000_000.0
1000000000000000.0
>>> 9_000_000_000_000.0
900000000000000.0
>>> 9_999_999_999_999_999.0
1e+16
>>> 10_000_000_000_000.0
1e+16
>>> 10.0 ** 200
1e+200
>>> -(10.0 ** -200)
-1e-200
>>> 
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele

- Berechnen wir $2.1^{-300.1}$ als float in dem wir schreiben `2.1 ** -300.1...`



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 1_000_000_000_000_000.0
1000000000000000000.0
>>> 9_000_000_000_000_000.0
900000000000000000.0
>>> 9_999_999_999_999_999.0
1e+16
>>> 10_000_000_000_000_000.0
1e+16
>>> 10.0 ** 200
1e+200
>>> -(10.0 ** -200)
-1e-200
>>> 2.1 ** -300.1
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Berechnen wir $2.1^{-300.1}$ als float in dem wir schreiben `2.1 ** -300.1`, dann schreibt es `2.0044242594658263e-97` in der wissenschaftlichen Notation.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 9_000_000_000_000_000.0
9000000000000000.0
>>> 9_999_999_999_999_999.0
1e+16
>>> 10_000_000_000_000_000.0
1e+16
>>> 10.0 ** 200
1e+200
>>> -(10.0 ** -200)
-1e-200
>>> 2.1 ** -300.1
2.0044242594658263e-97
>>> 
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Berechnen wir $10^{200.1}$ als `float` in dem wir schreiben `10.0 ** 200.1...`

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 9_000_000_000_000_000.0
9000000000000000.0
>>> 9_999_999_999_999_999.0
1e+16
>>> 10_000_000_000_000_000.0
1e+16
>>> 10.0 ** 200
1e+200
>>> -(10.0 ** -200)
-1e-200
>>> 2.1 ** -300.1
2.0044242594658263e-97
>>> 10.0 ** 200.1
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Berechnen wir $10^{200.1}$ als float in dem wir schreiben `10.0 ** 200.1`, dann schreibt es `1.2589254117941507e+200` in der wissenschaftlichen Notation.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 9_999_999_999_999_999.0
1e+16
>>> 10_000_000_000_000_000.0
1e+16
>>> 10.0 ** 200
1e+200
>>> -(10.0 ** -200)
-1e-200
>>> 2.1 ** -300.1
2.0044242594658263e-97
>>> 10.0 ** 200.1
1.2589254117941507e+200
>>> □
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Schreiben wir dagegen `2e5` in der wissenschaftlichen Notation...

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following text:

```
>>> 9_999_999_999_999_999.0
1e+16
>>> 10_000_000_000_000_000.0
1e+16
>>> 10.0 ** 200
1e+200
>>> -(10.0 ** -200)
-1e-200
>>> 2.1 ** -300.1
2.0044242594658263e-97
>>> 10.0 ** 200.1
1.2589254117941507e+200
>>> 2e5
```

The last line, `>>> 2e5`, is highlighted with a red rectangle.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Schreiben wir dagegen `2e5` in der wissenschaftlichen Notation, dann schreibt Python `200000.0`.



A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following Python code and its output:

```
>>> 10_000_000_000_000_000.0
1e+16
>>> 10.0 ** 200
1e+200
>>> -(10.0 ** -200)
-1e-200
>>> 2.1 ** -300.1
2.0044242594658263e-97
>>> 10.0 ** 200.1
1.2589254117941507e+200
>>> 2e5
200000.0
>>> 
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Schreiben wir `2.34e10` in der wissenschaftlichen Notation...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 10_000_000_000_000_000.0
1e+16
>>> 10.0 ** 200
1e+200
>>> -(10.0 ** -200)
-1e-200
>>> 2.1 ** -300.1
2.0044242594658263e-97
>>> 10.0 ** 200.1
1.2589254117941507e+200
>>> 2e5
200000.0
>>> 2.34e10
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Schreiben wir `2.34e10` in der wissenschaftlichen Notation, dann schreibt Python es als `23400000000.0`.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following text:

```
>>> 10.0 ** 200
1e+200
>>> -(10.0 ** -200)
-1e-200
>>> 2.1 ** -300.1
2.0044242594658263e-97
>>> 10.0 ** 200.1
1.2589254117941507e+200
>>> 2e5
200000.0
>>> 2.34e10
23400000000.0
>>> 
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele

- Schreiben wir stattdessen `2.3456e+16` in der wissenschaftlichen Notation...



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 10.0 ** 200
1e+200
>>> -(10.0 ** -200)
-1e-200
>>> 2.1 ** -300.1
2.0044242594658263e-97
>>> 10.0 ** 200.1
1.2589254117941507e+200
>>> 2e5
200000.0
>>> 2.34e10
23400000000.0
>>> 2.3456e16
```



Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele

- Schreiben wir stattdessen `2.3456e+16` in der wissenschaftlichen Notation, dann schreibt Python es ebenfalls als `2.3456e+16` in der wissenschaftlichen Notation.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following Python session:

```
>>> -(10.0 ** -200)
-1e-200
>>> 2.1 ** -300.1
2.0044242594658263e-97
>>> 10.0 ** 200.1
1.2589254117941507e+200
>>> 2e5
200000.0
>>> 2.34e10
23400000000.0
>>> 2.3456e16
2.3456e+16
>>> 
```

The terminal has a dark background and light-colored text. The command prompt is "tweise@weise-laptop: ~". The window includes standard OS X-style window controls at the top right.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Schreiben wir stattdessen `-12e30` in **fast** der wissenschaftlichen Notation...

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following text:

```
>>> -(10.0 ** -200)
-1e-200
>>> 2.1 ** -300.1
2.0044242594658263e-97
>>> 10.0 ** 200.1
1.2589254117941507e+200
>>> 2e5
200000.0
>>> 2.34e10
23400000000.0
>>> 2.3456e16
2.3456e+16
>>> -12e30
```

The last line, `>>> -12e30`, is followed by a cursor in a text input field.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Schreiben wir stattdessen `-12e30` in **fast** der wissenschaftlichen Notation, dann schreibt Python es ebenfalls als `-1.2e31` in der wissenschaftlichen Notation mit nur einer Vorkomma-Stelle.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following Python code:

```
>>> 2.1 ** -300.1
2.0044242594658263e-97
>>> 10.0 ** 200.1
1.2589254117941507e+200
>>> 2e5
200000.0
>>> 2.34e10
23400000000.0
>>> 2.3456e16
2.3456e+16
>>> -12e30
-1.2e+31
>>> 
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Schreiben wir $0.023e-20$ in **fast** der wissenschaftlichen Notation...

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains several lines of Python code demonstrating various scientific notation calculations. The code includes:

```
>>> 2.1 ** -300.1
2.0044242594658263e-97
>>> 10.0 ** 200.1
1.2589254117941507e+200
>>> 2e5
200000.0
>>> 2.34e10
23400000000.0
>>> 2.3456e16
2.3456e+16
>>> -12e30
-1.2e+31
>>> 0.023e-20
```

The terminal window has a dark background and light-colored text. It includes standard window controls (minimize, maximize, close) at the top right.



Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele

- Schreiben wir `0.023e-20` in **fast** der wissenschaftlichen Notation, dann schreibt Python es ebenfalls als `2.3e-22` in der wissenschaftlichen Notation mit genau einer Vorkomma-Stelle, die nicht 0 ist.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following Python code and its output:

```
>>> 10.0 ** 200.1
1.2589254117941507e+200
>>> 2e5
200000.0
>>> 2.34e10
23400000000.0
>>> 2.3456e16
2.3456e+16
>>> -12e30
-1.2e+31
>>> 0.023e-20
2.3e-22
>>> 
```

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele

- Damit haben wie die wissenschaftliche Notation verstanden.



Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Damit haben wir die wissenschaftliche Notation verstanden.
- Genauso, wie es Python egal ist, ob ein `int`-Wert in hexadezimaler, dezimaler, oktaler, oder binärer Schreibweise eingegeben wurde, ist es Python egal, ob wir `float`-Werte in wissenschaftlicher Notation schreiben oder „normal“.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Damit haben wir die wissenschaftliche Notation verstanden.
- Genauso, wie es Python egal ist, ob ein `int`-Wert in hexadezimaler, dezimaler, oktaler, oder binärer Schreibweise eingegeben wurde, ist es Python egal, ob wir `float`-Werte in wissenschaftlicher Notation schreiben oder „normal“.
- Die wissenschaftliche Notation ist wieder nur ein Textformat für die Ein- und Ausgabe von (`float`) Zahlen.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Damit haben wir die wissenschaftliche Notation verstanden.
- Genauso, wie es Python egal ist, ob ein `int`-Wert in hexadezimaler, dezimaler, oktaler, oder binärer Schreibweise eingegeben wurde, ist es Python egal, ob wir `float`-Werte in wissenschaftlicher Notation schreiben oder „normal“.
- Die wissenschaftliche Notation ist wieder nur ein Textformat für die Ein- und Ausgabe von (`float`) Zahlen.
- Ein `float` „weiß nicht“ wie es eingegeben wurde.

Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele



- Damit haben wie die wissenschaftliche Notation verstanden.
- Genauso, wie es Python egal ist, ob ein `int`-Wert in hexadezimaler, dezimaler, oktaler, oder binärer Schreibweise eingegeben wurde, ist es Python egal, ob wir `float`-Werte in wissenschaftlicher Notation schreiben oder „normal“.
- Die wissenschaftliche Notation ist wieder nur ein Textformat für die Ein- und Ausgabe von (`float`) Zahlen.
- Ein `float` „weiß nicht“ wie es eingegeben wurde.
- Bei der Ausgabe entscheidet Python automatisch, welches das sinnvollste Format ist.



Die Wissenschaftliche Notation: Beispiele

- Damit haben wir die wissenschaftliche Notation verstanden.
- Genauso, wie es Python egal ist, ob ein `int`-Wert in hexadezimaler, dezimaler, oktaler, oder binärer Schreibweise eingegeben wurde, ist es Python egal, ob wir `float`-Werte in wissenschaftlicher Notation schreiben oder „normal“.
- Die wissenschaftliche Notation ist wieder nur ein Textformat für die Ein- und Ausgabe von (`float`) Zahlen.
- Ein `float` „weiß nicht“ wie es eingegeben wurde.
- Bei der Ausgabe entscheidet Python automatisch, welches das sinnvollste Format ist.

Gute Praxis

Wenn Sie große `int`- oder `float`-Werte spezifizieren müssen, benutzen Sie Unterstriche (`_`) um Gruppen von Ziffern zu trennen¹². `37_859_378` ist z. B. viel leichter zu lesen als `is much easier to read than 37859378`.



Grenzen



Sehr kleine Zahlen



- Wir wissen, dass der Fließkommatyp `float` sowohl sehr kleine als auch sehr große Zahlen darstellen kann.

Sehr kleine Zahlen



- Wir wissen, dass der Fließkommatyp `float` sowohl sehr kleine als auch sehr große Zahlen darstellen kann.
- Intern ist er 64 Bits groß, also ist sein Wertebereich natürlich begrenzt.



Sehr kleine Zahlen

- Wir wissen, dass der Fließkommatyp `float` sowohl sehr kleine als auch sehr große Zahlen darstellen kann.
- Intern ist er 64 Bits groß, also ist sein Wertebereich natürlich begrenzt.
- Was passiert, wenn wir diese Grenzen überschreiten?



Sehr kleine Zahlen

- Wir wissen, dass der Fließkommatyp `float` sowohl sehr kleine als auch sehr große Zahlen darstellen kann.
- Intern ist er 64 Bits groß, also ist sein Wertebereich natürlich begrenzt.
- Was passiert, wenn wir diese Grenzen überschreiten?
- Python kann sehr kleine Zahlen, z. B. 10^{-300} , als `floats` speichern.



Sehr kleine Zahlen

- Wir wissen, dass der Fließkommatyp `float` sowohl sehr kleine als auch sehr große Zahlen darstellen kann.
- Intern ist er 64 Bits groß, also ist sein Wertebereich natürlich begrenzt.
- Was passiert, wenn wir diese Grenzen überschreiten?
- Python kann sehr kleine Zahlen, z. B. 10^{-300} , als `floats` speichern.
- Aber wie klein genau?

Sehr kleine Zahlen



- Wir wissen, dass der Fließkommatyp `float` sowohl sehr kleine als auch sehr große Zahlen darstellen kann.
- Intern ist er 64 Bits groß, also ist sein Wertebereich natürlich begrenzt.
- Was passiert, wenn wir diese Grenzen überschreiten?
- Python kann sehr kleine Zahlen, z. B. 10^{-300} , als `floats` speichern.
- Aber wie klein *genau*?
- Java benutzt den selben IEEE 754 Standard⁴¹ für seinen Datentyp `double`.

Sehr kleine Zahlen



- Wir wissen, dass der Fließkommatyp `float` sowohl sehr kleine als auch sehr große Zahlen darstellen kann.
- Intern ist er 64 Bits groß, also ist sein Wertebereich natürlich begrenzt.
- Was passiert, wenn wir diese Grenzen überschreiten?
- Python kann sehr kleine Zahlen, z. B. 10^{-300} , als `floats` speichern.
- Aber wie klein *genau*?
- Java benutzt den selben IEEE 754 Standard⁴¹ für seinen Datentyp `double`.
- In der entsprechenden Dokumentation¹⁷ finden wir, dass der kleinste Wert 2^{-1074} ist, was ein etwa $4.940\,656\,458\,412\,465\,44 * 10^{-324}$ entspricht.

Sehr kleine Zahlen



- Wir wissen, dass der Fließkommatyp `float` sowohl sehr kleine als auch sehr große Zahlen darstellen kann.
- Intern ist er 64 Bits groß, also ist sein Wertebereich natürlich begrenzt.
- Was passiert, wenn wir diese Grenzen überschreiten?
- Python kann sehr kleine Zahlen, z. B. 10^{-300} , als `floats` speichern.
- Aber wie klein *genau*?
- Java benutzt den selben IEEE 754 Standard⁴¹ für seinen Datentyp `double`.
- In der entsprechenden Dokumentation¹⁷ finden wir, dass der kleinste Wert 2^{-1074} ist, was ein etwa $4.940\,656\,458\,412\,465\,44 * 10^{-324}$ entspricht.
- Der kleinste Wert für Python's `floats` sollte also auch in etwa in dieser Gegend liegen.

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Probieren wir das mal aus: Wir geben verschiedene sehr kleine Zahlen in den Python-Interpreter ein und gucken, was passiert.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `1e-323` ein...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1e-323
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `1e-323` ein und Python gibt auch wieder `1e-323` aus.

```
tweise@weise-laptop: ~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1e-323
1e-323
>>> 
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `9e-324` ein...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1e-323
1e-323
>>> 9e-324[ ]
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `9e-324` ein und Python gibt uns stattdessen wieder `1e-323` aus. Wir sind bereits so nahe an 0, dass nur noch die letzten Bits des Signifikand genutzt werden und viele Zahlen zusammenfallen.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1e-323
1e-323
>>> 9e-324
1e-323
>>> █
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `8e-324` ein...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1e-323
1e-323
>>> 9e-324
1e-323
>>> 8e-324
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `8e-324` ein und Python gibt uns wieder `1e-323` aus. Wir sind bereits so nahe an 0, dass nur noch die letzten Bits des Signifikand genutzt werden und viele Zahlen zusammenfallen.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1e-323
1e-323
>>> 9e-324
1e-323
>>> 8e-324
1e-323
>>> 
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `7e-324` ein

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1e-323
1e-323
>>> 9e-324
1e-323
>>> 8e-324
1e-323
>>> 7e-324[ ]
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `7e-324` ein und Python gibt uns nun `5e-324` aus. Wir sind bereits so nahe an 0, dass nur noch die letzten Bits des Signifikand genutzt werden und viele Zahlen zusammenfallen.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1e-323
1e-323
>>> 9e-324
1e-323
>>> 8e-324
1e-323
>>> 7e-324
5e-324
>>> 
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `6e-324` ein...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1e-323
1e-323
>>> 9e-324
1e-323
>>> 8e-324
1e-323
>>> 7e-324
5e-324
>>> 6e-324
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `6e-324` ein und Python gibt uns wieder `5e-324` aus. Wir sind bereits so nahe an 0, dass nur noch die letzten Bits des Signifikand genutzt werden und viele Zahlen zusammenfallen.

