

Institute of Systems Science and Intelligent Control Technology 系统科学与智能控制技术研究

鲁棒控制： 建模、跟踪、抗扰、容错

周克敏
山东科技大学
电气与自动化工程学院
2020年5月28日
(第八讲)

爱如金

提纲

- 1 古典控制基础
- 2 鲁棒控制理论基础
- 3 鲁棒控制在迟滞系统中应用
- 4 高精度跟踪与抗扰控制
- 5 故障诊断与容错控制
- 6 教材2-16章

2

故障与故障诊断(Wikipedia)

- In document ISO 10303-226, a **fault** is defined as an **abnormal condition** or **defect** at the component, equipment, or sub-system level which may lead to a failure.
- **Fault detection, isolation, and recovery** is a subfield of control engineering which concerns itself with monitoring a system, identifying when a fault has occurred, and pinpointing the type of fault and its location. Techniques include model-based FDI and signal processing based FDI.

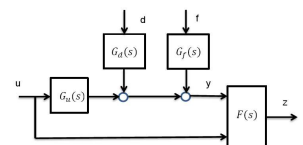
标准故障诊断模型

标准模型假设

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_d d + B_f f$$

$$y = Cx + Du + D_d d + D_f f$$

$$y = G_u u + G_d d + G_f f$$



- 设计一个滤波器 $F(s)$ ，使得 $z = F(s) \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix}$
 - 与输入 u 和扰动 d 解耦
 - 或者使得 u 和 d 对 z 的影响越小越好
 - 同时使得 f 到 z 的传输非零
 - 或者在某种意义上越大越好
- 标准的方法是设计一个观测器。

故障诊断滤波器一般形式

□ 系统模型

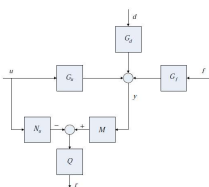
$$y = G_u u + G_d d + G_f f$$

$$\begin{bmatrix} G_u & G_d & G_f \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} N_u & N_d & N_f \end{bmatrix}$$

□ 故障诊断滤波器一般形式

$$r = Q(My - N_u u) = Q \begin{bmatrix} M & -N_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix}$$

$$r = Q \begin{bmatrix} N_d & N_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ f \end{bmatrix} = QN_d d + QN_f f$$



结论

在这个模型下

- Q 的自由度包含了所有可能的滤波器
- 故障诊断滤波器 $F(s)$ 的设计和 u 是如何产生的无关!

问题是:

- 模型中的假设是否合理? ? ? ? ?
- 答案是否定的!
- 系统故障不能假设为“加”性的!

为什么不能认为是“加”性

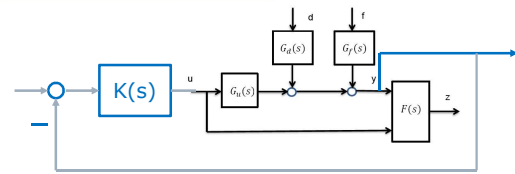
如果是

- ❑ 可以归到扰动中, 那么容错就是抗扰
- ❑ 故障诊断等价于扰动估计

- ◆ 故障是系统内部的变化
- ◆ 故障不可能是外部输入信号

➤ 不存在“加”性故障!

闭环故障诊断



在这个模型下

- ❑ 故障诊断滤波器F(s)的设计和u是如何产生的无关!
 - ❑ 故障诊断滤波器F(s)的设计与控制器K(s)无关!
 - ❑ 闭环故障诊断和开环故障诊断是一样的!
- 显然不合理!

