DerivX

2022-04-13

关于雪球交易日和自然日

在敲出观察日的设定上，交易日可以和自然日得到对应。

在 CalcPresentValue 中，因为需要对每一天每一个价格点计算 payoff，每一天即每一次价格变动是以交易日来锚定的，计算出的每个路径的收支根据点位距离到期或敲出的天数即剩余交易日数进行贴现，但并不能根据剩余交易日数推算得出剩余自然日数，故在根据条件判断得到每个路径的收支并贴现的计算中，无法使用自然日，同样在将每个路径的保证金利息作为收益并贴现的计算中，也无法使用自然日。

在 CalcCouponValue 中，因为只对初始点位进行收支贴现，每个路径的贴现天数只有到期天数和发生敲出天数两种，到期天数用交易日数或自然日数都可以，敲出观察日上交易日和自然日可以在入参时得到对应，故可以使用自然日。

使用交易日和使用自然日，在定价时所得的票息上，差异大概是万六到千一左右（粉丝测算），因为使用交易日（比如 61 / 244 或 250 = 0.25 或 0.244）与使用自然日（90 / 360 或 365 = 0.25 或 0.246575）差别不大，考虑定价时所用基差和波动率等估算值对票息影响更大，以及计算任意交易日的希腊值所用 CalcPresentValue 无法使用自然日，在入参中提供产品存续自然日数和自然日形式的敲出观察日列表，意义不是很大。

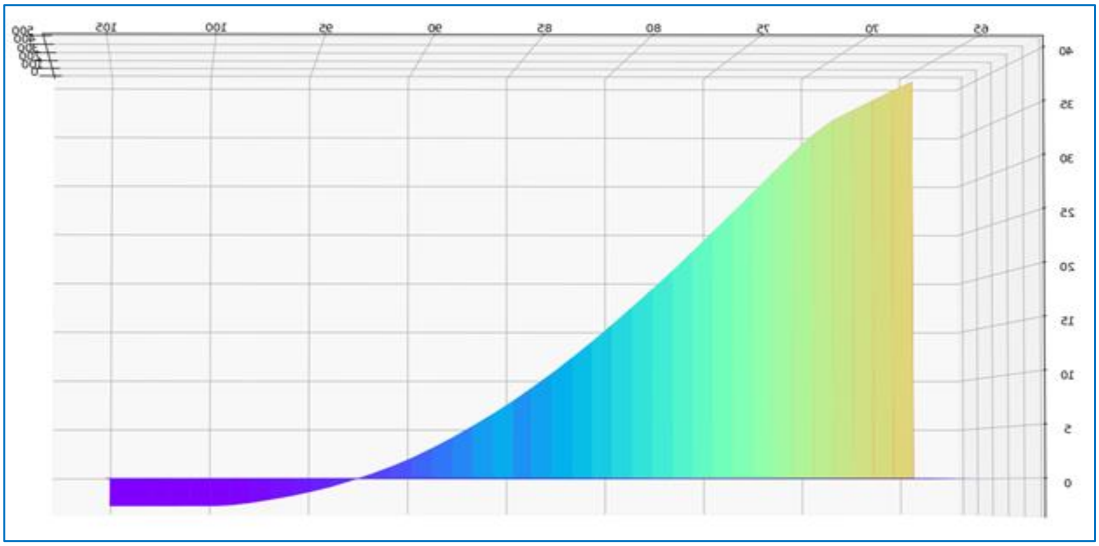
但实际交易中是根据自然日天数来支付票息的，故会考虑在 CalcCouponValue 中使用自然日参数和计算，如只想用交易日来定价，则将自然日数和自然日的观察日列表设成和交易日的一致即可，或者将这两个参数作为可选参数只在需要使用时才传入。

