

Renato Naville Watanabe

**Identificação de sistemas para o estudo de controle motor**

São Paulo

2016

Renato Naville Watanabe

**Identificação de sistemas para o estudo de controle motor**

Tese apresentada à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para a obtenção do  
título de Doutor em Ciências

Área de Concentração:  
Sistemas Eletrônicos

Orientador:  
Prof. Titular André Fabio Kohn

São Paulo  
2016

## Catalogação-na-publicação

Watanabe, Renato Naville

Identificação de sistemas para o estudo de controle motor / R. N.  
Watanabe -- São Paulo, 2016.  
99 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.  
Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle.

1.Identificação de sistemas 2.Modelos matemáticos 3.Sistemas não  
lineares 4.Controle Motor 5.Motoneurônios I.Universidade de São Paulo. Escola  
Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle II.t.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, ao Prof. Dr. André Fabio Kohn, orientador desta tese, pela imensa confiança depositada e dedicação na orientação deste trabalho nos 4 anos que transcorreram até que esta tese estivesse finalizada.

Aos colegas Leonardo Abdala Elias, Vitor Martins Chaud, Felipe Fava Lima, Fernando Henrique Magalhães, Rinaldo André Mezzarane, Cristiano Rocha da Silva, Diana Rezende de Toledo e Ana Fernández Márquez pela colaboração e discussão de ideias no decorrer deste trabalho.

Ao técnico Fernando Rangel pelo pronto auxílio sempre que necessário.

À Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, lugar no qual passei a maior parte da minha vida acadêmica, por tudo que vivi e aprendi nas suas salas, laboratórios e corredores nos últimos 12 anos.

Aos meus pais, Luiz Tatsuo Watanabe e Denise Naville Watanabe, pelo apoio dado ao longo do trabalho e à opção que fiz por seguir a carreira científica que agora se inicia.

À Maysa Malfiza Garcia de Macedo, esposa, que me apoiou, incentivou e auxiliou muito ao longo da execução de todo o trabalho aqui apresentado.

Por fim, à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pelo financiamento integral deste projeto por meio da bolsa de doutorado e reserva técnica (processo número 2011/21103-7).

## RESUMO

Qualquer tarefa motora ativa se dá pela ativação de uma população de unidades motoras. Porém, devido a diversas dificuldades, tanto técnicas quanto éticas, não é possível medir a entrada sináptica dos motoneurônios em humanos. Por essas razões, o uso de modelos computacionais realistas de um núcleo de motoneurônios e as suas respectivas fibras musculares tem um importante papel no estudo do controle humano dos músculos. Entretanto, tais modelos são complexos e uma análise matemática é difícil. Neste texto é apresentada uma abordagem baseada em identificação de sistemas de um modelo realista de um núcleo de unidades motoras, com o objetivo de obter um modelo mais simples capaz de representar a transdução das entradas do núcleo de unidades motoras na força do músculo associado ao núcleo. A identificação de sistemas foi baseada em um algoritmo de mínimos quadrados ortogonal para achar um modelo NARMAX, sendo que a entrada considerada foi a condutância sináptica excitatória dendrítica total dos motoneurônios e a saída foi a força dos músculos produzida pelo núcleo de unidades motoras. O modelo identificado reproduziu o comportamento médio da saída do modelo computacional realista, mesmo para pares de sinal de entrada-saída não usados durante o processo de identificação do modelo, como sinais de força muscular modulados senoidalmente. Funções de resposta em frequência generalizada do núcleo de motoneurônios foram obtidas do modelo NARMAX, e levaram a que se inferisse que oscilações corticais na banda-beta (20 Hz) podem influenciar no controle da geração de força pela medula espinhal, comportamento do núcleo de motoneurônios até então desconhecido.

**Palavras-chave:** Identificação de sistemas. Modelos matemáticos. Sistemas não lineares. Controle motor. Motoneurônios.

## ABSTRACT

### System identification for studying motor control

Any active motor task is accomplished by the activation of a motor unit population. However, due to many ethical and technical difficulties the synaptic input to the motoneurons cannot be measured in humans. For these reasons realistic computational models of a motoneuron nucleus and the innervated muscle fibers have an important role in the study of the human control of muscles. However such models are complex and their mathematical analysis is difficult. In this text a system identification approach of a realistic motor unit nucleus model is presented with the objective of obtaining a simpler model capable of representing the transduction of the motor unit nucleus inputs into the muscle force signal associated to that nucleus. The system identification was based on an orthogonal least squares algorithm to find a NARMAX model, the input being the net dendritic excitatory synaptic conductance of the motoneurons and the output being the muscle force signal produced by the motor unit nucleus. The identified model output reproduced the mean behavior of the output from the realistic computational model even for input-output signal pairs not used during the identification process, such as sinusoidally modulated output muscle force signals. Generalized frequency response functions of the motoneuron nucleus were obtained from the identified NARMAX model, and led to an inference that cortical oscillations in the beta band (20 Hz) can affect force control by the spinal cord, an unknown motoneuron nucleus behavior until now.

**Keywords:** System identification. Mathematical models. Nonlinear systems. Motor control. Motoneurons.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Exemplo de sinais em tarefa de força . . . . .	19
Figura 2.2 – Exemplo de sinais em tarefa de posição . . . . .	20
Figura 2.3 – Espectros de potência do torque . . . . .	21
Figura 2.4 – Frequência de pico em função da máxima condutância da sinapse Ia-MN	21
Figura 2.5 – Análise de coerência de sinais da malha de controle da flexão plantar .	22
Figura 3.1 – Exemplo de sinal de entrada. . . . .	25
Figura 3.2 – Exemplo de sinal de saída. . . . .	26
Figura 3.3 – Teste de linearidade do sinal de força muscular . . . . .	27
Figura 3.4 – Coerência entre entrada e saída . . . . .	28
Figura 3.5 – Algoritmo FROLS . . . . .	32
Figura 3.6 – Algoritmo MFROLS . . . . .	33
Figura 3.7 – Algoritmo ELS . . . . .	35
Figura 3.8 – Autocorrelações (a) $\Phi_{yy}$ e (b) $\Phi_{y^2y^2}$ . . . . .	37
Figura 3.9 – Análise de resíduo . . . . .	39
Figura 3.10 – Testes baseados na correlação do resíduo após o uso do ELS . . . . .	39
Figura 3.11 – Sinais de força muscular do modelo realista e de uma simulação com o modelo identificado . . . . .	42
Figura 3.12 – Espectros dos sinais do modelo original e do identificado . . . . .	42
Figura 3.13 – Sinal de força muscular modulado senoidalmente . . . . .	43
Figura 4.1 – Algoritmo para obtenção da FRFG discreta . . . . .	47
Figura 4.2 – $ H_1(f_1) $ . . . . .	50
Figura 4.3 – $ H_2(f_1, f_2) $ . . . . .	51

Figura 4.4 – $ H_3(f_1, f_2, f_3) $	52
Figura 4.5 – Sinal de saída do sistema no domínio da frequência	52
Figura 4.6 – FFTs do sistema para diferentes entradas	53
Figura 5.1 – $ H_1(f_1) $ do núcleo de MNs	55
Figura 5.2 – $ H_3(f_1, f_2, f_3) $ do núcleo de MNs	56
Figura 5.3 – $ H_4(f_1, f_2, f_3, f_4) $ do núcleo de MNs.	57
Figura 5.4 – $ H_5(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5) $ do núcleo de MNs.	58
Figura 5.5 – $ H_6(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6) $ do núcleo de MNs.	59
Figura 5.6 – Estimativa da saída do núcleo de unidades motoras para entradas oscilatórias no domínio da frequência	60
Figura 5.7 – Taxa de disparos média de cada axônio descendente oscilando a 20 Hz	62
Figura 5.8 – Sinal da força da simulação com comando descendente oscilando a 20 Hz	63
Figura 5.9 – Conceito de CST	64
Figura 5.10 – Resultados da simulação com comando descendente oscilando a 20 Hz	65
Figura 5.11 – Taxa de disparos média de cada axônio descendente a 20 Hz e AM	66
Figura 5.12 – Análise da simulação com comando descendente a 20 Hz e AM	67
Figura 5.13 – Exemplo do conceito da AR	68
Figura 5.14 – Análise dos disparos dos MNs com o comando-descendente a 20 Hz e AM	69
Figura A.1 – Visão geral do modelo neuromusculoesquelético biologicamente realista	86
Figura A.2 – Estrutura do modelo de núcleo de unidades motoras	87
Figura A.3 – Geração da condutância sináptica	90
Figura A.4 – Modelo de músculo tipo Hill	92
Figura A.5 – Modelo mecânico do tornozelo	95

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1–Termos selecionados utilizando o algoritmo MFROLS e seus respectivos coeficientes $\beta$ para cada um dos músculos do TS. . . . .	38
Tabela 3.2–Termos do modelo do resíduo . . . . .	40
Tabela 3.3–Coeficientes $\beta$ dos três músculos do TS após o uso do algoritmo ELS. .	41
Tabela A.1–Número de unidades motoras do modelo . . . . .	89
Tabela A.2–Parâmetros utilizados no modelo de Hill . . . . .	93
Tabela A.3–Quantidade de fibras aferentes para cada músculo . . . . .	94
Tabela A.4–Coeficientes relativos ao cálculo do comprimento do sistema musculo-tendíneo e braço-de-momento . . . . .	96

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	sinal de ativação muscular
$\alpha$	nível de significância
$b$	viscosidade
$B$	vetor de coeficientes do modelo
$C$	elemento contrátil
$d$	braço-de-momento
$\delta$	impulso unitário
$\epsilon_0$	parâmetro de extensão
$f$	frequência
$f_s$	frequência de amostragem
$F$	força muscular
$fl$	curva força-comprimento
$fv$	curva força-velocidade
$g$	aceleração da gravidade
$g_{syn}$	condutância sináptica
$\gamma$	coerência
$j$	unidade imaginária
$J$	momento de inércia
$K$	elasticidade
$l$	comprimento
$L$	número de amostras do sinal
$\lambda$	ângulo de penação
$m$	massa
$M$	momento
$N$	máximo grau polinomial
$\omega$	frequência ângular
$P$	matriz de candidatos
$\Phi$	correlação
$r$	fração de receptores ligados a neurotransmissores
$s$	frequência complexa
$S$	espectro

$t$	tempo
$T_p$	tempo de contração
$\theta$	ângulo de variação do tornozelo
$u$	sinal de entrada
$v$	viés da estimativa
$v$	velocidade
$\xi$	sinal de resíduo
$y$	sinal de saída
$[T]$	concentração de neurotransmissor

## LISTA DE SIGLAS

AM	amplitude modulada
AR	taxa de ativação (do inglês <i>activation ratio</i> )
CST	trem de disparos acumulados (do inglês <i>cumulative spike train</i> )
CVM	contração voluntária máxima
EEG	eletroencefalograma
ELS	mínimos quadrados estendido (do inglês <i>extended least squares</i> )
EMG	eletromiograma
ERR	taxa de redução de erro (do inglês <i>error reduction ratio</i> )
FF	unidade motora de contração rápida e fadiga rápida
FFT	<i>fast Fourier transform</i>
FR	unidade motora de contração rápida e resistente à fadiga
FROLS	<i>forward regression with orthogonal least squares</i>
FRFG	função de resposta em frequência generalizada
GL	gastrocnêmio lateral
GM	gastrocnêmio medial
IC	intervalo de confiança
ISI	intervalo entre disparo (do inglês <i>interspike interval</i> )
LEB	Laboratório de Engenharia Biomédica
MFROLS	<i>multiple forward regression with orthogonal least squares</i>
MN	motoneurônio
MS	fuso muscular (do inglês <i>muscle spindle</i> )
NARMAX	<i>nonlinear auto regressive moving average with exogenous input</i>
NARX	<i>nonlinear auto regressive with exogenous input</i>
OTG	órgão tendinoso de Golgi

PA	potencial de ação
RMS	raiz do valor quadrático médio (do inglês <i>root mean square</i> )
S	unidade motora de contração lenta
SOL	sóleo
TA	tibial anterior
TF	tarefa de força
TP	tarefa de posição
TS	tríceps sural
UA	unidade arbitrária
UM	unidade muscular
USP	Universidade de São Paulo

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>14</b>
1.1	Objetivos . . . . .	16
1.2	Estrutura do texto . . . . .	16
<b>2</b>	<b>Análise do núcleo de unidades motoras com aferentes Ia</b>	<b>18</b>
<b>3</b>	<b>Identificação do núcleo de unidades motoras</b>	<b>24</b>
3.1	Método FROLS de identificação de sistemas . . . . .	28
3.2	Resultados da identificação do modelo do núcleo de unidades motoras . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Resposta em frequência generalizada</b>	<b>45</b>
4.1	Obtenção das funções de resposta em frequência generalizada . . . . .	45
4.2	Relação entre as funções de resposta em frequência generalizada e a saída de um sistema . . . . .	48
4.3	Exemplo de funções de resposta em frequência generalizada e sua relação com o sinal de saída . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Uma aplicação das funções de resposta em frequências generalizadas para o estudo de um núcleo de motoneurônios</b>	<b>54</b>
5.1	As funções de resposta em frequência generalizadas do núcleo de motoneurônios	54
5.2	Uso do modelo realista para análise das entradas motoneuronais em alta frequência . . . . .	60
<b>6</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>72</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>74</b>

<b>Apêndice A – Modelo neuromusculoesquelético utilizado</b>	<b>86</b>
A.1 Modelo do núcleo de unidades motoras . . . . .	87
A.2 Modelo de músculo . . . . .	91
A.3 Modelo de proprioceptores . . . . .	93
A.4 Modelo mecânico . . . . .	94
A.4.1 Modelo de tornozelo . . . . .	95
A.4.2 Cálculo do comprimento do sistema músculotendíneo e do momento . . . . .	96
A.5 Resolução das equações diferenciais do modelo . . . . .	97
A.6 Disponibilização do código-fonte do modelo . . . . .	97
<b>Índice</b>	<b>98</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Qualquer tarefa cotidiana como andar, ficar em pé, correr, pular, falar, comer, escrever, envolve o movimento de diferentes partes do corpo. Por este motivo é de fundamental importância o entendimento dos mecanismos envolvidos no controle de tarefas motoras. A execução de qualquer tarefa motora se dá pela ativação de unidades motoras dos músculos envolvidos na tarefa, convertendo as entradas sinápticas pré-motoneuronais, de origem tanto sensorial quanto cortical, em força. Em outras palavras, as unidades motoras nada mais são do que transdutores neuromecânicos. As unidades motoras têm dois componentes: 1) o motoneurônio (MN) e 2) as fibras musculares que o seu axônio inerva, chamadas de unidade muscular (UM). Os MNs que inervam um dado músculo ficam agrupados na medula espinhal, sendo este conjunto denominado de núcleo de MNs. Apesar da pesquisa nesta área ser bastante intensa, há muitos aspectos que ainda não são inteiramente compreendidos (KANDEL et al., 2013).

A maneira mais comum para o estudo do controle motor em seres humanos é pelo uso de técnicas experimentais com sujeitos realizando diferentes tarefas motoras enquanto são feitas medidas tanto biomecânicas quanto neurofisiológicas. Porém, a abordagem experimental apresenta uma série de dificuldades. Por exemplo, é difícil o uso de técnicas experimentais para o estudo da relação entre as entradas sinápticas pré-motoneuronais e a força muscular devido à impossibilidade de se medir diretamente em humanos, por motivos tanto técnicos quanto éticos, a entrada sináptica dos MNs. Por este motivo, o uso de modelos computacionais de núcleo de unidades motoras para este fim tem sido crescente (HECKMAN; ENOKA, 2012).

O tipo de modelo computacional mais comum para o estudo de controle motor são modelos que utilizam uma representação simplificada dos circuitos neurais, cujos parâmetros em geral não têm uma interpretação fisiológica única (HE; LEVINE; LOEB, 1991; FUGLEVAND; WINTER; PATLA, 1993; HARRIS; WOLPERT, 1998; PETERKA, 2000; LIN; CRAGO, 2002; SCOTT, 2004; LAN et al., 2005; KUO, 2005; DIDERIKSEN et al., 2010). Este tipo de modelo simplificado possibilita a utilização de ferramentas clássicas de análise de sistemas, porém não são capazes de representar dinâmicas dos MNs, já que foram construídos com base no comportamento global do sistema motor sem ter acesso ao comportamento dos MNs individuais.

Mais recentemente, diversos modelos computacionais neuromusculoesqueléticos de larga-escala biologicamente realistas foram desenvolvidos (BASHOR, 1998; SUBRAMANIAN; OKEY; MILLER, 2005; STIENEN et al., 2007; WILLIAMS; BAKER, 2009a; RAPHAEL; TSIANOS; LOEB, 2010; NEGRO; FARINA, 2011a; GALLEGOS et al., 2015b). Nesta linha, vem sendo desenvolvido no Laboratório de Engenharia Biomédica (LEB) da Universidade de São Paulo (USP) um modelo neuromusculoesquelético biologicamente realista (ver apêndice A), que possibilita a investigação do controle da força e do movimento produzidos pelo tríceps sural (TS) e pelo tibial anterior (TA) (CISI; KOHN, 2008; ELIAS; CHAUD; KOHN, 2012; WATANABE et al., 2013; ELIAS; KOHN, 2013; ELIAS; WATANABE; KOHN, 2014). Nesse modelo, os circuitos neurais que comandam estes músculos são formados por neurônios individuais, modelados com base nos fenômenos biofísicos elementares obtidos de gatos (ZENGEL et al., 1985; FLESHMAN; SEGEV; BURKE, 1988) e a organização das redes de MNs segue princípios descritos na literatura experimental (JOHNSON et al., 1973). A força de cada músculo é gerada por um modelo tipo Hill (ZAJAC, 1989; MENEGALDO; OLIVEIRA, 2009), parametrizado de acordo com dados fisiológicos disponíveis (MCCOMAS, 1991; CHENG; BROWN; LOEB, 2000; THELEN, 2003). Os receptores sensoriais – órgão tendinoso de Golgi (OTG) e fuso muscular (do inglês *muscle spindle*) (MS) – são modelados de forma que suas respostas dinâmicas sejam compatíveis com a fisiologia (MILEUSNIC et al., 2006; LIN; CRAGO, 2002). Todos esses elementos foram validados em diversos trabalhos (CISI; KOHN, 2008; ELIAS; CHAUD; KOHN, 2012; ELIAS; KOHN, 2013) e o comportamento do sistema como um todo é compatível com dados obtidos experimentalmente em diferentes tarefas realizadas por seres humanos (WATANABE et al., 2013; ELIAS; WATANABE; KOHN, 2014).

No entanto, esses modelos de larga-escala são matematicamente e computacionalmente muito complexos, tornando a análise matemática difícil. Esta alta complexidade motiva o uso de técnicas de identificação de sistemas como um meio de simplificar o modelo. As técnicas de identificação de sistemas consistem em uma série de métodos, que visam a encontrar uma descrição da dinâmica de um sistema tendo disponível apenas seus sinais de entrada e saída. Apesar dos sinais de entrada dos MNs não estarem disponíveis experimentalmente, uma grande vantagem em usar modelos computacionais biologicamente realistas é que estes sinais podem ser obtidos com facilidade. Existem diversas técnicas de identificação de sistemas, com diferentes características. Por exemplo, podem resultar em modelos paramétricos ou modelos não-paramétricos, identificar sistemas lineares ou sistemas não lineares, serem no domínio do tempo ou no domínio da frequência (BENDAT, 1998; LJUNG, 1999; ISERMANN; MUENCHHOFF, 2011; PINTELON; SCHOUKENS, 2012; AGUIRRE, 2007; MARMARELIS; MARMARELIS, 1978; WESTWICK; KEARNEY, 2003; CLANCY et al., 2012; ZHAO; MEM-

BER; KEARNEY, 2006; DHAIFALLAH; WESTWICK, 2009; DING et al., 2011; BILLINGS, 2013).