开环故障诊断

$$\dot{x}_s = -\frac{1}{RC}x_s + \frac{1}{R_0C}u, \quad x_s(0) = 0$$

$$y = -x_s, \quad R = \frac{R_0}{1 + \delta(t)}, \quad -1 \leq \delta(t) \leq 0$$

Fault Detection Model: $R_0C = 1$

$$\dot{x}_m = -\frac{1}{R_0C}x_m + \frac{1}{R_0C}(-\delta(t)x_m) + \frac{1}{R_0C}u = -x_m + f + u, \quad f = -\delta(t)x_m$$

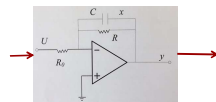
$$y_m = -x_m$$

Fault Detection Observer:

$$\dot{\hat{x}} = -\hat{x} + u + L(\hat{y} - y_m), \quad \hat{y} = -\hat{x}$$

$$e_m := x_m - \hat{x}, \quad \text{Then } \dot{e}_m = -(1+L)e_m + f, \quad x_s(t) = \begin{cases} e^{-t} * u(t), & 0 \leq t \leq 2 \\ x_s(2) + \int_2^t u(\tau) d\tau, & t \geq 2 \end{cases}$$

e_m 不依赖于 u , 但 e_r does!!!!



闭环故障诊断

$$\dot{x}_s = -(K + 1 + \delta(t))x_s + Kr, \quad x_s(0) = 0$$

$$y = -x_s$$

Fault Detection Model:

$$\dot{x}_m = -x_m + f + u, \quad f = -\delta(t)x_m$$

$$y_m = -x_m$$

Fault Detection Observer:

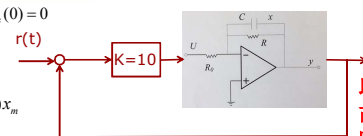
$$\dot{\hat{x}} = -\hat{x} + u + L(\hat{y} - y_m), \quad \hat{y} = -\hat{x}$$

$$e_m := x_m - \hat{x}, \quad \text{Then } \dot{e}_m = -(1+L)e_m + f, \quad \text{和开环一样!}$$

$$e_r := x_s - \hat{x}, \quad \text{Then } \dot{e}_r = -(1+L)e_r - \delta(t)x_s,$$

$$x_s(t) = \begin{cases} Ke^{-(K+1)t} * r(t), & 0 \leq t \leq 2 \\ e^{-K(t-2)}x_s(2) + \int_2^t Ke^{-K(t-\tau)}r(\tau)d\tau, & t \geq 2 \end{cases} \approx r(t)$$

e_m 不依赖于 r , 但 e_r does!!!!



此故障对闭环危害性很小

结论

- ❑ 现行的故障诊断模型不合理!
- ❑ 基于现行的模型故障检测与诊断不可行。不能真正解决诊断问题!
- ❑ 需要新架构和新方法
- ❑ 另外, 有些故障并不需要检测或诊断
- ❑ 需要故障的新分类方法: 哪些故障需要检测, 那些不需要?

故障容错和鲁棒控制的关系

- ❑ 故障~变化~不确定性
- ❑ 容错~鲁棒
- ❑ 故障分级~不确定性大小~不确定性危害性
- ❑ 故障分类~不确定性结构
- ❑

建模问题

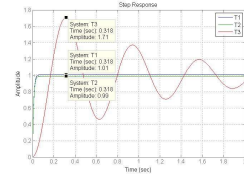
- 控制的效果取决于系统的建模
- 如何从系统开环模型的差异（距离）来判断闭环之间的差异？
- 用H无穷范数来界定不确定性大小是否合适？

例如 $G_1=100/(s-1)$ 和 $G_2=100/(s+1)$ ，稳定与不稳定系统之间H无穷范数不存在。L无穷范数也很大。

但从反馈控制角度来说，这两个系统很近，很近。如何正确度量两个系统之间的距离是关键。

系统距离：开环与闭环

- $K(s) = 10$
- $G_1(s) = \frac{10}{s-1}$, $G_2(s) = \frac{10}{s+1}$, $G_3(s) = \frac{10}{(s+1)^2}$
- $T_1(s) = \frac{100}{s+99}$,
- $T_2(s) = \frac{100}{s+101}$,
- $T_3(s) = \frac{100}{s^2+2s+101}$



$$\|G_1(s)-G_2(s)\|_\infty = \infty = \|G_1(s)-G_3(s)\|_\infty, \|G_2(s)-G_3(s)\|_\infty \approx 5$$

$$\|T_1(s)-T_2(s)\|_\infty \approx 0.02, \|T_1(s)-T_3(s)\|_\infty \approx \|T_2(s)-T_3(s)\|_\infty \approx 5$$

