

RPDI - Lista 3

Zad. 1. (10 pkt.) Mamy n monet, każdą z nich wykonujemy jeden rzut (niezależnie od pozostałych). Jakie jest prawdopodobieństwo, że wypadło parzyste orłów, jeśli:

- a) $n = 1999$ i wszystkie monety są symetryczne;
- b) $n = 2000$ i wszystkie monety są symetryczne;
- c) $n = 2000$, 1999 monet jest symetrycznych i jedna fałszywa (nie wiemy która);
- d) $n = 2000$, 1999 monet jest fałszywych i jedna symetryczna (nie wiemy która)?

Zad. 2. (10 pkt.) Obliczyć prawdopodobieństwo, że w grze w brydża gracz N ma wszystkie karty jednego koloru. Za pomocą wzoru Stirlinga znaleźć przybliżoną wartość tego prawdopodobieństwa. **Uwaga:** znaleźć jak najlepsze oszacowanie bez używania kalkulatorów, programów komputerowych, itd.

Zad. 3. (10 pkt.) Mamy talię 52 kart, czterej gracze dostali po 13 kart każdy. Jeden z nich zobaczył przypadkowo u sąsiada

- a) asa pik;
- b) jakiegoś asa.

Jaka jest szansa, że ten gracz nie ma asa?

Zad. 4. (5 pkt.) Jest n monet, część z nich symetryczna, ale k z nich jest asymetrycznych i orzeł wypada na nich z prawdopodobieństwem $1/3$. Wybrano losowo monetę i w wyniku rzutu wypadł orzeł. Jaka jest szansa, że moneta jest asymetryczna?

Zad. 5. (5 pkt.) Przesyłamy ciąg składający się z 0 i 1. Załóżmy, że przy przesyłaniu 0 przekłamanie następuje z prawdopodobieństwem $2/15$, a przy przesyłaniu 1 z prawdopodobieństwem $1/10$. Wiedząc, że otrzymano 0 oraz, że stosunek liczby wysłanych 0 do 1 wynosi 5 do 3, obliczyć prawdopodobieństwo, że wysłano 0.

Zad. 6. (5 pkt.) Trzech strzelców oddało po jednym strzale. Prawdopodobieństwa trafień wynoszą odpowiednio 0,6; 0,5; 0,4. Prawdopodobieństwa te są od siebie niezależne. Oblicz prawdopodobieństwo, że trzeci strzelec trafi, jeśli cel został trafiony a) jednym pociskiem; b) dwoma pociskami; c) trzema pociskami.

Zad. 7. (5 pkt.) Przesyłamy 1 bit (0 lub 1) przez sieć $2n$ komputerów połączonych szeregowo. Każdy komputer zmienia wartość otrzymanego bitu z prawdopodobieństwem p . Komputery działają niezależnie. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że na wyjściu uzyskamy to co wysłaliśmy (podać wyrażenie, które opisuje kombinatoryczno-probabilistyczną interpretację, nie trzeba podawać postaci zwartej tego prawdopodobieństwa).

Zad. 8. (10 pkt.) Wyliczyć zwartą postać wyrażenia z poprzedniego zadania.

Zad. 9. (5 pkt.) Który z przedstawionych systemów sieciowych ma większą niezawodność? Poszczególne węzły pracują niezależnie i mogą ulec awarii z prawdopodobieństwem p .



Zad. 10. (Problem Monty Halla) (5 pkt.) Bierzymy udział w teleturnieju, w którym za jedną z 3 zasłon znajduje się *Cenna Nagroda*, a za dwoma pozostałymi nic nie ma. Uczestnik wybiera zasłonę, a następnie prowadzący odsłania jedną z pozostałych zasłon za którą nic nie ma (jeśli za oboma pozostałymi nic nie ma, to wybór jest losowy). Gracz może pozostać przy pierwotnym wyborze albo wskazać nieodsłoniętą jeszcze zasłonę. Co powinien zrobić?