Métodos de identificação de sistemas foram utilizados em muitos estudos com dados experimentais de tarefas motoras, como controle de força e controle postural humano (JOHANSSON; MAGNUSSON; AKESSON, 1988; HELM et al., 2002; KOOIJ; ASSELDONK; HELM, 2005; MUGGE et al., 2010; GOLLEE et al., 2012; DRUNEN et al., 2013; ZHANG; HOAGG, 2016). Além disso, métodos de identificação de sistemas foram utilizados para estudar uma via reflexa do braço a partir de um modelo realista de núcleo de MNs (SCHUURMANS; HELM; SCHOUTEN, 2011). Porém, como essas tarefas motoras envolvem controle em malha fechada, com diversas fontes sensoriais envolvidas, é muito difícil realizar a identificação de qualquer elemento individual do sistema motor utilizando dados experimentais, ou mesmo dados de simulações computacionais sem abrir a malha de controle. Neste aspecto o uso de um modelo computacional de núcleo de unidades motoras realistas é uma grande vantagem, já que é possível isolar qualquer parte do sistema e realizar a identificação de sistemas em malha aberta.

Levando em conta os aspectos acima apresentados, os objetivos a serem atingidos são expostos a seguir.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo central do trabalho apresentado nesta tese é encontrar um modelo dinâmico mais simples que o modelo biologicamente realista detalhado no apêndice A. Em particular, deseja-se encontrar um modelo dinâmico do núcleo de unidades motoras de cada um dos músculos do TS, que reproduza a transdução da entrada sináptica dos MNs na força produzida pelos músculos. O modelo encontrado deve permitir a análise da dinâmica envolvida em tarefas motoras como o controle de força e de posição durante uma flexão plantar.

## 1.2 ESTRUTURA DO TEXTO

Primeiramente, é apresentada no capítulo 2 uma análise, utilizando o modelo realista, sobre a influência da realimentação sensorial nas flutuações de baixa frequência do torque observadas experimentalmente durante uma flexão plantar. Esta análise, apesar de não ser relacionada com os objetivos centrais do trabalho apresentado nesta tese, foi incluída como uma forma de mostrar a complexidade do modelo biologicamente realista. A seguir, no capítulo 3, é

apresentado o método de identificação de sistemas utilizado, juntamente com os resultados da identificação dos núcleos de unidades motoras do TS. No capítulo 4 é mostrada uma ferramenta matemática que utiliza modelos não lineares, conhecida como função de resposta em frequência generalizada, para análise de sistemas não lineares no domínio da frequência. No capítulo 5 é mostrada uma análise utilizando a técnica de função de resposta em frequência generalizada para estudar o papel das oscilações corticais em alta frequência no controle da força muscular. No capítulo 6 são feitas as considerações finais desta tese. Durante todo o texto são feitas referências ao modelo realista utilizado neste estudo. Apesar do modelo ser de extrema importância para este trabalho, ele está descrito apenas no apêndice A por seu desenvolvimento não ter sido o tema central do trabalho apresentado nesta tese e ter sido fruto do trabalho de diferentes pesquisadores.

## 2 ANÁLISE DO NÚCLEO DE UNIDADES MOTORAS COM AFERENTES IA

Neste capítulo será mostrado um exemplo de aplicação do modelo realista descrito no apêndice A para o estudo de tarefas motoras. Neste estudo foi analisada a tarefa de um sujeito realizando uma flexão plantar. Para isso, foi utilizado o modelo mecânico descrito na seção A.4.1. Tanto o TS como o TA estavam presentes, porém só foi utilizado comando descendente para o TS. A contribuição do TA ao torque total se originou apenas dos elementos passivos deste músculo. Neste estudo foram analisadas duas tarefas: 1) tarefa de força (TF) e 2 ) tarefa de posição (TP). Com o auxílio do modelo realista, foi feita uma investigação da influência que a realimentação proprioceptiva tem nas flutuações de baixa-frequência encontradas em sinais experimentais de torque exercido por sujeitos durante TP e TF em uma flexão plantar. Os dados obtidos pelo modelo foram comparados com dados experimentais, descritos por Mello (2011).

Neste estudo em particular, o comando descendente aplicado ao TS (ver Figura A.2) corresponde a 400 processos gama ( $N = 400$  na Figura A.2). Estes processos são independentes um do outro e têm média de intervalo entre disparo (do inglês *interspike interval*) (ISI) de 9,6 ms e ordem 5. Os valores são os mesmos usados por Watanabe et al. (2013) para gerar um torque  $M$  equivalente a 20% da contração voluntária máxima (CVM). O valor da CVM é obtido com uma simulação em que os processos gama têm ISIs com média igual a 4 ms e ordem 1 (WATANABE et al., 2013). Cada um desses processos se conecta a aproximadamente 30% dos MNs (conectividade de 30%) de forma aleatória. Cada aferente se conecta a aproximadamente 80% dos MNs do mesmo músculo e a aproximadamente 15% dos MNs dos outros dois músculos do TS, com exceção dos aferentes do gastrocnêmio medial (GM) que não se conectam aos MNs do sóleo (SOL) (PIERROT-DESEILLIGNY; BURKE, 2005), sempre de forma aleatória. A carga  $W$  (ver Figura A.5) utilizada nas simulações de TP foi igual a 20% da CVM. Na Figura 2.1 são mostrados exemplos de sinais obtidos da simulação de TF do modelo e na Figura 2.2 são mostrados exemplos de sinais obtidos da simulação de TP.

A Figura 2.3(a) mostra exemplos do espectro de potência calculados a partir de dados experimentais, juntamente com dados equivalentes obtidos das simulações realizadas com o modelo descrito no apêndice A para a TF. Da mesma forma, na Figura 2.3(b) estão os espectros de potência obtidos dos dados experimentais e simulados para a TP. No intervalo

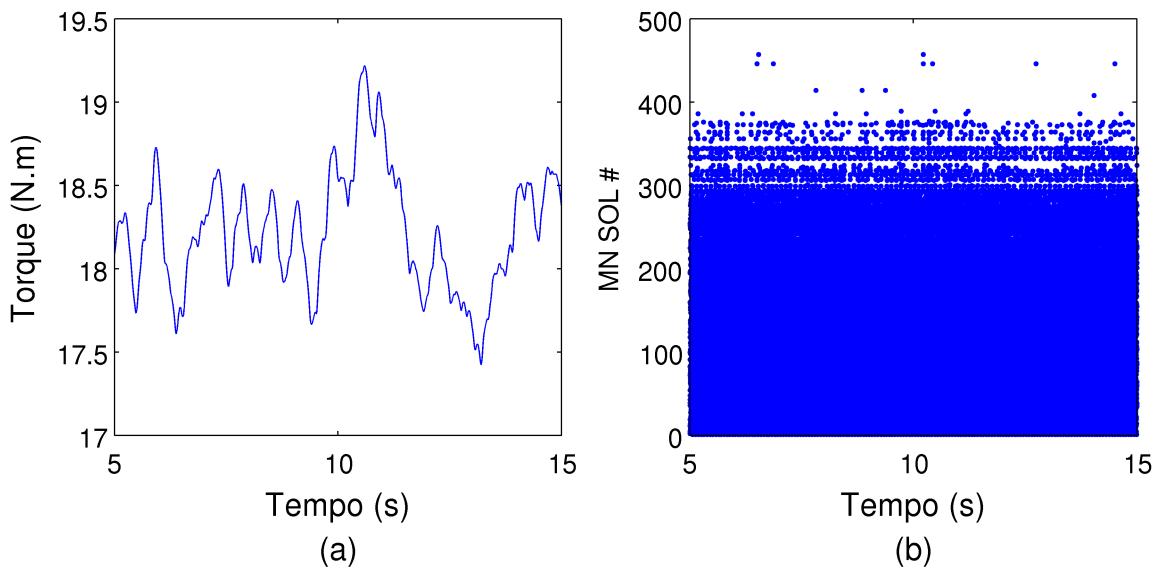


Figura 2.1 – Exemplo de sinais em tarefa de força. (a) Torque  $M$  gerado pelo tornozelo. (b) Disparos de todos os MNs do núcleo do SOL.

de 1 Hz a 10 Hz, o espectro de potência do torque experimental apresentou um único pico em  $1,67 \pm 0,52$  Hz para a TF e apresentou dois picos para a TP:  $3,40 \pm 0,48$  Hz e  $6,24 \pm 1,66$  Hz. Os resultados da simulação reproduziram os dados experimentais: para a TF um único pico em 1,81 Hz está presente e na TP dois picos (3,05 Hz e 6,01 Hz). É interessante notar que para a TF, as simulações foram feitas com um ganho sináptico das sinapses dos aferentes la com os MNs menor, ou seja, menor máxima condutância sináptica  $\bar{g}_{syn}$  (ver Eq. (A.5)), para reproduzir a frequência de pico experimental. Simulações adicionais para a TF foram feitas sem atividade aferente (linha vermelha da Figura 2.3(a)). Nesta condição, nenhum pico estava presente no espectro do torque na faixa de frequências considerada. Isso indica que a malha fechada da qual os aferentes fazem parte está produzindo as oscilações de baixa frequência do torque.

Como dito no parágrafo anterior, para que os picos espectrais do torque simulado estivessem nas mesmas frequências dos picos do espectro dos dados experimentais para a TF, a máxima condutância sináptica  $\bar{g}_{syn}$  (ver Eq. (A.5)) das sinapses dos aferentes la com os MNs foi menor quando comparada com a TP (ver Figura 2.4). O ganho sináptico mais baixo durante a TF sugere que para o TS a inibição pré-sináptica é maior do que durante a TP. Recentemente isto foi verificado experimentalmente em seres humanos por Magalhães et al. (2015).

Para analisar a possível influência da malha da qual os aferentes la fazem parte nas flutuações de baixa frequência encontradas no torque em TP, evidenciadas pelos picos presentes

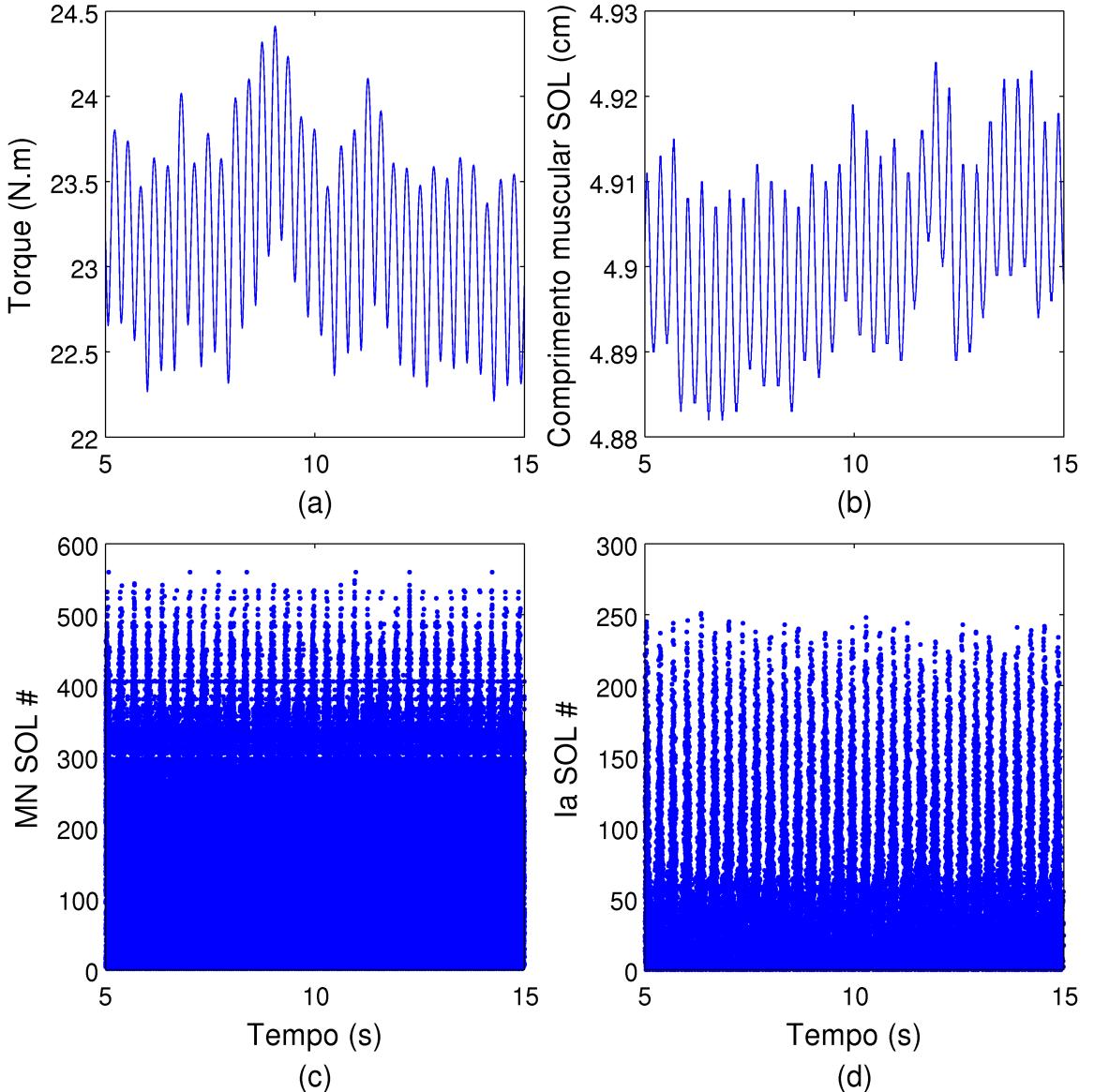


Figura 2.2 – Exemplo de sinais em tarefa de posição. (a) Torque  $M$  gerado pelo tornozelo. (b) Comprimento muscular do SOL. (c) Disparos de todos os MNs do núcleo do SOL. (d) Disparos de todos os aferentes Ia do núcleo do SOL.

no espectro de potência do torque dos dados experimentais (Figura 2.3), foram calculadas as coerências de sinais captados em diferentes partes da malha fechada que inclui os aferentes Ia. As coerências foram calculadas para as seguintes combinações de sinais: as frequências de disparo de dois MNs; entre o torque e a frequência de disparo dos MNs; entre o comprimento muscular  $l^M$  e a frequência de disparo dos aferentes Ia  $f_{Ia}$ ; entre a frequência de disparo de um MN e  $f_{Ia}$ . As frequências de disparo variando no tempo foram estimadas convoluindo o trem de impulsos que os MNs geram com uma janela retangular de 100 ms. A coerência  $\gamma_{uy}^2$

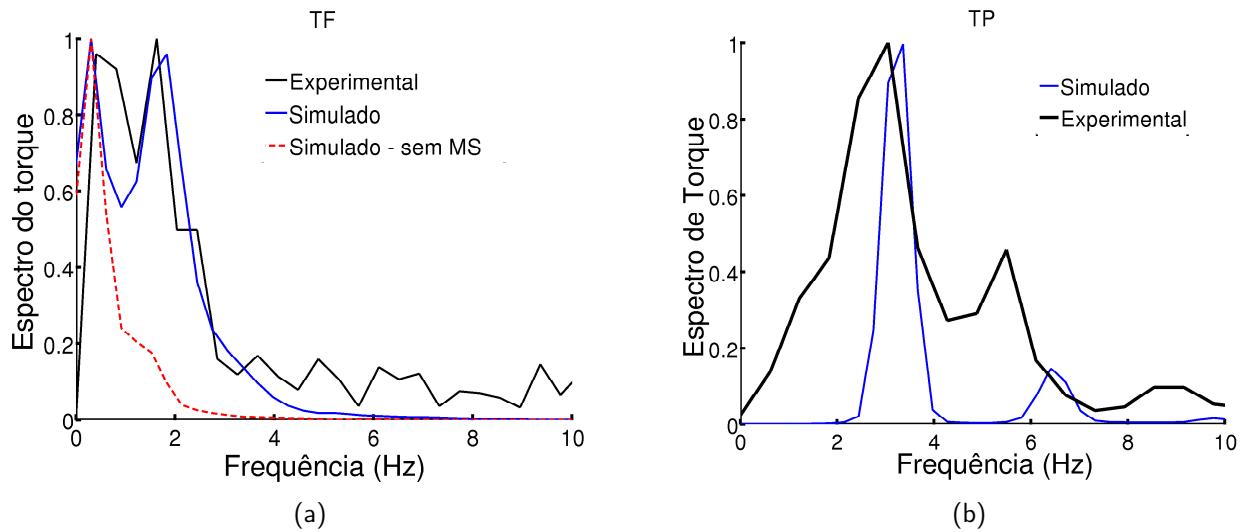


Figura 2.3 – Espectros de potência do torque em (a) Tarefa de Força (TF) (b) Tarefa de Posição (TP)

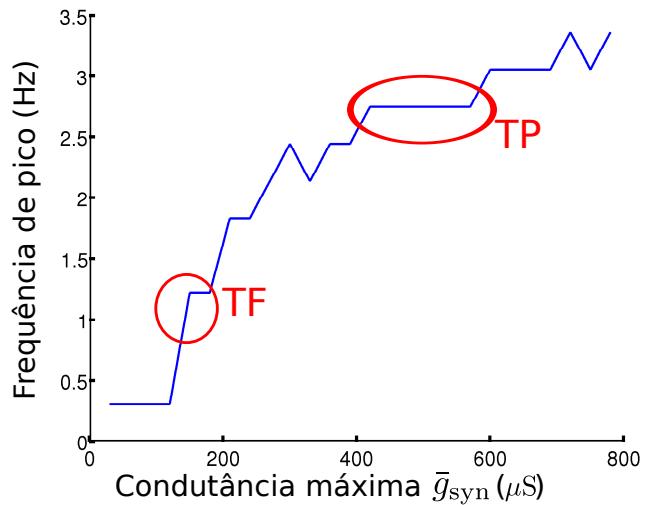


Figura 2.4 – Frequência de pico em função da máxima condutância da sinapse Ia-MN. Em destaque estão as condutâncias máximas utilizadas nas simulações que resultaram em picos iguais a tarefa de força (TF) e tarefa de posição (TP) dos dados experimentais

entre dois sinais é definida da seguinte maneira (BENDAT; PIERSOL, 2010):

$$\gamma_{uy}^2(f) = \frac{|S_{uy}(f)|^2}{S_{uu}(f)S_{yy}(f)} \quad (2.1)$$

em que  $S_{uu}$  é o espectro de potência do sinal  $u$ ,  $S_{yy}$  é o espectro de potência do sinal  $y$  e  $S_{uy}$  é o espectro cruzado entre os sinais  $u$  e  $y$ . Os espectros de potência e espectros cruzados foram computados utilizando o método de Welch (BENDAT; PIERSOL, 2010) com o sinal dividido em janelas de 32768 amostras, sem sobreposição das janelas.

