

# 1 Документация

## Исполняемый файл:

«Program.py»;

## Файл вывода (по умолчанию):

«Выкладки.tex»,

файл сбрасывается при каждом исполнении алгоритма, дополнительная модификация файла для успешного открытия в редакторе и последующей трансляции в PDF не требуется;

## Строгие зависимости:

sympy (основа символьных вычислений),  
einsteinpy.symbolic (встроенные расчёты базовых геометрических объектов),  
time (измерение времени выполнения программы);

## Особенности:

- 1) В целях повышения гибкости и облегчения восприятия, настройка параметров производится в обособленном символами «!» участке кода с заглавием «ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ:».
- 2) Ключи вида «key\_calc\_...» отвечают за вычисления, «key\_write\_...» – за выводы. Вывод без вычисления запрещён.
- 3) Класс «Output\_Object» является служебным и предназначен исключительно для упрощения кода.
- 4) Геометрические расчёты принимают в качестве данных ковариантную метрику. В функционал входят вычисление и вывод в файл контравариантной метрики (обратная матрица), символов Кристоффеля II рода, тензора кривизны Римана  $R_{abcd}$ , его скалярного квадрата, тензора Риччи  $R_{ab}$ , его скалярного квадрата, скалярной кривизны и тензора Эйнштейна  $G_{ab}$ .

# 2 Справочные материалы

!!!Везде далее используется соглашение Эйнштейна о повторяющихся индексах.!!!

## 2.1 Определения

Ковариантная метрика:  $g_{\mu\nu}$ .

Контравариантная метрика:  $g^{\mu\nu}$ ,  $g_{ca}g^{ab} = \delta_c^b$ .

Символы Кристоффеля II рода:  $\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2}g^{im}(\partial_l g_{mk} + \partial_k g_{ml} - \partial_m g_{kl})$ .

Тензор кривизны Римана :

$$R_{\mu k \nu m} = g_{\mu\rho} R^{\rho}_{k \nu m}, \quad R^{\rho}_{\sigma \mu \nu} = \partial_{\mu} \Gamma^{\rho}_{\nu \sigma} - \partial_{\nu} \Gamma^{\rho}_{\mu \sigma} + \Gamma^{\rho}_{\mu \lambda} \Gamma^{\lambda}_{\nu \sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu \lambda} \Gamma^{\lambda}_{\mu \sigma}.$$

Его скалярный квадрат:  $R_{abcd}R^{abcd}$ .

Тензор Риччи:  $R_{kl} = R^{\rho}_{k \rho l}$ .

Его скалярный квадрат:  $R_{ab}R^{ab}$ .

Скалярная кривизна:  $R = R_{km}g^{km}$ .

Тензор Эйнштейна:  $G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2}Rg_{ab}$ .

## 2.2 Некоторые замечания

Далее, где нужно,  $\dim = 4$ .

№0

Всякий симметричный тензор ранга 2 имеет здесь 10 алгебраически независимых компонент.

№1

Метрический тензор симметричен и свёртка с ним производит поднятие-опускание индексов.

Почти всюду имеет место  $\det g_{\mu\nu} \neq 0$ .

№2

!!!Символы Кристоффеля тензорами не являются!!!

$$\Gamma_{bc}^a = \Gamma_{cb}^a$$

№3

Симметрии тензора Римана:  $R_{abcd} = -R_{bacd} = -R_{abdc} = R_{cdab}$ .

Первое тождество Бианки:  $R_{abcd} + R_{acdb} + R_{adb c} = 0$ .

Суммарно 20 алгебраически независимых компонент из общего их числа 256: 235 зависят из-за симметрий и ещё 1 из-за тождества Бианки.

№4 Скалярный квадрат любого тензора – скаляр. Скалярная кривизна – скаляр.

№5

$$R_{ab} = R_{ba}, \quad G_{ab} = G_{ba}.$$

$\nabla_a G^{ab} \equiv 0$ . Тензор Эйнштейна представляет собой бездивергентную часть тензора Риччи.