

Trabalho de Algoritmos Numéricos DI/CT/UFES Turmas da Engenharia da Computação e Ciência da Computação

Interpolação polinomial por partes via splines cúbicas

Data de entrega: 27/11/16

1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é implementar a interpolação polinomial usando o método de splines cúbicas naturais.

2 Interpolação polinomial e a interpolação por partes

Dado um conjunto de $(n + 1)$ pontos no plano $C = ((x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n))$ com $x_0 < x_1 < x_2 \dots < x_{n-1} < x_n$, quer se obter um polinômio que passe pelos pontos (ou seja, tal que $p(x_i) = y_i$ para todo i).

Sabe-se que, dado um conjunto de $(n + 1)$ pontos no plano, é sempre possível obter um polinômio de grau n que satisfaz às $(n + 1)$ restrições de interpolação ($p_n(x)_i = y_i$). No entanto, se houver uma quantidade muito grande de pontos, pode surgir uma instabilidade associada ao grau elevado do polinômio e, nestes casos, é preferível trabalhar com interpolação polinomial por partes.

3 Interpolação polinomial por partes

Na interpolação polinomial por partes, em cada intervalo (x_i, x_{i+1}) tem-se um polinômio diferente, ou seja, resolve-se um problema de interpolação localmente.

Este polinômio pode ser de grau 1 (interpolação via retas) ou de grau maior, por exemplo, de grau 3.

Splines cúbicas É o tipo de interpolação por partes mais utilizada: polinômios de grau 3 são empregados. Os polinômios obtidos são curvas que são concatenadas formando uma função contínua e sem mudanças bruscas de inclinação e de curvatura entre as partes.

A obtenção das splines cúbicas para um conjunto de pontos no plano pode ser vista com detalhes nas páginas de 149 a 155, do livro Algoritmos Numéricos de Frederico Campos, 2ª edição.

Pode ser vista também nas páginas de 426 a 435 no livro de Chapara e Canale (na tradução, 5ª edição).

4 Implementações

Implementar as splines cúbicas naturais que interpolam um conjunto de $(n + 1)$ pontos no plano $C = ((x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n))$ com $x_0 < x_1 < x_2 \dots < x_{n-1} < x_n$ dispostos em uma configuração qualquer, ou seja, não necessariamente igualmente espaçados e, para um valor z fornecido pelo usuário (com $x_0 < z < x_n$), calcular $s_i(z)$.

Os dados fornecidos pelo usuário são: a quantidade de pontos, os $(n + 1)$ pontos (x_i, y_i) e o ponto z . Estes pontos podem ser fornecidos diretamente via teclado ou lidos de um arquivo.

A implementação do programa deve ser tal que calcule $s_i(z)$ assim como as imagens das splines $s_i(x)$ em conjunto de m pontos (com $m \gg n$) visando fazer o gráfico das splines em $D = [x_0, x_n]$.

5 Menu de entrada e valores de saída

Entrada:

Seu programa deve exibir, inicialmente na tela, um menu para o usuário, similar ao mostrado abaixo:

Digite uma opção:

- 1 - Ler dados via teclado
- 2 - Ler dados via arquivo
- 3 - Sair

Escolha:

Quando a escolha for a opção 1 (dados via teclado) o usuário deve fornecer os dados na seguinte ordem:

quantidade de pontos :

(em uma nova linha) a lista de valores de x, separados por espaço

(em uma nova linha) a lista de valores de y, separados por espaço

(em uma nova linha) o valor de z

Exemplo:

Para os pontos $((x_0 = 1.0, y_0 = 4.0), (x_1 = 1.5, y_1 = 2.8), (x_2 = 2.2, y_2 = 3.7))$ e $z = 1.7$ a entrada seria:

```
3
1.0    1.5    2.2
4.0    2.8    3.7
1.7
```

Quando a escolha for a opção 2, deve-se exibir na tela um novo menu, para saber qual arquivo deve ser lido. Este novo menu deve ser similar ao mostrado abaixo:

Digite uma opção:

- 1 - Ler arquivo dados1.txt
- 2 - Ler arquivo dados2.txt
- 3 - Ler arquivo dados3.txt
- 4 - Sair

Escolha:

No arquivo os dados estarão, também, dispostos na seguinte ordem:
quantidade de pontos :
(em uma nova linha) a lista de valores de x , separados por espaço
(em uma nova linha) a lista de valores de y , separados por espaço
(em uma nova linha) o valor de z

Saída:

O valor de $s_i(z)$ deve ser exibido na tela e os valores de $s_i(x)$ em conjunto de m pontos (com $m \gg n$) em $D = [x_0, x_n]$ devem ser gravados em um arquivo chamado grafico.txt, no formato que for mais conveniente para a realização do seu gráfico.

6 Execuções

Seu código deve ser geral mas para fazer o relatório deve executar o código para resolver os seguintes problemas:

1. Problema inicial

Obter as splines interpoladoras dos seguintes dados (entrada via teclado)

```
6
0.0    0.4    1.0    1.5    1.7    2.0
0.5    1.5    1.0    1.1    0.9    0.5
0.7
```

e fazer o gráfico das splines em $D = [x_0, x_n]$ usando $m = 50$.

2. Problema arquivo 1

Obter as splines interpoladoras dos dados existentes no dados1.txt e fazer o gráfico das splines em $D = [x_0, x_n]$ usando $m = 50$.

3. Problema arquivo 2

Obter as splines interpoladoras dos dados existentes no dados2.txt e fazer o gráfico das splines em $D = [x_0, x_n]$ usando $m = 100$.

4. Problema arquivo 3

Obter as splines interpoladoras dos dados existentes no dados3.txt e fazer o gráfico das splines em $D = [x_0, x_n]$ usando $m = 100$.

7 Relatório

1. Introdução: apresentar uma síntese do trabalho (o que foi feito, objetivos gerais).
2. Método numérico: explicar a ideia do método numérico implementado.

3. Resultados: apresentar, para cada uma das execuções descritas, as soluções e os gráficos solicitados.
4. Código: explicar como rodar o programa e imprimir, no final do relatório, o código.

8 Condições de entrega

8.1 Grupo:

Este trabalho deverá ser realizado em grupos de, no máximo, **2 alunos**. Não serão aceitos grupos com mais componentes. OBS: Escreva os nomes dos componentes no código fonte do seu programa.

8.2 Como entregar:

- Envie o código até dia **27/11/16**, às **23:59h**.
- Envie o código fonte do seu trabalho por e-mail para *galarda@inf.ufes.br*.
- O assunto do e-mail deverá ser o seguinte (somente o que está entre aspas duplas): “algun:nome1:nome2”. Substitua nome1, nome2 pelo primeiro nome e o último sobrenome de cada integrante do grupo, separados por espaços.
- Envie o arquivo o código fonte (em C, Fortran, Python ou Java) anexado. NÃO coloque o seu código no corpo do e-mail. O nome do código deve ser composto pelo primeiro nome dos integrantes do grupo.
- O relatório deverá ser **apenas** entregue impresso. Deve ser entregue até **29 de novembro de 2016**, às **17:00h**.

Um exemplo, do e-mail de envio do trabalho, com um grupo com 2 integrantes:

Para: galarda@inf.ufes.br
De: Ana Silva
Assunto: algun:Ana Silva:Joao Moraes
Anexo: AnaJoao.c