O intervalo de confiança (IC) da coerência é dado por Brockwell e Davis (1991), sob a

condição de independência estatística entre os dois sinais  $u$  e  $y$ :

$$IC = \frac{F_{2,2(W-1)(1-\alpha)}}{W - 1 + F_{2,2(W-1)}(1 - \alpha)} \quad (2.2)$$

em que  $W$  é o número de segmentos utilizado no método de Welch,  $\alpha = 0,05$  e  $F_{n_1,n_2}$  é a distribuição F com graus de liberdade  $n_1$  e  $n_2$ .

A coerência entre a frequência de disparo de pares de MNs mostram dois picos perto de 3 Hz e de 6 Hz (Figura 2.5(a)), mesmas frequências que aparecem no espectro de potência do torque. Esses picos no espectro de torque refletem a alta correlação entre diferentes MNs nessas frequências, devido às entradas comuns (provenientes dos aferentes) recebidas pelos diferentes MNs. Dois picos nas mesmas frequências aparecem nas outras três análises de coerência mostradas na Figura 2.5. Isso sugere que essa flutuação em baixa frequência observada no sinal de torque experimental surge da malha-fechada da qual os aferentes dos fusos musculares fazem parte.

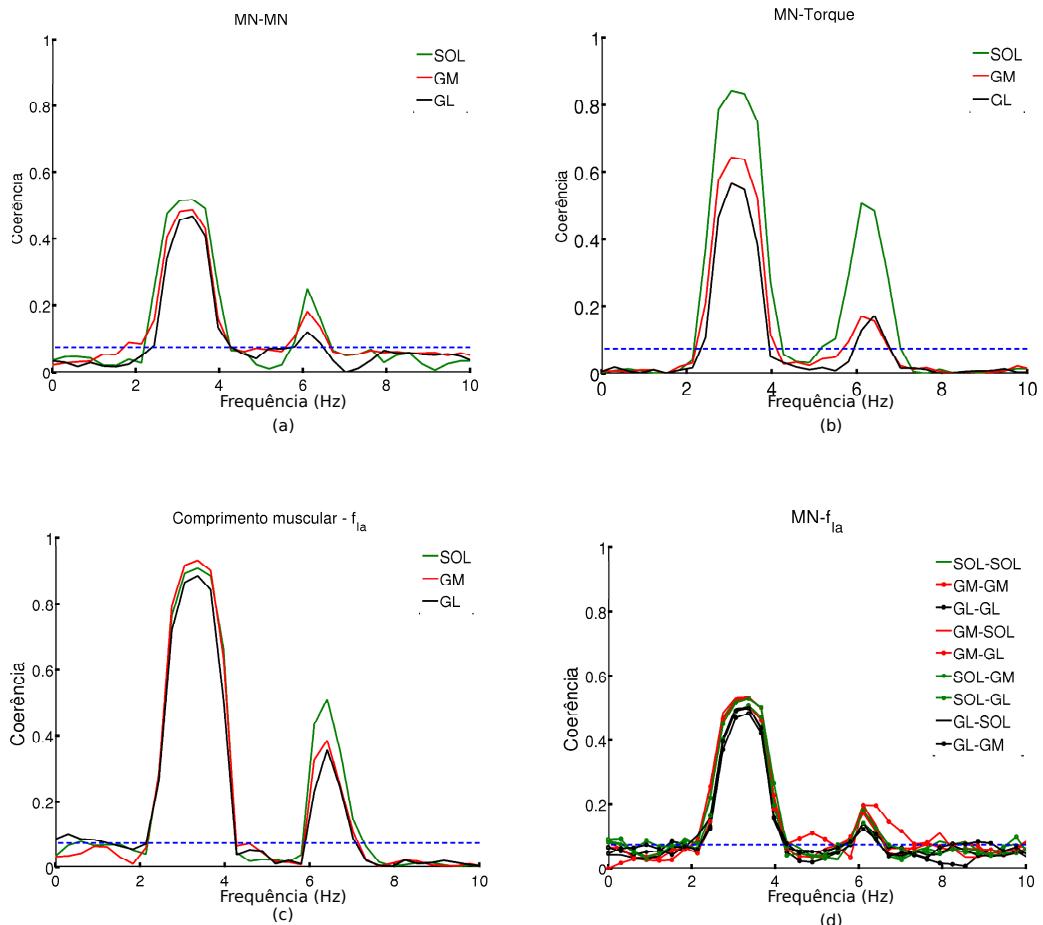


Figura 2.5 – Coerência entre: (a) frequência de disparos de dois motoneurônios; (b) frequência de disparos de um MN e o torque do músculo; (c) comprimento muscular  $l^M$  e frequência de disparo dos aferentes Ia (d) frequência de disparos de um MN e  $f_{Ia}$ . As linhas azuis tracejadas indicam o intervalo de confiança com  $\alpha = 0,05$  para a coerência ser igual a zero, calculadas com a Eq. (2.2).

Os resultados descritos acima são importantes por sugerirem mecanismos neurofisiológicos na execução de certas tarefas motoras simples, que podem fazer parte de mecanismos mais complexos que estão por detrás da execução de tarefas motoras como controle postural e marcha. Este foi um exemplo do poder que o modelo realista utilizado neste trabalho (ver apêndice A) tem para análise de tarefas motoras. No entanto, como já observado no capítulo 1, devido à complexidade do modelo é difícil a partir das equações diferenciais do modelo neuromuscular prever o comportamento do sistema, sendo necessário simular o modelo computacional para obter os sinais em resposta a determinado sinal de entrada. Por exemplo, não seria possível prever o surgimento dos picos espectrais mostrados na Figura 2.3 sem as simulações computacionais. Os capítulos seguintes apresentam uma maneira de reduzir esta dificuldade, baseada em métodos de identificação de sistemas.

### 3 IDENTIFICAÇÃO DO NÚCLEO DE UNIDADES MOTORAS

Como já exposto nos capítulos 1 e 2, o modelo neuromuscular descrito no apêndice A é computacionalmente complexo e envolve centenas de equações diferenciais não lineares. Por este motivo, é interessante a obtenção de um modelo simplificado a partir do modelo realista. Como a complexidade do modelo se concentra no núcleo de MNs, neste capítulo será apresentado o processo utilizado para realizar a identificação de um modelo simplificado do núcleo de MNs.

Os métodos de identificação de sistemas, resumidamente, consistem em métodos para a obtenção de um modelo tendo disponíveis apenas os sinais de entrada e saída do sistema (ISERMANN; MUENCHHOFF, 2011). Para realizar a identificação do núcleo de unidades motoras, a escolha mais imediata como sinal de entrada  $u$  é o sinal da condutância sináptica dos MNs  $g_{syn}$  (ver seção A.1), por este sinal conter a informação de todos os disparos que chegam ao MN. Como na identificação do núcleo se deseja trabalhar com apenas uma entrada, o uso da condutância dos MNs tem um problema, já que cada MN tem um sinal de condutância diferente. A exceção ocorre no caso em que a conectividade entre os axônios do comando descendente e os MNs é de 100% – ou seja, todos os axônios se conectando com 100% dos MNs. Entretanto, a conectividade utilizada neste estudo é de 30% (cada axônio do comando descendente se conecta com aproximadamente 30% dos MNs de forma aleatória), a mesma utilizada por Watanabe et al. (2013). Isto faz com que cada MN tenha um sinal de condutância sináptica diferente (ver Figuras A.2 e A.3). Considerando isso, o sinal de entrada escolhido não foi a condutância real dos MNs, que é diferente para cada MN, mas sim a condutância que os MNs teriam caso a conectividade fosse de 100%, ou seja, todos os processos do comando descendente se conectassem a todos os MNs. Utilizar o sinal de condutância sináptica que os MNs teriam caso a conectividade fosse de 100% garante que o sinal de entrada considerado tenha a informação de todos os axônios que façam sinapses com os MNs do núcleo. Como o sistema de geração do  $g_{syn}(t)$  (ver seção A.1) é linear, esse sinal não passa por nenhuma saturação ou qualquer outra não linearidade que possa afetar a correta identificação do modelo do núcleo de unidades motoras.

Na Figura 3.1 está um exemplo de sinal de entrada considerado. Para a identificação do núcleo foi utilizado apenas o comando descendente (Figura A.2) como sinal de entrada para os

MNs. Nenhum proprioceptor estava conectado aos MNs, pois não seria possível escolher qual seria a saída dos aferentes. Além disso, iria complicar consideravelmente a identificação do núcleo de MNs pela razão do sistema estar em malha-fechada. Em cada axônio do comando descendente foi usado um processo Poisson. Esse tipo de processo gera uma condutância  $g_{\text{syn}}(t)$  com a potência espectral igualmente distribuída até pelo menos 100 Hz, como mostrado por Watanabe et al. (2013), o que para fins de estudos de controle neuromuscular é suficiente para que o sinal de condutância seja considerado um ruído-branco, facilitando assim o processo de identificação do sistema.

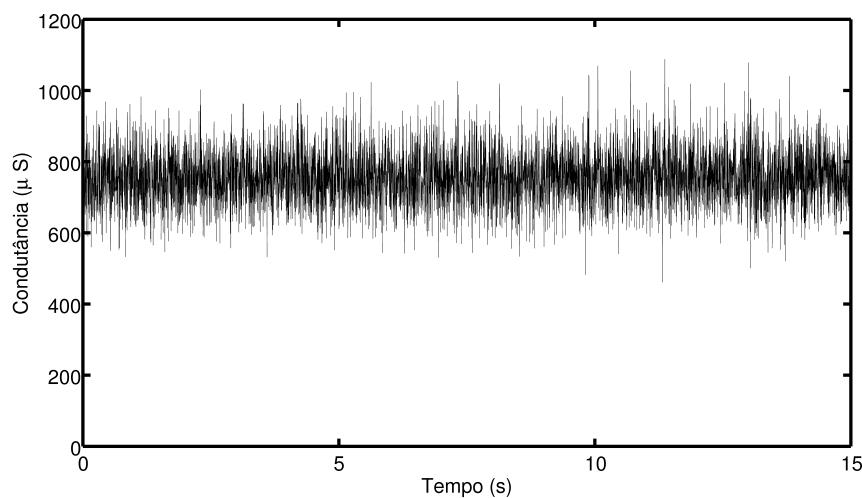


Figura 3.1 – Exemplo de sinal de entrada.

Como explicado na seção A.1, para cada disparo que um MN gera (o modelo do MN utilizado foi explicado brevemente na seção A.1), é gerada uma parcela do sinal de ativação muscular utilizando um filtro de segunda-ordem criticamente amortecido (CISI; KOHN, 2008) (ver Figura A.2(f) e Eq. (A.1)). Essas parcelas dos sinais de ativação gerados por cada MN são somadas após passarem por uma saturação (ver Figura A.2(b)) e geram um sinal equivalente ao sinal de força do músculo (ver seção A.1). Foi considerado como sinal de saída  $y$  do núcleo de unidades motoras esse sinal de força muscular gerado por cada núcleo. Na Figura 3.2 é mostrado um exemplo de sinal de saída considerado.

Um primeiro teste realizado foi a verificação da necessidade de se obter um modelo não linear para o sistema ou se um modelo linear seria suficiente para representar o sistema. Para isso foi utilizado o teste descrito por Billings e Voon (1983), que mostrou que:

$$\Phi_{y'y'^2}(\tau) = 0, \tau \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \text{o sistema é linear} \quad (3.1)$$

$$\Phi_{y'y'^2}(\tau) \neq 0, \tau \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \text{o sistema é não linear} \quad (3.2)$$

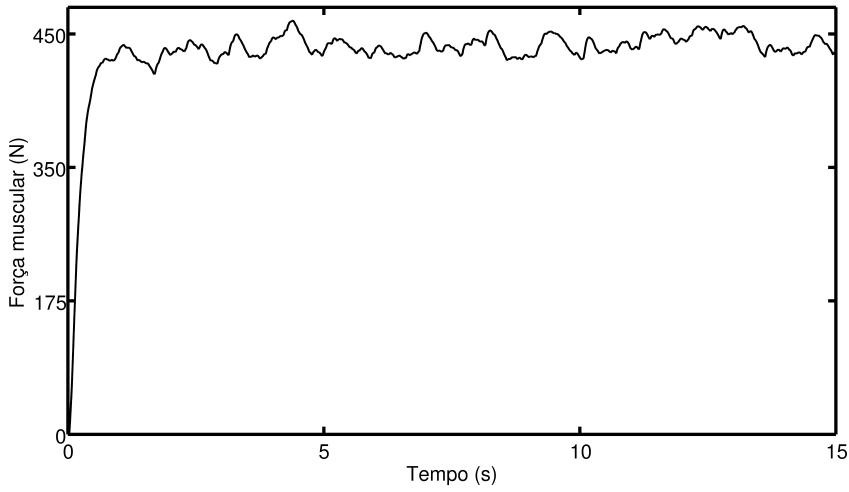


Figura 3.2 – Exemplo de sinal de saída.

em que  $y'(k) = y(k) - \bar{y}$  e  $\Phi_{xy}$  é a correlação cruzada normalizada entre os sinais  $x$  e  $y$ . A correlação cruzada normalizada é estimada utilizando a seguinte expressão:

$$\Phi_{xy} = \frac{\frac{1}{L} \sum_{k=1}^{L-\tau} [x(k) - \bar{x}][y(k + \tau) - \bar{y}]}{\sqrt{\frac{1}{L} \sum_{k=1}^{L-\tau} [x(k) - \bar{x}]^2} \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{k=1}^{L-\tau} [y(k) - \bar{y}]^2}} \quad (3.3)$$

com o seu IC com  $\alpha = 0,05$  sendo  $\pm 1,96\sqrt{L}$  (BENDAT; PIERSOL, 2010).

Aplicando este teste ao sinal de saída do sistema (o sinal de força muscular, como o da Figura 3.2), o resultado indicou que o sistema tem não linearidades significativas. O resultado para uma amostra de sinal está na Figura 3.3, que mostra a correlação  $\Phi_{y'y'^2}(\tau)$  com diversos valores significativamente diferentes de zero (fora das linhas azuis tracejadas).

Uma outra verificação que se fez foi calcular a coerência entre o sinais de entrada e saída. A coerência  $\gamma_{uy}^2$  entre dois sinais é calculada utilizando a Eq. (2.1). O IC com  $\alpha = 0,05$  da coerência é calculado utilizando a Eq. (3.4) (BROCKWELL; DAVIS, 1991).

$$IC = \left[ \left( \sqrt{\gamma_{uy}^2(f)} - \frac{1,96(1 - \gamma_{uy}^2(f))}{\sqrt{2}W} \right)^2, \left( \sqrt{\gamma_{uy}^2(f)} + \frac{1,96(1 - \gamma_{uy}^2(f))}{\sqrt{2}W} \right)^2 \right] \quad (3.4)$$

em que  $W$  é o número de segmentos utilizado no método de Welch.

A coerência entre o sinal de entrada e saída, juntamente com o IC, são mostrados na Figura 3.4. A coerência resultante tem os seus valores entre 0 e 1 em todas as frequências. Quando a coerência entre dois sinais tem um valor maior do que 0 porém menor do que 1,

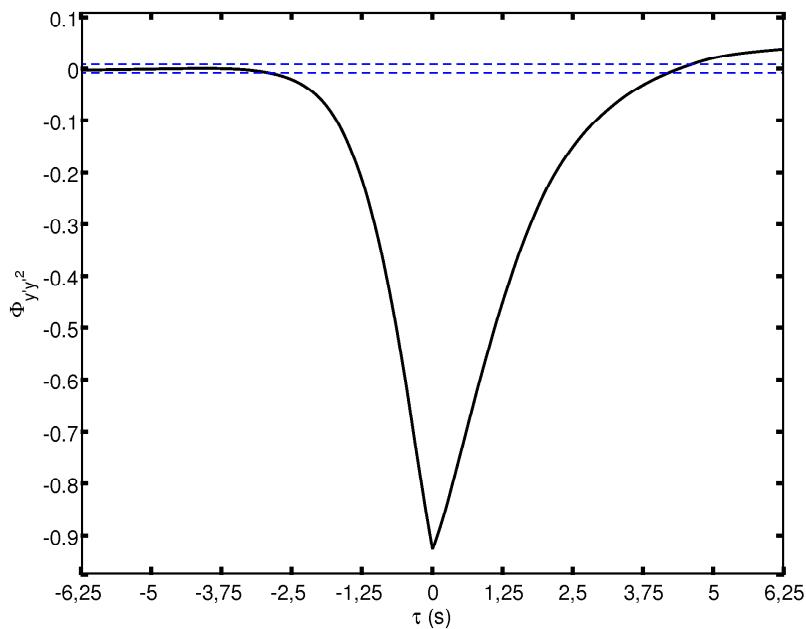


Figura 3.3 – Teste de linearidade do sinal de força muscular. As linhas tracejadas em azul mostram o intervalo de confiança com  $\alpha = 0,05$ .

existem três possíveis explicações (BENDAT; PIERSOL, 2010): 1) existe ruído na medida da entrada ou da saída, 2) o sistema que relaciona os sinais de entrada e saída não é linear e 3) o sinal de saída é também devido a algum sinal de entrada que não está sendo considerado. Normalmente, saber qual destas três opções é o que de fato está acontecendo não é simples. Porém, como neste caso os sinais foram obtidos de um modelo computacional, esta análise é mais fácil. Como tanto o sinal de entrada como o de saída são medidos sem ruído, a alternativa 1 é excluída. Também é sabido que não existe nenhuma outra fonte de entrada além dos comandos descendentes, excluindo assim a possibilidade 3. Tendo eliminado as possibilidades 1 e 3, conclui-se também por meio da análise da coerência que o sistema é não linear (possibilidade 2).

Como ambos os testes indicaram que o sistema é não linear, foi utilizado um método de identificação de sistemas que contemplou a existência de não linearidades. Foram testados diversos métodos de identificação de sistemas não lineares (BOYD; CHUA, 1985; BENDAT, 1998; BILLINGS, 2013). A maioria dos métodos requer uma grande quantidade de dados ou um conhecimento prévio da estrutura do modelo. A seguir será descrito o método usado para identificar o núcleo de unidades motoras que forneceu bons resultados para a identificação do núcleo: o método *forward regression with orthogonal least squares* (FROLS). Esse método não necessita do conhecimento *a priori* da estrutura do modelo não linear e a determinação da sua estrutura faz parte do algoritmo de identificação.

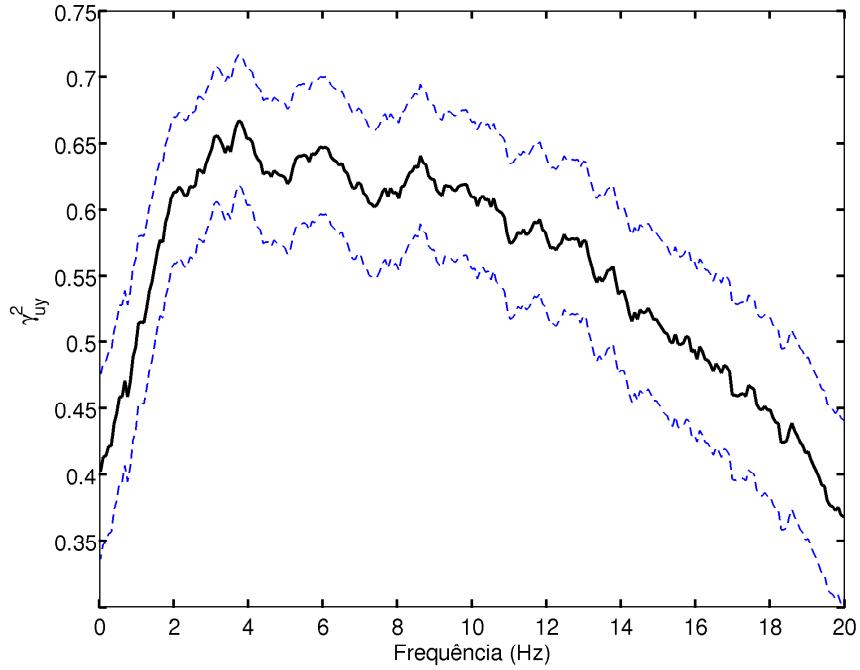


Figura 3.4 – Coerência entre entrada e saída. As linhas tracejadas em azul mostram o intervalo de confiança com  $\alpha = 0,05$ .