```
tweise@weise-laptop: ~
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1e-323
1e-323
>>> 9e-324
1e-323
>>> 8e-324
1e-323
>>> 7e-324
5e-324
>>> 6e-324
5e-324
>>> 
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `5e-324` ein...

```
tweise@weise-laptop: ~
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1e-323
1e-323
>>> 9e-324
1e-323
>>> 8e-324
1e-323
>>> 7e-324
5e-324
>>> 6e-324
5e-324
>>> 5e-324[]
```



Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren

- Wir geben `5e-324` ein und Python gibt uns wieder `5e-324` aus. Das bedeutet, dass im `float` Format `7e-324 == 6e-324 == 5e-324` gilt.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 1e-323
1e-323
>>> 9e-324
1e-323
>>> 8e-324
1e-323
>>> 7e-324
5e-324
>>> 6e-324
5e-324
>>> 5e-324
5e-324
>>> 
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `4.94065645841246544e-324` ein, nämlich die kleinste `double`-Zahl in Java¹⁷ ...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 1e-323
1e-323
>>> 9e-324
1e-323
>>> 8e-324
1e-323
>>> 7e-324
5e-324
>>> 6e-324
5e-324
>>> 5e-324
5e-324
>>> 4.94065645841246544e-324
```



Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren

- Wir geben `4.94065645841246544e-324` ein, nämlich die kleinste `double`-Zahl in Java¹⁷ und Python gibt uns wieder `5e-324` aus.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 9e-324
1e-323
>>> 8e-324
1e-323
>>> 7e-324
5e-324
>>> 6e-324
5e-324
>>> 5e-324
5e-324
>>> 4.94065645841246544e-324
5e-324
>>> 
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `4e-324` ein...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 9e-324
1e-323
>>> 8e-324
1e-323
>>> 7e-324
5e-324
>>> 6e-324
5e-324
>>> 5e-324
5e-324
>>> 4.94065645841246544e-324
5e-324
>>> 4e-324
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `4e-324` ein und Python gibt uns wieder `5e-324` aus. Das bedeutet, dass im `float` Format `7e-324 == 4e-324` gilt.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 8e-324
1e-323
>>> 7e-324
5e-324
>>> 6e-324
5e-324
>>> 5e-324
5e-324
>>> 4.94065645841246544e-324
5e-324
>>> 4e-324
5e-324
>>> 
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `3e-324` ein...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 8e-324
1e-323
>>> 7e-324
5e-324
>>> 6e-324
5e-324
>>> 5e-324
5e-324
>>> 4.94065645841246544e-324
5e-324
>>> 4e-324
5e-324
>>> 3e-324
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `3e-324` ein und Python gibt uns wieder `5e-324` aus. Das bedeutet, dass im `float` Format `7e-324 == 3e-324` gilt.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 7e-324
5e-324
>>> 6e-324
5e-324
>>> 5e-324
5e-324
>>> 4.94065645841246544e-324
5e-324
>>> 4e-324
5e-324
>>> 3e-324
5e-324
>>> 
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `2e-324` ein...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 7e-324
5e-324
>>> 6e-324
5e-324
>>> 5e-324
5e-324
>>> 4.94065645841246544e-324
5e-324
>>> 4e-324
5e-324
>>> 3e-324
5e-324
>>> 2e-324[]
```



Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren

- Wir geben `2e-324` ein und Python gibt uns `0` aus. `2e-324` ist also einfach zu klein, um noch dargestellt zu werden.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following Python session:

```
>>> 6e-324
5e-324
>>> 5e-324
5e-324
>>> 4.94065645841246544e-324
5e-324
>>> 4e-324
5e-324
>>> 3e-324
5e-324
>>> 2e-324
0.0
>>> 
```

The terminal has a dark background and light-colored text. It includes standard window controls (minimize, maximize, close) at the top right.

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `1e-324` ein...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 6e-324
5e-324
>>> 5e-324
5e-324
>>> 4.94065645841246544e-324
5e-324
>>> 4e-324
5e-324
>>> 3e-324
5e-324
>>> 2e-324
0.0
>>> 1e-324
```



Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren

- Wir geben `1e-324` ein und Python gibt uns natürlich auch `0` aus. `1e-324` ist natürlich dann auch zu klein, um noch dargestellt zu werden.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 5e-324
5e-324
>>> 4.94065645841246544e-324
5e-324
>>> 4e-324
5e-324
>>> 3e-324
5e-324
>>> 2e-324
0.0
>>> 1e-324
0.0
>>> □
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben $0 == 3e-324$ ein...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 5e-324
5e-324
>>> 4.94065645841246544e-324
5e-324
>>> 4e-324
5e-324
>>> 3e-324
5e-324
>>> 2e-324
0.0
>>> 1e-324
0.0
>>> 0 == 3e-324
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `0 == 3e-324` ein und Python sagt, dass das `False`, also *nicht wahr* ist.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 4.94065645841246544e-324
5e-324
>>> 4e-324
5e-324
>>> 3e-324
5e-324
>>> 2e-324
0.0
>>> 1e-324
0.0
>>> 0 == 3e-324
False
>>> 
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben $0 == 2e-324$ ein...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 4.94065645841246544e-324
5e-324
>>> 4e-324
5e-324
>>> 3e-324
5e-324
>>> 2e-324
0.0
>>> 1e-324
0.0
>>> 0 == 3e-324
False
>>> 0 == 2e-324[]
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `0 == 2e-324` ein und Python sagt, dass das `True`, also *wahr* ist. Stimmt ja auch: `2e-324` ist so klein, dass es als `0` gespeichert wird.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 4e-324
5e-324
>>> 3e-324
5e-324
>>> 2e-324
0.0
>>> 1e-324
0.0
>>> 0 == 3e-324
False
>>> 0 == 2e-324
True
>>> 
```

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir können also sehr kleine Zahlen mit `floats` speichern.

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir können also sehr kleine Zahlen mit `floats` speichern.
- Aber es gibt eine Grenze, und wenn wir diese unterschreiten, werden die Zahlen als `0` interpretiert.

Sehr kleine Zahlen: Ausprobieren



- Wir können also sehr kleine Zahlen mit `floats` speichern.
- Aber es gibt eine Grenze, und wenn wir diese unterschreiten, werden die Zahlen als `0` interpretiert.
- Und wenn wir der Grenze sehr nahe kommen, dann fallen immer mehr Zahlen aufeinander, weil wir nur noch die letzten paar Bits des Signifikand nutzen.

Sehr große Zahlen



- Für kleine Zahlen gibt es ein natürliches Ende: sehr sehr kleine Zahlen sind einfach 0.

Sehr große Zahlen



- Für kleine Zahlen gibt es ein natürliches Ende: sehr sehr kleine Zahlen sind einfach 0.
- Was passiert mit sehr großen Zahlen?

Sehr große Zahlen



- Für kleine Zahlen gibt es ein natürliches Ende: sehr sehr kleine Zahlen sind einfach 0.
- Was passiert mit sehr großen Zahlen?
- Die Java-Dokumentation¹⁷ nennt $(2 - 2^{-52}) * 2^{1023} \approx 1.797\,693\,134\,862\,315\,708 \dots * 10^{308}$ als die größte Zahl, die mit 64-Bit Fließkommazahlen dargestellt werden kann.

Sehr große Zahlen



- Für kleine Zahlen gibt es ein natürliches Ende: sehr sehr kleine Zahlen sind einfach 0.
- Was passiert mit sehr großen Zahlen?
- Die Java-Dokumentation¹⁷ nennt $(2 - 2^{-52}) * 2^{1023} \approx 1.797\,693\,134\,862\,315\,708 \dots * 10^{308}$ als die größte Zahl, die mit 64-Bit Fließkommazahlen dargestellt werden kann.
- Was passiert danach?

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Probieren wir das mal aus: Wir geben verschiedene sehr große Zahlen in den Python-Interpreter ein und gucken, was passiert.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `1.7976931348623157e+308` ein, was geringfügig kleiner als die in der Java-Dokumentation genannte Zahl ist...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1.7976931348623157e+308
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `1.7976931348623157e+308` ein, was geringfügig kleiner als die in der Java-Dokumentation genannte Zahl ist und Python gibt auch wieder `1.7976931348623157e+308` aus.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1.7976931348623157e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 
```



Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- Wir geben `1.7976931348623158e+308` ein, also genau die in der Java-Dokumentation genannte Zahl $1.797\,693\,134\,862\,315\,708 \dots * 10^{308} \dots$

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1.7976931348623157e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623158e+308
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `1.7976931348623158e+308` ein, also genau die in der Java-Dokumentation genannte Zahl $1.797\,693\,134\,862\,315\,708 \dots * 10^{308}$, Python gibt aber wieder `1.7976931348623157e+308` aus ... die beiden Zahlen sind zu nahe beieinander und können bei der Genauigkeit von 15 Ziffern nicht unterschieden werden.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1.7976931348623157e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623158e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `1.7976931348623159e+308` ein, was geringfügig größer als die in der Java-Dokumentation genannte Zahl ist...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1.7976931348623157e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623158e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623159e+308
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `1.7976931348623159e+308` ein, was geringfügig größer als die in der Java-Dokumentation genannte Zahl ist und Python gibt `inf` aus.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1.7976931348623157e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623158e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623159e+308
inf
>>> 
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `1.7976931348623159e+308` ein, was geringfügig größer als die in der Java-Dokumentation genannte Zahl ist und Python gibt `inf` aus.
- `inf` ist eine Konstante aus dem Modul `math` die bedeutet „zu groß, um mit einem `float` als Zahl dargestellt zu werden“, was unendlich ($+\infty$) einschließt, aber eben **auch** einfach alle Zahlen größer als `1.7976931348623158e+308`.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows the following Python session:

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1.7976931348623157e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623158e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623159e+308
inf
>>> 
```

The terminal has a dark background and light-colored text. It includes standard window control buttons (minimize, maximize, close) at the top.

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `-1.7976931348623159e+308` ein...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1.7976931348623157e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623158e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623159e+308
inf
>>> -1.7976931348623159e+308
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Wir geben `-1.7976931348623159e+308` ein und bekommen `-inf` angezeigt.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1.7976931348623157e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623158e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623159e+308
inf
>>> -1.7976931348623159e+308
-inf
>>> 
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Wenn wir rechnen $-1.7976931348623157e+308 * 3\dots$

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 1.7976931348623157e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623158e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623159e+308
inf
>>> -1.7976931348623159e+308
-inf
>>> -1.7976931348623157e+308 * 2
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Wenn wir rechnen $-1.7976931348623157e+308 * 3$, dann ergibt das ebenfalls $-\inf$.

```
tweise@weise-laptop: ~
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.

>>> 1.7976931348623157e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623158e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623159e+308
inf
>>> -1.7976931348623159e+308
-inf
>>> -1.7976931348623157e+308 * 2
-inf
>>> 
```



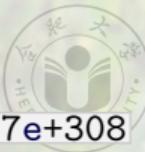
Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- `int` hat einen unbegrenzten Wertebereich, wir können also `1.7976931348623157e+308` als `int` schreiben...

```
tweise@weise-laptop: ~
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.

>>> 1.7976931348623157e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623158e+308
1.7976931348623157e+308
>>> 1.7976931348623159e+308
inf
>>> -1.7976931348623159e+308
-inf
>>> -1.7976931348623157e+308 * 2
-inf
>>> 17_976_931_348_623_157 * 10 ** 292
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- `int` hat einen unbegrenzten Wertebereich, wir können also `1.7976931348623157e+308` als `int` schreiben und das geht problemlos.

Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- Diesen `int` können wir in einen `float` umwandeln, in dem wir ihn mit `1.0` multiplizieren...

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Diesen `int` können wir in einen `float` umwandeln, in dem wir ihn mit `1.0` multiplizieren und es kommt `1.7976931348623157e+308` heraus.

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Wir schreiben jetzt eine Zahl, die zehnmal so groß ist, in dem wir mit `10 ** 293` anstelle von `10 ** 292` multiplizieren...

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Wir schreiben jetzt eine Zahl, die zehnmal so groß ist, in dem wir mit `10 ** 293` anstelle von `10 ** 292` multiplizieren und das geht problemlos.

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Diesen `int` können wir versuchen in einen `float` umwandeln, in dem wir ihn mit 1.0 multiplizieren...

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Diesen `int` können wir versuchen in einen `float` umwandeln, in dem wir ihn mit `1.0` multiplizieren und Python sagt: „Nein, könnt Ihr nicht.“. (`Exceptions` lernen wir später.)

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Importieren wir mal `e` und `log` aus dem Modul `math` um mehr Unsinn zu machen...

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Importieren wir mal `e` und `log` aus dem Modul `math` um mehr Unsinn zu machen. Und das geht problemlos.

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Die größte float-Zahl, die noch geht, war $1.7976931348623157 \times 10^{308}$. Rechnen wir mal $\log(1.7976931348623157 \times 10^{308})$ aus...

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Die größte float-Zahl, die noch geht, war `1.7976931348623157e+308`. Rechnen wir mal `log(1.7976931348623157e+308)` aus, was `709.782712893384` ergibt.

Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- e ** 709.782712893384 sollte also in etwa wieder die größte Zahl ergeben...

Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- `e ** 709.782712893384` sollte also in etwa wieder die größte Zahl ergeben.
`1.7976931348622053e+308` liegt nahe genug dran ... wie gesagt, wir haben begrenzte Genauigkeit mit `floats`.

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Was passiert, wenn wir `e ** 709.782712893385` anstatt `e ** 709.782712893384` versuchen?

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Was passiert, wenn wir `e ** 709.782712893385` anstatt `e ** 709.782712893384` versuchen? Dann sagt Python: „Nö. Macht Ihr nicht.“

```
tweise@weise-laptop: ~
File "<stdin>", line 1, in <module>
OverflowError: int too large to convert to float
>>> from math import e, log
>>> log(1.7976931348623157e+308)
709.782712893384
>>> e ** 709.782712893384
1.7976931348622053e+308
>>> e ** 709.782712893385
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
OverflowError: (34, 'Numerical result out of range')
>>> 
```



Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- Wenn `1.7976931348623157e+308` die größte Zahl ist, was ist dann
`1 / 1.7976931348623157e+308`?

```
tweise@weise-laptop: ~
File "<stdin>", line 1, in <module>
OverflowError: int too large to convert to float
>>> from math import e, log
>>> log(1.7976931348623157e+308)
709.782712893384
>>> e ** 709.782712893384
1.7976931348622053e+308
>>> e ** 709.782712893385
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
OverflowError: (34, 'Numerical result out of range')
>>> 1 / 1.7976931348623157e+308
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Wenn $1.7976931348623157e+308$ die größte Zahl ist, was ist dann

$1 / 1.7976931348623157e+308$? $5.562684646268003e-309$, was schon sehr klein ist.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> from math import e, log
>>> log(1.7976931348623157e+308)
709.782712893384
>>> e ** 709.782712893384
1.7976931348622053e+308
>>> e ** 709.782712893385
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
OverflowError: (34, 'Numerical result out of range')
>>> 1 / 1.7976931348623157e+308
5.562684646268003e-309
>>> 
```



Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- Wenn `1.7976931348623159e+308` zu `inf` wird, was passiert mit
`1 / 1.7976931348623159e+308`?

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> from math import e, log
>>> log(1.7976931348623157e+308)
709.782712893384
>>> e ** 709.782712893384
1.7976931348622053e+308
>>> e ** 709.782712893385
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
OverflowError: (34, 'Numerical result out of range')
>>> 1 / 1.7976931348623157e+308
5.562684646268003e-309
>>> 1 / 1.7976931348623159e+308[]
```



Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- Wenn `1.7976931348623159e+308` zu `inf` wird, was passiert mit
`1 / 1.7976931348623159e+308`? Es wird zu `0.0`.

```
tweise@weise-laptop: ~
709.782712893384
>>> e ** 709.782712893384
1.7976931348622053e+308
>>> e ** 709.782712893385
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
OverflowError: (34, 'Numerical result out of range')
>>> 1 / 1.7976931348623157e+308
5.562684646268003e-309
>>> 1 / 1.7976931348623159e+308
0.0
>>> 
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Importieren wir mal `inf` aus dem Modul `math`...

```
tweise@weise-laptop: ~
709.782712893384
>>> e ** 709.782712893384
1.7976931348622053e+308
>>> e ** 709.782712893385
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
OverflowError: (34, 'Numerical result out of range')
>>> 1 / 1.7976931348623157e+308
5.562684646268003e-309
>>> 1 / 1.7976931348623159e+308
0.0
>>> from math import inf
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Importieren wir mal `inf` aus dem Modul `math`. Und das geht problemlos.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> e ** 709.782712893384
1.7976931348622053e+308
>>> e ** 709.782712893385
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
OverflowError: (34, 'Numerical result out of range')
>>> 1 / 1.7976931348623157e+308
5.562684646268003e-309
>>> 1 / 1.7976931348623159e+308
0.0
>>> from math import inf
>>> 
```



Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- Wenn `1.7976931348623159e+308` zu `inf` wird, was ist dann

```
1.7976931348623159e+308 == inf?
```

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> e ** 709.782712893384
1.7976931348622053e+308
>>> e ** 709.782712893385
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
OverflowError: (34, 'Numerical result out of range')
>>> 1 / 1.7976931348623157e+308
5.562684646268003e-309
>>> 1 / 1.7976931348623159e+308
0.0
>>> from math import inf
>>> inf == 1.7976931348623159e+308
```



Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- Wenn `1.7976931348623159e+308` zu `inf` wird, was ist dann
`1.7976931348623159e+308 == inf?`. Es ist `True`, also „Wahr“.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> e ** 709.782712893385
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
OverflowError: (34, 'Numerical result out of range')
>>> 1 / 1.7976931348623157e+308
5.562684646268003e-309
>>> 1 / 1.7976931348623159e+308
0.0
>>> from math import inf
>>> inf == 1.7976931348623159e+308
True
>>> 
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- `1.7976931348623158e+308` ist die größte Zahl, die noch „geht“. Was ist dann `1.7976931348623158e+308 == inf`?

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> e ** 709.782712893385
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
OverflowError: (34, 'Numerical result out of range')
>>> 1 / 1.7976931348623157e+308
5.562684646268003e-309
>>> 1 / 1.7976931348623159e+308
0.0
>>> from math import inf
>>> inf == 1.7976931348623159e+308
True
>>> inf == 1.7976931348623158e+308
```

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- `1.7976931348623158e+308` ist die größte Zahl, die noch „geht“. Was ist dann `1.7976931348623158 == inf`? Es ist `False`, also „Falsch“.