对于 autocall 模型中的 booster、phoenix、snowball 结构均是如此。

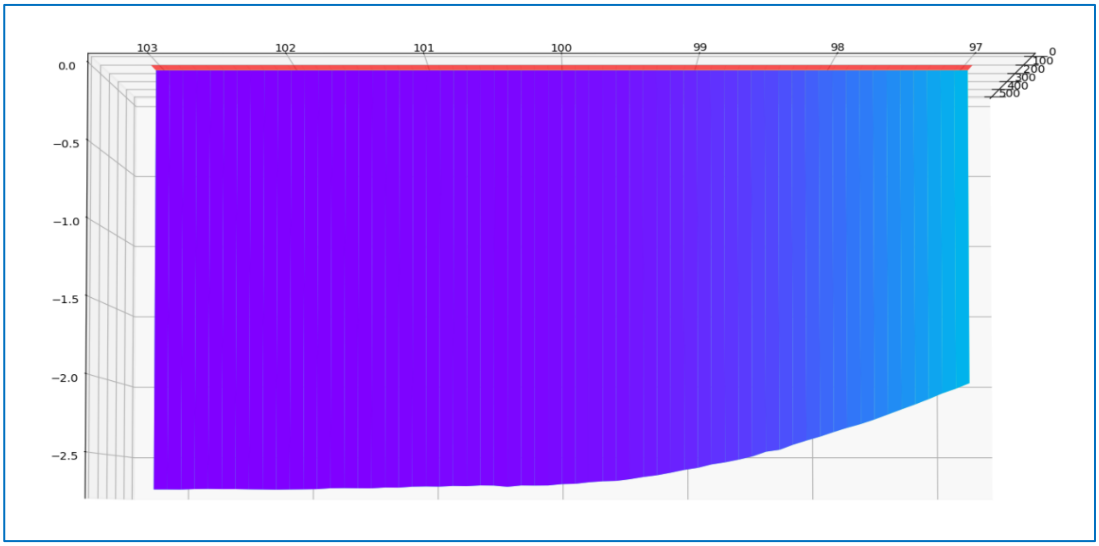
对于 barrier 模型中的 sharkfin 结构，欧式只在到期日才观察是否敲出，故可以使用自然日来计算价格、现值、希腊值，美式需要每个交易日都进行敲出观察，很难提供一一对应的交易日和自然日序列，故不能使用自然日来计算价格、现值、希腊值。目前欧式和美式的 sharkfin 结构都只能传入交易日相关参数进行定价计算。

感谢 Mozixia 提出此问题！

关于雪球 Delta 在敲出价位没有立即变零



观察日当天 Payoff 整体图形



观察日当天 Payoff 敲出价格附近局部图形

从以上两图可见，观察日当天，在超过敲出价格时，Payoff 确实没有立即变直线。

原因是，取随机路径的时候，第[0]位的点是初始价格，第[1]位的是过一天后的价格，目前判断是否敲出，是取[1]位的价格去比较的，如果直接取[0]位的价格，Payoff 就会在超过敲出价时立即变成相等，那么 Delta 也就立即变成零。