### 3.1 MÉTODO FROLS DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

O método FROLS de identificação de sistemas foi utilizado neste trabalho para identificar um modelo *nonlinear auto regressive moving average with exogenous input* (NARMAX). Um modelo NARMAX tem a seguinte representação:

$$\begin{aligned} y(k) &= F[y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-m_y), \\ &\quad u(k-1), \dots, u(k-m_u), \xi(k-1), \dots, \xi(k-m_\xi)] \end{aligned} \quad (3.5)$$

com  $k \in \mathbb{Z}$  e  $m_u, m_y, m_\xi \in \mathbb{N}$

em que  $u$  é o sinal de entrada do sistema,  $y$  é o sinal de saída do sistema e  $\xi$  é o sinal de resíduo. A representação do modelo que foi utilizada neste trabalho foi a polinomial:

$$\begin{aligned} y(k) &= \beta_0 + \sum_{i_1=1}^n \beta_{i_1} x_{i_1}(k) + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=i_1}^n \beta_{i_1 i_2} x_{i_1}(k) x_{i_2}(k) + \dots + \\ &\quad \sum_{i_1=1}^n \dots \sum_{i_N=i_{N-1}}^n \beta_{i_1 i_2 \dots i_N} x_{i_1}(k) x_{i_2}(k) \dots x_{i_N}(k) + \xi(k) \end{aligned} \quad (3.6)$$

com

$$x_m(k) = \begin{cases} u(k-m) & 1 \leq m \leq m_u \\ y(k-(m-m_u)) & m_u + 1 \leq m \leq m_u + m_y \\ \xi(k-(m-m_u-m_y)) & m_u + m_y + 1 \leq m \leq m_u + m_y + m_\xi \end{cases} \quad (3.7)$$

em que  $m_u$  é o número de valores passados da entrada que são considerados para o modelo,  $m_y$  é o número de valores passados da saída que são considerados,  $m_\xi$  é o número de valores passados do resíduo que são considerados e  $N$  é o grau máximo de não linearidade considerado nas combinações entre os sinais  $u$ ,  $y$  e  $\xi$ .

Denominando cada combinação  $x_{i_1}x_{i_2}\dots x_{i_N}$  de  $p_i$ , a Eq. (3.6) pode ser escrita como:

$$y(k) = \sum_{i=1}^M \beta_i p_i(k) + \xi(k) \quad (3.8)$$

em que  $M$  é o número total de combinações de termos do modelo. Na forma matricial a equação acima fica:

$$Y = PB + \xi \quad (3.9)$$

em que:

$$\begin{aligned} Y &= [y(1), y(2), \dots, y(N)]^T \\ B &= [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_M]^T \\ \xi &= [\xi(1), \xi(2), \dots, \xi(N)]^T \\ P &= [p_1, p_2, \dots, p_M] = \begin{bmatrix} p_1(1) & p_2(1) & \dots & p_M(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_1(k) & p_2(k) & \dots & p_M(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_1(N) & p_2(N) & \dots & p_M(N) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.10)$$

em que  $<^T>$  significa a transposição do vetor ou da matriz.

Por exemplo, supondo um sistema que tenha os seguintes vetores de entrada e saída:

$$\begin{aligned} U &= [1 \ 2 \ 3 \ 5 \ 7 \ 11 \ 13]^T \\ Y &= [17 \ 19 \ 23 \ 29 \ 31 \ 37 \ 41]^T \end{aligned} \quad (3.11)$$

a matriz  $P$ , considerando que o máximo grau do polinômio seja 2 ( $N = 2$ ), os máximos atrasos considerados sejam 2 para a entrada e 1 para a saída ( $m_u = 2$  e  $m_y = 1$ ) e não seja

considerado o resíduo ( $m_\xi = 0$ ), será:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & u(k-1) & u(k-2) & y(k-1) & u(k-1)^2 & u(k-1)u(k-2) & u(k-1)y(k-1) & u(k-2)^2 & u(k-2)y(k-1) & y(k-1)^2 \\ 1 & 2 & 1 & 19 & 4 & 2 & 38 & 1 & 19 & 361 \\ 1 & 3 & 2 & 23 & 9 & 6 & 69 & 4 & 46 & 529 \\ 1 & 5 & 3 & 29 & 25 & 15 & 145 & 9 & 87 & 841 \\ 1 & 7 & 5 & 31 & 49 & 35 & 217 & 25 & 155 & 961 \\ 1 & 11 & 7 & 37 & 121 & 77 & 407 & 49 & 259 & 1369 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Com o intuito de estimar cada coeficiente  $\beta$  de forma independente, decomponemos a matriz  $P$  ortogonalmente em uma matriz  $W$  e uma matriz  $A$ , de forma que

$$P = WA \quad (3.13)$$

e com isso:

$$y = WAB + \xi = Wg + \xi \quad (3.14)$$

em que a matriz  $W$  é composta de colunas ortogonais  $w_1, w_2, \dots, w_M$  ( $W^T W = \text{diag}[d_1, d_2, \dots, d_m]$  e  $d_i = w_i^T w_i$ ) e  $g = [g_1, g_2, \dots, g_M]^T$ . Cada  $g_i$  segue a seguinte expressão:

$$g_i = \frac{y^T w_i}{w_i^T w_i} \quad (3.15)$$

Os coeficientes  $\beta$  são encontrados por  $B = A^{-1}g$ , sendo os elementos  $a_{r,m}$  da matriz  $A$  definidos como:

$$a_{r,m} = \frac{p_m^T w_r}{w_r^T w_r}, 1 \leq r \leq m-1, m=2, 3, \dots, M \quad (3.16)$$

A matriz  $A$  tem a seguinte forma:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \dots & a_{1M} \\ 0 & 1 & \dots & a_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & a_{M-1,M} \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

A grande vantagem do método FROLS é a possibilidade de determinar a estrutura do modelo como parte do processo de identificação. Para isso, primeiramente são selecionados termos candidatos a serem termos do modelo (no caso deste trabalho, cada termo da Eq. (3.6) é um candidato). Para determinar qual termo é necessário para o modelo, é necessário medir

a importância de cada candidato para o sinal de saída  $y$ . Para esta avaliação, observamos que a variância da saída pode ser dividida em duas partes:

$$\frac{1}{N} Y^T Y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^M g_i^2 w_i^T w_i + \frac{1}{N} \xi^T \xi \quad (3.18)$$

O termo  $\frac{1}{N} g_i^2 w_i^T w_i$  é a parte da saída que é explicada pelo vetor  $w_i$ . Desta forma, define-se a taxa de redução de erro (do inglês *error reduction ratio*) (ERR):

$$\text{ERR}_i = \frac{g_i^2 w_i^T w_i}{y^T y} = \frac{y^T w_i}{(y^T y) (w_i^T w_i)}, i = 1, 2, \dots, M \quad (3.19)$$

Esta taxa pode ser utilizada para escolher quais dos termos candidatos  $p_i$  (que está associado ao vetor  $w_i$ ) têm a maior contribuição para a saída  $y$ . Desta forma, é possível escrever um algoritmo que seleciona um candidato de cada vez, em ordem de importância para a saída  $y$ , para compor os termos do modelo. O algoritmo utilizado é o FROLS, desenvolvido por Billings, Chen e Korenberg (1989) e descrito por Billings (2013). O algoritmo consiste em procurar qual dos termos candidatos tem a maior ERR. Uma vez selecionado o termo com a maior ERR, elimina-se este termo da lista de candidatos e realiza-se uma nova busca. Esse procedimento é repetido até que o valor da ERR do termo escolhido seja pequeno o suficiente ou que a soma das ERRs seja suficientemente próxima de 1. Neste trabalho adotou-se como critério de parada que a soma das ERRs seja maior que  $1 - \rho$ , com  $\rho$  pequeno. O valor de  $\rho$  a ser utilizado varia de sistema para sistema (BILLINGS, 2013). Durante o processo de identificação do núcleo de MNs, o valor de  $\rho$  utilizado, encontrado de forma empírica, foi de  $3.2 \cdot 10^{-8}$ . O algoritmo implementado está descrito na Figura 3.5. O processo de ortogonalização foi implementado utilizando o método modificado de Gram-Schmidt (RICE, 1966), diferentemente do utilizado por Billings (2013). Esta mudança foi necessária devido ao algoritmo de Gram-Schmidt clássico ser malcondicionado numericamente quando o número de vetores  $w_i$  é muito grande.

Para fazer a identificação do modelo foram utilizados 20 pares de sinal entrada/saída para cada um dos três músculos do TS, totalizando 60 pares entrada/saída. Como se deseja uma só estrutura de modelo para todos os sinais, foi utilizada uma modificação do algoritmo FROLS que analisa todos os pares entrada/saída de uma só vez e identifica um mesmo modelo para todos os pares entrada/saída. A diferença para o algoritmo FROLS básico é que, ao invés de calcular o valor da ERR para cada termo candidato, é calculado o valor da ERR para cada termo candidato de cada um dos pares entrada/saída considerados e depois calcula-se uma média dos valores da ERR de todos os pares de sinais. O termo escolhido é o termo que tiver a

```

frols(p, y, numeroDeCandidatos, ρ, termosSelecionados, s, w, A, g, err){
    para (m de 1 a numeroDeCandidatos){
        se (m nãoPertence termosSelecionados){
            ws(m) ← p(m); % A matriz p é definida na Eq. 3.10
            para (r de 1 a (s-1)){
                ws(m) ← ws(m) - (w(r)T * ws(m)) / (w(r)T * w(r)) * ...
                ... w(r); % Gram-Schmidt Modificado
            }
            gs(m) ← (yT * ws(m)) / (ws(m)T * ws(m));
            ERR(m) ← gs(m)2 * (ws(m)T * ws(m)) / (yT * y);
        }
    }
    termosSelecionados(s) ← índice(ERR == máximo(ERR));
    err(s) ← ERR(termosSelecionados(s));
    para (r de 1 a (s-1)){
        A(r,s) ← (w(r)T * p(termosSelecionados(s))) / (w(r)T * w(r));
    }
    A(s,s) ← 1;
    w(s) ← ws(termosSelecionados(s));
    g(s) ← gs(termosSelecionados(s));
    ESR ← 1 - soma(err);
    se (ESR ≥ ρ){
        s ← s + 1;
        frols(p, y, numeroDeCandidatos, ρ, termosSelecionados, s, w, A, g...
        ... , err) % chamada recursiva
    }
    se (ESR < ρ){
        β ← A-1 * g;
        devolve β, termosSelecionados;
    }
}

```

Figura 3.5 – Algoritmo FROLS. Este algoritmo foi implementado em forma recursiva. Os parâmetros de entrada são:  $p$  - matriz  $P$  de candidatos a serem partes do modelo. Construída como na Eq. (3.10);  $y$  - vetor de saída  $y$ ;  $\text{numeroDeCandidatos}$  - número total de termos candidatos  $M$  a serem parte do modelo (Eq. (3.8));  $\rho$  - parâmetro usado como critério de parada na busca por novos termos;  $\text{termosSelecionados}$  - termos já selecionados para serem parte do modelo. Inicialmente é um vetor vazio;  $s$  - registra qual a quantidade de iterações o algoritmo fez. Inicialmente  $s=1$ ;  $w$  - matriz com os termos já selecionados ortogonalizados. Inicialmente  $w$  é uma matriz vazia;  $A$  - matriz  $A$  definida na Eq. (3.17). Inicialmente  $A$  tem dimensão 0x0;  $g$  - o vetor  $g$  com os elementos definidos na Eq. (3.15). Inicialmente  $g$  é um vetor vazio;  $\text{err}$  - é um vetor com a  $\text{ERR}$  correspondente a cada elemento selecionado, calculado como na Eq. (3.19). Inicialmente  $\text{err}$  é um vetor vazio.

maior média da  $\text{ERR}$  entre todos os pares entrada/saída. Desta forma seleciona-se termos que representam apropriadamente a dinâmica de todos os pares de entrada/saída. Este algoritmo, o *multiple forward regression with orthogonal least squares* (MFROLS), foi desenvolvido por Wei e Billings (2009) e está descrito em forma de pseudocódigo na Figura 3.6.

Naturalmente a estimativa dos valores de  $B$  tem um viés. O viés da estimativa de  $B$  é definido como:

$$\begin{aligned}
 v &= E[\hat{B}] - B = E[(P^T P)^{-1} P^T y] - B = \\
 &= E[(P^T P)^{-1} P^T (PB + \xi)] - B = \\
 &= E[(P^T P)^{-1} (P^T P)B + (P^T P)^{-1} P^T \xi] - B = \\
 &= E[B - B] + E[(P^T P)^{-1} P^T P \xi] = E[(P^T P)^{-1} P^T \xi] =
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

$$= (P^T P)^{-1} E[P^T \xi]$$

O operador  $E[x]$  representa a esperança de  $x$ . A definição do viés  $v$  da estimativa de  $B$  é claramente a distância entre a variável estimada e o valor real. Para que o viés seja zero

```

mfrols(p, y, numeroDeCandidatos, numeroDeSinais, rho, termosSelecionados, s, w, A, ...
...g, err){
    para (j de 1 a numeroDeSinais)
        para (m de 1 a numeroDeCandidatos){
            se (m naoPertence termosSelecionados){
                ws_j(m) ← p_j(m); % A matriz p é definida na Eq.(3.10)
                para (r de 1 a (s-1)){
                    ws_j(m) ← ws_j(m) - (w_j(r)^T * ws_j(m)) / (w_j(r)^T * w_j(r)) * w_j(r); % Gram-Schmidt ...
                    ...Modificado
                }
                gs_j(m) ← (y_j^T * ws_j(m)) / (ws_j(m)^T * ws_j(m));
                ERR_j(m) ← gs_j(m)^2 * (ws_j(m)^T * ws_j(m)) / (y_j^T * y_j);
            }
        }
    termosSelecionados(s) ← indice(ERR_j == maximo(media(ERR_j)));
    err(s) ← media(ERR(termosSelecionados(s)));
    para (j de 1 a numeroDeSinais){
        para (r de 1 a (s-1)){
            A_j(r,s) ← (w_j(r)^T * p_j(termosSelecionados(s))) / (w_j(r)^T * ...
            ... w_j(r));
        }
        A_j(s,s) ← 1;
        w_j(s) ← ws_j(termosSelecionados(s));
        g_j(s) ← gs_j(termosSelecionados(s));
    }
    ESR ← 1 - soma(err);
    se (ESR ≥ rho){
        s ← s + 1;
        mfrols(p, y, numeroDeCandidatos, rho, termosSelecionados, s, w, A, ...
        ...g, err) % chamada recursiva
    }
    se (ESR < rho){
        para (j de 1 a numeroDeSinais){
            beta_j ← A_j^{-1} * g_j;
        }
        devolve beta, termosSelecionados;
    }
}

```

Figura 3.6 – Algoritmo MFROLS. Este algoritmo foi implementado em forma recursiva. Os parâmetros de entrada são:  $p$  - matriz  $P$  de candidatos a serem partes do modelo. É uma matriz de 3 dimensões. Cada  $p_j$  que constitui  $p$  é construída como na Eq. (3.10) e corresponde a um conjunto de sinais;  $y$  - matriz em que cada coluna  $y_j$  é o vetor de saída  $y$  de um conjunto de dados;  $\text{numeroDeCandidatos}$  - número total de termos candidatos  $M$  a serem parte do modelo (Eq. (3.8));  $\text{numeroDeSinais}$  - número de conjunto de dados diferentes;  $\rho$  - parâmetro usado como critério de parada na busca por novos termos;  $\text{termosSelecionados}$  - termos já selecionados para serem parte do modelo. Inicialmente é um vetor vazio;  $s$  - registra qual a quantidade de iterações o algoritmo fez. Inicialmente  $s=1$ ;  $w$  - matriz com os termos já selecionados ortogonalizados. É uma matriz de 3 dimensões. Inicialmente  $w$  é uma matriz vazia. Cada  $w_j$  corresponde a um conjunto de dados;  $A$  - matriz de 3 dimensões em que cada  $A_j$  é a matriz  $A$  definida na Eq. (3.17). Inicialmente  $A$  é uma matriz vazia;  $g$ : matriz em que cada  $g_j$  é o vetor  $g$  com os elementos definidos na Eq. (3.15). Inicialmente  $g$  é uma matriz vazia;  $\text{err}$  - é um vetor com a taxa de redução de erro correspondente a cada elemento selecionado, calculado como na Eq. (3.19). Inicialmente  $\text{err}$  é um vetor vazio.

tem-se que:

$$v = (P^T P)^{-1} E[P^T \xi] = 0 \Leftrightarrow E[P^T \xi] = 0 \quad (3.21)$$

Em outras palavras, é necessário que cada coluna da matriz  $P$  seja descorrelacionada do erro  $\xi$ . Caso  $\xi$  dependa de termos passados do erro ( $\xi(k-1), \xi(k-2), \dots$ ) e da entrada e saída (termos como  $\xi(k-1)y(k-1), \xi(k-3)u(k-6), \dots$ ),  $\xi$  não será descorrelacionado dos termos do modelo (colunas de  $P$ ).

Para verificar se os termos do modelo são descorrelacionados de  $\xi$ , Billings e Voon (1986) desenvolveram testes baseados na correlação dos resíduos (análise de resíduos). O resíduo do instante  $k$  é calculado utilizando a seguinte expressão:

$$\xi(k) = y(k) - \hat{y}(k|k-1) \quad (3.22)$$

em que  $\hat{y}(k|k-1)$  significa a estimativa de  $y$  um passo a frente.

Os testes são os seguintes:

$$\begin{aligned} \Phi_{\xi\xi}(k) &= \delta(k), \forall k \\ \Phi_{\xi u}(k) &= 0, \forall k \\ \Phi_{\xi(\xi u)}(k) &= 0, k \geq 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

com  $k \in \mathbb{Z}$ . O símbolo  $\delta(k)$  representa um impulso unitário (valor 1 para  $k = 0$  e 0 caso contrário) e  $(\xi u)(k) = \xi(k+1)u(k+1)$ . O primeiro e segundo teste se referem a termos lineares que eventualmente não estejam presentes no modelo. O terceiro teste refere-se a termos não lineares que não estiverem presentes no modelo.

Se esses testes não forem satisfeitos, será necessário modelar o resíduo  $\xi$ , incluindo na matriz de candidatos os termos candidatos a modelar o resíduo. Para isso é utilizado novamente o algoritmo MFROLS (Figura 3.6), mas dessa vez montando a matriz de candidatos com todas as combinações de  $u$ ,  $y$  e  $\xi$  (o mesmo  $\xi$  utilizado para calcular os testes de correlação da Eq. (3.23) usando a Eq. (3.22)). Ao longo do texto, essa matriz dos candidatos a termos para modelar o ruído é denominada de  $P_n$ .