```
tweise@weise-laptop: ~
File "<stdin>", line 1, in <module>
OverflowError: (34, 'Numerical result out of range')
>>> 1 / 1.7976931348623157e+308
5.562684646268003e-309
>>> 1 / 1.7976931348623159e+308
0.0
>>> from math import inf
>>> inf == 1.7976931348623159e+308
True
>>> inf == 1.7976931348623158e+308
False
>>> 
```



Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- Während `0` der natürliche Grenzwert für kleine Zahlen ist, definiert Python die Konstante `inf` als Wert für Zahlen, die *zu groß* sind.

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Während 0 der natürliche Grenzwert für kleine Zahlen ist, definiert Python die Konstante `inf` als Wert für Zahlen, die *zu groß* sind.
- Nun ist 0 eine verständliche Konstante mit klaren mathematischen Eigenschaften.



Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- Während `0` der natürliche Grenzwert für kleine Zahlen ist, definiert Python die Konstante `inf` als Wert für Zahlen, die *zu groß* sind.
- Nun ist `0` eine verständliche Konstante mit klaren mathematischen Eigenschaften.
- `inf` ist viel verwirrender.



Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- Während 0 der natürliche Grenzwert für kleine Zahlen ist, definiert Python die Konstante `inf` als Wert für Zahlen, die *zu groß* sind.
- Nun ist 0 eine verständliche Konstante mit klaren mathematischen Eigenschaften.
- `inf` ist viel verwirrender.
- Es bedeutet **nicht** unendlich.



Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- Während 0 der natürliche Grenzwert für kleine Zahlen ist, definiert Python die Konstante `inf` als Wert für Zahlen, die *zu groß* sind.
- Nun ist 0 eine verständliche Konstante mit klaren mathematischen Eigenschaften.
- `inf` ist viel verwirrender.
- Es bedeutet **nicht** unendlich.
- $1.797\,693\,134\,862\,315\,9 * 10^{308}$ ist nämlich nicht das gleiche wie $+\infty$.



Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- Während 0 der natürliche Grenzwert für kleine Zahlen ist, definiert Python die Konstante `inf` als Wert für Zahlen, die *zu groß* sind.
- Nun ist 0 eine verständliche Konstante mit klaren mathematischen Eigenschaften.
- `inf` ist viel verwirrender.
- Es bedeutet **nicht** unendlich.
- $1.797\,693\,134\,862\,315\,9 * 10^{308}$ ist nämlich nicht das gleiche wie $+\infty$.
- `inf` verhält sich aber in einigen Rechnungen ähnlich wie unendlich.



Sehr große Zahlen: Ausprobieren

- Während 0 der natürliche Grenzwert für kleine Zahlen ist, definiert Python die Konstante `inf` als Wert für Zahlen, die *zu groß* sind.
- Nun ist 0 eine verständliche Konstante mit klaren mathematischen Eigenschaften.
- `inf` ist viel verwirrender.
- Es bedeutet **nicht** unendlich.
- $1.797\,693\,134\,862\,315\,9 * 10^{308}$ ist nämlich nicht das gleiche wie $+\infty$.
- `inf` verhält sich aber in einigen Rechnungen ähnlich wie unendlich.
- Ein sogenannter Überlauf bei einer Berechnung kann zu `inf` führen, manchmal aber auch zu einem Fehler der die Berechnung direkt stoppt.

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Während 0 der natürliche Grenzwert für kleine Zahlen ist, definiert Python die Konstante `inf` als Wert für Zahlen, die *zu groß* sind.
- Nun ist 0 eine verständliche Konstante mit klaren mathematischen Eigenschaften.
- `inf` ist viel verwirrender.
- Es bedeutet **nicht** unendlich.
- $1.797\,693\,134\,862\,315\,9 * 10^{308}$ ist nämlich nicht das gleiche wie $+\infty$.
- `inf` verhält sich aber in einigen Rechnungen ähnlich wie unendlich.
- Ein sogenannter Überlauf bei einer Berechnung kann zu `inf` führen, manchmal aber auch zu einem Fehler der die Berechnung direkt stoppt.
- Solche Fehler sind eigentlich die bessere Variante: Es gibt sehr wenige echte Berechnungen, bei denen `inf` ein vernünftiges, erwartetes Ergebnis ist.

Sehr große Zahlen: Ausprobieren



- Während 0 der natürliche Grenzwert für kleine Zahlen ist, definiert Python die Konstante `inf` als Wert für Zahlen, die *zu groß* sind.
- Nun ist 0 eine verständliche Konstante mit klaren mathematischen Eigenschaften.
- `inf` ist viel verwirrender.
- Es bedeutet **nicht** unendlich.
- $1.797\,693\,134\,862\,315\,9 * 10^{308}$ ist nämlich nicht das gleiche wie $+\infty$.
- `inf` verhält sich aber in einigen Rechnungen ähnlich wie unendlich.
- Ein sogenannter Überlauf bei einer Berechnung kann zu `inf` führen, manchmal aber auch zu einem Fehler der die Berechnung direkt stoppt.
- Solche Fehler sind eigentlich die bessere Variante: Es gibt sehr wenige echte Berechnungen, bei denen `inf` ein vernünftiges, erwartetes Ergebnis ist.
- Es ist also sogar besser, wenn die Berechnung einfach mit einem Fehler abbricht ... dann wissen wir wenigstens, dass etwas schief gelaufen ist (vielleicht waren die Eingabewerte ja falsch...)

Das ist keine Zahl!



- Also gut, wir wissen jetzt, dass sehr große Zahlen irgendwann den Wertebereich von `float` zum überlaufen bringen und zu `inf` werden.



Das ist keine Zahl!

- Also gut, wir wissen jetzt, dass sehr große Zahlen irgendwann den Wertebereich von `float` zum überlaufen bringen und zu `inf` werden.
- Nun haben wir gesagt, dass `inf` praktisch alle Zahlen umfasst, die zu groß für den Wertebereich von `float` sind.

Das ist keine Zahl!



- Also gut, wir wissen jetzt, dass sehr große Zahlen irgendwann den Wertebereich von `float` zum überlaufen bringen und zu `inf` werden.
- Nun haben wir gesagt, dass `inf` praktisch alle Zahlen umfasst, die zu groß für den Wertebereich von `float` sind.
- Das sind sehr viele Zahlen.

Das ist keine Zahl!



- Also gut, wir wissen jetzt, dass sehr große Zahlen irgendwann den Wertebereich von `float` zum überlaufen bringen und zu `inf` werden.
- Nun haben wir gesagt, dass `inf` praktisch alle Zahlen umfasst, die zu groß für den Wertebereich von `float` sind.
- Das sind sehr viele Zahlen.
- Es schließt auch $+\infty$, also unendlich, mit ein.

Das ist keine Zahl!



- Also gut, wir wissen jetzt, dass sehr große Zahlen irgendwann den Wertebereich von `float` zum überlaufen bringen und zu `inf` werden.
- Nun haben wir gesagt, dass `inf` praktisch alle Zahlen umfasst, die zu groß für den Wertebereich von `float` sind.
- Das sind sehr viele Zahlen.
- Es schließt auch $+\infty$, also unendlich, mit ein.
- Wenn wir mit `inf` rechnen (was eigentlich selten eine gute Idee ist), dann verhalten sich die meisten Funktionen so, als wäre es $+\infty$.

Das ist keine Zahl!



- Also gut, wir wissen jetzt, dass sehr große Zahlen irgendwann den Wertebereich von `float` zum überlaufen bringen und zu `inf` werden.
- Nun haben wir gesagt, dass `inf` praktisch alle Zahlen umfasst, die zu groß für den Wertebereich von `float` sind.
- Das sind sehr viele Zahlen.
- Es schließt auch $+\infty$, also unendlich, mit ein.
- Wenn wir mit `inf` rechnen (was eigentlich selten eine gute Idee ist), dann verhalten sich die meisten Funktionen so, als wäre es $+\infty$.
- Was bedeutet das?

Das ist keine Zahl!



- Also gut, wir wissen jetzt, dass sehr große Zahlen irgendwann den Wertebereich von `float` zum überlaufen bringen und zu `inf` werden.
- Nun haben wir gesagt, dass `inf` praktisch alle Zahlen umfasst, die zu groß für den Wertebereich von `float` sind.
- Das sind sehr viele Zahlen.
- Es schließt auch $+\infty$, also unendlich, mit ein.
- Wenn wir mit `inf` rechnen (was eigentlich selten eine gute Idee ist), dann verhalten sich die meisten Funktionen so, als wäre es $+\infty$.
- Was bedeutet das?
- Und was passiert, wenn wir ganz komische Sachen mit `inf` machen?

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Probieren wir das mal aus: Rechnen wild mit `inf` und gucken, was passiert.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- Zuerst importieren wir wieder `inf` aus dem Modul `math`...



A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The terminal shows the following text:

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import inf
```



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Zuerst importieren wir wieder `inf` aus dem Modul `math`. Und das geht problemlos.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import inf
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

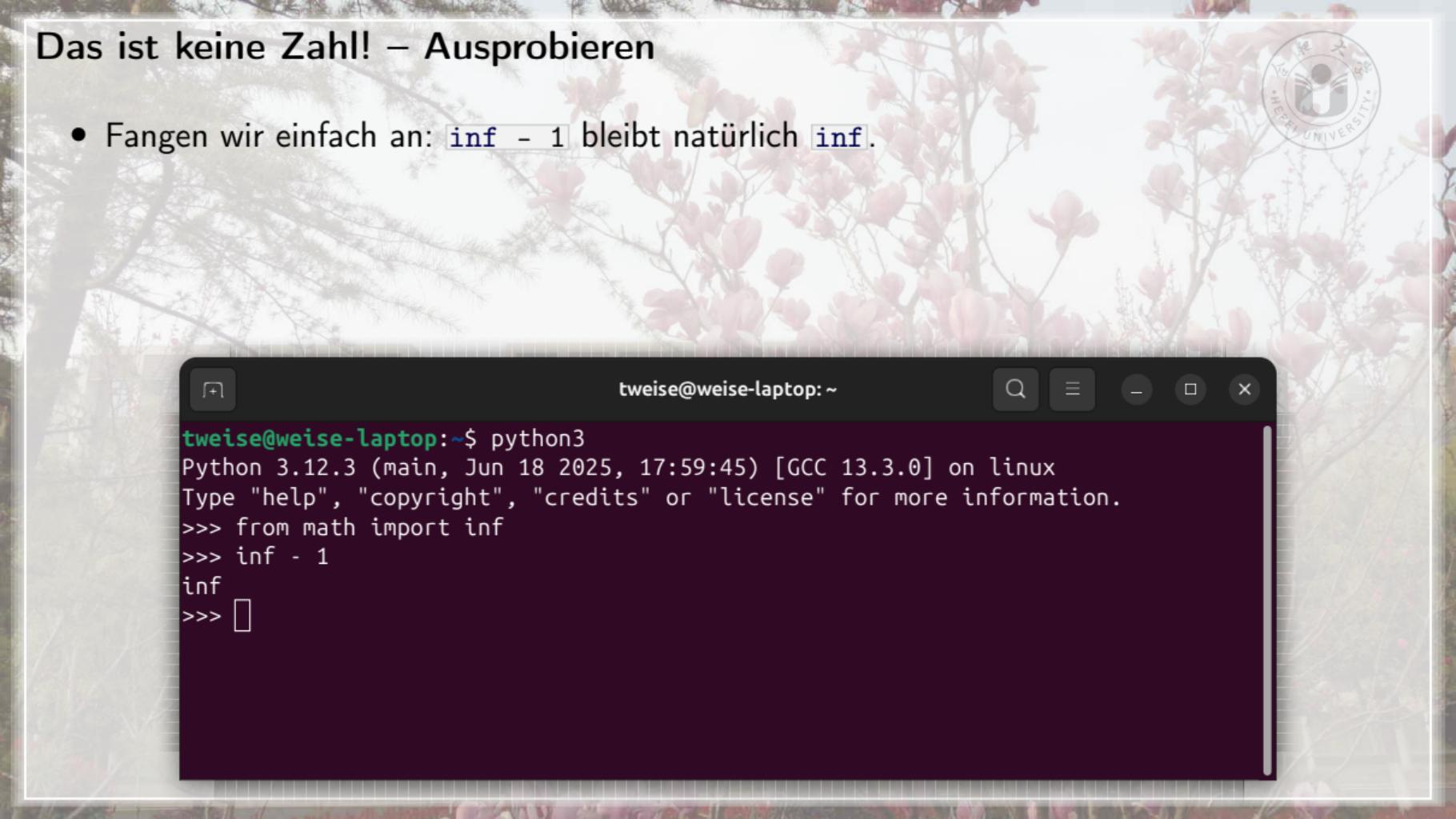


- Fangen wir einfach an: `inf - 1...`

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import inf
>>> inf - 1
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- Fangen wir einfach an: `inf - 1` bleibt natürlich `inf`.



A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The terminal shows the following Python session:

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import inf
>>> inf - 1
inf
>>> 
```



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- `inf - 1e300` ist eigentlich schon etwas komisch, weil wir ja auch zu `inf` über eine sehr große Zahl, z. B. `1e310` hätten gekommen seien können...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import inf
>>> inf - 1
inf
>>> inf - 1e300[ ]
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- `inf - 1e300` ist eigentlich schon etwas komisch, weil wir ja auch zu `inf` über eine sehr große Zahl, z. B. `1e310` hätten gekommen seien können. Aber das Ergebnis bleibt `inf`, denn `inf` verhält sich hier wie $+\infty$.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import inf
>>> inf - 1
inf
>>> inf - 1e300
inf
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Dann machen wir doch `inf - inf...`

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import inf
>>> inf - 1
inf
>>> inf - 1e300
inf
>>> inf - inf
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Dann machen wir doch `inf - inf`; `inf` verhält sich wie $+\infty$, aber $\infty - \infty$ ist nicht definiert.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import inf
>>> inf - 1
inf
>>> inf - 1e300
inf
>>> inf - inf
nan
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Dann machen wir doch `inf - inf`; `inf` verhält sich wie $+\infty$, aber $\infty - \infty$ ist nicht definiert.
- `nan` bedeutet „*Not a Number*“ also „*Das ist keine Zahl!*“³².

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import inf
>>> inf - 1
inf
>>> inf - 1e300
inf
>>> inf - inf
nan
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Dann machen wir doch `inf - inf`; `inf` verhält sich wie $+\infty$, aber $\infty - \infty$ ist nicht definiert.
- `nan` bedeutet „*Not a Number*“ also „*Das ist keine Zahl!*“³².
- Kommt irgendwo in einer Rechnung `nan` vor, dann ist das Ergebnis immer auch `nan`.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import inf
>>> inf - 1
inf
>>> inf - 1e300
inf
>>> inf - inf
nan
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Nagut. Probieren wir `inf / 1e300...`

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import inf
>>> inf - 1
inf
>>> inf - 1e300
inf
>>> inf - inf
nan
>>> inf / 1e300[]
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Nagut. Probieren wir `inf / 1e300`, was wieder `inf` ergibt.

```
tweise@weise-laptop: ~
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import inf
>>> inf - 1
inf
>>> inf - 1e300
inf
>>> inf - inf
nan
>>> inf / 1e300
inf
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Wie wäre es dann mit `inf / inf`?

```
tweise@weise-laptop: ~
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import inf
>>> inf - 1
inf
>>> inf - 1e300
inf
>>> inf - inf
nan
>>> inf / 1e300
inf
>>> inf / inf
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Wie wäre es dann mit `inf / inf`? Das ist nicht definiert und ergibt `nan`³².

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> from math import inf
>>> inf - 1
inf
>>> inf - 1e300
inf
>>> inf - inf
nan
>>> inf / 1e300
inf
>>> inf / inf
nan
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Und was ist mit `inf * 0`? Das ist auch nicht definiert und ergibt `nan32`.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> from math import inf
>>> inf - 1
inf
>>> inf - 1e300
inf
>>> inf - inf
nan
>>> inf / 1e300
inf
>>> inf / inf
nan
>>> 0 * inf[]
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Und was ist mit `inf * 0`? Das ist auch nicht definiert und ergibt `nan32`.