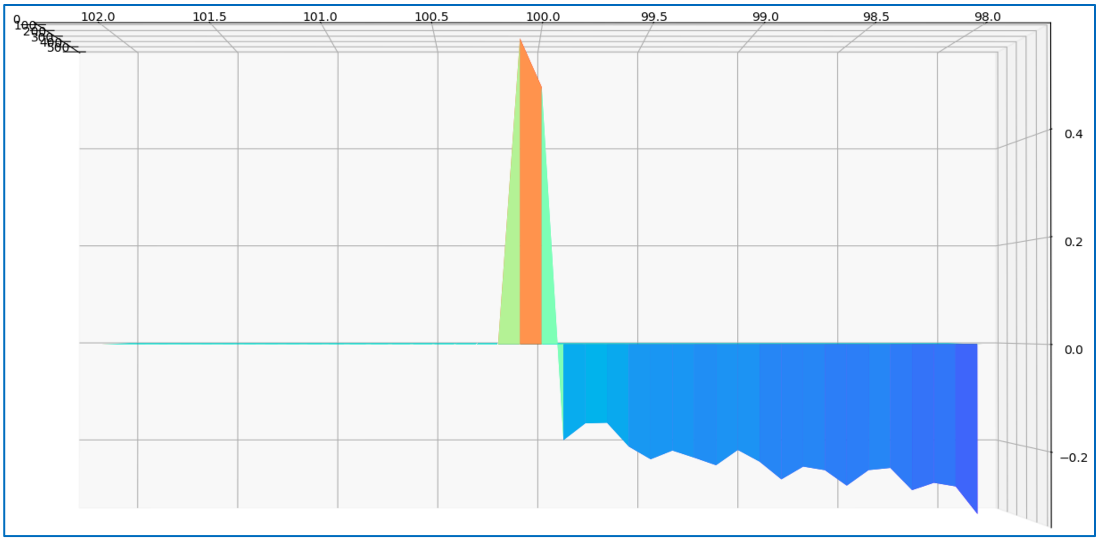
```
98: -209532, -397755, 362537, -542.773, 100000
98.1: -206839, -397380, 354956, -529.419, 100000
98.2: -203564, -396844, 349050, -528.16, 100000
98.3: -199864, -396555, 342201, -500.795, 100000
98.4: -196667, -396060, 336060, -499.593, 100000
98.5: -193314, -395582, 330174, -485.56, 100000
98.6: -190385, -395165, 324006, -511.706, 100000
98.7: -186779, -395116, 317018, -507.535, 100000
98.8: -183346, -394525, 310451, -492.39, 100000
98.9: -180433, -394048, 304105, -452.28, 100000
99: -177568, -393511, 298166, -441.906, 100000
99.1: -174245, -392843, 292994, -441.906, 100000
99.2: -171694, -391912, 287111, -430.332, 100000
99.3: -168640, -391133, 281862, -446.078, 100000
99.4: -165191, -390494, 275534, -449.035, 100000
99.5: -162168, -390003, 269686, -431.498, 100000
99.6: -159082, -389165, 264246, -399.437, 100000
99.7: -155917, -388322, 258806, -398.858, 100000
99.8: -152689, -387698, 253571, -398.858, 100000
99.9: -149099, -387150, 248279, -370.3, 100000
100: -145745, -386526, 243204, -354.554, 100000
100.1: 0, -273737, 0, 0, 100000
100.2: 0, -273737, 0, 0, 100000
100.3: 0, -273737, 0, 0, 100000
100.4: 0, -273737, 0, 0, 100000
100.5: 0, -273737, 0, 0, 100000
100.6: 0, -273737, 0, 0, 100000
100.7: 0, -273737, 0, 0, 100000
100.8: 0, -273737, 0, 0, 100000
100.9: 0, -273737, 0, 0, 100000
101: 0, -273737, 0, 0, 100000
101.1: 0, -273737, 0, 0, 100000
101.2: 0, -273737, 0, 0, 100000
101.3: 0, -273737, 0, 0, 100000
101.4: 0, -273737, 0, 0, 100000
101.5: 0, -273737, 0, 0, 100000
101.6: 0, -273737, 0, 0, 100000
101.7: 0, -273737, 0, 0, 100000
101.8: 0, -273737, 0, 0, 100000
101.9: 0, -273737, 0, 0, 100000
102: 0, -273737, 0, 0, 100000
102.1: 0, -273737, 0, 0, 100000
```

直接取[0]位的价格 Payoff 在超过敲出价时立即变成相等

第一列价格，第二到五列分别是无敲入无敲出、无敲入有敲出、有敲入无敲出、有敲入有敲出四种状态的 Payoff 量，最后是路径数量。上面这个符合 Payoff 在超过敲出价时立即变为相等。

但是我考虑了一下，在每天的对冲交易中，即使是在观察日当天，收盘前其实还是有很多路径会使标的价格在收盘时回到敲出价以下的，这样观察日当天也是取[1]位的路径价格去评估盘中的 Delta 更好些，而不是直接拿[0]位的确定已敲出的价格去计算。

