

RPdI – Lista 7

1. (10p) Przesyłane siecią pliki mogą z prawdopodobieństwem a/n być poprawnie przesłane, a z prawdopodobieństwem $1-a/n$ w trakcie przesyłu sieć się może zawiesić lub nastąpi uszkodzenie pliku. Wysyłamy plik aż do poprawnego przesłania. Załóżmy, że prędkość sieci pozwala na dokonanie n prób na sekundę. Niech X_n oznacza czas (w sekundach) oczekiwania na pierwsze poprawne przesłanie pliku. Wyznaczyć dystrybuantę X_n i zbadać jej zachowanie przy $n \rightarrow \infty$.
2. (10p) W urnie mamy b kul białych i c czarnych. Po wyciągnięciu kuli z urny wrzucamy ją z powrotem i dokładamy d kul tego samego koloru. Jakie jest prawdopodobieństwo wyciągnięcia k kul czarnych w n losowaniach?
3. (10p) Gracze A i B rzucają monetą dla której prawdopodobieństwo wypadnięcia orła wynosi p . Jeśli wypadnie orzeł, to A wygrywa 1\$ (a B traci 1\$), w przeciwnym przypadku B wygrywa 1\$ (a A traci 1\$). Załóżmy, że A ma nieograniczony kapitał i gra aż wygra b \$. Znaleźć prawdopodobieństwo wygranej gracza A.
4. (10p) W turnieju rycerskim bierze udział 2^n rycerzy (system turniejowy). Obaj uczestnicy każdego pojedynku mają równe szanse na zwycięstwo. Wśród uczestników jest 2 braci. Jaka jest szansa, że spotkają się w pojedynku?
5. (10p) Szansa wygrania pojedynczej partii przez A wynosi p i do zakończenia całej gry brakuje mu a wygranych. Jego przeciwnikowi brakuje b wygranych. Niestety pojedynek musi zostać przerwany. Jak sprawiedliwie podzielić stawkę?
6. (10p) Przesyłane siecią pliki mogą z prawdopodobieństwem p być poprawnie przesłane, prawdopodobieństwem q być przesłane ale z pewnymi uszkodzeniami albo z prawdopodobieństwem $1-p-q$ w trakcie przesyłu sieć się może zawiesić. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w trakcie wielokrotnego (niezależnego) przesyłania plików poprawne przesłanie nastąpi przed zawieszeniem sieci?
7. (10p) Przypuśćmy, że obok ułożonej w rzędzie talii n różnych kart rozkładamy drugą (potasowaną) talię. Koincydencją na i -tym miejscu nazywamy zdarzenie, że i -te karty z obu talii są takie same. Obliczyć oczekiwaną ilość koincydencji.
8. (10p) Wektor losowy jest postaci

$X \backslash Y$	1	2	3
0	0.3	0.2	0.1
3	0.2	0.1	a

Wyznaczyć a . Podać rozkłady brzegowe. Wyliczyć EX , EY , $E(X^2)$, $E(Y^2)$, $Cov(X,Y)$.

9. (5p) Znaleźć przykład potwierdzający, że rozkłady brzegowe nie wyznaczają jednoznacznie rozkładu łącznego wektora losowego (X,Y) .
10. (10p) Algorytm losowo produkuje litery z alfabetu 26-znakowego. Jaka jest spodziewana ilość wystąpień słowa „robak” w ciągu 1000000 znaków?
11. (10p) Rzucamy kostką aż do momentu, gdy wypadną pod rząd dwie „6”. Jaka jest oczekiwana liczba rzutów? (Podpowiedź: nie jest to 36).
12. (5p) Znaleźć przykład pary zmiennych losowych (X,Y) , które są zależne, ale $Cov(X,Y)=0$.