Após encontrar todos os termos do modelo, incluindo o modelo do resíduo, é necessário recalcular os coeficientes  $B$  do modelo. Para isso, o resíduo do modelo, encontrado utilizando a Eq. (3.22) com os coeficientes  $B$  obtidos usando o algoritmo MFROLS (ver Figura 3.6), é utilizado para montar a matriz  $P_n$  da mesma forma que se montou para encontrar os termos do resíduo. Com isso, o valor de  $B$  é recalculado e, utilizando o novo valor de  $B$ , é calculado

o resíduo do novo modelo. Esse novo resíduo é utilizado para montar uma nova matriz  $P_n$ . Esse processo se repete até que o RMS da diferença entre os resíduos de dois passos seguidos seja pequeno o suficiente:

$$\varsigma = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (\xi_{\text{novo}_i} - \xi_{\text{anterior}_i})^2} \quad (3.24)$$

em que  $L$  é o número de amostras que os sinais  $\xi$  possuem. Neste trabalho adotou-se  $\varsigma \leq 0,001$  como critério de parada deste algoritmo, conhecido como mínimos quadrados estendido (do inglês *extended least squares*) (ELS). O algoritmo na forma implementada está na Figura 3.7.

```

els(pp, pn, u, y, residuo,  $\varsigma$ , termosSelecionados, numeroDeSinais){
    p  $\leftarrow$  [pp pn]; % pp é a matriz de regressores dos termos do modelo e pn é ...
    ...a matriz de regressores do resíduo
    para (j de 1 a numeroDeSinais){
        Wkj  $\leftarrow$  pj;
        para (m de 1 a tamanho(termosSelecionados)){
            Wj(m)  $\leftarrow$  Wkj(m);
            para (r de (m+1) a tamanho(termosSelecionados)){
                Wkj(r)  $\leftarrow$  Wkj(r) - (Wkj(r)T*Wj(m)) / (Wj(m)T*Wj(m))*W...
                ...j(m);
            }
            Aj(m,m)  $\leftarrow$  1;
            para (r de 1 a (m-1)){
                Aj(r,m)  $\leftarrow$  (pj(m)T*Wj(r)) / (Wj(r)T*Wj(m));
            }
            gj(m)  $\leftarrow$  (Wj(m)T*yj) / (Wj(m)T*Wj(m));
        }
         $\beta_j \leftarrow A_j^{-1} * g_j$ 
        novoResiduoj  $\leftarrow$  calculaResiduo(uj, yj, residuoj,  $\beta_j$ , ...
        ...termosSelecionados);
        novaPnj  $\leftarrow$  montaNovaMatrizRegressoresRuido(uj, yj, novoResiduoj, ...
        ...termosSelecionados);
        diferencaj  $\leftarrow$  rms(residuoj - novoResiduoj);
    }
    se (maximo(diferenca) >  $\varsigma$ ){
        els(pp, novaPn, u, y, novoResiduo,  $\varsigma$ , termosSelecionados, ...
        ...numeroDeSinais); % chamada recursiva
    }
    devolve  $\beta$ 
}

```

Figura 3.7 – Algoritmo ELS. Este algoritmo foi implementado em forma recursiva. Os parâmetros de entrada são: pp - matriz de 3 dimensões em que cada matriz  $pp_j$  que compõe a matriz pp é a matriz  $P$  da Eq. (3.10) com os termos selecionados previamente (neste trabalho utilizando o algoritmo MFROLS) de cada conjunto de dados; pn - matriz de 3 dimensões em que cada matriz  $pn_j$  que compõe a matriz pn é a matriz  $P$  da Eq. (3.10) com os termos envolvendo o sinal do resíduo  $\xi$ , selecionados previamente (neste trabalho utilizando o algoritmo MFROLS), de cada conjunto de dados; u - matriz em que cada coluna  $u_j$  corresponde ao sinal de entrada de um conjunto de dados; y - matriz em que cada coluna  $y_j$  corresponde ao sinal de saída de um conjunto de dados; residuo - erro da estimativa calculado utilizando a Eq. (3.22);  $\varsigma$  - diferença máxima entre a estimativa dos coeficientes entre uma iteração e outra utilizada como critério de parada do algoritmo; termosSelecionados - vetor com os termos do modelo selecionados previamente (neste trabalho utilizando o algoritmo MFROLS); numeroDeSinais - número de conjunto de dados diferentes.

Após esta etapa, o modelo identificado está pronto para ser simulado. Como o objetivo da

utilização do modelo é reproduzir a dinâmica do núcleo de MNs, a obtenção da força muscular (saída do modelo identificado) precisa ser feita sem utilizar nenhum valor da saída obtida do sistema realista. Para isso as simulações realizadas precisam ser livres (também conhecido como predição de infinitos passos à frente).

Por exemplo, se o modelo identificado possuir a seguinte estrutura:

$$y(k) = \beta_1 y(k-1) + \beta_2 y(k-2) + \beta_3 u(k-1)^2 + \xi(k) \quad (3.25)$$

a obtenção da estimativa do sinal de saída  $\hat{y}$  será feita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \hat{y}(1) &= y(1) \\ \hat{y}(2) &= y(2) \\ \hat{y}(3) &= \beta_1 \hat{y}(2) + \beta_2 \hat{y}(1) + \beta_3 u(2)^2 \\ \hat{y}(4) &= \beta_1 \hat{y}(3) + \beta_2 \hat{y}(2) + \beta_3 u(3)^2 \\ \hat{y}(5) &= \beta_1 \hat{y}(4) + \beta_2 \hat{y}(3) + \beta_3 u(4)^2 \\ \vdots &\quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \hat{y}(k) &= \beta_1 \hat{y}(k-1) + \beta_2 \hat{y}(k-2) + \beta_3 u(k-1)^2 \\ \vdots &\quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \end{aligned} \quad (3.26)$$

## 3.2 RESULTADOS DA IDENTIFICAÇÃO DO MODELO DO NÚCLEO DE UNIDADES MOTORAS

Neste trabalho foram utilizados como sinais de entrada  $u$  e saída  $y$  sinais provenientes de simulações equivalentes a um sujeito exercendo aproximadamente 15% da CVM, nível de contração encontrada em tarefas cotidianas como o controle da postura ereta quieta. As médias do ISI dos comandos descendentes foram as mesmas utilizadas em Watanabe et al. (2013): 10,2 ms para 15 % da CVM. No processo de identificação do núcleo de MNs, foram utilizados 20 pares de sinal entrada/saída para cada um dos três músculos do TS, totalizando 60 pares entrada/saída. Os sinais foram obtidos do modelo original a uma frequência de amostragem de  $f_s = 20$  kHz. Como essa taxa de amostragem é muito alta para esse sinal, é necessário decimar este sinal (AGUIRRE, 2007). Aguirre (2007) estabelece um critério para determinar a que taxa o sinal deve ser decimado. Esse critério é baseado no sinal de autocorrelação dos sinais  $y$  e  $y^2$ ,  $\Phi_{yy}$  e  $\Phi_{y^2y^2}$  respectivamente. Uma vez calculadas as autocorrelações, define-se:

$$\tau_m = \min \{\tau_y, \tau_{y^2}\} \quad (3.27)$$

em que  $\tau_y$  e o  $\tau_{y^2}$  são os primeiros mínimos de cada uma das funções de autocorrelação. Baseado nisso, a frequência de amostragem  $f_s$  do sinal utilizada para a identificação pode ser baseado em  $\tau_m$ :

$$\frac{\tau_m}{20} \leq \frac{1}{f_s} \leq \frac{\tau_m}{10} \quad (3.28)$$

Na Figura 3.8 se encontram as duas funções de autocorrelação para um exemplo de sinal de saída do músculo gastrocnêmio medial (esse músculo foi escolhido para o teste pois é o músculo que apresenta a saída mais rápida). Embora as duas funções pareçam iguais, há diferenças quando a resolução é aumentada. Observando-se os dois gráficos, é encontrado o valor de  $\tau_m = 460$  ms. Aplicando-se o critério da Eq. (3.28), a frequência de amostragem do sinal a ser utilizada seria a frequência de 40 Hz. Porém, como Billings (2013) observa, caso tenha-se como objetivo analisar o sistema no domínio da frequência, o ideal seria amostrar a uma frequência em torno de 10 vezes maior. Considerando isso, a frequência de amostragem utilizada foi  $f_s = 400$  Hz.

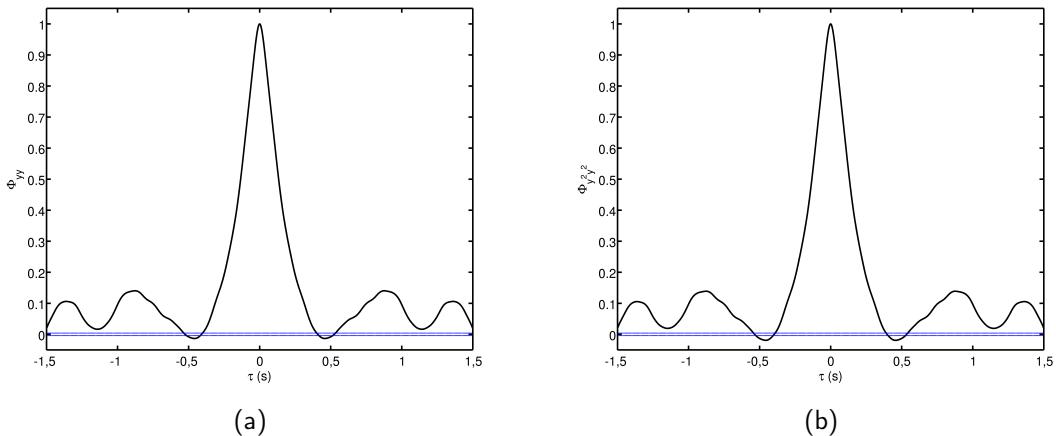


Figura 3.8 – Autocorrelações (a)  $\Phi_{yy}$  e (b)  $\Phi_{y^2y^2}$ .

Na primeira fase do método de identificação, são encontrados os termos envolvendo apenas a entrada  $u$  e a saída  $y$  ( $m_\xi = 0$ ) da Eq. (3.6), modelo chamado de *nonlinear auto regressive with exogenous input* (NARX). Para que os coeficientes dos termos do modelo fossem de ordens de grandeza próximas, a realização do processo de identificação foi feita com os sinais de entrada e de saída normalizados pelos seus respectivos valores durante uma CVM (os valores para uma CVM foram obtidos com uma simulação em que os processos Poisson do comando descendente têm ISIs com média igual a 4 ms (WATANABE et al., 2013)). Foram testadas diversas ordens máximas dos termos que compõem a matriz de candidatos  $P$  (Eq. (3.10)). Ao testar a ordem máxima como sétima, o algoritmo MFROLS não escolheu nenhum termo de sétima-ordem. Dessa forma, os testes para descobrir a ordem máxima dos termos da matriz

$P$  pararam e adotou-se uma matriz  $P$  composta com todas as combinações de  $u$  e  $y$  até a sexta-ordem ( $N = 6$  na Eq. (3.6)). Os termos selecionados com o algoritmo MFROLS e os seus respectivos coeficientes  $\beta$ , estão na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Termos selecionados utilizando o algoritmo MFROLS e seus respectivos coeficientes  $\beta$  para cada um dos músculos do TS.

Regressor	SOL	GM	GL
$y(k-1)$	2.59e+00	2.44e+00	2.28e+00
$y(k-2)$	-2.35e+00	-2.12e+00	-1.79e+00
$y(k-3)$	9.17e-01	8.94e-01	7.14e-01
$y(k-4)$	-1.61e-01	-2.15e-01	-2.08e-01
$u(k-9)$	2.92e-05	6.78e-05	2.87e-05
$u(k-10)$	1.47e-05	4.84e-05	9.40e-05
$u(k-6)u(k-7)u(k-8)$	-5.39e-03	-7.12e-03	-8.38e-03
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)y(k-2)$	-7.45e-03	-1.50e-02	-2.39e-02
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-8)$	1.08e-01	1.49e-01	1.69e-01
$u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-8)y(k-1)$	-1.37e+02	-1.22e+02	-1.04e+02
$u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-8)y(k-3)$	-1.33e+02	-1.12e+02	-8.43e+01
$u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-8)y(k-2)$	2.70e+02	2.34e+02	1.88e+02
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-7)y(k-1)$	3.94e+02	4.35e+02	4.74e+02
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-7)y(k-2)$	-7.93e+02	-8.71e+02	-9.39e+02
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-7)y(k-3)$	3.99e+02	4.36e+02	4.65e+02
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-8)u(k-9)y(k-1)$	-7.11e+00	3.76e+00	1.17e+01
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-8)u(k-9)y(k-3)$	7.18e+00	-3.48e+00	-1.13e+01

É interessante notar que no processo de identificação do núcleo o menor atraso encontrado relacionado ao sinal de entrada foi 6. Este valor equivale a 15 ms, aproximadamente o valor observado nas simulações do sistema realista para o tempo de resposta da força muscular a um estímulo do núcleo de MNs.

Na Figura 3.9 estão os testes da Eq. (3.23) referentes ao modelo da Tabela 3.1, calculando o resíduo  $\xi$  pela Eq. (3.22). Como se observa na Figura 3.9, os três testes indicam que existem termos do modelo que são correlacionados com o erro, pois nos testes alguns valores que deveriam ser (estatisticamente) zero ficam fora do intervalo de confiança adotado. Isso faz com que a estimativa dos coeficientes na Tabela 3.1 estejam enviesados, como explicado na seção 3.1 e Eq. (3.20). Por isso é necessário identificar o modelo do erro  $\xi$ . Para isso é utilizado novamente o algoritmo MFROLS (Figura 3.6), mas dessa vez montando a matriz de candidatos  $P_n$  com todas as combinações de  $u$ ,  $y$  e  $\xi$  (o mesmo  $\xi$  utilizado para calcular os testes de correlação da Figura 3.9) e usando o vetor  $\xi$  como o parâmetro de entrada  $y$  do algoritmo MFROLS (ver Figura 3.6). Os termos encontrados estão na Tabela 3.2.

Tendo encontrado o modelo de  $\xi$ , foi utilizado o algoritmo ELS (ver Figura 3.7). Após

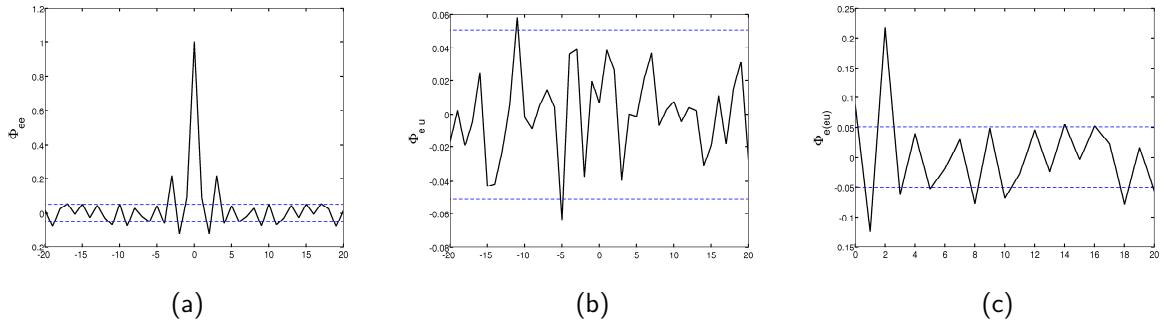


Figura 3.9 – Análise de resíduo (a)  $\Phi_{\xi\xi}$  e (b)  $\Phi_{\xi u}$  (c)  $\Phi_{\xi(\xi u)}$ . As linhas tracejadas em azul indicam o intervalo de confiança de  $\alpha = 0,05$  para a correlação ser igual a zero.

6 iterações a diferença dos resíduos ficou abaixo de  $10^{-3}$  (valor adotado como  $\varsigma$ ) e os novos coeficientes do modelo NARX são mostrados na Tabela 3.3. É interessante notar que os valores dos novos coeficientes são ligeiramente diferentes dos encontrados na Tabela 3.1.

Utilizando o modelo com os novos coeficientes (Tabela 3.3), é calculado o novo resíduo  $\xi$  (Eq. (3.22)) e então os testes da Eq. (3.23) são refeitos utilizando o novo resíduo  $\xi$ . Estes testes estão na Figura 3.10.

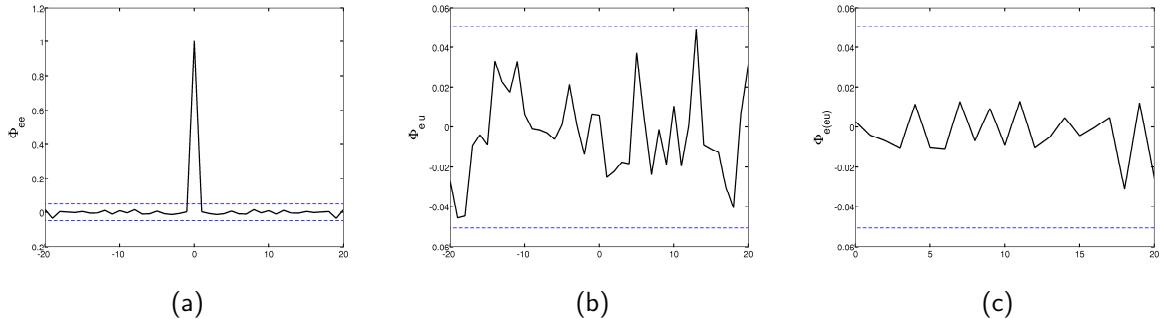


Figura 3.10 – Testes baseados na correlação do resíduo do modelo após o uso do algoritmo ELS (a)  $\Phi_{\xi\xi}$  e (b)  $\Phi_{\xi u}$  (c)  $\Phi_{\xi(\xi u)}$ . As linhas tracejadas em azul indicam o intervalo de confiança com  $\alpha = 0,05$  para a correlação ser igual a zero.

Observando-se os novos testes, nota-se que todos os três critérios da Eq. (3.23) foram satisfeitos. Vale notar que apesar de todos os critérios terem sido satisfeitos, existem outros critérios mais específicos que poderiam identificar algum outro tipo de correlação não detectada por esses testes. No entanto, os testes utilizados costumam detectar a maioria das correlações entre os termos de  $P$  e  $\xi$  (BILLINGS, 2013).

Abaixo seguem alguns gráficos de dados, no domínio do tempo e da frequência, que foram calculados da saída do modelo final encontrado. Os primeiros testes correspondem à validação-cruzada do modelo identificado. Os sinais obtidos com o modelo são comparados, no mesmo

Tabela 3.2 – Termos do modelo do resíduo  $\xi$  encontrados utilizando o algoritmo MFROLS.