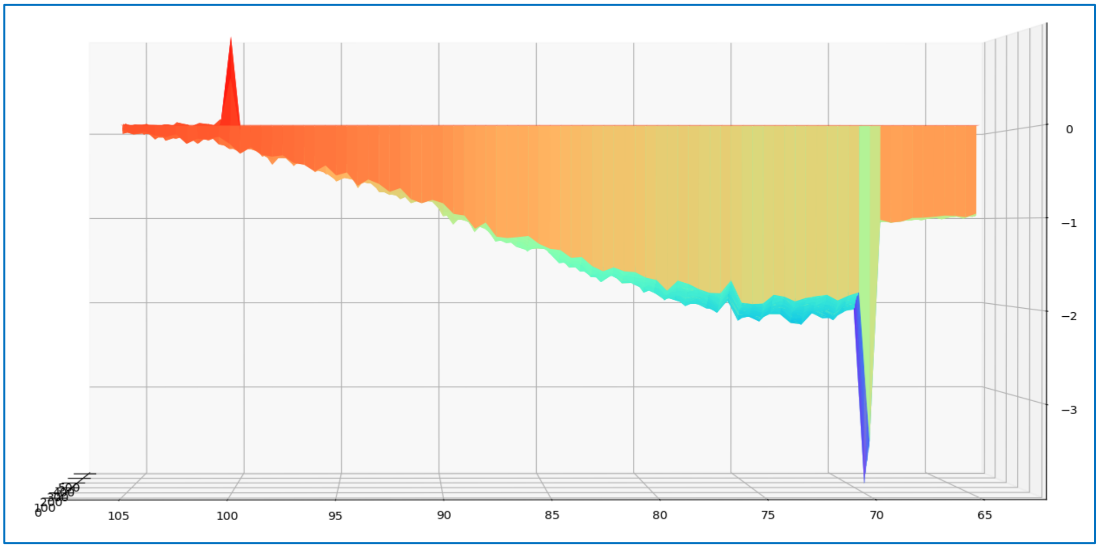
如果只是纯粹的要个定价，是否应该完全按照敲出即 Payoff 不变去计算？测试了一下，判断是否敲出时，如果只把当天是观察日的价格时点往前移一位，定出来的票息没有变化。（如果把判断是否敲出的价格时点都往前移一位，票息定价上会有降低大概万分之一的区别。）



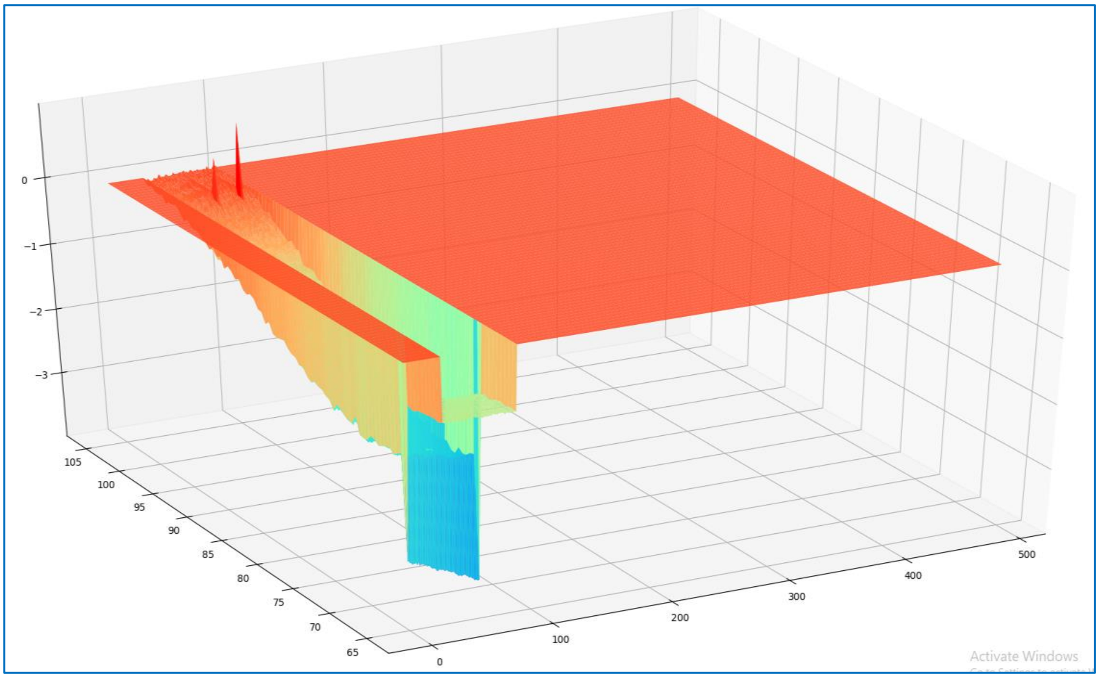
敲出价位置的 Delta 大头针风险

为体现小区间的 Payoff 变化，将 Delta 计算时的价格偏移量由 0.01 改为 0.001，因为敲出价以上 Payoff 不再变化 Delta 立刻变零，敲出价位置的 Delta 大头针风险得以体现。

