

**KHẢO SÁT ĐỘI TUYỂN HSG TIN LỚP 10**  
 Ngày 19/11/2024 - Thời gian làm bài: 180 phút.  
 Đề gồm 3 trang, 5 bài.

<b>Bài 1. Tìm tổng ước chung lớn nhất</b>	<b>MAXGCD.cpp</b>
---	-------------------

Kí hiệu  $GCD(x, y)$  là ước chung lớn nhất của hai số nguyên dương  $(x, y)$ .  
 Cho dãy số nguyên dương gồm  $n$  số  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .  
**Yêu cầu:** Tính giá trị lớn nhất của  $GCD(a_i, a_j) + GCD(a_k, a_t)$ , trong đó  $a_i, a_j, a_k, a_t$  là các số trong dãy đã cho và  $1 \leq i < j < k < t \leq n$ .  
**Dữ liệu vào:** Nhập từ bàn phím gồm 2 dòng.  
 - Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương  $n$  ( $3 < n \leq 10^5$ ).  
 - Dòng thứ 2 gồm  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $a_i \leq 10^5; 1 \leq i \leq n$ ), các số cách nhau một dấu cách.  
**Dữ liệu ra:** in ra một số nguyên duy nhất là kết quả bài toán.  
**Ví dụ:**

Input	Output	Giải thích
6 8 12 4 20 30 15	19	Ta có thể chọn các số $a_1, a_3, a_5, a_6$ để có $GCD(a_1, a_3) + GCD(a_5, a_6) = 19$

Subtask 1: 30% test có  $3 < n \leq 50$ ;  
 Subtask 2: 30% test có  $50 < n \leq 10^3$ ;  
 Subtask 3: 40% test có  $10^3 < n \leq 10^5$ .

<b>Bài 2. Vắt sữa bò</b>	<b>milking.cpp</b>
--------------------------	--------------------

Có  $N$  con bò cần vắt sữa, mỗi con bò thứ  $i$  cần phải được vắt sữa từ thời gian  $a_i$  đến  $b_i$ . Hỏi đoạn thời gian dài nhất luôn có ít nhất một con bò cần vắt sữa, và thời gian dài nhất mà không có con bò nào cần vắt sữa.  
**Dữ liệu vào:** Dòng đầu tiên của file vào chứa số nguyên  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ). Tiếp theo có  $N$  dòng, mỗi dòng ghi hai số nguyên không âm nhỏ hơn  $10^6$  là thời điểm bắt đầu và kết thúc (tính theo giây). Hai số trên cùng một dòng ghi cách nhau một dấu cách.  
**Kết quả ra:** khoảng thời gian liên tục dài nhất mà có ít nhất một con bò được vắt sữa và khoảng thời gian dài nhất mà không có con bò nào được vắt sữa. Không tính thời gian trước lúc bắt đầu và sau khi kết thúc vắt sữa cho  $N$  con bò.  
**Ví dụ:**

Input	Output	Giải thích
3 300 1000 700 1200 1500 2100	900 300	

Subtask 1: 50% test có  $n \leq 10^3$ ;  
 Subtask 2: 50% test có  $n \leq 10^5$ .

<b>Bài 3. Trung vị lớn nhất</b>	<b>maxmedian.cpp</b>
---------------------------------	----------------------

Cho một mảng  $a$  có độ dài  $n$ . Hãy tìm một dãy con  $a[l..r]$  với độ dài ít nhất  $k$  có giá trị trung vị lớn nhất.  
 Trung vị trong một mảng có độ dài  $n$  là phần tử nằm ở vị trí số  $\lfloor (n + 1) / 2 \rfloor$  sau khi sắp xếp các phần tử theo thứ tự không giảm. Ví dụ:  
 •  $median([1,2,3,4]) = 2$ ,

- $median([3,2,1]) = 2$ ,
- $median([2,1,2,1]) = 1$ .

Dãy con  $a[l..r]$  là một phần liên tiếp của mảng  $a$ , tức là mảng  $a[l], a[l+1], \dots, a[r]$  với một số  $1 \leq l \leq r \leq n$ ; độ dài của dãy con này là  $r - l + 1$ .

**Dữ liệu vào:**

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên  $n$  và  $k$  ( $1 \leq k \leq n \leq 2 \cdot 10^5$ ).
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq n$ ).

**Dữ liệu ra:**

- In ra một số nguyên  $m$  giá trị trung vị lớn nhất có thể đạt được.

**Ví dụ:**

Input	Output	Giải thích
5 3 1 2 3 2 1	2	Khi chọn dãy $\{2,3,2\}$
4 2 1 3 1 3	3	Khi chọn đoạn dãy $\{3,1,3\}$

Subtask 1: 50% test có  $n \leq 1000$ ;

Subtask 2: 50% test có  $n \leq 2 \cdot 10^5$ .