Termo
$e(k-7)$
$e(k-8)$
$e(k-9)$
$e(k-10)$
$e(k-11)$
$e(k-12)$
$e(k-13)$
$e(k-14)$
$e(k-15)$
$e(k-16)$
$e(k-17)$
$u(k-6)e(k-6)$
$u(k-7)e(k-7)$
$u(k-6)e(k-7)$
$u(k-7)e(k-6)$
$u(k-6)u(k-6)e(k-3)$
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)e(k-2)$
$u(k-6)u(k-7)u(k-7)e(k-4)$
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)e(k-4)$
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)e(k-5)$
$u(k-6)u(k-7)u(k-7)e(k-5)$
$u(k-6)u(k-6)u(k-8)e(k-4)$
$u(k-6)u(k-6)e(k-2)e(k-2)$
$u(k-6)u(k-6)e(k-1)e(k-1)$
$u(k-6)u(k-6)e(k-3)e(k-3)$
$u(k-7)u(k-7)u(k-7)u(k-7)e(k-6)$
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)e(k-2)$
$u(k-6)u(k-6)u(k-6)e(k-2)e(k-2)e(k-3)$
$u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-7)u(k-7)e(k-2)$
$u(k-7)u(k-7)u(k-7)u(k-7)u(k-7)e(k-1)$
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)y(k-3)e(k-1)$
$u(k-7)u(k-7)u(k-7)u(k-7)e(k-1)e(k-1)$
$u(k-7)u(k-7)u(k-7)u(k-7)u(k-7)e(k-3)$
$u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)e(k-1)e(k-3)$
$u(k-7)u(k-7)u(k-7)u(k-7)u(k-7)e(k-5)$
$u(k-7)u(k-7)u(k-7)e(k-1)e(k-3)e(k-3)$

gráfico, com as saídas do modelo realista. Como o sistema modelado é um sistema estocástico, não é esperado que o sinal vindo do modelo identificado seja idêntico ao sinal original. Para que seja possível comparar a saída do modelo original com o identificado, são feitas medidas no domínio da frequência (espectros). Nos gráficos abaixo, as simulações se referem ao músculo SOL, porém simulações com os outros músculos têm resultados semelhantes.

Tabela 3.3 – Coeficientes  $\beta$  dos três músculos do TS após o uso do algoritmo ELS.

Regressor	SOL	GM	GL
y(k-1)	2.16e+00	2.07e+00	2.01e+00
y(k-2)	-1.48e+00	-1.38e+00	-1.18e+00
y(k-3)	4.55e-01	5.00e-01	3.06e-01
y(k-4)	-1.37e-01	-1.90e-01	-1.33e-01
u(k-9)	6.68e-05	1.07e-04	6.93e-05
u(k-10)	2.41e-05	6.70e-05	8.44e-05
u(k-6)u(k-7)u(k-8)	-6.53e-03	1.11e-02	-1.13e-02
u(k-6)u(k-6)u(k-7)y(k-2)	-4.02e-03	-2.35e-02	-1.27e-02
u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-8)	1.14e-01	2.07e-01	1.98e-01
u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-8)y(k-1)	6.77e+00	5.01e+01	3.41e+01
u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-8)y(k-3)	8.06e+00	5.75e+01	4.44e+01
u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-8)y(k-2)	-1.48e+01	-1.08e+02	-7.85e+01
u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-7)y(k-1)	4.35e+01	-1.21e+02	6.80e+01
u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-7)y(k-2)	-8.58e+01	2.39e+02	-1.27e+02
u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-7)u(k-7)y(k-3)	4.21e+01	-1.19e+02	5.85e+01
u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-8)u(k-9)y(k-1)	-1.45e+01	-2.50e+00	-3.53e+00
u(k-6)u(k-6)u(k-7)u(k-8)u(k-9)y(k-3)	1.46e+01	2.71e+00	3.69e+00

Na Figura 3.11 estão os sinais provenientes de duas simulações diferentes, utilizando no comando descendente ISI médio de 10,2 ms e dois tipos de processos de renovação diferentes: 1) Poisson e 2) gama de ordem 7 (PAPOULIS, 1991). As simulações realizadas foram livres, utilizando o meio de simulação exemplificado na Eq. (3.26). É importante notar que como o núcleo de unidades motoras é um sistema estocástico (independente da entrada), não é esperado que os dois sinais tenham exatamente o mesmo comportamento (a origem do comportamento estocástico está principalmente na maneira aleatória com que os axônios descendentes se conectam com os MNs a cada nova simulação). As simulações tiveram um tempo equivalente a 15 segundos. Na Figura 3.11 são mostrados os últimos 12 segundos, com o intuito de mostrar apenas a saída no regime-permanente do modelo.

Devido ao comportamento aleatório do sistema analisado, foi feita uma análise espectral dos sinais de entrada e saída. Na Figura 3.12 são mostradas duas análises feitas no domínio da frequência. Em uma delas é analisado o conteúdo espectral da saída  $y$ . Na outra é computado o espectro cruzado entre a entrada e a saída.

Para verificar a semelhança entre as curvas originadas dos diferentes modelos (original e identificado) em um certa banda de frequência, foi utilizado um teste de hipótese baseado na

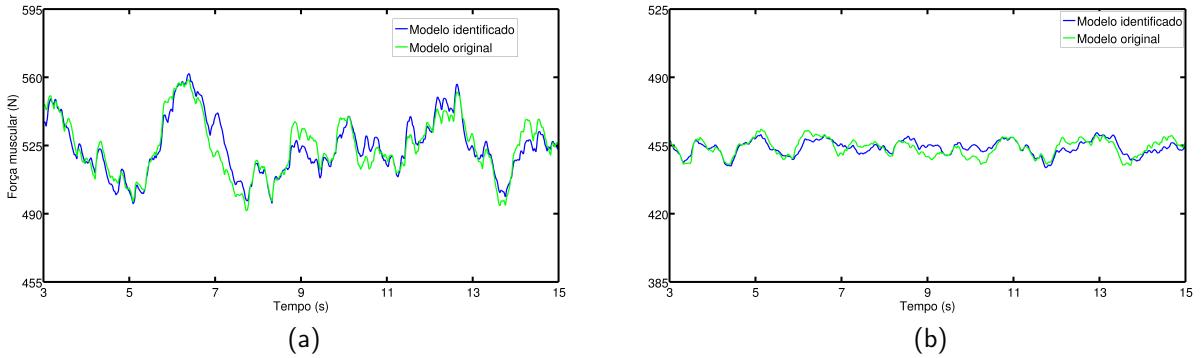


Figura 3.11 – Sinais de força muscular do modelo realista e obtido em uma simulação livre de 15 segundos utilizando o modelo identificado para dois sinais de entrada diferentes. São mostrados os últimos 12 segundos da simulação. (a) Os sinais originais foram obtidos em simulações do modelo realista utilizando nos comandos descendentes processos Poisson. (b) Os sinais originais foram obtidos em simulações utilizando nos comandos descendentes processos gama de ordem 7.

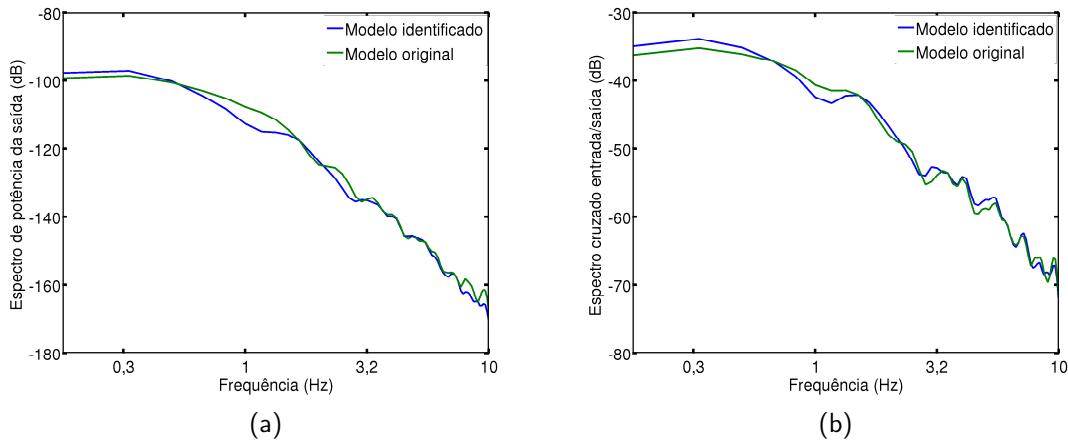


Figura 3.12 – (a)Espectro de potência dos sinais de saída do modelo original e do modelo identificado. (b) Espectro cruzado do sinal de entrada com os de saída do modelo original e do modelo identificado.

seguinte estatística:

$$X^2 = \left( \frac{1}{n_{d_1}} + \frac{1}{n_{d_2}} \right)^{-1} \sum_{i=1}^n \left[ \log_{10} \left( \frac{|\hat{S}_1(f_i)|}{|\hat{S}_2(f_i)|} \right) \right]^2 \quad (3.29)$$

em que  $n_{d_1}$  e  $n_{d_2}$  são os números de trechos usados para calcular os espectros utilizando o método de Welch (BENDAT; PIERSOL, 2010), e  $\hat{S}_1$  e  $\hat{S}_2$  são as estimativas dos espectros.  $X^2$  tem uma distribuição chi-quadrado com  $n$  graus de liberdade. Utilizando a Eq. (3.29), para o espectro de potência e para o espectro cruzado, a hipótese de que os espectros do modelo realista e do modelo identificado são iguais entre 0 e 30 Hz é aceita com um nível de significância de  $\alpha = 0,05$ .

As Figuras 3.11 e 3.12 mostram que a abordagem de identificação adotada foi bem sucedida em representar a saída do modelo mais complexo (ver apêndice A), utilizando um modelo relativamente mais simples.

Na Figura 3.13 são mostrados sinais correspondendo a sinais de entrada gerados com os processos dos comandos descendentes sendo modulados senoidalmente em diferentes frequências: 0,5 Hz, 1 Hz, 2 Hz e 3 Hz. Esses sinais correspondem a sinais de ativação que são enviados aos músculos durante contrações rítmicas voluntárias, comuns em muitas atividades diárias, como por exemplo, controle da postura ereta quieta. As pequenas diferenças são devidas ao comportamento estocástico do sistema. Apesar das diferenças, o sinal de ativação do modelo identificado segue a mesma frequência do sinal de ativação do modelo original e tem a mesma amplitude nas quatro frequências testadas. O nível de força muscular, valor pico-a-pico e frequências correspondem a valores similares aos que ocorrem durante o controle da postura (ELIAS; WATANABE; KOHN, 2014) e TP (ver capítulo 2).

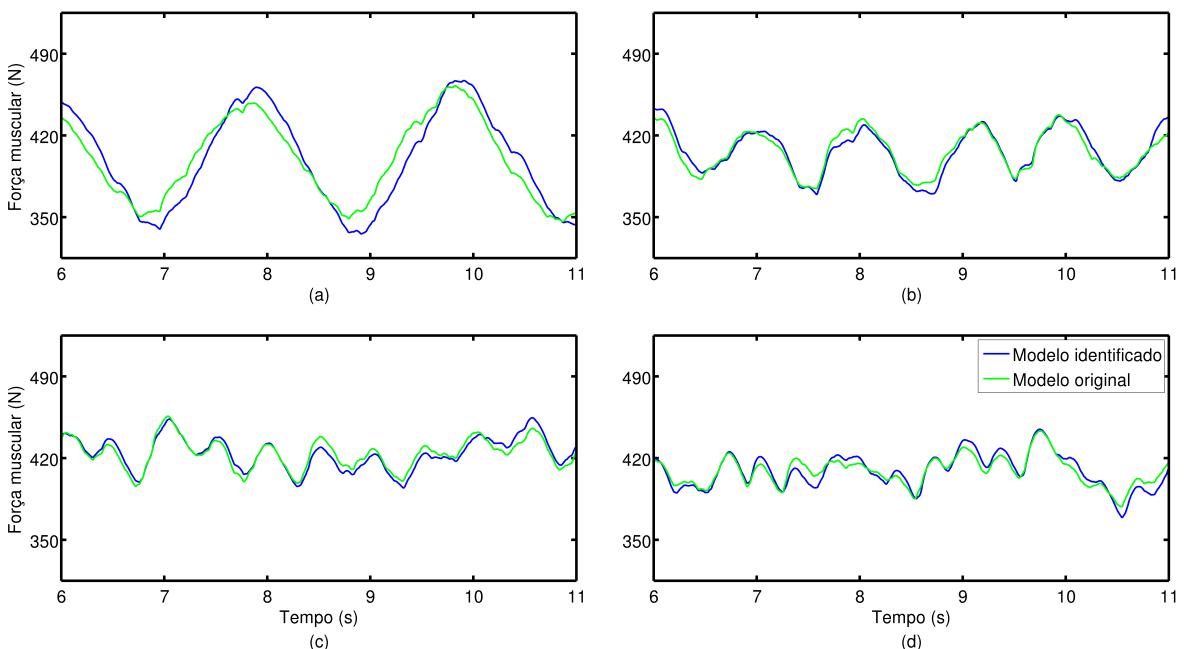


Figura 3.13 – Sinal de força muscular sendo modulado senoidalmente nas frequências de: (a) 0,5 Hz; (b) 1 Hz; (c) 2 Hz; (d) 3 Hz.

O modelo encontrado, além da simplicidade matemática quando comparado com o modelo original, produz o sinal de ativação (sinal de saída) significativamente mais rápido. Por exemplo, para produzir o sinal da Figura 3.11 (curva verde), o modelo realista leva em torno de 40 minutos (usando um processador Intel® de 3,4 GHz e 24 Gb de memória RAM). Já, com a mesma entrada, o modelo identificado produz o sinal de ativação (Figura 3.11, curva azul), usando o mesmo processador e memória, em menos de 5 s.

A respeito do modelo do núcleo de MNs ter sido identificado como não linear, uma observação interessante é que isto leva a conclusões diferentes das encontradas em diversos trabalhos anteriores (LOWERY; MYERS; ERIM, 2007; STEGEMAN et al., 2010; NEGRO; FARINA, 2011b; FARINA; NEGRO; DIDERIKSEN, 2014). Estes trabalhos concluem, também usando modelos computacionais do núcleo de MNs, que a relação entre a entrada e a saída do núcleo de MNs é linear. A questão da linearidade do núcleo de MNs é fundamental para entender como os comandos que chegam aos MNs são decodificados para gerar força pelos músculos. Esta questão será abordada em detalhes no capítulo 5.

## 4 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA GENERALIZADA

Na análise de sistemas lineares, a análise no domínio da frequência tem um papel fundamental. No entanto, quando se trata de sistemas não lineares, a maior parte das ferramentas matemáticas é do domínio do tempo. A seguir será explicado um método para a análise de sistemas não lineares no domínio da frequência, conhecido como função de resposta em frequência generalizada (FRFG).

### 4.1 OBTENÇÃO DAS FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA GENERALIZADA

O sinal de saída  $y(k)$  de um sistema não linear em tempo discreto tendo o sinal  $u(k)$  como entrada pode ser escrito da seguinte maneira:

$$y(k) = \sum_{n=1}^N \left[ \sum_{m_1=0}^{\infty} \dots \sum_{m_n=0}^{\infty} h_n(m_1, \dots, m_n) \prod_{i=1}^n u(k - m_i) \right] \quad (4.1)$$

em que, para sistemas reais e causais,  $h_n(m_1, \dots, m_n)$  é uma função real e igual a zero se algum dos seus argumentos for negativo. A função  $h_n(m_1, \dots, m_n)$  e a Eq. (4.1) são generalizações dos conceitos de resposta ao impulso e de soma de convolução, respectivamente, utilizados em sistemas lineares (RUGH, 1981). Nesta equação, utilizando a transformada de Fourier em tempo discreto, o sinal de entrada  $u(k)$  pode ser escrito como:

$$u(k) = \int_{-\frac{f_s}{2}}^{\frac{f_s}{2}} U(j2\pi f) e^{j2\pi \frac{f}{f_s} k} df = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi f_s}^{\pi f_s} U(j\omega) e^{j\frac{\omega}{f_s} k} d\omega \quad (4.2)$$

A definição de FRFG de ordem  $n$  de um sistema em tempo discreto, derivada da definição de George (1959) para a FRFG de ordem  $n$  de um sistema em tempo contínuo, está na Eq. (4.1):

$$H_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n) = \sum_{m_1=0}^{\infty} \dots \sum_{m_n=0}^{\infty} h_n(m_1, \dots, m_n) \exp[-j(\omega_1 m_1 + \dots + \omega_n m_n)/f_s] \quad (4.3)$$

$$n = 1, 2, \dots \text{ e } \omega_1 = 2\pi f_1, \omega_2 = 2\pi f_2, \dots$$

Desta maneira, a Eq. (4.1) pode ser reescrita como:

$$y(k) = \sum_{n=1}^N \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{-\pi f_s}^{\pi f_s} \dots \int_{-\pi f_s}^{\pi f_s} H_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n) \prod_{i=1}^n U(j\omega_i) e^{j\frac{(\omega_1+\dots+\omega_n)}{f_s}k} d\omega_1 \dots d\omega_n \quad (4.4)$$

Supondo que o sistema analisado possa ser escrito na forma polinomial (forma de modelo utilizado na identificação do capítulo 3), pode-se reescrever a Eq. (3.6) como:

$$y(k) = \sum_{n=1}^N \sum_{p=0}^n \sum_{m_1, \dots, m_n=1}^L c_{pq}(m_1, \dots, m_n) \left[ \prod_{i=1}^p y(k - m_i) \right] \cdot \left[ \prod_{i=p+1}^n u(k - m_i) \right] \quad (4.5)$$

em que  $L$  é o maior número de valores passados que é considerado no modelo.