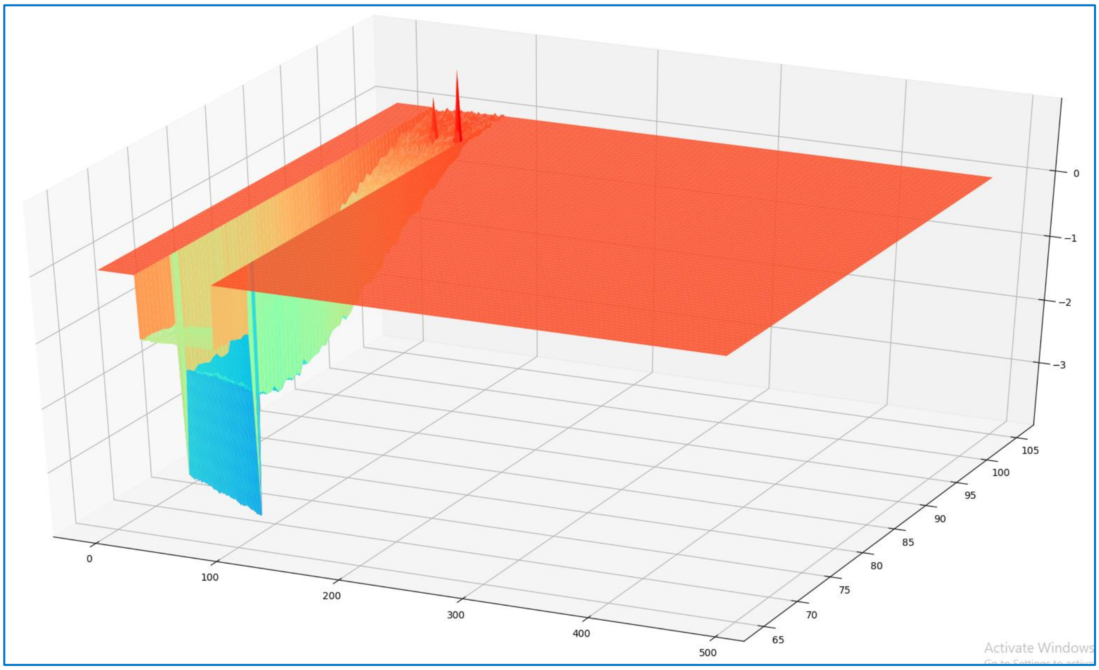
所以，观察日当天计算 Delta 等值时，敲出比较价格取[0]位还是取[1]位，以及计算时使用的价格偏移量数量级，还是根据实际应用场景来定吧。主要区别其实可能就是，是站在收盘之前，还是收盘之后，当天的价格还会不会变，来计算的。