#### Bài 4. Sóc và hạt dẻ

**SQUIRR.cpp**

Có  $N$  chú sóc đang đứng chờ dưới gốc của  $M$  cây hạt dẻ. Cây hạt dẻ thứ  $i$  sẽ bắt đầu rụng quả đầu tiên sau  $T_i$  giây nữa, và cứ sau  $P_i$  giây lại rụng thêm một quả. Sóc mẹ muốn các cậu con trai của mình mang về tổ không ít hơn  $k$  quả hạt dẻ để chuẩn bị tránh cơn sóng thần dữ dội đến từ biển Đông xa xôi, nhưng cũng phải thật nhanh chóng trước khi cơn sóng thần kịp ập đến chứ chẳng thể nhớn nhó! Vậy nên các chú sóc đang bàn nhau xem nên đứng ở những gốc cây nào để có thể hứng đủ số quả cần thiết trong thời gian nhanh nhất. Thời gian để các chú sóc đi về vị trí cần đứng coi như không đáng kể, các chú sóc cũng không di chuyển sang gốc cây nào khác trong lúc đang hứng hạt dẻ.

**Yêu cầu:** Hãy tính thời gian sớm nhất (sau bao nhiêu giây nữa) các chú sóc có thể hứng đủ số quả cần thiết.

**Dữ liệu vào:**

- Dòng 1:  $M, N, K$  ( $0 < M, N \leq 50.000$ ;  $0 < k \leq 10^9$ )
- $M$  số nguyên  $T_i$  ( $i = 1..M$ ;  $0 < T_i \leq 100$ )
- $M$  số nguyên  $P_i$  ( $i = 1..M$ ;  $0 < P_i \leq 100$ )

**Dữ liệu ra:**

- Ghi ra trên một dòng duy nhất một số nguyên là thời gian sớm nhất tìm được?

Input	Output	Giải thích
3 2 5 5 1 2 1 2 1	4	2 chú sóc đứng ở gốc cây 2 và 3

#### Bài 5. Game tuổi thơ

**Pacman.cpp**

Pac-Man (パックマン Pakkuman) là một trò chơi arcade được phát triển bởi Namco và phát hành đầu tiên tại Nhật Bản vào 22 tháng 5 năm 1980. Trở nên nổi tiếng và được ưa thích ngay từ khi được phát hành cho đến ngày nay, Pac-Man được xem là một trò chơi kinh điển và trở thành một biểu tượng của văn hóa đại chúng những năm 80.

Nay bài toán đó được thầy giáo xây dựng lại như sau:

Cho một hàng gồm  $n$  ô vuông. Trong một số ô có Packman, trong một số ô có dấu sao (\*), và các ô khác là ô trống. Packman có thể di chuyển đến ô liền kề trong 1 đơn vị thời gian. Nếu có dấu sao trong ô đích, Packman sẽ ăn dấu sao đó. Packman không tốn thời gian để ăn dấu sao.

Tại thời điểm ban đầu, tất cả các Packman bắt đầu di chuyển. Mỗi Packman có thể thay đổi hướng di chuyển vô số lần, nhưng không được di chuyển ra ngoài phạm vi của trường trò chơi. Các Packman không cản trở nhau trong việc di chuyển; trong một ô có thể chứa bất kỳ số lượng Packman nào, di chuyển theo bất kỳ hướng nào.

Nhiệm vụ của bạn là xác định thời gian tối thiểu sau đó để tất cả các Packman ăn hết tất cả các dấu sao.

**Dữ liệu vào:**

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^5$ )-chiều dài dãy ô vuông.
- Dòng thứ hai chứa mô tả trường trò chơi gồm  $n$  ký tự:
  - Nếu tại vị trí  $i$  có ký tự '.' thì ô đó trống.
  - Nếu tại vị trí  $i$  có ký tự '\*' thì ô đó chứa dấu sao.
  - Nếu tại vị trí  $i$  có ký tự 'P' thì ô đó có một Packman.

Bảo đảm rằng trong trường trò chơi có ít nhất một Packman và ít nhất một dấu sao.

**Dữ liệu ra:**

- In ra một số nguyên duy nhất là thời gian tối thiểu để tất cả các Packman ăn hết tất cả các dấu sao.

**Ví dụ:**

Input	Output	Giải thích
7 *..P*P*	3	Pacman ở vị trí 4 sẽ di chuyển ăn dấu * ở vị trí 1. Pacman ở vị trí 6 di chuyển sang 7 rồi sang 5.
10 .**PP.*P.*	2	Pacman ở vị trí 4 di chuyển sang 3,2 để ăn dấu *. Pacman ở vị trí 5 di chuyển sang 7. Pacman ở vị trí 8 di chuyển sang 10.

Subtask 1: 50% test có  $n \leq 10^3$ ;

Subtask 2: 50% test có  $n \leq 10^5$ .

-----HẾT-----