Utilizando  $u(k) = e^{j\frac{\omega_1}{f_s}k} + \dots + e^{j\frac{\omega_n}{f_s}k}$  na Eq. (4.5), Peyton-Jones e Billings (1989) chegaram a uma expressão recursiva que pode ser utilizada para obter a resposta em frequência generalizada  $H_n$  da Eq. (4.3):

$$\begin{aligned} & \left\{ 1 - \sum_{m_1=0}^L c_{10}(m_1) \exp[-j(\omega_1 + \dots + \omega_n)m_1/f_s] \right\} H_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n) = \\ & = \sum_{m_1, \dots, m_n=1}^L c_{0n}(m_1, \dots, m_n) \exp[-j(\omega_1 m_1 + \dots + \omega_n m_n)/f_s] + \\ & + \sum_{q=1}^{n-1} \sum_{p=1}^{n-q} \sum_{m_1, \dots, m_n=1}^L \{ c_{pq}(m_1, \dots, m_n) \exp[-j(\omega_{n-q+1} m_{p+1} + \dots + \omega_n m_{p+q})/f_s] \cdot \\ & \quad \cdot H_{n-q,p}(j\omega_1, \dots, j\omega_{n-q}, m_1, \dots, m_p) \} + \\ & + \sum_{p=2}^n \sum_{m_1, \dots, m_p=1}^L c_{p0}(m_1, \dots, m_p) H_{n,p}(j\omega_1, \dots, j\omega_n, m_1, \dots, m_p) \end{aligned} \quad (4.6)$$

em que:

$$H_{n,p}(j\omega_1, \dots, j\omega_n, m_1, \dots, m_p) = \sum_{i=1}^{n-p+1} H_i(j\omega_1, \dots, j\omega_i) H_{n-i,p-1}(j\omega_{i+1}, \dots, j\omega_n) \cdot \exp[-j(\omega_1 + \dots + \omega_i)m_p] \quad (4.7)$$

com:

$$H_{n,1}(j\omega_1, \dots, j\omega_n, m_1) = H_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n) \exp[-j(\omega_1 + \dots + j\omega_n)m_1] \quad (4.8)$$

Na Figura 4.1 está descrito o algoritmo que implementa a Eq. (4.6). Este algoritmo deve ser implementado utilizando algum recurso computacional de matemática simbólica, sendo que no trabalho apresentado nesta tese, o algoritmo em formato de pseudocódigo mostrado na Figura 4.1 foi implementado utilizando a plataforma MATLAB® Symbolic Math Toolbox™ (MathWorks®).

```

[H, Hnn, A] = discGFRF(grau, c, fs){
    se (grau = 1){
        maximoAtrasoU ← tamanho(c{0,1}) - 1;
        maximaAtrasoY ← tamanho(c{1,0}) - 1;
        para (m1 de 0 a maximoAtrasoU){
            numerador(f1) ← numerador(f1) + c{0,1}(m1).exp(-j.m1.2.π.f1/fs);
        }
        para (m1 de 1 a maximaAtrasoY){
            denominador(f1) ← denominador(f1) + c{1,0}(m1).exp(-j.m1.2.π.f1/fs);
        }
        H{1}(f1) ← numerador(f1)/(1-denominador(f1));
        Hnn{1,1}(f1, m1) ← H{1}(f1).exp(-j.m1.2.π.f1/fs);
    }
    se (grau > 1){
        [H, Hnn, A] ← discGFRF(grau - 1, c, fs);

        para (p de 2 a grau){
            para (i de 1 a grau - p + 1){
                Hnn{grau, p}(f1, ..., fn) ← Hnn{grau, p}(f1, ..., fn) + H{i}(f1, ...
                    ..., fi).Hnn{grau-i, p-1}(f1+...fn, m1, ..., mp-1).exp(-j.2.π.(f1...
                    ...+fi)/fs.mp)
            }
        }

        indiceDosCoeficientes ← indice(c{0, grau} ≠ 0);
        para (k de 1 a tamanho(indiceDosCoeficientes)){
            componenteDeEntrada(f1, ..., fn) ← componenteDeEntrada(f1, ..., fn) ...
            ...+ c{0, grau}(indiceDosCoeficientes(k)).exp(-j.2.π.(f1.m1+...fn.bn));
        }
        para (q de 1 a grau-1){
            para (p de 1 a grau-q){
                indiceDosCoeficientes := indice(c{p, q} ≠ 0);
                para (k de 0 a tamanho(indiceDosCoeficientes)){
                    componenteDeEntradaSaida(f1, ..., fn) ← ...
                    ...componenteDeEntradaSaida(f1, ..., fn) + c{p, q}(...
                    ...indiceDosCoeficientes(k)).exp(-j.2.π.(fn-q.mp+1+...+fn.bn+q)) ...
                    ...Hnn{grau-q, p}(f1, ..., fn-q.bn, m1, ..., mp);
                }
            }
        }
        para (p de 2 a grau){
            indiceDosCoeficientes ← indice(c{p, 0} ≠ 0);
            para (k de 0 a tamanho(indiceDosCoeficientes)){
                componenteDeSaida(f1, ..., fn) ← componenteDeSaida(f1, ..., fn...
                ...) + c{p, 0}(indiceDosCoeficientes(k)).Hnn{grau, p}(f1, ..., fn, bn...
                ...1, ..., mp);
            }
        }
        indiceDosCoeficientes = indice(c{1,0} ≠ 0);
        para (k de 1 a tamanho(indiceDosCoeficientes)){
            denominador(f1, ..., fn) ← denominador(f1, ..., fn) - c{1,0}(...
            ...indiceDosCoeficientes(k)).exp(-j.2.π.(f1+...+fn)/fs ...
            ...indiceDosCoeficientes(k));
        }
        numerador(f1, ..., fn) ← componenteDeEntrada(f1, ..., fn)+...
        ...componenteDeEntradaSaida(f1, ..., fn)+componenteDeSaida(f1, ..., fn);
        H{grau}(f1, ..., fn) ← numerador(f1, ..., fn) / denominador(f1, ..., fn);
        Hnn{grau, 1}(f1, ..., fn, m1) ← H{grau}(f1, ..., fn).exp(-j.2.π.(f1+...+fn)...
        .../fs.m1);
    }
}

```

Figura 4.1 – Algoritmo para obtenção da FRFG discreta. Este algoritmo foi implementado em forma recursiva. Os parâmetros de entrada são: grau: grau máximo da FRFG a ser encontrada; c: coeficientes (ver Eq. (4.6)), fs: frequência de amostragem.

## 4.2 RELAÇÃO ENTRE AS FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA GENERALIZADA E A SAÍDA DE UM SISTEMA

A Eq.(4.4), pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 y(k) &= \sum_{n=1}^N \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{-\pi f_s}^{\pi f_s} \cdots \int_{-\pi f_s}^{\pi f_s} \left\{ H_n [j\omega_1, \dots, j(\omega - \omega_1 - \dots - \omega_{n-1})] \cdot \right. \\
 &\quad \left. \cdot \prod_{i=1}^{n-1} U(j\omega_i)U[j(\omega - \omega_1 - \dots - \omega_{n-1})] \right\} \exp \left( j \frac{\omega}{f_s} k \right) d\omega_1 \dots d\omega_{n-1} d\omega = \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi f_s}^{\pi f_s} \sum_{n=1}^N Y_n(j\omega) \exp \left( j \frac{\omega}{f_s} k \right) d\omega
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

com

$$\begin{aligned}
 Y_n(j\omega) &= \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \int_{-\pi f_s}^{\pi f_s} \cdots \int_{-\pi f_s}^{\pi f_s} \left\{ H_n [j\omega_1, \dots, j(\omega - \omega_1 - \dots - \omega_{n-1})] \cdot \right. \\
 &\quad \left. \prod_{i=1}^{n-1} U(j\omega_i)U[\omega - \omega_1 - \dots - \omega_{n-1}] \right\} d\omega_1 \dots d\omega_{n-1}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

A partir das equações acima, pode ser demonstrado (BILLINGS, 2013) que  $Y(j\omega)$  pode ser reescrito como:

$$Y(j\omega) = \sum_{n=1}^N Y_n(j\omega) \tag{4.11}$$

com

$$Y_n(j\omega) = \frac{1/\sqrt{n}}{(2\pi)^{n-1}} \int_{\omega=\omega_1+\dots+\omega_n} H_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n) \prod_{i=1}^n U(j\omega_i) d\sigma_{\omega n} \tag{4.12}$$

$$\text{com } -\pi f_s \leq \omega_1 \leq \pi f_s, \dots, -\pi f_s \leq \omega_n \leq \pi f_s$$

em que  $d\sigma_{\omega n}$  denota uma hiperárea infinitesimal no hiperplano  $\omega = \omega_1 + \dots + \omega_n$ .

O significado desta equação, explicando resumidamente, é que o valor em cada ponto  $(\omega_1, \dots, \omega_n)$  das FRFGs corresponde ao ganho do sinal de saída em relação aos valores do sinal de entrada nas frequências  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$  (considerando valores positivos e negativos das frequências). As frequências  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$  do sinal de entrada influenciarão a frequência do sinal de saída  $\omega = \omega_1 + \dots + \omega_n$ . Isto pode ser visto pelo hiperplano  $\omega = \omega_1 + \dots + \omega_n$  que denota os pontos de integração da integral na Eq. (4.12) para cada frequência  $\omega$ .

### 4.3 EXEMPLO DE FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA GENERALIZADA E SUA RELAÇÃO COM O SINAL DE SAÍDA

Nesta seção será dado um exemplo da obtenção da FRFG de um sistema simples, bem como do uso das FRFGs para a análise da saída do sistema identificado.

O sistema não linear que servirá de exemplo tem a seguinte equação de diferenças:

$$y(k) = 0,1y(k-1) - 0,5u(k-1)y(k-1) + 0,1u(k-2) \quad (4.13)$$

em que  $u$  é o sinal de entrada e  $y$  é o sinal de saída do sistema.

Abaixo são mostradas as FRFGs até o grau 3 do sistema descrito pela Eq. (4.13).

$$H_1(f_1) = \frac{e^{-0.0628 f_1 j}}{10.0 e^{0.0628 f_1 j} - 1.0} \quad (4.14)$$

$$H_2(f_1, f_2) = \frac{-5.0 e^{0.0628 f_1 j} + 0.0628 f_2 j e^{-0.126 f_1 j} e^{-0.0628 f_2 j}}{(10.0 e^{0.0628 f_1 j} - 1.0)(10.0 e^{0.0628 f_1 j} + 0.0628 f_2 j - 1.0)} \quad (4.15)$$

$$H_3(f_1, f_2, f_3) = \frac{25.0 e^{0.0628 f_1 j} + 0.0628 f_2 j + 0.0628 f_3 j e^{-0.126 f_1 j} e^{-0.0628 f_2 j} e^{-0.0628 f_3 j}}{(10.0 e^{0.0628 f_1 j} - 1.0)(10.0 e^{0.0628 f_1 j} + 0.0628 f_2 j - 1.0)(10.0 e^{0.0628 f_1 j} + 0.0628 f_2 j + 0.0628 f_3 j - 1.0)} \quad (4.16)$$

É interessante notar que, apesar de o sistema ter grau polinomial máximo igual a dois, foi encontrada a FRFG de grau três. Isso é devido ao termo  $0,5u(k-1)y(k-1)$ , já que para sistemas com termos que misturem o sinal de entrada com o de saída, as FRFGs serão funções não nulas para  $n \rightarrow \infty$  ( $n$  da Eq.(4.11)). Para sistemas em que os termos não lineares sejam termos que envolvam apenas os sinais de entrada ou apenas os de saída, as FRFGs serão funções não nulas até o maior grau polinomial.

A seguir serão mostrados os gráficos das FRFGs do sistema. Os gráficos das FRFGs a seguir e no capítulo seguinte serão mostrados, com o propósito de melhor compreensão das funções, com os eixos das frequências plotados com cores em função do valor da frequência do sinal de entrada. Além disso, as curvas ou superfícies representando o módulo das FRFGs serão mostradas com cores em função das frequências do sinal de saída correspondentes às frequências dos sinais de entrada mostradas nos eixos e títulos dos gráficos (para FRFG maior que dois). Os pontos das curvas ou superfícies que têm a mesma cor correspondem ao hiperplano dos pontos de integração da integral da Eq. (4.12).

Na Figura 4.2 é mostrado o gráfico do módulo da FRFG de grau 1, que é a resposta em frequência de um sistema linear. Como é possível observar pela figura, trata-se de um sistema passa-baixas. Como esperado para a FRFG de grau 1, as frequências do sinal de saída são as mesmas do sinal de entrada. Como explicado no parágrafo anterior, isto está explicitado nas

#### 4.3 Exemplo de funções de resposta em frequência generalizada e sua relação com o sinal de saída 50

cores do eixo da frequência (abscissa) e da curva que representa o módulo da FRFG.

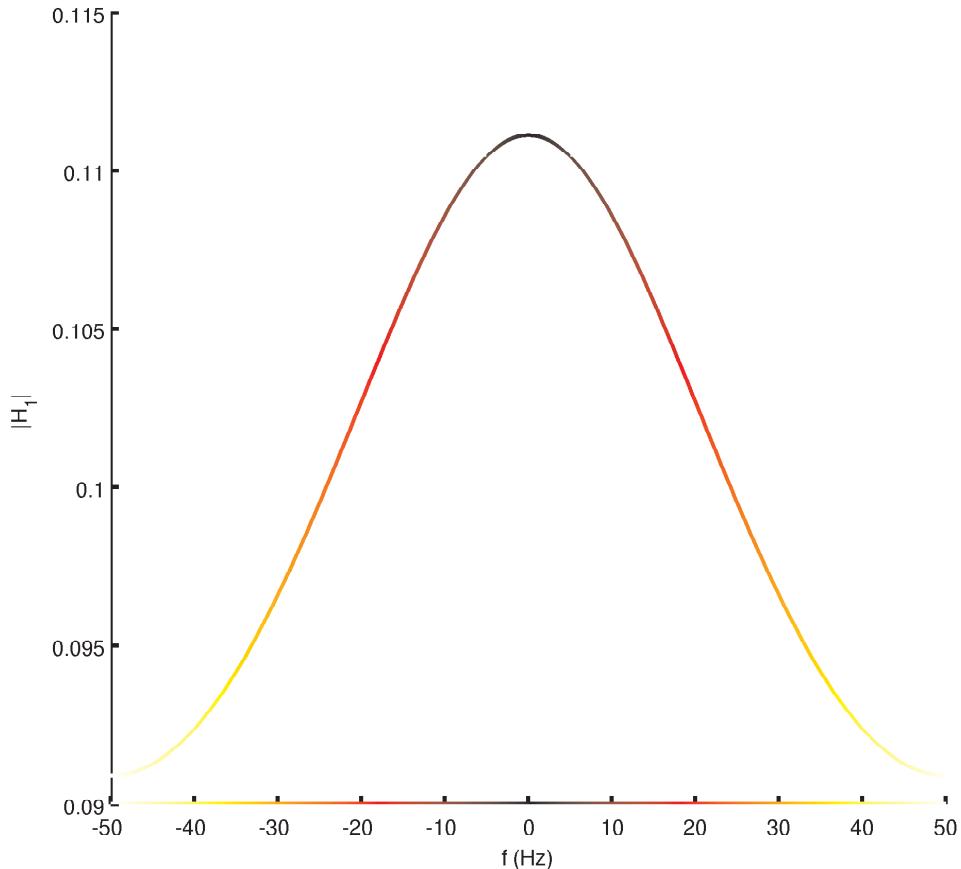


Figura 4.2 –  $|H_1(f_1)|$ . A cor da abscissa é em função da frequência do sinal de entrada e a cor da curva do  $|H_1(f_1)|$  é em função da frequência do sinal de saída.

Na Figura 4.3 é mostrado o gráfico do módulo da FRFG de grau 2. Como explicado anteriormente, os eixos das frequências são mostrados com as cores em função da frequência presente no sinal de entrada. A superfície que representa o módulo da FRFG de grau 2 é mostrada com as cores em função da frequência (ver a barra de cores na Figura 4.3) do sinal de saída resultante de sinal de entrada contendo componentes nas frequências mostradas nos eixos das frequências  $f_1$  e  $f_2$ .

Na Figura 4.4 é mostrada a FRFG de grau 3. Como neste caso a FRFG é uma função de 3 entradas ( $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ ) são mostrados quatro cortes de  $|H_3(f_1, f_2, f_3)|$ . Como nas FRFGs de grau 1 e 2, os eixos das frequências (assim como o título de cada corte) são mostrados com as cores em função da frequência presente no sinal de entrada, e as superfícies que representam o módulo da FRFG de grau 3 são mostradas com as cores em função da frequência (ver a barra de cores na Figura 4.4) do sinal de saída resultante de sinal de entrada contendo componentes nas frequências mostradas nos eixos das frequências  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ .

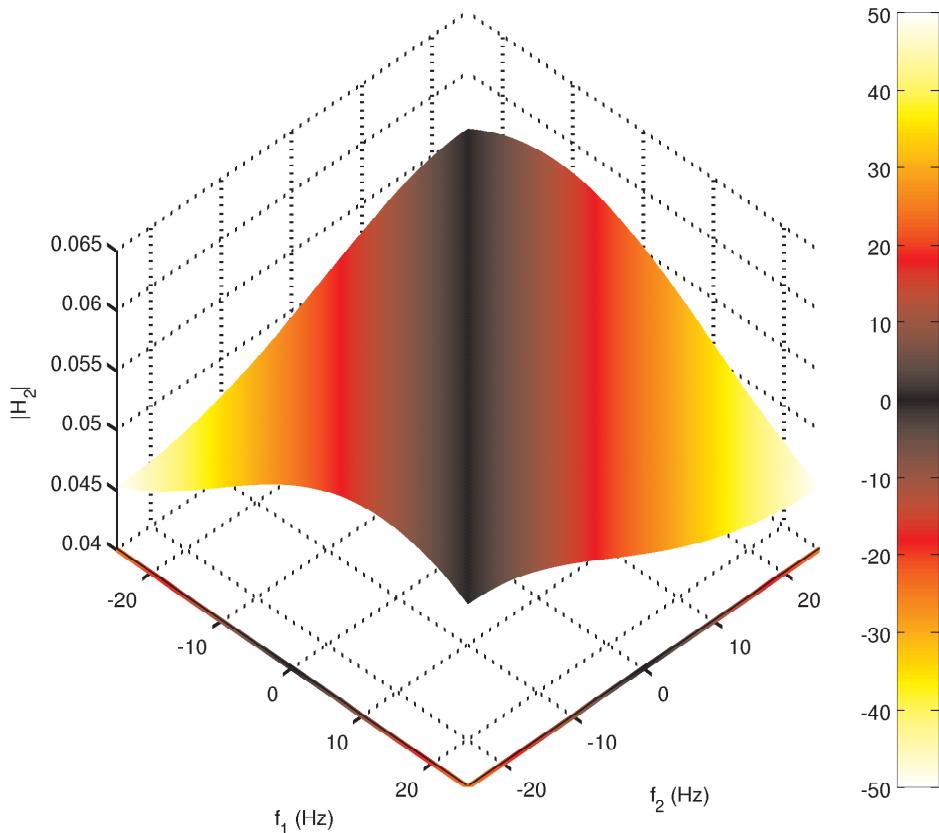


Figura 4.3 –  $|H_2(f_1, f_2)|$ . A cor dos eixos  $f_1$  e  $f_2$  é em função da frequência do sinal de entrada e a cor da superfície do  $|H_2(f_1, f_2)|$  é em função da frequência do sinal de saída. A barra de cores mostra a correspondência entre as cores e as frequências.

Da mesma forma que funções de resposta em frequência são utilizadas para calcular as componentes no domínio da frequência do sinal de saída de um sistema linear em resposta a um determinado sinal de entrada, na Figura 4.5(a) é mostrado o resultado do uso da Eq. (4.11) para estimar as componentes no domínio da frequência do sinal de saída do sistema da Eq. (4.13), tendo como entrada uma senoide de 20 Hz. Na Figura 4.5(b) é mostrado a FFT do sinal de saída gerado pelo sistema da Eq. (4.13) tendo como entrada o mesmo sinal. Comparando os dois gráficos, é possível observar que a estimativa feita utilizando a Eq. (4.11) é igual à FFT do sinal de saída obtido diretamente do sistema.

Pelos gráficos das FRFGs (Figura 4.2, Figura 4.3 e Figura 4.4), é possível deduzir que o sistema descrito pela equação de diferenças da Eq. (4.13) é um filtro não linear passa-baixas. Chega-se a esta conclusão observando-se, nas três FRFGs, o maior valor das funções está onde as curvas e superfícies têm a cor correspondente à frequência zero (cor preta). Conforme a frequência aumenta (cores mais claras), o valor do módulo das FRFGs diminui.