两个观察期的 Delta 曲面前正视图形

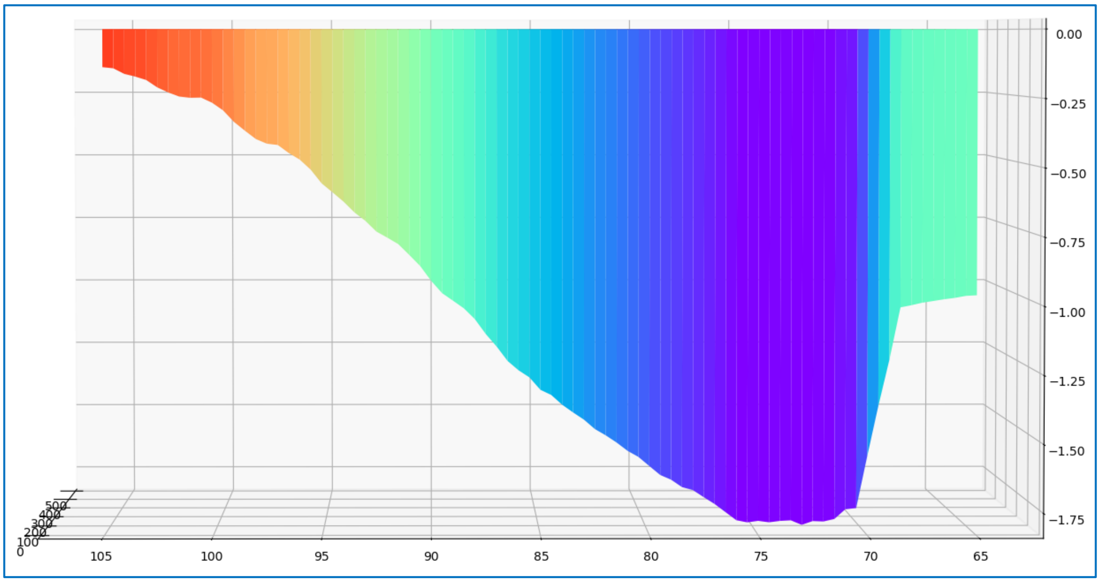


两个观察期的 Delta 曲面左斜视图形

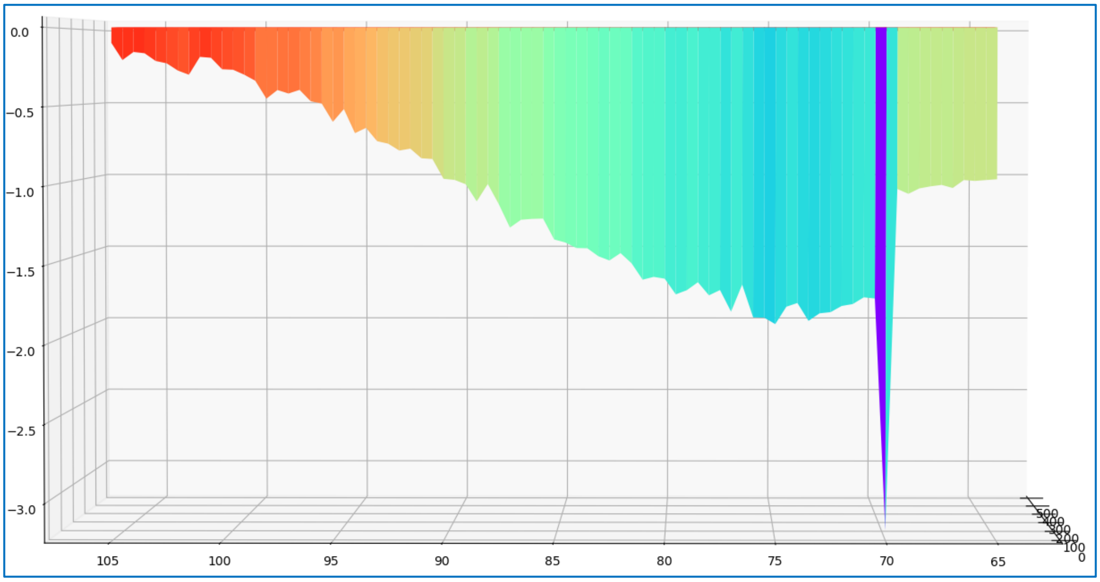


两个观察期的 Delta 曲面右斜视图形

以上三个视图所展示的两个观察期的雪球 Delta 曲面来得更真实一些。



价格偏移量为 0.01 所得 Delta 曲线



价格偏移量为 0.001 所得 Delta 曲线

计算 Delta 时使用的价格偏移量数量级越小则越敏感越不平滑。

感谢 Mozixia 提出此问题！

关于路径依赖模型的贴现

在目前已实现的几种路径依赖模型中，booster、phoenix、snowball 结构以支付保证金为主，保本类型的也存在支付期权费的形式，sharkfin 结构以支付期权费为主。

主要分以下三种示例情况，期限设为一年：

1、给保证金，不给期权费，保证金利息收益年化 3%；

2、给期权费，不给保证金，期权费费率年化 3%，期权费利率年化 3%，期权费先付；

3、给期权费，不给保证金，期权费费率年化 3%，期权费利率年化 3%，期权费后付。

假设期限为 1 年，即 r * t = 0.03 * 1.0 = 0.03，保证金为 10000.00 元或期权费对应名义本金为 10000.00 元，则当前时刻获得的资金收益为：