```
tweise@weise-laptop: ~
inf
>>> inf - 1e300
inf
>>> inf - inf
nan
>>> inf / 1e300
inf
>>> inf / inf
nan
>>> 0 * inf
nan
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Wir wollen direkt mit `nan` herumspielen und importieren daher die Konstante `nan` aus dem Modul `math`...

```
inf
>>> inf - 1e300
inf
>>> inf - inf
nan
>>> inf / 1e300
inf
>>> inf / inf
nan
>>> 0 * inf
nan
>>> from math import nan
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

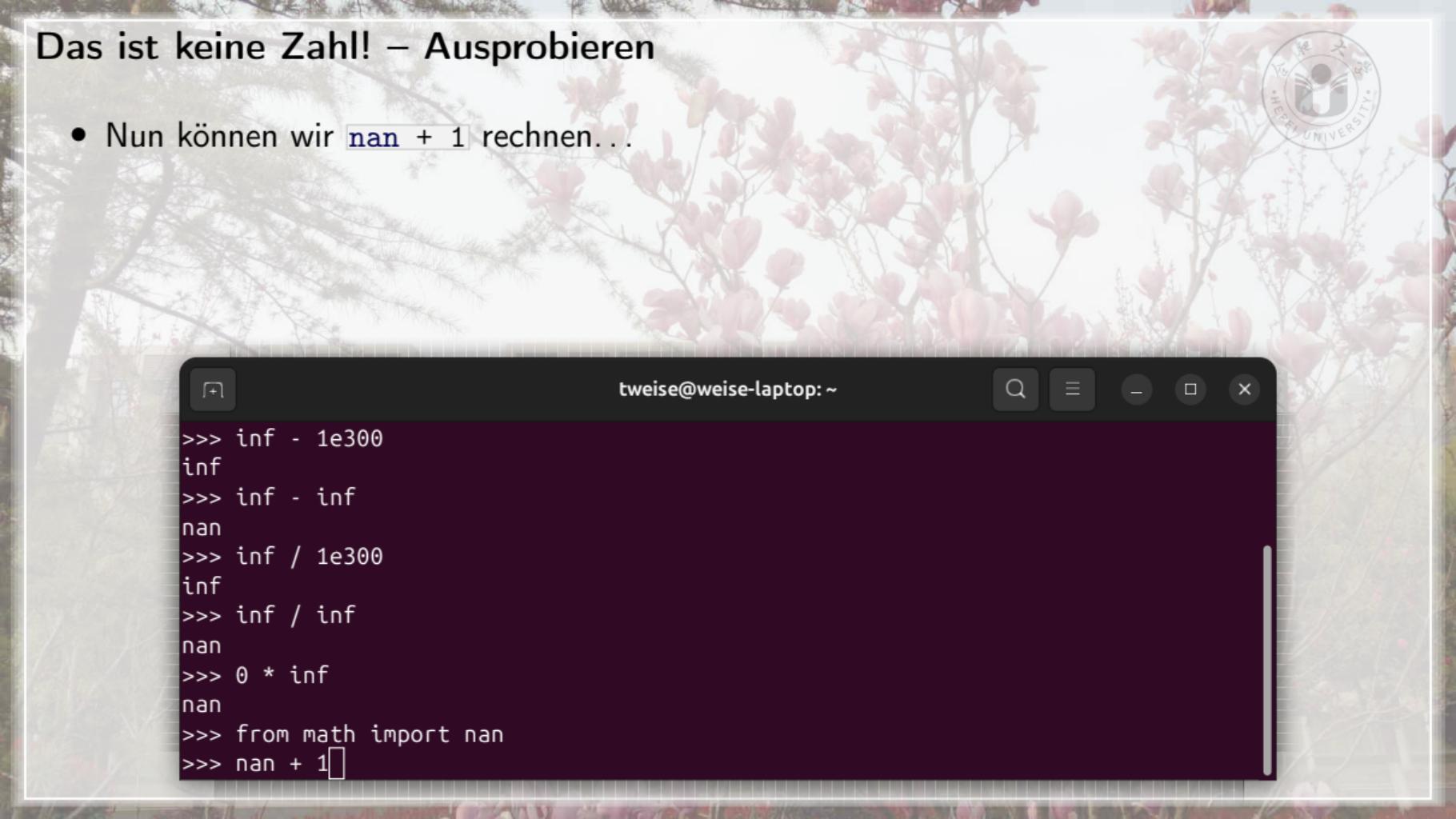


- Wir wollen direkt mit `nan` herumspielen und importieren daher die Konstante `nan` aus dem Modul `math`. Und schwupps haben wir sie importiert.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> inf - 1e300
inf
>>> inf - inf
nan
>>> inf / 1e300
inf
>>> inf / inf
nan
>>> 0 * inf
nan
>>> from math import nan
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- Nun können wir `nan + 1` rechnen...

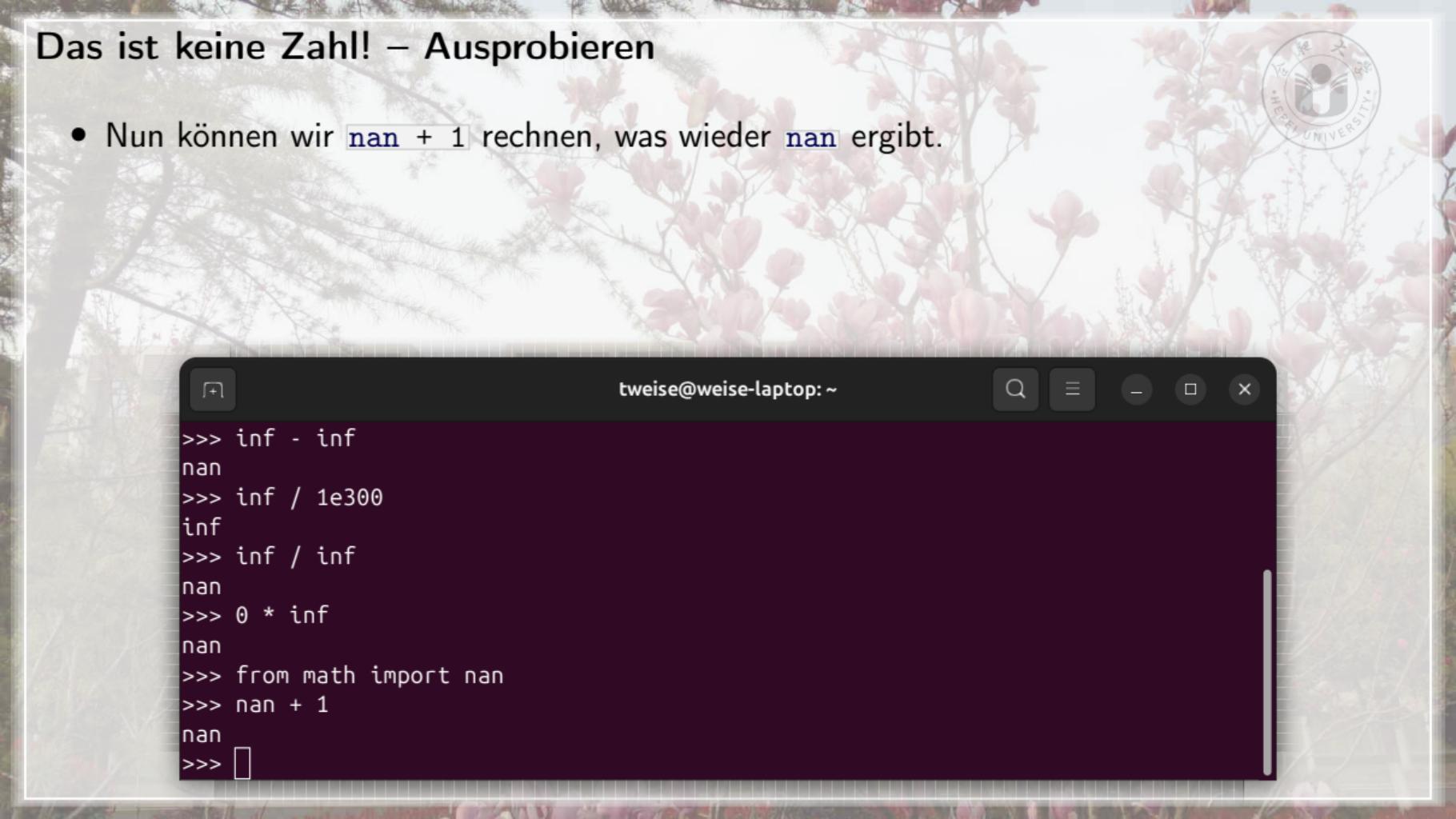


```
tweise@weise-laptop: ~
>>> inf - 1e300
inf
>>> inf - inf
nan
>>> inf / 1e300
inf
>>> inf / inf
nan
>>> 0 * inf
nan
>>> from math import nan
>>> nan + 1
```



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- Nun können wir `nan + 1` rechnen, was wieder `nan` ergibt.



A terminal window showing Python code execution. The terminal has a dark background and light-colored text. It includes standard window controls (minimize, maximize, close) at the top right. The prompt is `>>>`. The user's name is `tweise@weise-laptop: ~`.

```
>>> inf - inf
nan
>>> inf / 1e300
inf
>>> inf / inf
nan
>>> 0 * inf
nan
>>> from math import nan
>>> nan + 1
nan
>>> 
```



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Aber was ist `nan + inf`?

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> inf - inf
nan
>>> inf / 1e300
inf
>>> inf / inf
nan
>>> 0 * inf
nan
>>> from math import nan
>>> nan + 1
nan
>>> nan + inf
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- Aber was ist `nan + inf`? Wieder `nan`. Es gibt kein Entkommen.

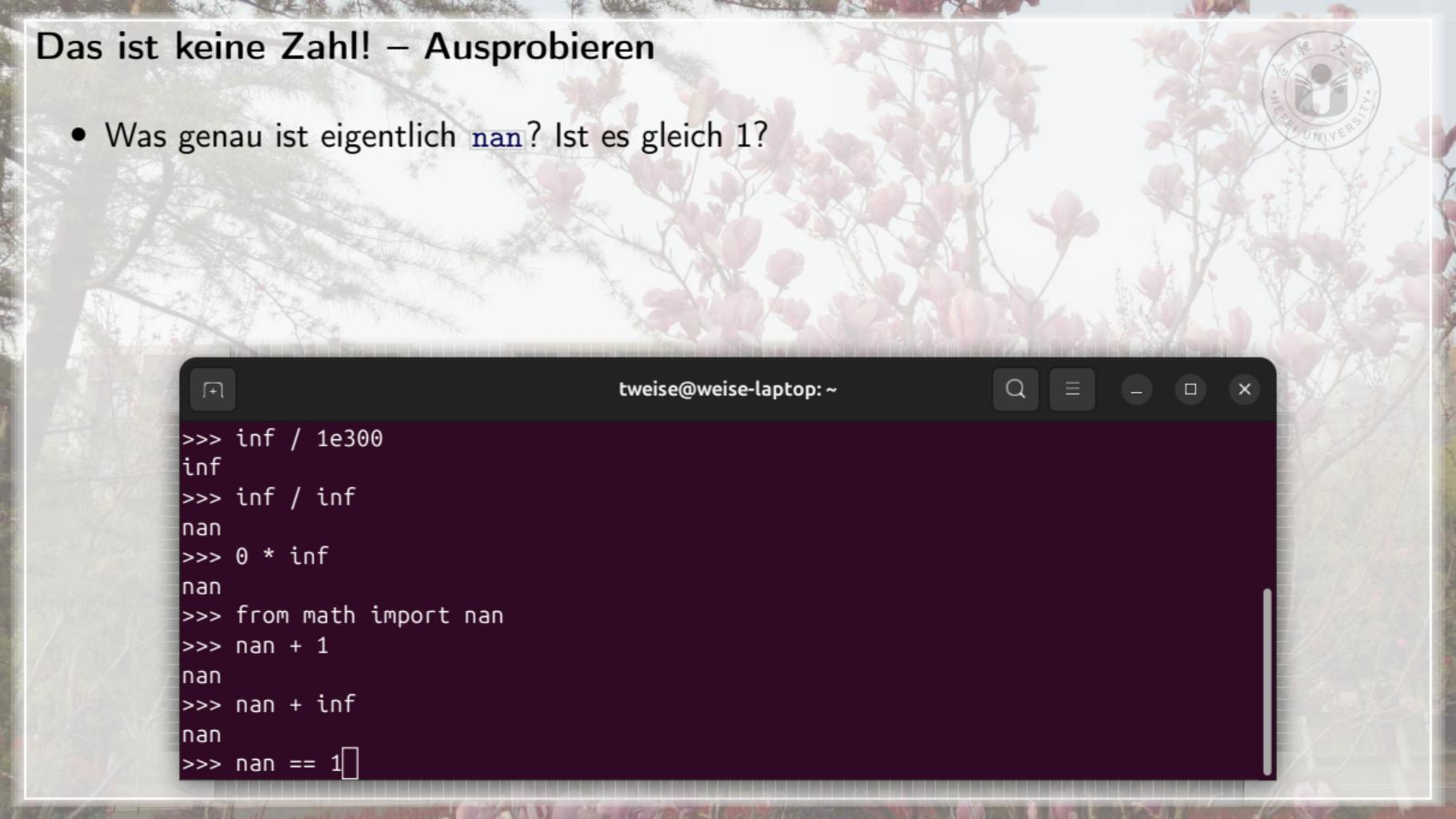


```
tweise@weise-laptop: ~
>>> inf / 1e300
inf
>>> inf / inf
nan
>>> 0 * inf
nan
>>> from math import nan
>>> nan + 1
nan
>>> nan + inf
nan
>>> 
```



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- Was genau ist eigentlich `nan`? Ist es gleich 1?



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> inf / 1e300
inf
>>> inf / inf
nan
>>> 0 * inf
nan
>>> from math import nan
>>> nan + 1
nan
>>> nan + inf
nan
>>> nan == 1
```



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- Was genau ist eigentlich `nan`? Ist es gleich 1? Nein, natürlich nicht.

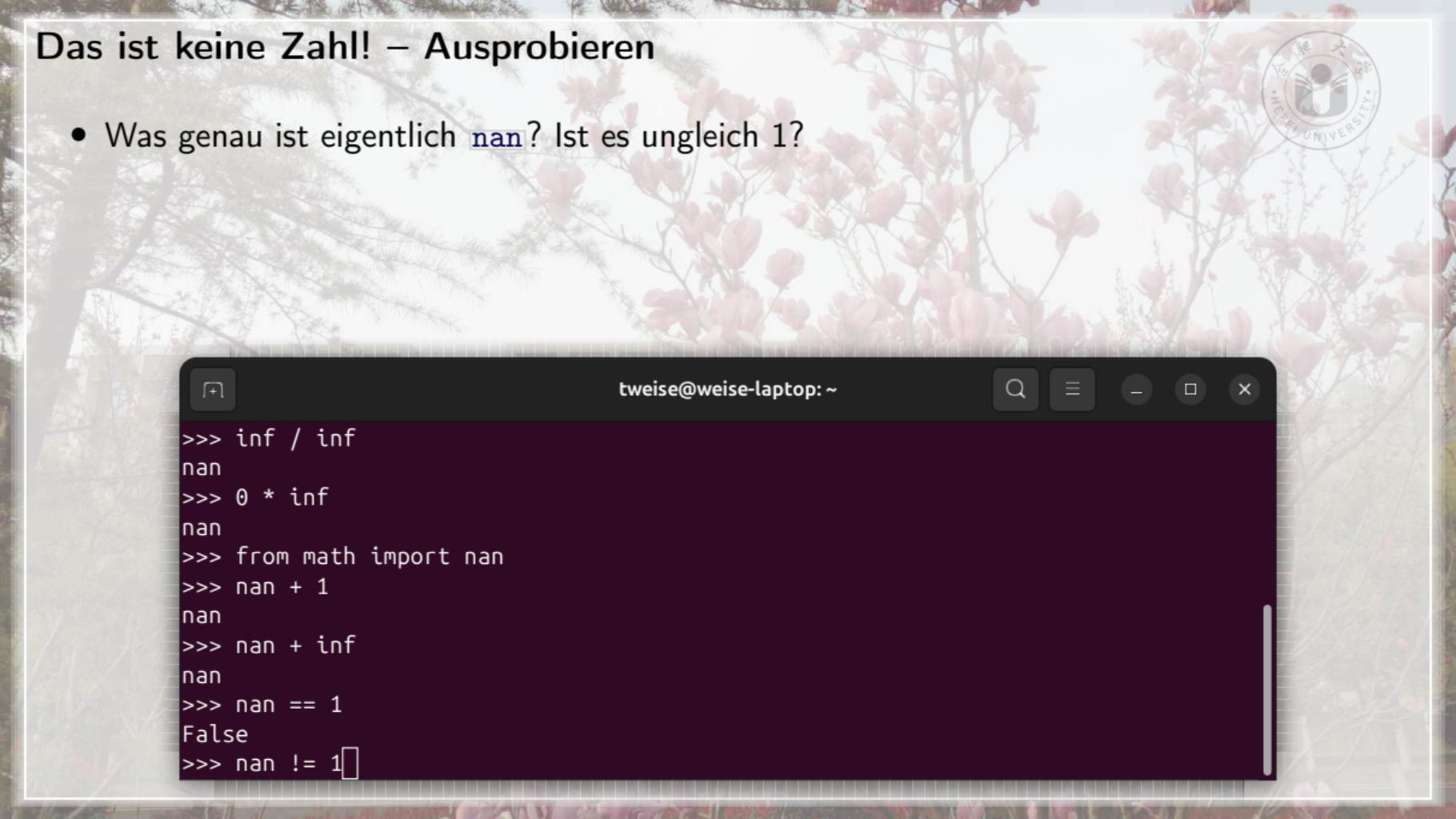


```
tweise@weise-laptop: ~
>>> inf / inf
nan
>>> 0 * inf
nan
>>> from math import nan
>>> nan + 1
nan
>>> nan + inf
nan
>>> nan == 1
False
>>> 
```



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- Was genau ist eigentlich `nan`? Ist es ungleich 1?



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> inf / inf
nan
>>> 0 * inf
nan
>>> from math import nan
>>> nan + 1
nan
>>> nan + inf
nan
>>> nan == 1
False
>>> nan != 1
```



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- Was genau ist eigentlich `nan`? Ist es ungleich 1? Ja. Na klar.



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 0 * inf
nan
>>> from math import nan
>>> nan + 1
nan
>>> nan + inf
nan
>>> nan == 1
False
>>> nan != 1
True
>>> 
```



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- Was genau ist eigentlich `nan`? Ist `nan` gleich `nan`?



```
tweise@weise-laptop: ~
>>> 0 * inf
nan
>>> from math import nan
>>> nan + 1
nan
>>> nan + inf
nan
>>> nan == 1
False
>>> nan != 1
True
>>> nan == nan
```



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Was genau ist eigentlich `nan`? Ist `nan` gleich `nan`? **NEIN!** `nan` ist der *einzige float-Wert*, der **ungleich** seiner selbst ist!