系统距离：开环与闭环（续）

- $K(s) = 100$
- $G_1(s) = \frac{10}{s-1}$, $G_2(s) = \frac{10}{s+1}$, $G_3(s) = \frac{10}{(s+1)^2}$
- $T_1(s) = \frac{1000}{s+999}$, $T_2(s) = \frac{1000}{s+1001}$, $T_3(s) = \frac{1000}{s^2+2s+1001}$

$$\|G_1(s)-G_2(s)\|_\infty = \infty = \|G_1(s)-G_3(s)\|_\infty, \|G_2(s)-G_3(s)\|_\infty \approx 5$$

$$\|T_1(s)-T_2(s)\|_\infty \approx 0.002, \|T_1(s)-T_3(s)\|_\infty \approx \|T_2(s)-T_3(s)\|_\infty \approx 15.8$$

很显然控制器影响标称闭环效果
被控对象的差异不能全面反映闭环差异

系统的性能与鲁棒性评估

- 鲁棒跟踪、抗扰、。。。。。
- 鲁棒稳定
- 鲁棒稳定裕度

系统性能与稳定裕度

定义性能指标和稳定裕度：

$$b_{P,K} := \begin{cases} \left\| \begin{bmatrix} I \\ K \end{bmatrix} (I + PK)^{-1} \begin{bmatrix} I & P \end{bmatrix} \right\|_\infty^{-1} & \text{if } K \text{ stabilizes } P \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

并最优控制： $b_{opt} := \sup_K b_{P,K}$ 。
那么

$$b_{opt} = \sqrt{1 - \lambda_{\max}(YQ)}$$

$$P = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

where Y and Q are the solutions to

$$AY + YA^* - YC^*CY + BB^* = 0, \quad Q(A - YC^*C) + (A - YC^*C)^*Q + C^*C = 0.$$

为什么这个指标？

$b_{P,K} > 0$ 意味着 K 也鲁棒镇定：

- $P_a = P + \Delta_a$ （加性不确定性）其中 P_a 与 P 具有相同的不稳定极点并且 $\|\Delta_a\|_\infty < b_{P,K}$
- $P_m = (I + \Delta_m)P$ （乘性不确定性）其中 P_m 与 P 具有相同的不稳定极点并且 $\|\Delta_m\|_\infty < b_{P,K}$
- $P_f = (I + \Delta_f)^{-1}P$ （反馈不确定性）其中 P_f 与 P 具有相同的不稳定极点并且 $\|\Delta_f\|_\infty < b_{P,K}$
- $P_{foc} = (M + \Delta_m)^{-1}(N + \Delta_n)$, $P = M^{-1}N$ 并且 $\|[\Delta_m \ \Delta_n]\|_\infty < b_{P,K}$

鲁棒性对 P 与 K 是一样的：

（没有控制器的脆弱性）

$$b_{P,K} = b_{K,P}$$

为什么这个指标?

SISO P: **增益裕度** $\geq \frac{1+b_{p,k}}{1-b_{p,k}}$ **相位裕度** $\geq 2 \arcsin(b_{p,k})$

$$\begin{bmatrix} I \\ K \end{bmatrix} (I + PK)^{-1} \begin{bmatrix} I & P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (I + PK)^{-1} & (I + PK)^{-1} P \\ K(I + PK)^{-1} & K(I + PK)^{-1} P \end{bmatrix}$$

性能不要
求每项都
小, 也不
可能

$$= \begin{bmatrix} T_{er} & -T_{ed} \\ T_{ur} & -T_{ud} \end{bmatrix}$$

如何达到合适性能

- 单变量系统用古典回路成型设计
- 多变量系统用 H_∞ 回路成型设计

- (1) Loop Shaping: Obtain a desired open-loop shape (singular values) by using a precompensator W_1 and/or a postcompensator W_2 ,

$$P_s = W_2 P W_1$$

Assume that W_1 and W_2 are such that P_s contains no hidden modes.

