

## RPdI – lista 8

1. (5p) Znaleźć wartość oczekiwaną i wariancję iloczynu dwóch niezależnych zmiennych losowych  $X, Y$  o rozkładach jednostajnych :  $X$  na  $[0,1]$ ,  $Y$  na  $[1,3]$ .
2. (10p) Loteria ma 1 milion losów, wśród których jest 1 o wygranej 100000 zł., 9 o wygranej 5000 zł., 90 o wygranej 500 zł., 900 o wygranej 50 zł. Oblicz oczekiwaną wygraną, jeśli kupujemy 1 los, 100 losów. Gdyby sprzedano 70% biletów, każdy w cenie 2 zł, to jaka byłaby spodziewana kwota do wypłacenia i spodziewany zysk?
3. (10p) Niech dystrybucja  $F$  zmiennej losowej  $X$  będzie funkcją ciągłą i ściśle rosnącą. Dowieść, że zmienna losowa  $F(X)$  ma rozkład jednostajny na odcinku jednostkowym. Korzystając z tego zadania podać przepis na generowanie za pomocą generatora liczb losowych z przedziału  $[0,1]$ , zmiennych losowych o rozkładzie wykładniczym.
4. (4x5p) Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję następujących rozkładów:
  - a) Geometryczny  $G(p)$
  - b) Poissona  $P(\lambda)$
  - c) Wykładniczy  $E(\lambda)$
  - d) Jednostajny  $U[a,b]$
5. (10p) Znaleźć gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $Y$  będącej polem koła, którego promień jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na przedziale  $[0,2]$ .
6. (5p) Liczba wypadków zdarzających się na autostradzie w ciągu doby jest zmienną losową o rozkładzie Poissona z parametrem 5. Obliczyć prawdopodobieństwo, że
  - a) nie będzie dziś żadnego wypadku
  - b) będą co najmniej 2 wypadki
  - c) będą co najwyżej 2 wypadki.
7. (5p) Niech  $X \sim N(7,9)$ . Obliczyć prawdopodobieństwo, że zmienna losowa  $X$  przyjmuje wartości (korzystając z tablic)
  - a) mniejsze od 8,5
  - b) większe od 3,7
  - c) leżące między 2,5 a 11,2.
8. (5p) Niech  $X \sim N(95, \sigma^2)$ . Znajdź wariancję, jeśli wiadomo, że 20% obszaru pod wykresem gęstości leży na prawo od 103,4.
9. (5p) Niech  $X \sim N(m, (24.5)^2)$ . Znajdź  $m$ , jeśli  $P(X < 60) = 0.3745$ .
10. (5p) Zmienna losowa  $X$  ma rozkład wykładniczy z parametrem 4. Znaleźć rozkład zmiennej losowej  $Y = 3X + 4$ . Obliczyć gęstość  $Y$ .
11. (15p) Punkt  $x$  jest punktem stałym permutacji  $p: \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$  jeśli  $p(x) = x$ . Wyznacz wartość oczekiwaną i wariancję liczby punktów stałych permutacji losowej wybranej w sposób jednostajny ze zbioru wszystkich permutacji.