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> from math import nan
>>> nan + 1
nan
>>> nan + inf
nan
>>> nan == 1
False
>>> nan != 1
True
>>> nan == nan
False
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

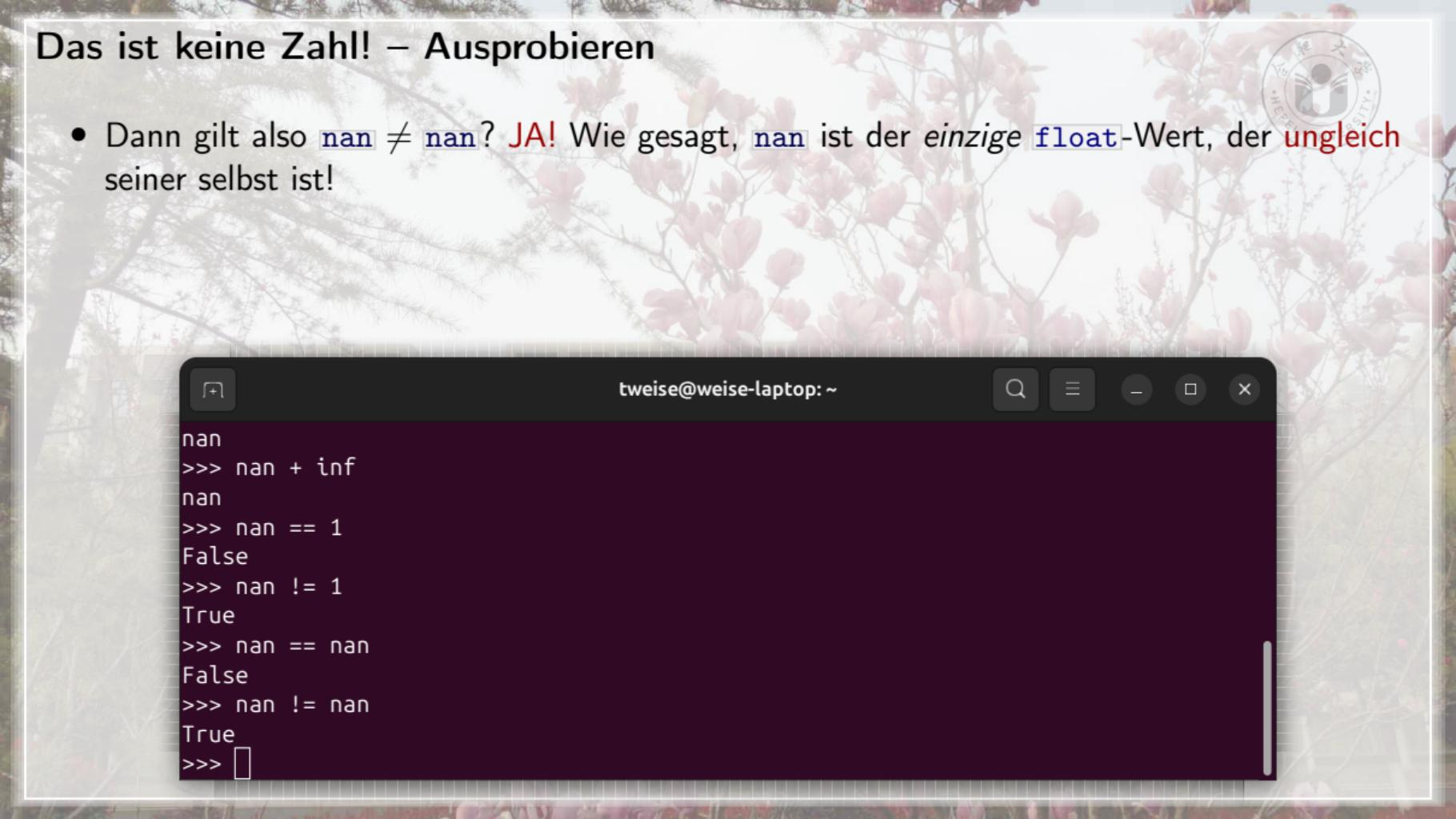


- Dann gilt also `nan` \neq `nan`?

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> from math import nan
>>> nan + 1
nan
>>> nan + inf
nan
>>> nan == 1
False
>>> nan != 1
True
>>> nan == nan
False
>>> nan != nan
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

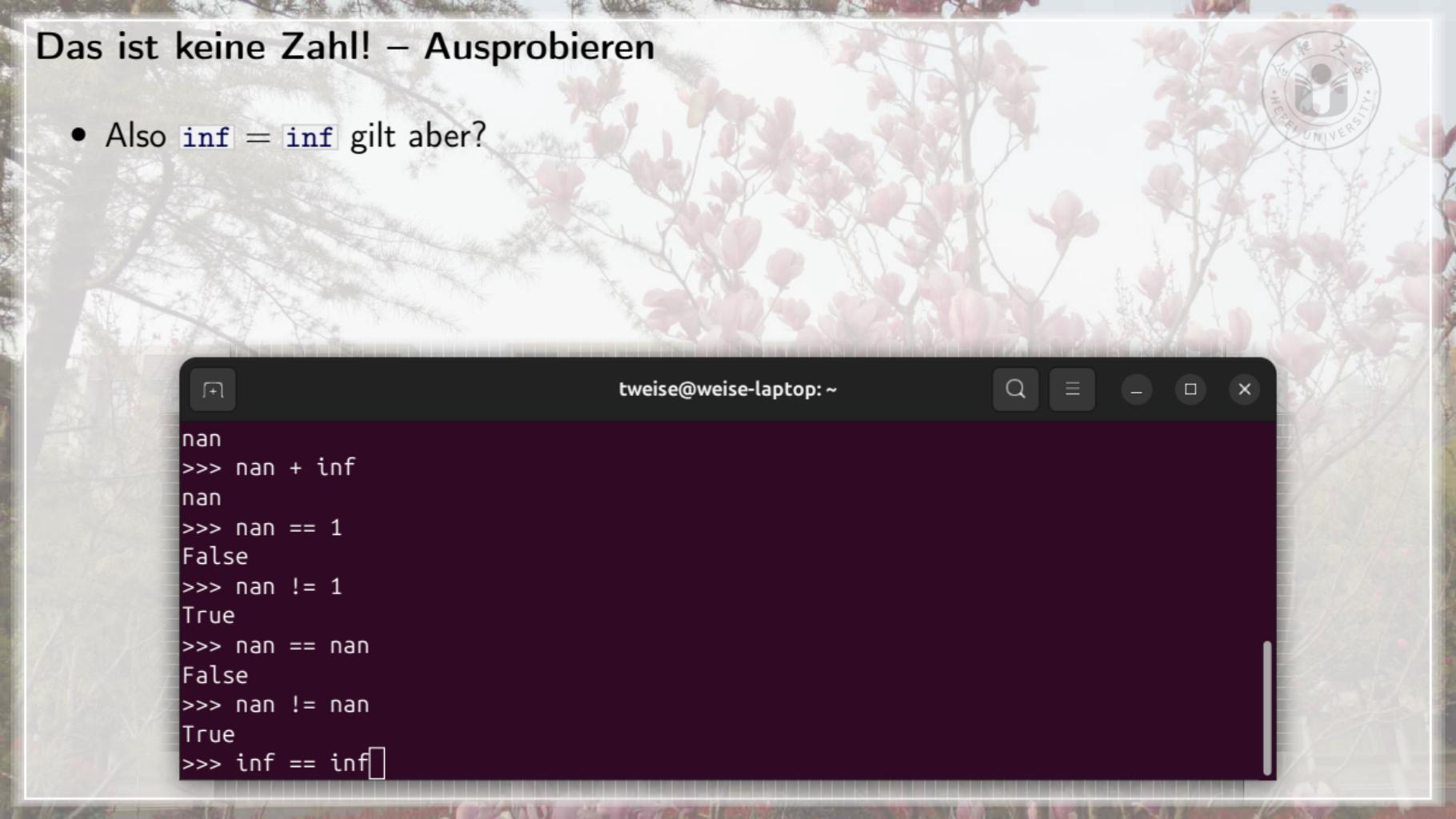
- Dann gilt also `nan` \neq `nan`? JA! Wie gesagt, `nan` ist der *einzige* `float`-Wert, der **ungleich** seiner selbst ist!



```
tweise@weise-laptop: ~
nan
>>> nan + inf
nan
>>> nan == 1
False
>>> nan != 1
True
>>> nan == nan
False
>>> nan != nan
True
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- Also `inf = inf` gilt aber?

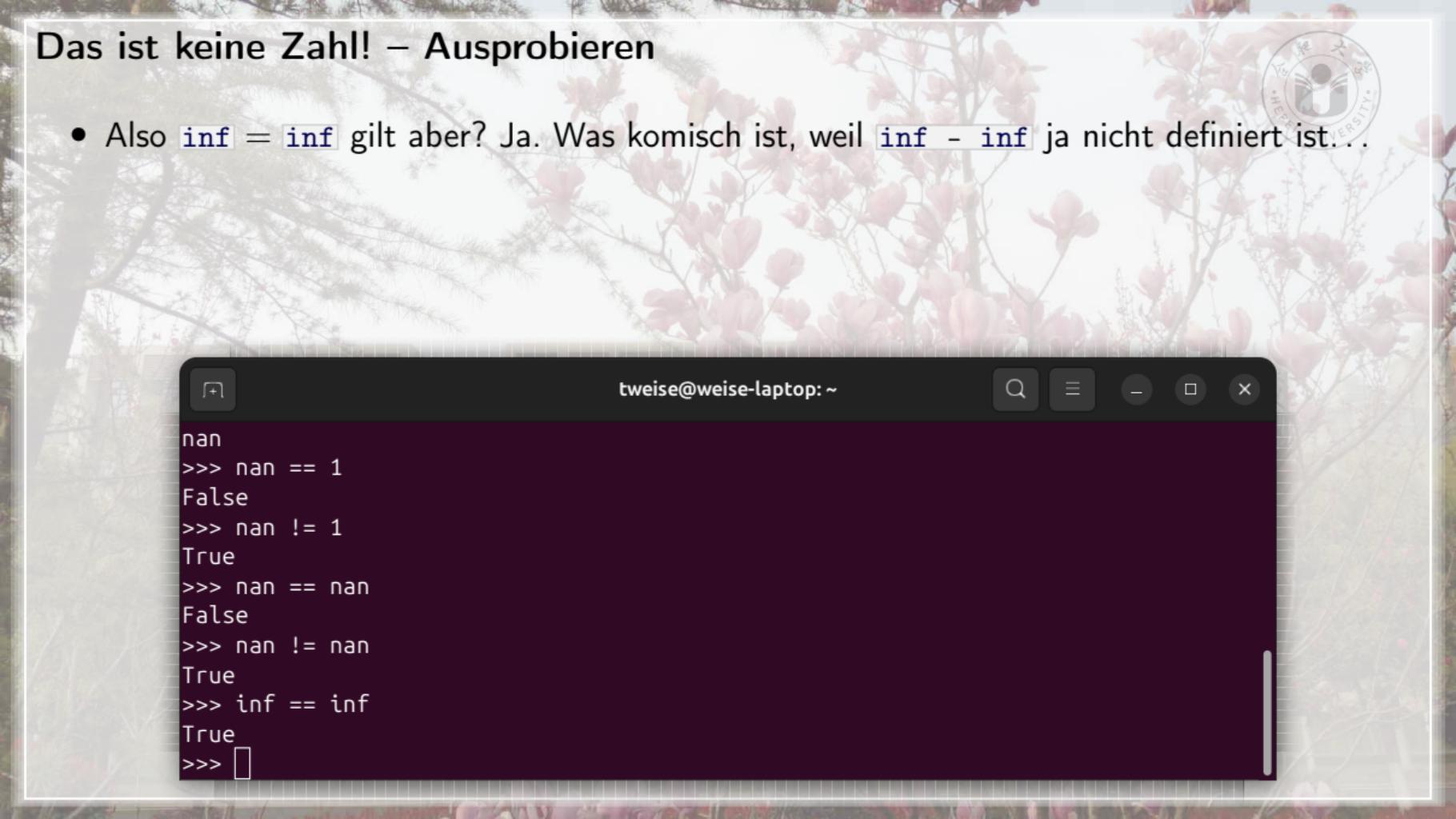


```
tweise@weise-laptop: ~
nan
>>> nan + inf
nan
>>> nan == 1
False
>>> nan != 1
True
>>> nan == nan
False
>>> nan != nan
True
>>> inf == inf[]
```



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- Also `inf = inf` gilt aber? Ja. Was komisch ist, weil `inf - inf` ja nicht definiert ist...

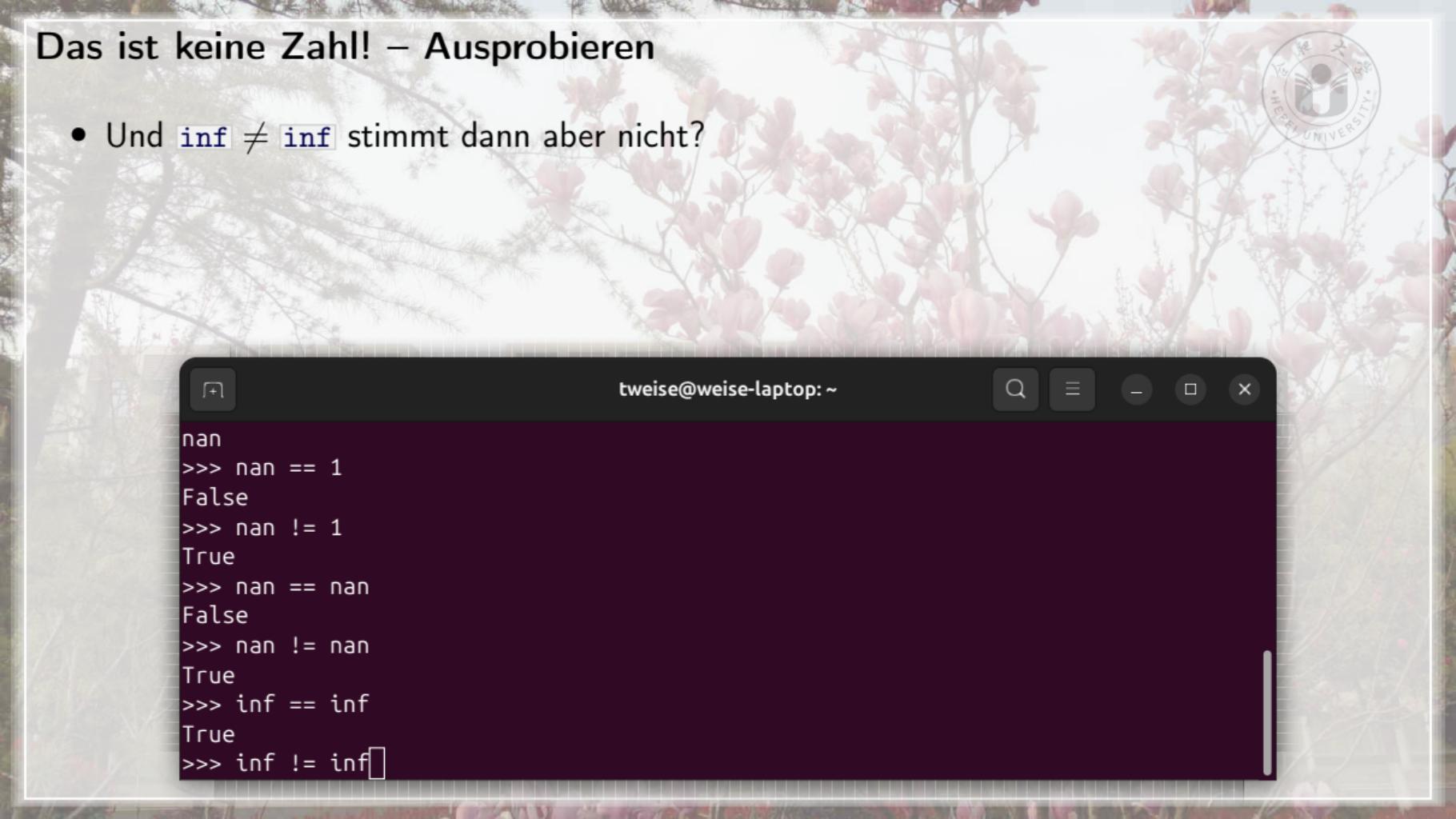


A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The terminal displays the following Python session:

```
nan
>>> nan == 1
False
>>> nan != 1
True
>>> nan == nan
False
>>> nan != nan
True
>>> inf == inf
True
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- Und `inf` \neq `inf` stimmt dann aber nicht?



```
tweise@weise-laptop: ~
nan
>>> nan == 1
False
>>> nan != 1
True
>>> nan == nan
False
>>> nan != nan
True
>>> inf == inf
True
>>> inf != inf[]
```



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- Und `inf != inf` stimmt dann aber nicht? Ja. Was immer noch komisch ist, weil `inf - inf` ja nicht definiert ist...

```
False
>>> nan != 1
True
>>> nan == nan
False
>>> nan != nan
True
>>> inf == inf
True
>>> inf != inf
False
>>> 
```

Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- `nan` ist eine Konstante, die für „undefined“ steht.