- (2) (a) Calculate robust stability margin $b_{\text{opt}}(P_s)$. If $b_{\text{opt}}(P_s) \ll 1$, return to (1) and adjust W_1 and W_2 . (b) Select $\varepsilon \leq b_{\text{opt}}(P_s)$, then synthesize a stabilizing controller K_ε which satisfies

$$\left\| \begin{bmatrix} I \\ K_\varepsilon \end{bmatrix} (I + P_s K_\varepsilon)^{-1} M_s^{-1} \right\|_\infty \leq \varepsilon^{-1}.$$

- (3) The final controller $K = W_1 K_\varepsilon W_2$

v-间隙度量(读作nu)

- 在满足某个winding number条件下, 两个系统 $P_1(s)$ 和 $P_2(s)$ 之间的v-间隙度量(Vinnicombe, 1993):

$$\delta_v(P_1, P_2) = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \frac{|P_1(j\omega) - P_2(j\omega)|}{\sqrt{1 + |P_1(j\omega)|^2} \sqrt{1 + |P_2(j\omega)|^2}} \quad (\leq 1)$$

- 如果 $\tilde{P}(s)$ 和 $\tilde{K}(s)$ 满足 $\delta_v(\tilde{P}, P) \leq r_p$ $\delta_v(\tilde{K}, K) \leq r_k$ 则此系统也稳定, 当且仅当

$$\arcsin b_{p,k} > \arcsin r_p + \arcsin r_k$$

并且有

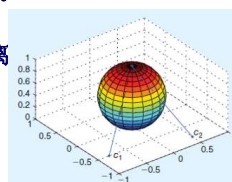
$$\arcsin b_{p,k} \geq \arcsin b_{p,k} - \arcsin r_p - \arcsin r_k$$

立体投影

- 两个实(复)数距离: $d = |c_1 - c_2|$.
- 不能描述距离的相对大小: $d = |1 - 2| = |100 - 101| = 1$ 。但是由1到2的变化是100%, 而由100到101的变化仅仅1%。

- 立体投影后球面上两点弦距离

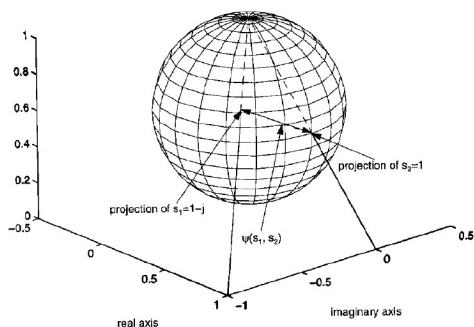
$$\delta_v(c_1, c_2) = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{1 + |c_1|^2} \sqrt{1 + |c_2|^2}}$$



- 弧距离是 $\arcsin \delta_v$

- 那么, $\delta_v(1, 2) = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\delta_v(100, 101) \approx 10^{-4}$

$$\psi(P_1(j\omega), P_2(j\omega)) = \frac{|P_1(j\omega) - P_2(j\omega)|}{\sqrt{1 + |P_1(j\omega)|^2} \sqrt{1 + |P_2(j\omega)|^2}}$$