1、exp(-0.03) * (exp(0.03) * 10000.00 - 10000.00) = 295.5446645149184

2、10000.00 * 0.03 = 300.00

3、exp(-0.03) * 10000.00 * 0.03 = 291.13366006455246

第一种可以理解为：现在客户给 100%保证金一共 10000.00 元，拿去存银行一年后 10000.00 * e^(0.03 * 1.0) = 10000.00 * 1.030454533953517 = 10304.55 元，拿出 10000.00 元归还客户保证金，304.55 元是在未来的收益，贴现回现在就是 304.55 * e^(-0.03 * 1.0) = 304.55 * 0.9704455335485082 = 295.54 元。

第一种可以化简为：10000.00 - exp(-0.03) * 10000.00，即现在客户给 100%保证金一共 10000.00 元，3%年化贴现系数 e^(-0.03 * 1.0) = 0.9704455335485082，相乘就是 9704.46 元，拿去存银行一年到期本息共 10000.00 元，到时可以用来归还客户的保证金，那么现在就有多出来的 10000.00 - 9704.46 = 295.54 元作为自己的收益。

第二种是现在就得到 300.00 元期权费。在计算未来某日的数值时，这笔资金会变成 300.00 * e^(0.03 * t)元。

第三种是到期时得到 300.00 元期权费，贴现回现在就是 300.00 * e^(-0.03 * 1.0) = 291.13 元。

在 booster、phoenix、snowball 结构中，由 margin_rate、margin_interest 和 use_option_fee、option_fee、option_fee_interest、back_end_load 参数配置；在 sharkfin 结构中，由 option_fee、option_fee_interest、back_end_load 参数配置。

关于路径依赖模型的对冲资金耗损

一般定价的时候，只考虑收支，不考虑具体的对冲资金消耗，是按照纯的收支计算一个期权费或某条件下的票息，对于收取的期权费或保证金，收支中是包含其（期权费）自身和由其（期权费或保证金）产生的利息的。

如果确实需要在定价的时候考虑对冲资金耗损对保证金或票息的影响，则可以参考以下方法进行定价修正。

普通雪球可以在定价的时候，给保证金打个折扣，用以表示实际对冲交易时的资金占用，占用部分的保证金不产生利息收益。

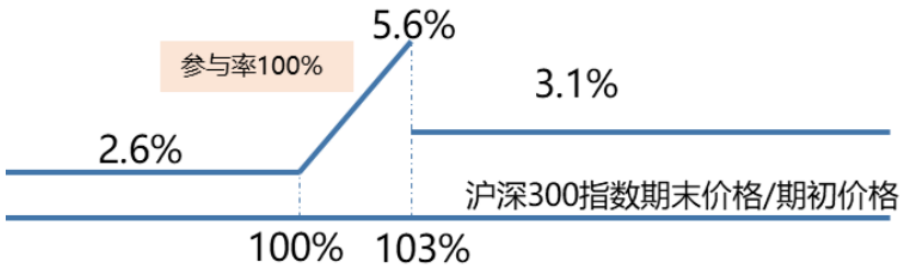
对于像保本类雪球，如果支付的是期权费，要指明一部分期权费被对冲交易占用，即不产生利息收益，可以通过降低期权费利率实现，要指明一部分期权费被对冲交易损耗，即无本金收入也无利息收益，可以通过降低期权费费率实现。

对于鲨鱼鳍，因为一般定价就是计算期权费而不是票息，在入参中增加了 consumed_option_fee_rate 和 occupied_option_fee_rate 两个参数分别表示 对冲交易占用期权费比率 和 对冲交易损耗期权费比率，比如期权费中有 20%资金占用和 30%资金损耗，则参数值可分别设为 0.2 和 0.3，期权费是先付还是后付对计算结果会有不同影响，计算时期权费损耗占比应小于 100%。

如果期权费后付，对冲交易资金通过垫资获得，目前没有计算垫资资金成本，同时也没有计算对冲交易所得收益。因此，一般不建议使用上述方法对定价进行修正，只在确实要考量对冲交易资金耗损或在定价时进行一定压价操作才使用。

目前 booster、phoenix、snowball 等最常用的是保证金，先付或后付期权费的很少。sharkfin 最常用的是先付期权费，后付的也比较少。

关于鲨鱼鳍模型的保底收益和敲出期权费



很多鲨鱼鳍结构如上图（看涨鲨鱼鳍）所示有一个保底收益，比如图示中的 2.6%，即即使标的价格没有超过行权价格，也可以获得最低 2.6%的年化收益。

一种是自己发行内嵌鲨鱼鳍结构的理财产品，实际操作中是从募集资金挪出很小一部分作为期权费，剩下的大部分资金去做固收理财然后支付保底收益，募集资金和保底收益不对定价模型产生影响，只在产品说明书中体现保底收益。