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- `nan` ist eine Konstante, die für „undefined“ steht.
- Genauso, wie ein `float`-Wert irgendwo in einer Rechnung mit `int`s` die Berechnung „infiziert“ und das Ergebnis dann immer ein `float` ist...



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren

- `nan` ist eine Konstante, die für „undefined“ steht.
- Genauso, wie ein `float`-Wert irgendwo in einer Rechnung mit `ints` die Berechnung „infiziert“ und das Ergebnis dann immer ein `float` ist, so „infiziert“ `nan` jede Berechnung so dass das Ergebnis immer `nan` wird.



Das ist keine Zahl! – Ausprobieren



- `nan` ist eine Konstante, die für „undefined“ steht.
- Genauso, wie ein `float`-Wert irgendwo in einer Rechnung mit `int`s die Berechnung „infiziert“ und das Ergebnis dann immer ein `float` ist, so „infiziert“ `nan` jede Berechnung so dass das Ergebnis immer `nan` wird.
- Es gilt `nan != nan`.

Wo kommen `inf` und `nan` her?



- OK, das Ergebnis einer Berechnung könnte also `inf` oder `nan` sein.

Wo kommen `inf` und `nan` her?



- OK, das Ergebnis einer Berechnung könnte also `inf` oder `nan` sein.
- Wir mussten einige komische Verrenkungen machen, um diese Werte zu produzieren.

Wo kommen `inf` und `nan` her?



- OK, das Ergebnis einer Berechnung könnte also `inf` oder `nan` sein.
- Wir mussten einige komische Verrenkungen machen, um diese Werte zu produzieren.
- Es gibt vier grundlegende Szenarios, weshalb `info` oder `nan` in unseren Berechnungen vorkommen können.

Wo kommen `inf` und `nan` her?



- OK, das Ergebnis einer Berechnung könnte also `inf` oder `nan` sein.
- Wir mussten einige komische Verrenkungen machen, um diese Werte zu produzieren.
- Es gibt vier grundlegende Szenarios, weshalb `info` oder `nan` in unseren Berechnungen vorkommen können.:
 1. Weil es so seien soll. Vielleicht sind sie ja genau das Ergebnis, das herauskommen soll. Das korrekte Ergebnis einer korrekten Berechnung mit korrekten Eingabedaten. Genau das was wir wollten.

Wo kommen `inf` und `nan` her?



- OK, das Ergebnis einer Berechnung könnte also `inf` oder `nan` sein.
- Wir mussten einige komische Verrenkungen machen, um diese Werte zu produzieren.
- Es gibt vier grundlegende Szenarios, weshalb `info` oder `nan` in unseren Berechnungen vorkommen können.:
 1. Weil es so seien soll. Vielleicht sind sie ja genau das Ergebnis, das herauskommen soll. Das korrekte Ergebnis einer korrekten Berechnung mit korrekten Eingabedaten. Genau das was wir wollten. (Klingt das sehr wahrscheinlich?)

Wo kommen `inf` und `nan` her?



- OK, das Ergebnis einer Berechnung könnte also `inf` oder `nan` sein.
- Wir mussten einige komische Verrenkungen machen, um diese Werte zu produzieren.
- Es gibt vier grundlegende Szenarios, weshalb `info` oder `nan` in unseren Berechnungen vorkommen können.:
 1. Weil es so seien soll. Vielleicht sind sie ja genau das Ergebnis, das herauskommen soll. Das korrekte Ergebnis einer korrekten Berechnung mit korrekten Eingabedaten. Genau das was wir wollten. (Klingt das sehr wahrscheinlich?)
 2. Vielleicht sind ja die Eingabedaten falsch. Die Zahlen mit denen wir rechnen stimmen nicht.

Wo kommen `inf` und `nan` her?



- OK, das Ergebnis einer Berechnung könnte also `inf` oder `nan` sein.
- Wir mussten einige komische Verrenkungen machen, um diese Werte zu produzieren.
- Es gibt vier grundlegende Szenarios, weshalb `info` oder `nan` in unseren Berechnungen vorkommen können.:
 1. Weil es so seien soll. Vielleicht sind sie ja genau das Ergebnis, das herauskommen soll. Das korrekte Ergebnis einer korrekten Berechnung mit korrekten Eingabedaten. Genau das was wir wollten. (Klingt das sehr wahrscheinlich?)
 2. Vielleicht sind ja die Eingabedaten falsch. Die Zahlen mit denen wir rechnen stimmen nicht.
 3. Vielleicht ist auch unsere Formel falsch. Vielleicht haben wir uns ja vertippt.

Wo kommen `inf` und `nan` her?



- OK, das Ergebnis einer Berechnung könnte also `inf` oder `nan` sein.
- Wir mussten einige komische Verrenkungen machen, um diese Werte zu produzieren.
- Es gibt vier grundlegende Szenarios, weshalb `info` oder `nan` in unseren Berechnungen vorkommen können.:
 1. Weil es so seien soll. Vielleicht sind sie ja genau das Ergebnis, das herauskommen soll. Das korrekte Ergebnis einer korrekten Berechnung mit korrekten Eingabedaten. Genau das was wir wollten. (Klingt das sehr wahrscheinlich?)
 2. Vielleicht sind ja die Eingabedaten falsch. Die Zahlen mit denen wir rechnen stimmen nicht.
 3. Vielleicht ist auch unsere Formel falsch. Vielleicht haben wir uns ja vertippt.
 4. Vielleicht hat jemand mit Absicht falsche Daten eingegeben, damit sich unser Program falsch verhält? Werte wie `nan` können durchaus ein Problem für den Systemschutz (Security) sein²⁰.

Wo kommen `inf` und `nan` her?



- OK, das Ergebnis einer Berechnung könnte also `inf` oder `nan` sein.
- Wir mussten einige komische Verrenkungen machen, um diese Werte zu produzieren.
- Es gibt vier grundlegende Szenarios, weshalb `info` oder `nan` in unseren Berechnungen vorkommen können.:
 1. Weil es so seien soll. Vielleicht sind sie ja genau das Ergebnis, das herauskommen soll. Das korrekte Ergebnis einer korrekten Berechnung mit korrekten Eingabedaten. Genau das was wir wollten. (Klingt das sehr wahrscheinlich?)
 2. Vielleicht sind ja die Eingabedaten falsch. Die Zahlen mit denen wir rechnen stimmen nicht.
 3. Vielleicht ist auch unsere Formel falsch. Vielleicht haben wir uns ja vertippt.
 4. Vielleicht hat jemand mit Absicht falsche Daten eingegeben, damit sich unser Program falsch verhält? Werte wie `nan` können durchaus ein Problem für den Systemschutz (Security) sein²⁰.

Wo kommen `inf` und `nan` her?



- OK, das Ergebnis einer Berechnung könnte also `inf` oder `nan` sein.
- Wir mussten einige komische Verrenkungen machen, um diese Werte zu produzieren.
- Es gibt vier grundlegende Szenarios, weshalb `info` oder `nan` in unseren Berechnungen vorkommen können.:
 1. Weil es so seien soll. Vielleicht sind sie ja genau das Ergebnis, das herauskommen soll. Das korrekte Ergebnis einer korrekten Berechnung mit korrekten Eingabedaten. Genau das was wir wollten. (Klingt das sehr wahrscheinlich?)
 2. Vielleicht sind ja die Eingabedaten falsch. Die Zahlen mit denen wir rechnen stimmen nicht.
 3. Vielleicht ist auch unsere Formel falsch. Vielleicht haben wir uns ja vertippt.
 4. Vielleicht hat jemand mit Absicht falsche Daten eingegeben, damit sich unser Program falsch verhält? Werte wie `nan` können durchaus ein Problem für den Systemschutz (Security) sein²⁰.
- So oder so: Wir brauchen verlässliche Möglichkeiten, alle „komischen“ `float`-Werte zu erkennen und abzufangen.

Wo kommen `inf` und `nan` her?



- OK, das Ergebnis einer Berechnung könnte also `inf` oder `nan` sein.
- Wir mussten einige komische Verrenkungen machen, um diese Werte zu produzieren.
- Es gibt vier grundlegende Szenarios, weshalb `info` oder `nan` in unseren Berechnungen vorkommen können.:
 1. Weil es so seien soll. Vielleicht sind sie ja genau das Ergebnis, das herauskommen soll. Das korrekte Ergebnis einer korrekten Berechnung mit korrekten Eingabedaten. Genau das was wir wollten. (Klingt das sehr wahrscheinlich?)
 2. Vielleicht sind ja die Eingabedaten falsch. Die Zahlen mit denen wir rechnen stimmen nicht.
 3. Vielleicht ist auch unsere Formel falsch. Vielleicht haben wir uns ja vertippt.
 4. Vielleicht hat jemand mit Absicht falsche Daten eingegeben, damit sich unser Program falsch verhält? Werte wie `nan` können durchaus ein Problem für den Systemschutz (Security) sein²⁰.
- So oder so: Wir brauchen verlässliche Möglichkeiten, alle „komischen“ `float`-Werte zu erkennen und abzufangen.
- Dafür gibt es im modul `math` die Funktionen `isfinite`, `isinf`, und `isnan`.



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Probieren wir das mal aus.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows the Python 3.12.3 interpreter running. The output includes the Python version, build date, and a prompt. The terminal has a dark background and is set against a blurred background of a modern building.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> 
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Zuerst importieren wir alle Funktionen und Konstanten, die wir brauchen, vom Modul `math`...

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window is dark-themed with white text. The user has run the command "python3" and is now in the Python interactive shell. They have imported the "math" module and are testing its functions. The text in the terminal is:

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import isfinite, isnan, inf
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Zuerst importieren wir alle Funktionen und Konstanten, die wir brauchen, vom Modul `math`. Und schwupps haben wir sie importiert.

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window shows the following text:

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import isfinite, isinf, isnan, nan, inf
>>> 
```

The terminal is set against a background image of a modern building with a glass facade.

Testen auf inf und nan: Ausprobieren



- Mit `isfinite` prüfen wir, ob eine Zahl finite ist, also weder unendlich noch undefiniert...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import isfinite, isinf, isnan, nan, inf
>>> isfinite(1e34)
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Mit `isfinite` prüfen wir, ob eine Zahl finite ist, also weder unendlich noch undefiniert. `isfinite(0.3)` ist daher `True`.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import isfinite, isinf, isnan, nan, inf
>>> isfinite(1e34)
True
>>> 
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Der Test `isfinite(inf)` jedoch...

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following Python session:

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import isfinite, isnan, inf
>>> isfinite(1e34)
True
>>> isfinite(inf)
```

The terminal has a dark background and light-colored text. The window title bar and status bar are visible at the top.



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Der Test `isfinite(inf)` jedoch schlägt fehl und ergibt `False`.

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import isfinite, isnan, inf
>>> isfinite(1e34)
True
>>> isfinite(inf)
False
>>> 
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Der Test `isfinite(nan)`...

```
tweise@weise-laptop:~$ python3
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import isfinite, isinf, isnan, nan, inf
>>> isfinite(1e34)
True
>>> isfinite(inf)
False
>>> isfinite(nan)
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Der Test `isfinite(nan)` ergibt ebenfalls `False`.

```
tweise@weise-laptop: ~
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import isfinite, isnan, inf
>>> isfinite(1e34)
True
>>> isfinite(inf)
False
>>> isfinite(nan)
False
>>> 
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- `isinf` prüft, ob eine Zahl `inf` oder `-inf` ist. Der Test `isinf(0.3)`...

```
tweise@weise-laptop: ~
Python 3.12.3 (main, Jun 18 2025, 17:59:45) [GCC 13.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> from math import isfinite, isinf, isnan, nan, inf
>>> isfinite(1e34)
True
>>> isfinite(inf)
False
>>> isfinite(nan)
False
>>> isinf(0.3)
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- `isinf` prüft, ob eine Zahl `inf` oder `-inf` ist. Der Test `isinf(0.3)` ist natürlich `False`.

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> from math import isfinite, isinf, isnan, nan, inf
>>> isfinite(1e34)
True
>>> isfinite(inf)
False
>>> isfinite(nan)
False
>>> isinf(0.3)
False
>>> 
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- `isinf` prüft, ob eine Zahl `inf` oder `-inf` ist. Der Test `isinf(-inf)`...

```
tweise@weise-laptop: ~
>>> from math import isfinite, isinf, isnan, nan, inf
>>> isfinite(1e34)
True
>>> isfinite(inf)
False
>>> isfinite(nan)
False
>>> isinf(0.3)
False
>>> isinf(-inf)
```

Testen auf inf und nan: Ausprobieren



- `isinf` prüft, ob eine Zahl `inf` oder `-inf` ist. Der Test `isinf(-inf)` ist folgerichtig `True`.

```
True
>>> isfinite(inf)
False
>>> isfinite(nan)
False
>>> isinf(0.3)
False
>>> isinf(-inf)
True
>>> []
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- `nan` ist undefined. Es hat gar keinen Wert oder auch jeden beliebigen Wert. Der Test `isinf(nan)`...

```
tweise@weise-laptop: ~
True
>>> isfinite(inf)
False
>>> isfinite(nan)
False
>>> isinf(0.3)
False
>>> isinf(-inf)
True
>>> isinf(nan)
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- `nan` ist undefined. Es hat gar keinen Wert oder auch jeden beliebigen Wert. Der Test `isinf(nan)` ist deshalb `False`.

```
tweise@weise-laptop: ~
False
>>> isnan(nan)
False
>>> isinf(0.3)
False
>>> isinf(-inf)
True
>>> isinf(nan)
False
>>> 
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- `isnan` prüft, ob ein Wert `nan` ist, also undefiniert. `isnan(0.3455)`...

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains the following Python code:

```
False
>>> isnan(nan)
False
>>> isinf(0.3)
False
>>> isinf(-inf)
True
>>> isinf(nan)
False
>>> isnan(0.3455)
```

The last line of code, `>>> isnan(0.3455)`, is currently being typed by the user, as indicated by the cursor at the end of the line.



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- `isnan` prüft, ob ein Wert `nan` ist, also undefiniert. `isnan(0.3455)` ist `False`, weil 0.3455 natürlich definiert ist.

```
False
>>> isnan(0.3)
False
>>> isnan(-inf)
True
>>> isnan(nan)
False
>>> isnan(0.3455)
False
>>> 
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Fragen wir ob `isnan(inf)`...

A screenshot of a terminal window titled "tweise@weise-laptop: ~". The window contains a series of Python code snippets and their outputs. The code includes various calls to the `isinf` and `isnan` functions with different arguments, such as `0.3`, `nan`, and `inf`. The outputs are all `False` except for the call to `isinf(-inf)` which returns `True`. The terminal has a dark theme with light-colored text and icons.

```
False
>>> isinf(0.3)
False
>>> isinf(-inf)
True
>>> isnan(nan)
False
>>> isnan(0.3455)
False
>>> isnan(inf)
```

Testen auf inf und nan: Ausprobieren



- Fragen wir ob `isnan(inf)` dann ist die Antwort `False`. `inf` ist zwar auch keine Zahl (not a number, pardon the pun), aber definiert, also nicht nicht-definiert.

```
tweise@weise-laptop: ~
False
>>> isinf(-inf)
True
>>> isinf(nan)
False
>>> isnan(0.3455)
False
>>> isnan(inf)
False
>>> 
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Interessanterweise ist ja `nan == nan` `False` und `nan != nan` `PythonTrue`. `isnan` nützlich, weil es sich leichter liest als der Test `x != x` für eine Zahl `x`. `isnan(nan)` ergibt...

```
tweise@weise-laptop: ~
False
>>> isnan(-inf)
True
>>> isnan(nan)
False
>>> isnan(0.3455)
False
>>> isnan(inf)
False
>>> isnan(nan)
```



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Interessanterweise ist ja `nan == nan` `False` und `nan != nan` `PythonTrue`. `isnan` nützlich, weil es sich leichter liest als der Test `x != x` für eine Zahl `x`. `isnan(nan)` ergibt `True`.

```
tweise@weise-laptop: ~
True
>>> isnan(nan)
False
>>> isnan(0.3455)
False
>>> isnan(inf)
False
>>> isnan(nan)
True
>>> 
```

Testen auf inf und nan: Ausprobieren



- Es ist wichtig, dass wir so eigenartige Werte wie `inf`, `-inf` und `nan` abfangen können.



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Es ist wichtig, dass wir so eigenartige Werte wie `inf`, `-inf` und `nan` abfangen können.
- Manchmal würden wir das bereits machen, wenn wir Eingabewerte einlesen.



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Es ist wichtig, dass wir so eigenartige Werte wie `inf`, `-inf` und `nan` abfangen können.
- Manchmal würden wir das bereits machen, wenn wir Eingabewerte einlesen.
- Manchmal machen wir das während unserer Berechnungen.



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Es ist wichtig, dass wir so eigenartige Werte wie `inf`, `-inf` und `nan` abfangen können.
- Manchmal würden wir das bereits machen, wenn wir Eingabewerte einlesen.
- Manchmal machen wir das während unserer Berechnungen.
- Was wir in der Regel nicht wollen, ist Kode der solche Werte ausgibt.



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Es ist wichtig, dass wir so eigenartige Werte wie `inf`, `-inf` und `nan` abfangen können.
- Manchmal würden wir das bereits machen, wenn wir Eingabewerte einlesen.
- Manchmal machen wir das während unserer Berechnungen.
- Was wir in der Regel nicht wollen, ist Kode der solche Werte ausgibt.
- Ein gutes Werkzeug dafür ist `isfinite`.