弦距离充分条件

系统也稳定, 当

$$b_{p,k} > r_p + r_k$$

例如: $r_p=0.5, r_k=0.5, b_{p,k}=0.9$. Then

$$0.9 < 0.5 + 0.5 \text{ (弦距离充分条件不成立)}$$

但是充要条件成立

$$\arcsin 0.9 > \arcsin 0.5 + \arcsin 0.5$$

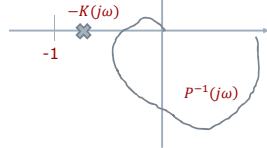
和逆奈奎斯特关系

$$b_{P,K}(\omega) := \delta_v(-K^{-1}(j\omega), P(j\omega)) = \delta_v(-K(j\omega), P^{-1}(j\omega))$$

$$= \frac{|-K^{-1}(j\omega) - P(j\omega)|}{\sqrt{1+|K^{-1}(j\omega)|^2} \sqrt{1+|P(j\omega)|^2}} = \frac{|-K(j\omega) - P^{-1}(j\omega)|}{\sqrt{1+|K(j\omega)|^2} \sqrt{1+|P^{-1}(j\omega)|^2}}$$

$$= 1/\bar{\sigma} \left(\begin{bmatrix} I \\ K(j\omega) \end{bmatrix} (I + P(j\omega)K(j\omega))^{-1} \begin{bmatrix} I & P(j\omega) \end{bmatrix} \right)$$

$$b_{P,K} = \min_{\omega \in R} b_{P,K}(\omega)$$

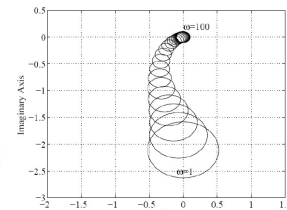


另类定义: v-间隙度量

两个系统 $P_1(s)$ 和 $P_2(s)$ 之间的 v-间隙度量

$$\delta_v(P_1, P_2) := \sin \sup_{C \text{ stabilizing}} |\arcsin b_{P_1 C} - \arcsin b_{P_2 C}|$$

$$G(s) = \frac{10(s+1)}{s(s+2)(s+3)}$$



$$\delta_v(G(s), \tilde{G}(s)) \leq 0.1$$

低频不确定性危害性小

系统距离: 开环与闭环

$$\square G_1(s) = \frac{10}{s-1}, \quad G_2(s) = \frac{10}{s+1}, \quad G_3(s) = \frac{10}{(s+1)^2}$$

- $\square \delta_v(G_1(s), G_2(s)) = 0.1980$, 很小
- $\square \delta_v(G_1(s), G_3(s)) = 0.7695$, 很大
- $\square \delta_v(G_2(s), G_3(s)) = 0.8181$, 很大

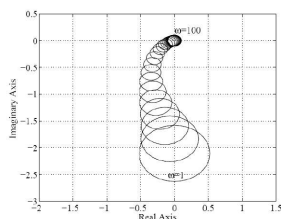
系统距离: 控制器影响

- $\square C(s) = 10$
- $\square \delta_v(10G_1(s), 10G_2(s)) = 0.02$,
- $\square \delta_v(10G_1(s), 10G_3(s)) = 0.9541$
- $\square \delta_v(10G_2(s), 10G_3(s)) = 0.9573$ 。
- $\square C(s) = 100$
- $\square \delta_v(100G_1(s), 100G_2(s)) = 0.002$,
- $\square \delta_v(100G_1(s), 100G_3(s)) = 0.9904$
- $\square \delta_v(100G_2(s), 100G_3(s)) = 0.9906$ 。

v-间隙度量下不确定性

$$G(s) = \frac{10(s+1)}{s(s+2)(s+3)}$$

The corresponding uncertain Nyquist diagram for $\delta_v(G(s), \tilde{G}(s)) \leq 0.1$ with $\omega \in [1, 100]$ at each frequency.