另一种是交易对手方单独将产品内嵌的鲨鱼鳍结构拎出来询价，一般都会指定保底收益为零，对年化期权费进行定价，如果产品本身有保底收益，则是交易对手方使用募集资金自己去实现。

因此一般只对单纯的保底收益为零的鲨鱼鳍结构进行期权费定价。

国内目前流行的都是敲出后仍到期才结算的鲨鱼鳍结构，鲜有敲出就结算的类型，但在模型定价计算中需要考虑这一分支情况，插件 derivx_barrier_sharkfin 中是将所定期权费按敲出时点的年化比率来收的，即未到期提前敲出时只获得对应产品已存续时长的部分期权费。（在 booster、phoenix、snowball 结构中，对支付期权费的情形，未到期提前敲出也是类似的计算方法。）

从 Mozixia 提供的一些信息得知，有过一笔保本雪球，前付期权费，根据敲出情况按年化返还部分期权费。因此插件 derivx_barrier_sharkfin 中的计算方法也有了一定的实际产品操作依据。

关于雪球等的希腊值计算差分区间取值

$$\text{Delta} \approx \frac{V_p(s_0+\delta s,\ \sigma,\ t,\ r)-V_p(s_0-\delta s,\ \sigma,\ t,\ r)}{2\delta s} \tag{1}$$

$$\text{Gamma} \approx \frac{V_p(s_0+\delta s,\ \sigma,\ t,\ r)+V_p(s_0-\delta s,\ \sigma,\ t,\ r)-2V_p(s_0,\ \sigma,\ t,\ r)}{\delta s^2} \tag{2}$$

$$\text{Vega} \approx \frac{V_p(s_0,\ \sigma+\delta\sigma,\ t,\ r)-V_p(s_0,\ \sigma-\delta\sigma,\ t,\ r)}{2\delta\sigma} \tag{3}$$

$$\text{Theta} \approx \frac{V_p(s_0,\ \sigma,\ t-\delta t,\ r)-V_p(s_0,\ \sigma,\ t+\delta t,\ r)}{2\delta t} \tag{4}$$

$$\text{Theta} \approx V_p(s_0,\ \sigma,\ t+1,\ r)\ -\ V_p(s_0,\ \sigma,\ t,\ r) \tag{5}$$

$$\text{Rho} \approx \frac{V_p(s_0,\ \sigma,\ t,\ r+\delta r)-V_p(s_0,\ \sigma,\ t,\ r-\delta r)}{2\delta r} \tag{6}$$

有文档表示，δs通常取 0.005s_0，$\delta\sigma$通常取 0.01σ，δr通常取 0.01r。

类似于在一条曲线上取两个间隔小距离的点并取其均值，使用的间隔小距离不同，得到的均值就会不同，所以即使相同参数计算得到的V_p完全一致，也会因为所取间隔小距离不同，而使计算得到的希腊值存在一些差异。

对于 Delta 和 Gamma 其变量都是标的价格，标的价格一般以相对的百分比发生变动，而不是以绝对的价格差发生变动，所以δs适用类似 0.01s_0这样作为区间取值。

对于 Vega 和 Rho 其变量本身就是一个百分比率，而且变动范围不是很大，所以$\delta\sigma$和δr使用类似 0.01 这样的绝对差值可能会比使用 0.01σ和 0.01r来得均衡一些。

对于 Theta 有两种计算方式，式(4)中的δt一般取 1/365，主要用在欧式和美式香草的二叉树定价方法中，式(5)中的 t+1 表示时间后移 1 天，一般用在雪球等路径依赖的蒙特卡洛定价方法中。

绘制希腊值曲线或曲面可以看到，差分区间取值缩小会使结果毛糙离散，差分区间取值扩大会使结果平滑连续。计算 Vega 和 Rho 时的区间取值方法也可从这方面进行考量。

其他可以考虑的细节

1、产品结束支付票息一般会延后一两天，可以在定价贴现时考虑在天数上增加一个可由用户设置的付息延后天数偏移入参。（Mozixia）

2、