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Es ist wichtig, dass wir so eigenartige Werte wie `inf`, `-inf` und `nan` abfangen können.
- Manchmal würden wir das bereits machen, wenn wir Eingabewerte einlesen.
- Manchmal machen wir das während unserer Berechnungen.
- Was wir in der Regel nicht wollen, ist Kode der solche Werte ausgibt.
- Ein gutes Werkzeug dafür ist `isfinite`.
- Normalerweise wollen wir nur mit Werten `x` arbeiten, für die `isfinite(x) == True`.



Testen auf inf und nan: Ausprobieren

- Es ist wichtig, dass wir so eigenartige Werte wie `inf`, `-inf` und `nan` abfangen können.
- Manchmal würden wir das bereits machen, wenn wir Eingabewerte einlesen.
- Manchmal machen wir das während unserer Berechnungen.
- Was wir in der Regel nicht wollen, ist Kode der solche Werte ausgibt.
- Ein gutes Werkzeug dafür ist `isfinite`.
- Normalerweise wollen wir nur mit Werten `x` arbeiten, für die `isfinite(x)== True`.
- Alles andere ist normalerweise ein Zeichen für einen Fehler.



Zusammenfassung



Zusammenfassung



- Python bietet uns beliebig große Ganzzahlen mit dem Datentyp `int` an.

Zusammenfassung



- Python bietet uns beliebig große Ganzzahlen mit dem Datentyp `int` an.
- Für reelle Zahlen können wir den Datentyp `float` benutzen.

Zusammenfassung



- Python bietet uns beliebig große Ganzzahlen mit dem Datentyp `int` an.
- Für reelle Zahlen können wir den Datentyp `float` benutzen.
- Dieser Datentyp ist **nicht** beliebig genau, sondern sollte **immer** als ungenau betrachtet werden.

Zusammenfassung



- Python bietet uns beliebig große Ganzzahlen mit dem Datentyp `int` an.
- Für reelle Zahlen können wir den Datentyp `float` benutzen.
- Dieser Datentyp ist **nicht** beliebig genau, sondern sollte **immer** als ungenau betrachtet werden.
- Er reicht aber aus, um viele Berechnungen genau genug durchzuführen ... 15 Ziffern sind schon ziemlich viel....

Zusammenfassung



- Python bietet uns beliebig große Ganzzahlen mit dem Datentyp `int` an.
- Für reelle Zahlen können wir den Datentyp `float` benutzen.
- Dieser Datentyp ist **nicht** beliebig genau, sondern sollte **immer** als ungenau betrachtet werden.
- Er reicht aber aus, um viele Berechnungen genau genug durchzuführen ... 15 Ziffern sind schon ziemlich viel....
- Durch runden können `floats` in `ints` überführt werden (wobei zu beachten ist, dass die Funktion `round` Banker's Rounding durchführt).

Zusammenfassung



- Python bietet uns beliebig große Ganzzahlen mit dem Datentyp `int` an.
- Für reelle Zahlen können wir den Datentyp `float` benutzen.
- Dieser Datentyp ist **nicht** beliebig genau, sondern sollte **immer** als ungenau betrachtet werden.
- Er reicht aber aus, um viele Berechnungen genau genug durchzuführen ... 15 Ziffern sind schon ziemlich viel....
- Durch runden können `floats` in `ints` überführt werden (wobei zu beachten ist, das die Funktion `round` Banker's Rounding durchführt).
- Sehr große oder kleine `float`-Werte können in der wissenschaftlichen Notation dargestellt werden.

Zusammenfassung



- Python bietet uns beliebig große Ganzzahlen mit dem Datentyp `int` an.
- Für reelle Zahlen können wir den Datentyp `float` benutzen.
- Dieser Datentyp ist **nicht** beliebig genau, sondern sollte **immer** als ungenau betrachtet werden.
- Er reicht aber aus, um viele Berechnungen genau genug durchzuführen ... 15 Ziffern sind schon ziemlich viel....
- Durch runden können `floats` in `ints` überführt werden (wobei zu beachten ist, das die Funktion `round` Banker's Rounding durchführt).
- Sehr große oder kleine `float`-Werte können in der wissenschaftlichen Notation dargestellt werden.
- `inf`, `-inf`, und `nan` sind `float`-Konstanten, die für „zu groß für einen `float`“, „negativ-zu groß für einen `float`“, und „nicht definiert“ stehen.



谢谢您们！
Thank you!
Vielen Dank!



References I



- [1] Adam Aspin und Karine Aspin. *Query Answers with MariaDB – Volume I: Introduction to SQL Queries*. Tetras Publishing, Okt. 2018. ISBN: 978-1-9996172-4-0. See also² (siehe S. 413, 423).
- [2] Adam Aspin und Karine Aspin. *Query Answers with MariaDB – Volume II: In-Depth Querying*. Tetras Publishing, Okt. 2018. ISBN: 978-1-9996172-5-7. See also¹ (siehe S. 413, 423).
- [3] "Banker's Rounding". In: *Alipay+ Documentation*. Singapore: Alipay Connect Pte. Lte., 2022. URL: https://docs.alipayplus.com/alipayplus/alipayplus/reconcile_mpp/bank_rounding (besucht am 2025-07-18) (siehe S. 120, 121).
- [4] Daniel J. Barrett. *Efficient Linux at the Command Line*. Sebastopol, CA, USA: O'Reilly Media, Inc., Feb. 2022. ISBN: 978-1-0981-1340-7 (siehe S. 423, 424).
- [5] Daniel Bartholomew. *Learning the MariaDB Ecosystem: Enterprise-level Features for Scalability and Availability*. New York, NY, USA: Apress Media, LLC, Okt. 2019. ISBN: 978-1-4842-5514-8 (siehe S. 423).
- [6] Gary Baumgartner, Danny Heap und Richard Krueger. "Numerical Systems". In: *Course Notes for CSC165H: Mathematical Expression and Reasoning for Computer Science*. Toronto, ON, Canada: Department of Computer Science, University of Toronto, Herbst 2006. Kap. 7. URL: <https://www.cs.toronto.edu/~krueger/csc165h/f06/lectures/ch7.pdf> (besucht am 2024-07-27) (siehe S. 106–111).
- [7] Tim Berners-Lee. *Re: Qualifiers on Hypertext links...* Geneva, Switzerland: World Wide Web project, European Organization for Nuclear Research (CERN) und Newsgroups: alt.hypertext, 6. Aug. 1991. URL: <https://www.w3.org/People/Berners-Lee/1991/08/art-6484.txt> (besucht am 2025-02-05) (siehe S. 424).
- [8] Alex Berson. *Client/Server Architecture*. 2. Aufl. Computer Communications Series. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 29. März 1996. ISBN: 978-0-07-005664-0 (siehe S. 422).
- [9] Joshua Bloch. *Effective Java*. Reading, MA, USA: Addison-Wesley Professional, Mai 2008. ISBN: 978-0-321-35668-0 (siehe S. 422).
- [10] Silvia Botros und Jeremy Tinley. *High Performance MySQL*. 4. Aufl. Sebastopol, CA, USA: O'Reilly Media, Inc., Nov. 2021. ISBN: 978-1-4920-8051-0 (siehe S. 423).
- [11] Ed Bott. *Windows 11 Inside Out*. Hoboken, NJ, USA: Microsoft Press, Pearson Education, Inc., Feb. 2023. ISBN: 978-0-13-769132-6 (siehe S. 423).

References II



- [12] Georg Brandl und Serhiy Storchaka. *Underscores in Numeric Literals*. Python Enhancement Proposal (PEP) 515. Beaverton, OR, USA: Python Software Foundation (PSF), 10. Feb. 2016. URL: <https://peps.python.org/pep-0515> (besucht am 2024-09-23) (siehe S. 188–228).
- [13] Ron Brash und Ganesh Naik. *Bash Cookbook*. Birmingham, England, UK: Packt Publishing Ltd, Juli 2018. ISBN: 978-1-78862-936-2 (siehe S. 422).
- [14] "Built-in Functions". In: *Python 3 Documentation. The Python Standard Library*. Beaverton, OR, USA: Python Software Foundation (PSF), 2001–2025. URL: <https://docs.python.org/3/library/functions.html> (besucht am 2024-12-09) (siehe S. 117, 118).
- [15] Jason Cannon. *High Availability for the LAMP Stack*. Shelter Island, NY, USA: Manning Publications, Juni 2022 (siehe S. 423, 424).
- [16] Donald D. Chamberlin. "50 Years of Queries". *Communications of the ACM (CACM)* 67(8):110–121, Aug. 2024. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery (ACM). ISSN: 0001-0782. doi:[10.1145/3649887](https://doi.org/10.1145/3649887). URL: <https://cacm.acm.org/research/50-years-of-queries> (besucht am 2025-01-09) (siehe S. 424).
- [17] "Class Double". In: *Java® Platform, Standard Edition & Java Development Kit Version 22 API Specification*. Redwood Shores, CA, USA: Oracle Corporation, 9. Apr. 2024. URL: <https://docs.oracle.com/en/java/javase/22/docs/api/java.base/java/lang/Double.html> (besucht am 2024-07-07) (siehe S. 230–237, 251, 252, 268–271).
- [18] David Clinton und Christopher Negus. *Ubuntu Linux Bible*. 10. Aufl. Bible Series. Chichester, West Sussex, England, UK: John Wiley and Sons Ltd., 10. Nov. 2020. ISBN: 978-1-119-72233-5 (siehe S. 424).
- [19] Edgar Frank „Ted“ Codd. "A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks". *Communications of the ACM (CACM)* 13(6):377–387, Juni 1970. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery (ACM). ISSN: 0001-0782. doi:[10.1145/362384.362685](https://doi.org/10.1145/362384.362685). URL: <https://www.seas.upenn.edu/~zives/03f/cis550/codd.pdf> (besucht am 2025-01-05) (siehe S. 423).
- [20] Scott A. Craver. *Results of the 2015 Underhanded C Contest: An Overview of NaN Poisoning Attacks*. 3. Feb. 2016. URL: <http://underhanded-c.org/#nan> (besucht am 2025-07-24) (siehe S. 365–375).
- [21] *Database Language SQL*. Techn. Ber. ANSI X3.135-1986. Washington, D.C., USA: American National Standards Institute (ANSI), 1986 (siehe S. 424).

References III



- [22] Matt David und Blake Barnhill. *How to Teach People SQL*. San Francisco, CA, USA: The Data School, Chart.io, Inc., 10. Dez. 2019–10. Apr. 2023. URL: <https://dataschool.com/how-to-teach-people-sql> (besucht am 2025-02-27) (siehe S. 424).
- [23] *Database Language SQL*. International Standard ISO 9075-1987. Geneva, Switzerland: International Organization for Standardization (ISO), 1987 (siehe S. 424).
- [24] Paul Deitel, Harvey Deitel und Abbey Deitel. *Internet & World Wide WebW[How to Program*. 5. Aufl. Hoboken, NJ, USA: Pearson Education, Inc., Nov. 2011. ISBN: 978-0-13-299045-5 (siehe S. 424).
- [25] Slobodan Dmitrović. *Modern C for Absolute Beginners: A Friendly Introduction to the C Programming Language*. New York, NY, USA: Apress Media, LLC, März 2024. ISBN: 979-8-8688-0224-9 (siehe S. 422).
- [26] Russell J.T. Dyer. *Learning MySQL and MariaDB*. Sebastopol, CA, USA: O'Reilly Media, Inc., März 2015. ISBN: 978-1-4493-6290-4 (siehe S. 423).
- [27] Leonhard Euler. "An Essay on Continued Fractions". Übers. von Myra F. Wyman und Bostwick F. Wyman. *Mathematical Systems Theory* 18(1):295–328, Dez. 1985. New York, NY, USA: Springer Science+Business Media, LLC. ISSN: 1432-4350. doi:10.1007/BF01699475. URL: <https://www.researchgate.net/publication/301720080> (besucht am 2024-09-24). Translation of²⁸. (Siehe S. 415).
- [28] Leonhard Euler. "De Fractionibus Continuis Dissertation". *Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae* 9:98–137, 1737–1744. Petropolis (St. Petersburg), Russia: Typis Academiae. URL: <https://scholarlycommons.pacific.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1070> (besucht am 2024-09-24). See²⁷ for a translation. (Siehe S. 415, 425).
- [29] Luca Ferrari und Enrico Pirozzi. *Learn PostgreSQL*. 2. Aufl. Birmingham, England, UK: Packt Publishing Ltd, Okt. 2023. ISBN: 978-1-83763-564-1 (siehe S. 423).
- [30] Michael Filaseta. "The Transcendence of e and π ". In: *Math 785: Transcendental Number Theory*. Columbia, SC, USA: University of South Carolina, Frühling 2011. Kap. 6. URL: <https://people.math.sc.edu/filaseta/gradcourses/Math785/Math785Notes6.pdf> (besucht am 2024-07-05) (siehe S. 5–14, 424, 425).

References IV



- [31] "Floating-Point Arithmetic: Issues and Limitations". In: *Python 3 Documentation. The Python Tutorial*. Beaverton, OR, USA: Python Software Foundation (PSF), 2001–2025. Kap. 15. URL: <https://docs.python.org/3/tutorial/floatingpoint.html> (besucht am 2024-12-08) (siehe S. 38–47, 49–82).
- [32] David Goldberg. "What Every Computer Scientist Should Know About Floating-Point Arithmetic". *ACM Computing Surveys (CSUR)* 23(1):5–48, März 1991. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery (ACM). ISSN: 0360-0300.
doi:10.1145/103162.103163. URL: <https://pages.cs.wisc.edu/~david/courses/cs552/S12/handouts/goldberg-floating-point.pdf> (besucht am 2025-09-03) (siehe S. 16–22, 38–47, 333–336, 339–342).
- [33] Michael Goodwin. *What is an API?* Armonk, NY, USA: International Business Machines Corporation (IBM), 9. Apr. 2024. URL: <https://www.ibm.com/topics/api> (besucht am 2024-12-12) (siehe S. 422).
- [34] Terry Halpin und Tony Morgan. *Information Modeling and Relational Databases*. 3. Aufl. Burlington, MA, USA/San Mateo, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers, Juli 2024. ISBN: 978-0-443-23791-1 (siehe S. 423).
- [35] Jan L. Harrington. *Relational Database Design and Implementation*. 4. Aufl. Burlington, MA, USA/San Mateo, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers, Apr. 2016. ISBN: 978-0-12-849902-3 (siehe S. 423).
- [36] Michael Hausenblas. *Learning Modern Linux*. Sebastopol, CA, USA: O'Reilly Media, Inc., Apr. 2022. ISBN: 978-1-0981-0894-6 (siehe S. 423).
- [37] Matthew Helmke. *Ubuntu Linux Unleashed 2021 Edition*. 14. Aufl. Reading, MA, USA: Addison-Wesley Professional, Aug. 2020. ISBN: 978-0-13-668539-5 (siehe S. 423, 424).
- [38] Steve Hollasch. "IEEE Standard 754 Floating Point Numbers". In: *CSE401: Introduction to Compiler Construction*. Seattle, WA, USA: University of Washington, 8. Jan. 1997. URL: <https://courses.cs.washington.edu/courses/cse401/01au/details/fp.html> (besucht am 2024-07-05) (siehe S. 16–37, 176–183, 424).
- [39] ."Why does Python 3 round half to even?" In: *Stack Overflow*. Hrsg. von **wjandrea**. New York, NY, USA: Stack Exchange Inc., 31. Mai 2012–13. Juni 2025. URL: <https://stackoverflow.com/questions/10825926> (besucht am 2025-07-18) (siehe S. 119).

References V



- [40] John Hunt. *A Beginners Guide to Python 3 Programming*. 2. Aufl. Undergraduate Topics in Computer Science (UTICS). Cham, Switzerland: Springer, 2023. ISBN: 978-3-031-35121-1. doi:10.1007/978-3-031-35122-8 (siehe S. 423).
- [41] *IEEE Standard for Floating-Point Arithmetic*. IEEE Std 754™-2019 (Revision of IEEE Std 754-2008). New York, NY, USA: Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 13. Juni 2019 (siehe S. 16–47, 120, 121, 176–183, 230–237, 424).
- [42] *Information Technology – Database Languages – SQL – Part 1: Framework (SQL/Framework)*, Part 1. International Standard ISO/IEC 9075-1:2023(E), Sixth Edition, (ANSI X3.135). Geneva, Switzerland: International Organization for Standardization (ISO) und International Electrotechnical Commission (IEC), Juni 2023. URL: [https://standards.iso.org/ittf/PubliclyAvailableStandards/ISO_IEC_9075-1_2023_ed_6_-_id_76583_Publication_PDF_\(en\).zip](https://standards.iso.org/ittf/PubliclyAvailableStandards/ISO_IEC_9075-1_2023_ed_6_-_id_76583_Publication_PDF_(en).zip) (besucht am 2025-01-08). Consists of several parts, see <https://modern-sql.com/standard> for information where to obtain them. (Siehe S. 424).
- [43] *Java® Platform, Standard Edition & Java Development Kit Version 22 API Specification*. Redwood Shores, CA, USA: Oracle Corporation, 9. Apr. 2024. URL: <https://docs.oracle.com/en/java/javase/22/docs/api> (besucht am 2024-07-07) (siehe S. 113–174).
- [44] Arthur Jones, Kenneth R. Pearson und Sidney A. Morris. "Transcendence of e and π ". In: *Abstract Algebra and Famous Impossibilities*. Universitext (UTX). New York, NY, USA: Springer New York, 1991. Kap. 9, S. 115–161. ISSN: 0172-5939. ISBN: 978-1-4419-8552-1. doi:10.1007/978-1-4419-8552-1_8 (siehe S. 5–14, 424, 425).
- [45] Jay LaCroix. *Mastering Ubuntu Server*. 4. Aufl. Birmingham, England, UK: Packt Publishing Ltd, Sep. 2022. ISBN: 978-1-80323-424-3 (siehe S. 424).
- [46] Kent D. Lee und Steve Hubbard. *Data Structures and Algorithms with Python*. Undergraduate Topics in Computer Science (UTICS). Cham, Switzerland: Springer, 2015. ISBN: 978-3-319-13071-2. doi:10.1007/978-3-319-13072-9 (siehe S. 423).
- [47] Gloria Lotha, Aakanksha Gaur, Erik Gregersen, Swati Chopra und William L. Hosch. "Client-Server Architecture". In: *Encyclopaedia Britannica*. Hrsg. von The Editors of Encyclopaedia Britannica. Chicago, IL, USA: Encyclopædia Britannica, Inc., 3. Jan. 2025. URL: <https://www.britannica.com/technology/client-server-architecture> (besucht am 2025-01-20) (siehe S. 422).
- [48] Marc Loy, Patrick Niemeyer und Daniel Leuck. *Learning Java*. 5. Aufl. Sebastopol, CA, USA: O'Reilly Media, Inc., März 2020. ISBN: 978-1-4920-5627-0 (siehe S. 422).