低频不确定性危害性小

v-间隙度量与互质因子不确定性

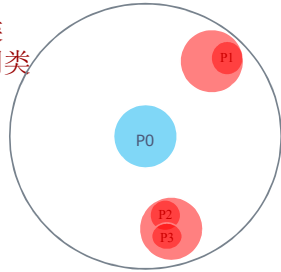
$$\{P: \delta_v(P_0, P) < r\} \supset \left\{ P = (N_0 + \Delta_N)(M_0 + \Delta_M)^{-1} : \begin{bmatrix} \Delta_N \\ \Delta_M \end{bmatrix} \in H_\infty, \left\| \begin{bmatrix} \Delta_N \\ \Delta_M \end{bmatrix} \right\|_\infty < r \right\}.$$

故障分类

□ 同类：所产生的模型之间v-gap距离小

- 闭环特性相近
- 微小故障显然同类
- 中大故障可能不同类

- 微小故障显然同类
- P2, P3同类,与P1同级、不同类



总结

- 现在基于模型的故障诊断不合理
- v-gap (or gap) 提供了一个可能架构
- 在v-gap结构下的故障诊断还有待研究
- 问题比方法多
- 希望在将来的5~10年能提供更合适的方法
- 邀请各位共同努力

一个可能的故障诊断模型

Assumptions:

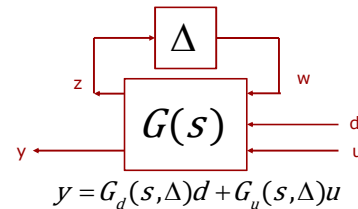
- Faults caused by parameter changes in the system
- Not by external facts

Hence faults can always be characterized by parameters: $\delta_i \in [-1, 0]$

- $\delta_i = 0$: No fault
- $\delta_i = -1$: Full effect fault
- $-1 < \delta_i < 0$: Intermediate fault

Let $\Delta = \text{diag}\{\delta_1 I_{r_1}, \delta_2 I_{r_2}, \dots, \delta_m I_{r_m}\}$

- d: external disturbances
- u: system inputs
- y: everything measurable (including conventional outputs and anything helpful in diagnosis faults)



State Space From

$$w = \Delta z$$

$$\dot{x} = Ax + B_0 w + B_1 d + B_2 u$$

$$z = C_0 x + D_{00} w + D_{01} d + D_{02} u$$

$$y = C_2 x + D_{20} w + D_{21} d + D_{22} u$$

故障诊断基于参数估计

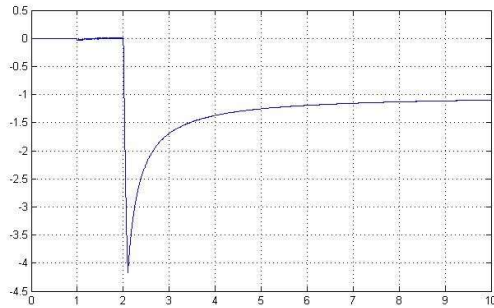
- Define $\delta(t) \triangleq [\delta_1(t), \delta_2(t), \dots, \delta_m(t)]$
- The input-output relationship is given by $\phi(t) = \theta(t)\varphi(t) + n(t)$

where $\phi(t)$ and $\varphi(t)$ are computable from input/output data and $n(t)$ are related to noise or disturbances.

- The parameter $\theta(t)$ is estimated from

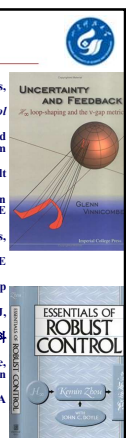
$$\theta(t) = \arg \min \sum_{j=t-N}^t (\phi(j) - \theta(t)\varphi(j))^2$$

