

## RPdI- lista 6

1. (5p) Mamy 20 kartek ponumerowanych liczbami od 0 do 19. Wybieramy losowo jedną z nich. Niech  $X$  oznacza sumę cyfr na wylosowanej kartce. Podać rozkład zmiennej losowej  $X$ , jej dystrybuantę. Sporządzić wykres dystrybuanty.

2. (5p) Dystrybuanta zmiennej losowej  $X$  jest postaci

$$F(t) = \begin{cases} 0 & : t < 0 \\ 1/2 & : 0 \leq t < 1; \\ 1 & : t \geq 1 \end{cases}$$

Znaleźć rozkład  $X$ . Obliczyć  $P(X < 1/2)$ ,  $P(X \leq 1/2)$ ,  $P(X < 1)$ ,  $P(X \leq 1)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 1/2)$ ,  $P(X > 3/4)$ ,  $P(0 < X < 2/3)$ .

3. (5p) Zmienna losowa  $X$  ma rozkład postaci

$$P(X = n) = \frac{c}{n(n+1)} \quad \text{dla } n=1,2,\dots$$

Wyznacz wartość  $c$ . Oblicz  $P(X > m)$  dla  $m=0,1,\dots$ .

4. (5p) Prawdopodobieństwo uszkodzenia pracującego komputera podczas przepięcia w sieci elektrycznej wynosi  $1/4$ . W trakcie przepięcia włączonych było 5 komputerów. Jaka jest szansa, że awarii uległo

- a) dokładnie  $k$  komputerów,  $k=0,1,\dots,5$
- b) co najmniej  $k$  komputerów,  $k=0,1,\dots,5$
- c) co najwyżej  $k$  komputerów,  $k=0,1,\dots,5$

5. (10p) Wiadomo z obserwacji, że 5% nowo wyprodukowanych komputerów ulega awarii tuż po zainstalowaniu systemu operacyjnego. Firma produkująca komputery dostała zamówienie na zainstalowanie sieci 50 komputerów w odległym mieście. Postanowiono zabrać na montaż 52 komputery. Jaka jest szansa, że uda się uruchomić sieć? Ile komputerów należałoby zabrać aby mieć pewność 99%?

6. (10p) Wiadomo, że prawdopodobieństwo poprawnego przesłania pakietu w trakcie pojedynczej sesji wynosi  $p$ . Jaka jest najbardziej prawdopodobna ilość poprawnie przesłanych pakietów, gdy przesłano niezależnie ich  $n$ ?

7. (10p) Jak długi powinien być ciąg cyfr losowych aby prawdopodobieństwo wystąpienia co najmniej raz cyfry 5 wynosiło co najmniej 95%? Jakie jest prawdopodobieństwo, że cyfra 5 pojawi się po raz pierwszy jako piąty element?

8. (5p) Niech  $X$  i  $Y$  będą niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie przyjmującym wartości 1,2,3,4 z prawdopodobieństwami 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 odpowiednio. Znajdź rozkład  $X+Y$ . Oblicz  $E(X)$ ,  $E(XY)$ .

9. (5p) Niech  $X, Y$  będą niezależnymi dyskretnymi zmiennymi losowymi przyjmującymi wartości ze zbioru liczb naturalnych. Udowodnić (z definicji), że dla wszystkich  $i, j$  naturalnych  $P(X=i; Y=j) = P(X=i)P(Y=j)$ .

10. (10p) Przesyłamy siecią słowo  $k$ -bitowe, bit po bicie. Prawdopodobieństwo poprawnego przesłania bita w danej próbie wynosi  $p$  i jest niezależne od pozostałych prób. Niech  $X$  będzie zmienną losową opisującą łączną liczbę niezależnych transferów bitów aż do poprawnego przesłania całego słowa. Znaleźć rozkład tej zmiennej losowej.

11. (5p) Wyznaczyć wartość oczekiwaną zmiennej losowej z zadania 2.