References VI



- [49] Mark Lutz. *Learning Python*. 6. Aufl. Sebastopol, CA, USA: O'Reilly Media, Inc., März 2025. ISBN: 978-1-0981-7130-8 (siehe S. 423).
- [50] *MariaDB Server Documentation*. Milpitas, CA, USA: MariaDB, 2025. URL: <https://mariadb.com/kb/en/documentation> (besucht am 2025-04-24) (siehe S. 423).
- [51] "Mathematical Functions and Operators". In: *PostgreSQL Documentation*. 17.4. The PostgreSQL Global Development Group (PGDG), 20. Feb. 2025. Kap. 9.3. URL: <https://www.postgresql.org/docs/17/functions-math.html> (besucht am 2025-02-27) (siehe S. 424, 425).
- [52] Clive Maxfield und Alvin Brown. "Rounding Algorithms 101". In: *DIY Calculator*. Huntsville, AL, USA: DIY Calculator, 2005. URL: <https://www.clivemaxfield.com/diycalculator/popup-m-round.shtml> (besucht am 2025-07-18) (siehe S. 119).
- [53] Jim Melton und Alan R. Simon. *SQL: 1999 – Understanding Relational Language Components*. The Morgan Kaufmann Series in Data Management Systems. Burlington, MA, USA/San Mateo, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers, Juni 2001. ISBN: 978-1-55860-456-8 (siehe S. 424).
- [54] Cameron Newham und Bill Rosenblatt. *Learning the Bash Shell – Unix Shell Programming: Covers Bash 3.0*. 3. Aufl. Sebastopol, CA, USA: O'Reilly Media, Inc., 2005. ISBN: 978-0-596-00965-6 (siehe S. 422).
- [55] Ivan Niven. "The Transcendence of π ". *The American Mathematical Monthly* 46(8):469–471, Okt. 1939. London, England, UK: Taylor and Francis Ltd. ISSN: 1930-0972. doi:10.2307/2302515 (siehe S. 5–14, 424).
- [56] "Numeric Types – `int`, `float`, `complex`". In: *Python 3 Documentation. The Python Standard Library*. Beaverton, OR, USA: Python Software Foundation (PSF), 2001–2025. URL: <https://docs.python.org/3/library/stdtypes.html#typesnumeric> (besucht am 2024-07-05) (siehe S. 16–22).
- [57] Regina O. Obe und Leo S. Hsu. *PostgreSQL: Up and Running*. 3. Aufl. Sebastopol, CA, USA: O'Reilly Media, Inc., Okt. 2017. ISBN: 978-1-4919-6336-4 (siehe S. 423).
- [58] Robert Orfali, Dan Harkey und Jeri Edwards. *Client/Server Survival Guide*. 3. Aufl. Chichester, West Sussex, England, UK: John Wiley and Sons Ltd., 25. Jan. 1999. ISBN: 978-0-471-31615-2 (siehe S. 422).
- [59] *PostgreSQL Documentation*. 17.4. The PostgreSQL Global Development Group (PGDG), Feb. 2025. URL: <https://www.postgresql.org/docs/17/index.html> (besucht am 2025-02-25).

References VII



- [60] *PostgreSQL Essentials: Leveling Up Your Data Work*. Sebastopol, CA, USA: O'Reilly Media, Inc., März 2024 (siehe S. 423).
- [61] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling und Brian P. Flannery. "1.1 Error, Accuracy, and Stability". In: *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. 3. Aufl. Cambridge, England, UK: Cambridge University Press (CUP), 2007–2011. Kap. 1 Preliminaries, S. 8–12. ISBN: 978-0-521-88068-8. URL: <https://numerical.recipes/book.html> (besucht am 2024-07-27). Version 3.04 (siehe S. 106–111).
- [62] *Programming Languages – C, Working Document of SC22/WG14*. International Standard ISO/IEC9899:2017 C17 Ballot N2176. Geneva, Switzerland: International Organization for Standardization (ISO) und International Electrotechnical Commission (IEC), Nov. 2017. URL: <https://files.lhmhouse.com/standards/ISO%20C%20N2176.pdf> (besucht am 2024-06-29) (siehe S. 422).
- [63] Abhishek Ratan, Eric Chou, Pradeeban Kathiravelu und Dr. M.O. Faruque Sarker. *Python Network Programming*. Birmingham, England, UK: Packt Publishing Ltd, Jan. 2019. ISBN: 978-1-78883-546-6 (siehe S. 422).
- [64] Federico Razzoli. *Mastering MariaDB*. Birmingham, England, UK: Packt Publishing Ltd, Sep. 2014. ISBN: 978-1-78398-154-0 (siehe S. 423).
- [65] Mike Reichardt, Michael Gundall und Hans D. Schotten. "Benchmarking the Operation Times of NoSQL and MySQL Databases for Python Clients". In: *47th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON'2021)*. 13.–15. Okt. 2021, Toronto, ON, Canada. Piscataway, NJ, USA: Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2021, S. 1–8. ISSN: 2577-1647. ISBN: 978-1-6654-3554-3. doi:[10.1109/IECON48115.2021.9589382](https://doi.org/10.1109/IECON48115.2021.9589382) (siehe S. 423).
- [66] Mark Richards und Neal Ford. *Fundamentals of Software Architecture: An Engineering Approach*. Sebastopol, CA, USA: O'Reilly Media, Inc., Jan. 2020. ISBN: 978-1-4920-4345-4 (siehe S. 422).
- [67] Ellen Siever, Stephen Figgins, Robert Love und Arnold Robbins. *Linux in a Nutshell*. 6. Aufl. Sebastopol, CA, USA: O'Reilly Media, Inc., Sep. 2009. ISBN: 978-0-596-15448-6 (siehe S. 423).
- [68] John Miles Smith und Philip Yen-Tang Chang. "Optimizing the Performance of a Relational Algebra Database Interface". *Communications of the ACM (CACM)* 18(10):568–579, Okt. 1975. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery (ACM). ISSN: 0001-0782. doi:[10.1145/361020.361025](https://doi.org/10.1145/361020.361025) (siehe S. 423).

References VIII



- [69] "SQL Commands". In: *PostgreSQL Documentation*. 17.4. The PostgreSQL Global Development Group (PGDG), 20. Feb. 2025. Kap. Part VI. Reference. URL: <https://www.postgresql.org/docs/17/sql-commands.html> (besucht am 2025-02-25) (siehe S. 424).
- [70] Ryan K. Stephens und Ronald R. Plew. *Sams Teach Yourself SQL in 21 Days*. 4. Aufl. Sams Tech Yourself. Indianapolis, IN, USA: SAMS Technical Publishing und Hoboken, NJ, USA: Pearson Education, Inc., Okt. 2002. ISBN: 978-0-672-32451-2 (siehe S. 420, 424).
- [71] Ryan K. Stephens, Ronald R. Plew, Bryan Morgan und Jeff Perkins. *SQL in 21 Tagen. Die Datenbank-Abfragesprache SQL vollständig erklärt (in 14/21 Tagen)*. 6. Aufl. Burgthann, Bayern, Germany: Markt+Technik Verlag GmbH, Feb. 1998. ISBN: 978-3-8272-2020-2. Translation of⁷⁰ (siehe S. 424).
- [72] Allen Taylor. *Introducing SQL and Relational Databases*. New York, NY, USA: Apress Media, LLC, Sep. 2018. ISBN: 978-1-4842-3841-7 (siehe S. 423, 424).
- [73] Alkin Tezusyal und Ibrar Ahmed. *Database Design and Modeling with PostgreSQL and MySQL*. Birmingham, England, UK: Packt Publishing Ltd, Juli 2024. ISBN: 978-1-80323-347-5 (siehe S. 423).
- [74] *Python 3 Documentation. The Python Standard Library*. Beaverton, OR, USA: Python Software Foundation (PSF), 2001–2025. URL: <https://docs.python.org/3/library> (besucht am 2025-04-27).
- [75] Linus Torvalds. "The Linux Edge". *Communications of the ACM (CACM)* 42(4):38–39, Apr. 1999. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery (ACM). ISSN: 0001-0782. doi:10.1145/299157.299165 (siehe S. 423).
- [76] Sander van Vugt. *Linux Fundamentals*. 2. Aufl. Hoboken, NJ, USA: Pearson IT Certification, Juni 2022. ISBN: 978-0-13-792931-3 (siehe S. 423).
- [77] Thomas Weise (汤卫思). *Databases*. Hefei, Anhui, China (中国安徽省合肥市): Hefei University (合肥大学), School of Artificial Intelligence and Big Data (人工智能与大数据学院), Institute of Applied Optimization (应用优化研究所, IAO), 2025. URL: <https://thomasweise.github.io/databases> (besucht am 2025-01-05) (siehe S. 422, 423).

References IX



- [78] Thomas Weise (汤卫思). *Programming with Python*. Hefei, Anhui, China (中国安徽省合肥市): Hefei University (合肥大学), School of Artificial Intelligence and Big Data (人工智能与大数据学院), Institute of Applied Optimization (应用优化研究所, IAO), 2024–2025. URL: <https://thomasweise.github.io/programmingWithPython> (besucht am 2025-01-05) (siehe S. 423).
- [79] *What is a Relational Database?* Armonk, NY, USA: International Business Machines Corporation (IBM), 20. Okt. 2021–12. Dez. 2024. URL: <https://www.ibm.com/think/topics/relational-databases> (besucht am 2025-01-05) (siehe S. 423).
- [80] Ulf Michael „Monty“ Widenius, David Axmark und Uppsala, Sweden: MySQL AB. *MySQL Reference Manual – Documentation from the Source*. Sebastopol, CA, USA: O'Reilly Media, Inc., 9. Juli 2002. ISBN: 978-0-596-00265-7 (siehe S. 423).
- [81] Kinza Yasar und Craig S. Mullins. *Definition: Database Management System (DBMS)*. Newton, MA, USA: TechTarget, Inc., Juni 2024. URL: <https://www.techtarget.com/searchdatamanagement/definition/database-management-system> (besucht am 2025-01-11) (siehe S. 422).
- [82] Jeffrey Yasskin. *A Type Hierarchy for Numbers*. Python Enhancement Proposal (PEP) 3141. Beaverton, OR, USA: Python Software Foundation (PSF), 25. Apr.–2. Aug. 2007. URL: <https://peps.python.org/pep-3141> (besucht am 2025-07-28) (siehe S. 159, 160).
- [83] Giorgio Zarrelli. *Mastering Bash*. Birmingham, England, UK: Packt Publishing Ltd, Juni 2017. ISBN: 978-1-78439-687-9 (siehe S. 422).



Glossary (in English) I

API An *Application Programming Interface* is a set of rules or protocols that enables one software application or component to use or communicate with another³³.

Bash is the shell used under Ubuntu Linux, i.e., the program that „runs“ in the terminal and interprets your commands, allowing you to start and interact with other programs^{13,54,83}. Learn more at <https://www.gnu.org/software/bash>.

C is a programming language, which is very successful in system programming situations^{25,62}.

client In a client-server architecture, the client is a device or process that requests a service from the server. It initiates the communication with the server, sends a request, and receives the response with the result of the request. Typical examples for clients are web browsers in the internet as well as clients for database management systems (DBMSes), such as psql.

client-server architecture is a system design where a central server receives requests from one or multiple clients^{8,47,58,63,66}. These requests and responses are usually sent over network connections. A typical example for such a system is the World Wide Web (WWW), where web servers host websites and make them available to web browsers, the clients. Another typical example is the structure of database (DB) software, where a central server, the DBMS, offers access to the DB to the different clients. Here, the client can be some terminal software shipping with the DBMS, such as psql, or the different applications that access the DBs.

DB A *database* is an organized collection of structured information or data, typically stored electronically in a computer system. Databases are discussed in our book *Databases*⁷⁷.

DBMS A *database management system* is the software layer located between the user or application and the DB. The DBMS allows the user/application to create, read, write, update, delete, and otherwise manipulate the data in the DB⁸¹.

IT information technology

Java is another very successful programming language, with roots in the C family of languages^{9,48}.

Glossary (in English) II



LAMP Stack A system setup for web applications: Linux, Apache (a web server), MySQL, and the server-side scripting language PHP^{15,37}.

Linux is the leading open source operating system, i.e., a free alternative for Microsoft Windows^{4,36,67,75,76}. We recommend using it for this course, for software development, and for research. Learn more at <https://www.linux.org>. Its variant Ubuntu is particularly easy to use and install.

MariaDB An open source relational database management system that has forked off from MySQL^{1,2,5,26,50,64}. See <https://mariadb.org> for more information.

Microsoft Windows is a commercial proprietary operating system¹¹. It is widely spread, but we recommend using a Linux variant such as Ubuntu for software development and for our course. Learn more at <https://www.microsoft.com/windows>.

modulo division is, in Python, done by the operator `%` that computes the remainder of a division. `15 % 6` gives us 3.

MySQL An open source relational database management system^{10,26,65,73,80}. MySQL is famous for its use in the LAMP Stack. See <https://www.mysql.com> for more information.

PostgreSQL An open source object-relational DBMS^{29,57,60,73}. See <https://postgresql.org> for more information.

`psql` is the client program used to access the PostgreSQL DBMS server.

Python The Python programming language^{40,46,49,78}, i.e., what you will learn about in our book⁷⁸. Learn more at <https://python.org>.

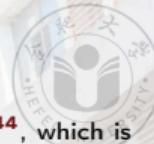
relational database A relational DB is a database that organizes data into rows (tuples, records) and columns (attributes), which collectively form tables (relations) where the data points are related to each other^{19,34,35,68,72,77,79}.



Glossary (in English) III

- server** In a client-server architecture, the server is a process that fulfills the requests of the clients. It usually waits for incoming communication carrying the requests from the clients. For each request, it takes the necessary actions, performs the required computations, and then sends a response with the result of the request. Typical examples for servers are web servers¹⁵ in the internet as well as DBMSes. It is also common to refer to the computer running the server processes as server as well, i.e., to call it the „server computer“⁴⁵.
- significand** The significand is the part of a floating point number that stores the digits of the number (in binary representation). In the 64 bit double precision IEEE Standard 754 floating point number layout^{38,41}, the exponent is 52 bits.
- SQL** The *Structured Query Language* is basically a programming language for querying and manipulating relational databases^{16,21–23,42,53,69–72}. It is understood by many DBMSes. You find the Structured Query Language (SQL) commands supported by PostgreSQL in the reference⁶⁹.
- terminal** A terminal is a text-based window where you can enter commands and execute them^{4,18}. Knowing what a terminal is and how to use it is very essential in any programming- or system administration-related task. If you want to open a terminal under Microsoft Windows, you can Druck auf + , dann Schreiben von `cmd`, dann Druck auf . Under Ubuntu Linux, + + opens a terminal, which then runs a Bash shell inside.
- Ubuntu** is a variant of the open source operating system Linux^{18,37}. We recommend that you use this operating system to follow this class, for software development, and for research. Learn more at <https://ubuntu.com>. If you are in China, you can download it from <https://mirrors.ustc.edu.cn/ubuntu-releases>.
- WWW** World Wide Web^{7,24}
- π is the ratio of the circumference U of a circle and its diameter d , i.e., $\pi = U/d$. $\pi \in \mathbb{R}$ is an irrational and transcendental number^{30,44,55}, which is approximately $\pi \approx 3.141\,592\,653\,589\,793\,238\,462\,643$. In Python, it is provided by the `math` module as constant `pi` with value `3.141592653589793`. In PostgreSQL, it is provided by the SQL function `pi()` with value `3.141592653589793`⁵¹.

Glossary (in English) IV



- e is Euler's number²⁸, the base of the natural logarithm. $e \in \mathbb{R}$ is an irrational and transcendental number^{30,44}, which is approximately $e \approx 2.718\,281\,828\,459\,045\,235\,360$. In Python, it is provided by the `math` module as constant `e` with value `2.718281828459045`. In PostgreSQL, you can obtain it via the SQL function `exp(1)` as value `2.718281828459045`⁵¹.
- \mathbb{R} the set of the real numbers.