$\delta(t)$ 参数辨识过程



Some Key References

- S. X. Ding, Model-Based Fault Diagnosis Techniques -Design Schemes, Algorithms and Tools, 2nd Edition, Springer-Verlag, London, 2013.
- S. X. Ding, Data-Driven Design of Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control Systems, Springer-Verlag, London, 2014.
- S. X. Ding, Y. Yang, Y. Zhang, and L. Li, Data-driven realization of kernel and image representations and their application to fault detection and control system design, Automatica, 50:2615–2623, 2014.
- S. X. Ding, Application of Factorization and Gap Metric Techniques to Fault Detection and Isolation, Part I and Part 2, IFAC Conference, 2015.
- T. Koenigs, M. Krueger, H. Luo, S. X. Ding, A Data-Driven Computation Method for the Gap Metric and the Optimal Stability Margin, IEEE Transactions on Automatic Control, 2017 (online version).
- T. T. Georgiou, On the computation of the gap metric, Syst. contr. letters, 11:253–257, 1988.
- T. T. Georgiou and M. C. Smith, Optimal robustness in the gap metric, IEEE Trans. AC, 35:673–686, 1990.
- G. Vinnicombe, Uncertainty and Feedback: Hinf Loop-Shaping and the V-Gap Metric, World Scientific, 2000.
- K. Zhou, Essentials of Robust Control, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1998.
- 周克峰, 鲁棒控制: 原理与案例, (黄琳院士主编《中国学科发展战略: 控制科学》第十二卷), 科学出版社, 2015.
- K. Zhou and Z. Ren, "A New Controller Architecture for High Performance, Robust, Adaptive, and Fault Tolerant Control," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 46, No. 10, pp. 1613-1618, October 2001.
- K. Zhou, "A New Approach to Robust and Fault Tolerant Control," ACTA Automatica Sinica, Vol. 31, No. 1, pp. 43-55, 2005.



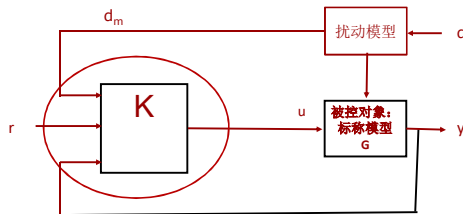
控制一般结构

$G = M^{-1}N$ 左互质分解, $K_0 = V^{-1}U$ 镇定控制器

$$u = K_d d_m + K_r r + K_y y$$

$$K = \begin{bmatrix} K_d & K_r & K_y \end{bmatrix} = (V - QN)^{-1} \begin{bmatrix} Q_d & Q_r & -(U + QM) \end{bmatrix}$$

$$S = \{K : Q_d, Q_r, Q \text{ all stable proper}\}$$



鲁棒控制一般结构综合问题

解决鲁棒与性能的矛盾需要更一般控制框架:

$G = M^{-1}N$ 左互质分解(观测器), $K_0 = V^{-1}U$ 镇定控制器

希望找到系统的方法: 设计 K_0 , F 和 W , 以达到最好的性能
设计 Q 来达到鲁棒性。

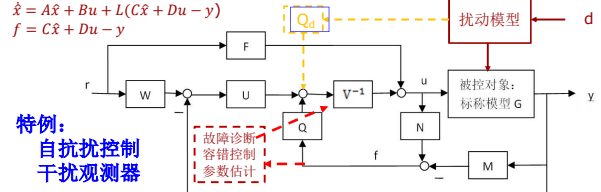
$$K = \begin{bmatrix} K_d & K_r & K_y \end{bmatrix} = (V - QN)^{-1} \begin{bmatrix} Q_d & Q_r & -(U + QM) \end{bmatrix} \in S$$

$$f = Nu - My$$

$$\dot{x} = Ax + Bu + L(Cx + Du - y)$$

$$f = Cx + Du - y$$

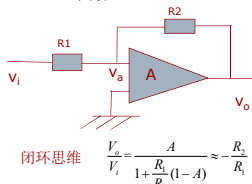
$$Q_r = UW + VF$$



对学科思考

控制科学

- 系统理论
- 全局管理

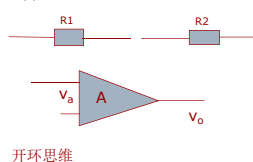


中医

- 整体健康
- 由表及里, 望闻问切, ...

其它工程科学

- 个体(元件)特性
- 码农



开环思维

西医

- 分类医疗: 牙、眼、鼻, ...
- 手术、切除、基因, ...