Para mostrar este comportamento de sistema passa-baixas, na Figura 4.6 são mostradas as

#### 4.3 Exemplo de funções de resposta em frequência generalizada e sua relação com o sinal de saída 52

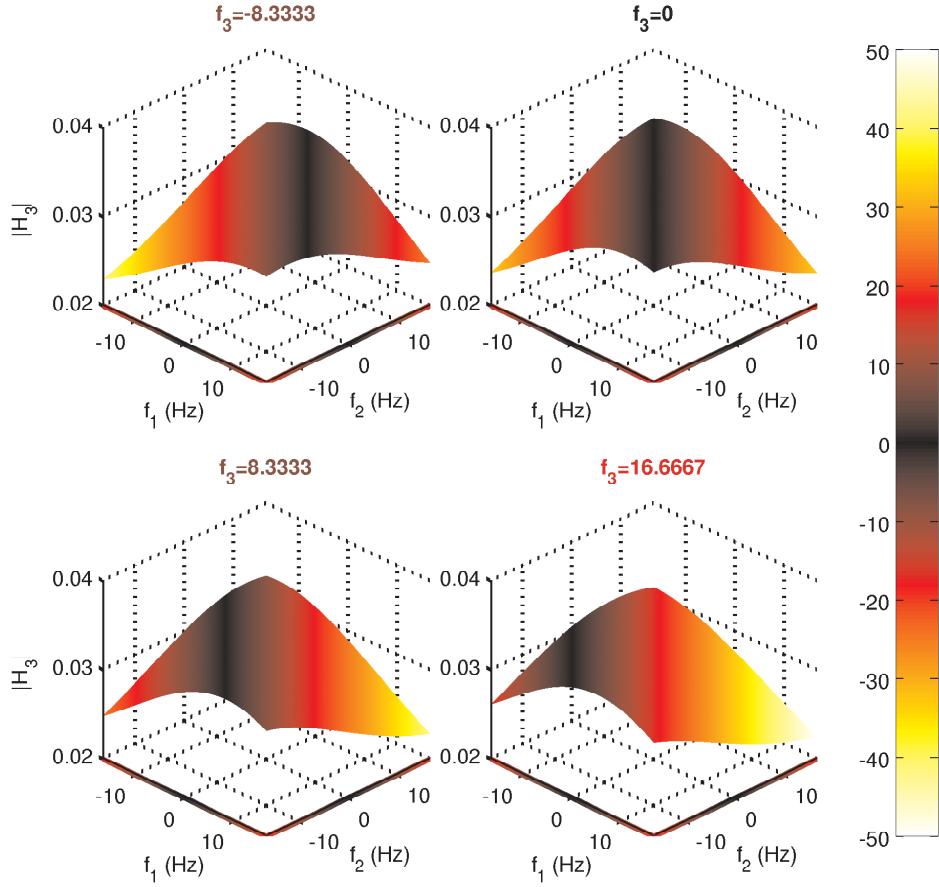


Figura 4.4 –  $|H_3(f_1, f_2, f_3)|$ , mostrada para alguns valores de  $f_3$ . A cor dos eixos  $f_1$  e  $f_2$  e do título de cada corte de  $|H_3(f_1, f_2, f_3)|$  é em função da frequência do sinal de entrada. A cor das superfícies de cada corte do  $|H_3(f_1, f_2, f_3)|$  mostrado é em função da frequência do sinal de saída. A barra de cores mostra a correspondência entre as cores e as frequências.

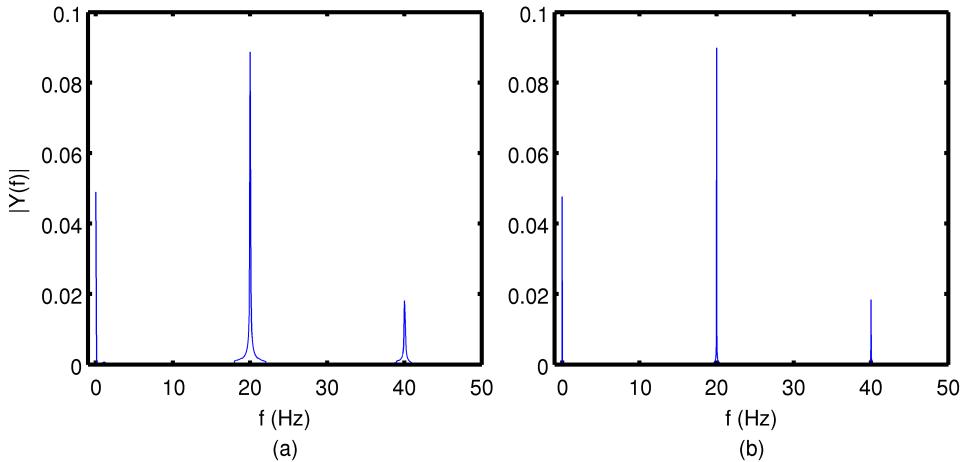


Figura 4.5 – Sinal de saída do sistema no domínio da frequência: (a) Estimativa utilizando a Eq. (4.11), (b) Obtida calculando a FFT do sinal.

FFTs dos sinais de saída para entradas senoidais com diferentes sinais de entrada. Observando as componentes das frequências para diferentes entradas, é possível observar que a energia

das componentes de frequências maiores é menor, apesar do sinal de entrada ter a mesma amplitude em todos os casos.

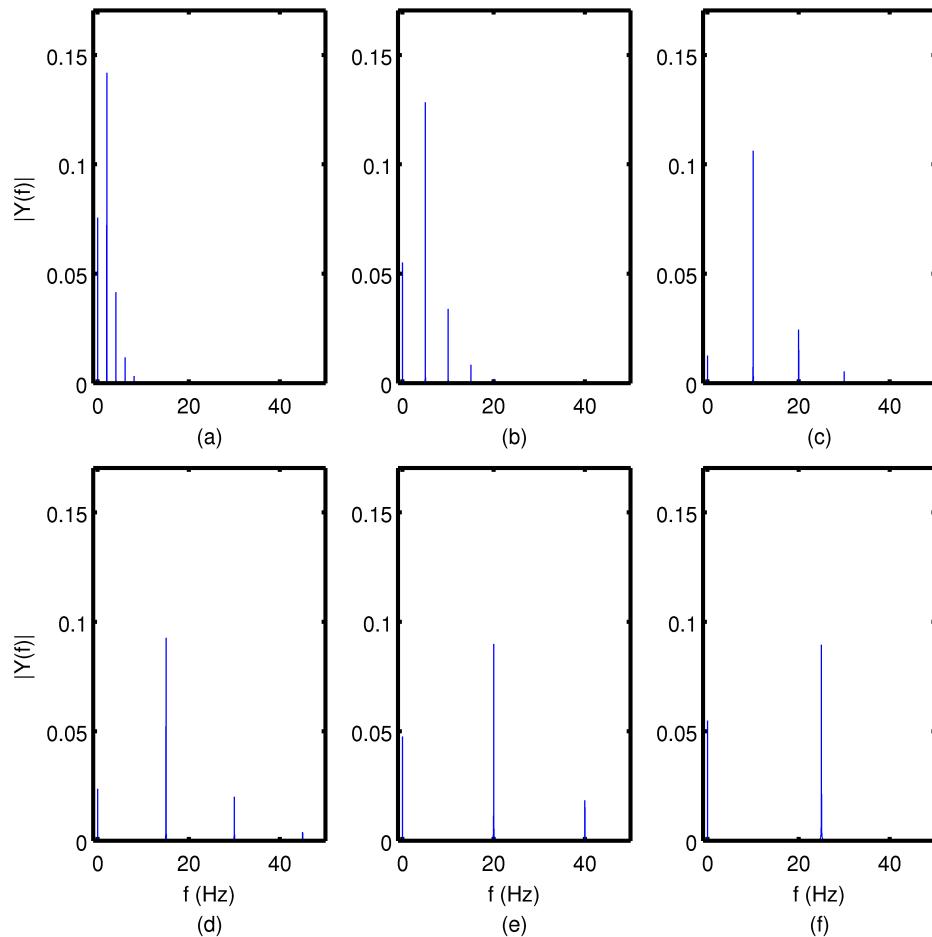


Figura 4.6 – São mostradas as saídas no domínio da frequência para as entradas: (a)  $u(t) = \sin(2\pi 2t)$ , (b)  $u(t) = \sin(2\pi 5t)$ , (c)  $u(t) = \sin(2\pi 10t)$ , (d)  $u(t) = \sin(2\pi 15t)$ , (e)  $u(t) = \sin(2\pi 20t)$ , (f)  $u(t) = \sin(2\pi 25t)$ .

No capítulo seguinte o conceito de FRFG será utilizado para analisar a transdução neuromecânica feita pelo núcleo de MNs no domínio da frequência, utilizando o modelo NARMAX encontrado no capítulo 3.

## 5 UMA APLICAÇÃO DAS FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIAS GENERALIZADAS PARA O ESTUDO DE UM NÚCLEO DE MOTONEURÔNIOS

Neste capítulo o conceito de FRFG será utilizado para analisar o comportamento do núcleo de MNs na presença de entradas oscilatórias.

### 5.1 AS FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA GENERALIZADAS DO NÚCLEO DE MOTONEURÔNIOS

Utilizando o método exposto no capítulo 4, foram obtidas as FRFGs do modelo encontrado no capítulo 3, mostrado na Tabela 3.3. Neste capítulo toda a análise é feita apenas para o músculo SOL, mas as conclusões se estendem para os outros músculos. Abaixo são mostradas as FRFGs até o grau 6.

$$H_1(f_1) = \frac{(1.4 \cdot 10^{-15}) e^{-0.094 f_1 j} ((4.9 \cdot 10^{15}) e^{0.016 f_1 j} + 1.8 \cdot 10^{15})}{1.4 \cdot 10^4 + (1.5 \cdot 10^5) e^{0.031 f_1 j} + (1.0 \cdot 10^5) e^{0.063 f_1 j} - (2.2 \cdot 10^5) e^{0.047 f_1 j} - (4.5 \cdot 10^4) e^{0.016 f_1 j}} \quad (5.1)$$

$$H_2(f_1, f_2) = 0 \quad (5.2)$$

$$H_3(f_1, f_2, f_3) = -\frac{(6.5 \cdot 10^{-3}) e^{(-0.094 f_1 j - 0.11 f_2 j - 0.13 f_3 j)}}{1.0 + 1.5 e^{-0.031(f_1 + f_2 + f_3)j} + 0.14 e^{-0.063(f_1 + f_2 + f_3)j} - 0.45 e^{-0.047(f_1 + f_2 + f_3)j} - 2.2 e^{-0.016(f_1 + f_2 + f_3)j}} \quad (5.3)$$

$$H_4(f_1, f_2, f_3, f_4) = -\frac{e^{-0.125 f_1 j - 0.094 f_2 j - 0.094 f_3 j - 0.11 f_4 j} (2.7 \cdot 10^{-2} e^{0.016 f_1 j} + 9.7 \cdot 10^{-3})}{\left[ \begin{array}{l} (1.0 - 2.2 e^{-0.016(f_1 + f_2 + f_3 + f_4)j} + 1.5 e^{-0.031(f_1 + f_2 + f_3 + f_4)j} + \\ + 0.14 e^{-0.063(f_1 + f_2 + f_3 + f_4)j} - 0.45 e^{-0.047(f_1 + f_2 + f_3 + f_4)j}) \cdot \\ \cdot (1.4 \cdot 10^4 + 1.5 \cdot 10^5 e^{0.031 f_1 j} + 1.0 \cdot 10^5 e^{0.063 f_1 j} - 2.2 \cdot 10^5 e^{0.047 f_1 j} - 4.5 \cdot 10^4 e^{0.016 f_1 j}) \end{array} \right]} \quad (5.4)$$

$$H_5(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5) = -\frac{\left( \begin{array}{l} 0.11 e^{(-0.094 f_1 j - 0.094 f_2 j - 0.11 f_3 j - 0.11 f_4 j - 0.13 f_5 j)} + \\ + \frac{(9.2 \cdot 10^{-15}) e^{-0.11 f_1 j - 0.094 f_2 j - 0.11 f_3 j - 0.11 f_4 j - 0.13 f_5 j} ((4.9 \cdot 10^{15}) e^{0.016 f_1 j} + 1.8 \cdot 10^{15})}{1.4 \cdot 10^4 + (1.5 \cdot 10^5) e^{0.031 f_1 j} + (1.0 \cdot 10^5) e^{0.063 f_1 j} - (2.2 \cdot 10^5) e^{0.047 f_1 j} - (4.5 \cdot 10^4) e^{0.016 f_1 j}} + \\ + \frac{(1.1 \cdot 10^{-14}) e^{-0.14 f_1 j - 0.094 f_2 j - 0.11 f_3 j - 0.11 f_4 j - 0.13 f_5 j} ((4.9 \cdot 10^{15}) e^{0.016 f_1 j} + 1.8 \cdot 10^{15})}{1.4 \cdot 10^4 + (1.5 \cdot 10^5) e^{0.031 f_1 j} + (1.0 \cdot 10^5) e^{0.063 f_1 j} - (2.2 \cdot 10^5) e^{0.047 f_1 j} - (4.5 \cdot 10^4) e^{0.016 f_1 j}} - \\ - \frac{(2.0 \cdot 10^{-14}) e^{-0.13 f_1 j - 0.094 f_2 j - 0.11 f_3 j - 0.11 f_4 j - 0.13 f_5 j} ((4.9 \cdot 10^{15}) e^{0.016 f_1 j} + 1.8 \cdot 10^{15})}{1.4 \cdot 10^4 + (1.5 \cdot 10^5) e^{0.031 f_1 j} + (1.0 \cdot 10^5) e^{0.063 f_1 j} - (2.2 \cdot 10^5) e^{0.047 f_1 j} - (4.5 \cdot 10^4) e^{0.016 f_1 j}} \end{array} \right)}{\left( \begin{array}{l} 1.0 + (1.5) e^{-0.031(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5)j} + (1.4 \cdot 10^{-1}) e^{-0.063(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5)j} - \\ - (4.5 \cdot 10^{-1}) e^{-0.047(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5)j} - (2.2) e^{-0.016(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5)j} \end{array} \right)} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned}
H_6(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6) = & \left[ \frac{\left(2.6 \cdot 10^{-5}\right) e^{-0.094 f_1 j - 0.11 f_2 j - 0.13 f_3 j} e^{-0.031 f_1 j - 0.031 f_2 j - 0.031 f_3 j} e^{-0.094 f_4 j - 0.094 f_5 j - 0.11 f_6 j}}{1.0 + 1.5 e^{-0.031(f_1+f_2+f_3)j} + 0.14 e^{-0.063(f_1+f_2+f_3)j} - 0.45 e^{-0.047(f_1+f_2+f_3)j} - 2.2 e^{-0.016(f_1+f_2+f_3)j}} + \right. \\
& + \frac{\left(2.0 \cdot 10^{-14}\right) e^{-0.114 f_1 j - 0.094 f_2 j - 0.094 f_3 j - 0.11 f_4 j - 0.13 f_5 j - 0.14 f_6 j} \left(\left(4.9 \cdot 10^{15}\right) e^{0.016 f_1 j + 1.8 \cdot 10^{15}}\right)}{1.4 \cdot 10^4 + (1.5 \cdot 10^5) e^{0.031 f_1 j} + (1.0 \cdot 10^5) e^{0.063 f_1 j} - (2.2 \cdot 10^5) e^{0.047 f_1 j} - (4.5 \cdot 10^4) e^{0.016 f_1 j}} - \\
& - \frac{\left(2.0 \cdot 10^{-14}\right) e^{-0.110 f_1 j - 0.094 f_2 j - 0.094 f_3 j - 0.11 f_4 j - 0.13 f_5 j - 0.14 f_6 j} \left(\left(4.9 \cdot 10^{15}\right) e^{0.016 f_1 j + 1.8 \cdot 10^{15}}\right)}{1.4 \cdot 10^4 + (1.5 \cdot 10^5) e^{0.031 f_1 j} + (1.0 \cdot 10^5) e^{0.063 f_1 j} - (2.2 \cdot 10^5) e^{0.047 f_1 j} - (4.5 \cdot 10^4) e^{0.016 f_1 j}} + \\
& + \frac{\left(5.7 \cdot 10^{-14}\right) e^{-0.094 f_2 j - 0.094 f_3 j - 0.11 f_4 j - 0.11 f_5 j - 0.11 f_6 j} e^{-0.141 f_1 j} \left(\left(4.9 \cdot 10^{15}\right) e^{0.016 f_1 j + 1.8 \cdot 10^{15}}\right)}{1.4 \cdot 10^4 + (1.5 \cdot 10^5) e^{0.031 f_1 j} + (1.0 \cdot 10^5) e^{0.063 f_1 j} - (2.2 \cdot 10^5) e^{0.047 f_1 j} - (4.5 \cdot 10^4) e^{0.016 f_1 j}} + \\
& + \frac{\left(5.9 \cdot 10^{-14}\right) e^{-0.094 f_2 j - 0.094 f_3 j - 0.11 f_4 j - 0.11 f_5 j - 0.11 f_6 j} e^{-0.110 f_1 j} \left(\left(4.9 \cdot 10^{15}\right) e^{0.016 f_1 j + 1.8 \cdot 10^{15}}\right)}{1.4 \cdot 10^4 + (1.5 \cdot 10^5) e^{0.031 f_1 j} + (1.0 \cdot 10^5) e^{0.063 f_1 j} - (2.2 \cdot 10^5) e^{0.047 f_1 j} - (4.5 \cdot 10^4) e^{0.016 f_1 j}} - \\
& - \frac{\left(1.2 \cdot 10^{-13}\right) e^{-0.094 f_2 j - 0.094 f_3 j - 0.11 f_4 j - 0.11 f_5 j - 0.11 f_6 j} e^{-0.125 f_1 j} \left(\left(4.9 \cdot 10^{15}\right) e^{0.016 f_1 j + 1.8 \cdot 10^{15}}\right)}{1.4 \cdot 10^4 + (1.5 \cdot 10^5) e^{0.031 f_1 j} + (1.0 \cdot 10^5) e^{0.063 f_1 j} - (2.2 \cdot 10^5) e^{0.047 f_1 j} - (4.5 \cdot 10^4) e^{0.016 f_1 j}} \\
\end{aligned} \quad (5.6)$$

Nas Figura 5.1, Figura 5.2, Figura 5.3, Figura 5.4 e Figura 5.5 estão os gráficos dos módulos de  $H_1(f_1)$ ,  $H_3(f_1, f_2, f_3)$ ,  $H_4(f_1, f_2, f_3, f_4)$ ,  $H_5(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5)$  e  $H_6(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6)$ , respectivamente.

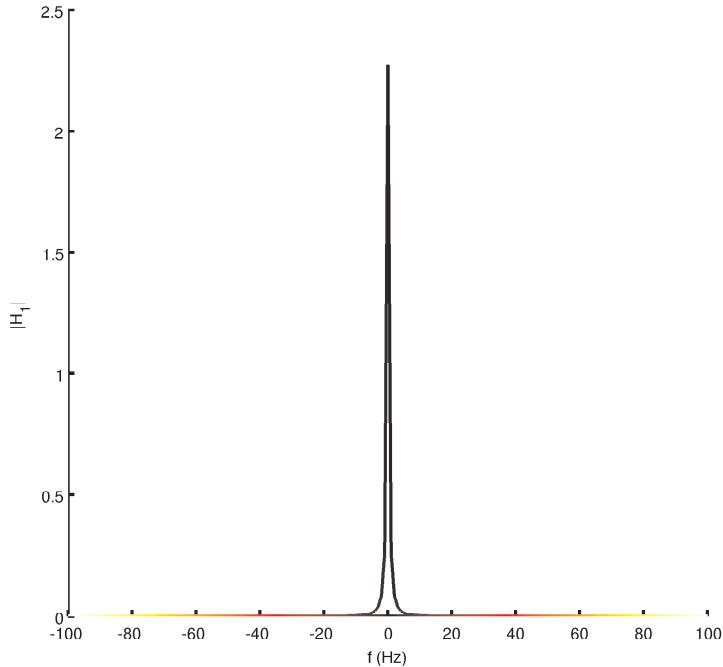


Figura 5.1 –  $|H_1(f_1)|$  do núcleo de MNs

Observando os gráficos das FRFGs nota-se que, assim como no exemplo dado na seção 4.3, o núcleo de MNs tem um comportamento de um sistema não linear passa-baixas, já que o maior valor do módulo das FRFGs é localizado no hiperplano  $f_1 + f_2 + \dots + f_n = 0$  para todo  $n$ , com as frequências  $f$  tendo valores positivo e negativo.

É interessante notar que utilizando as FRFGs é possível prever certos comportamentos do

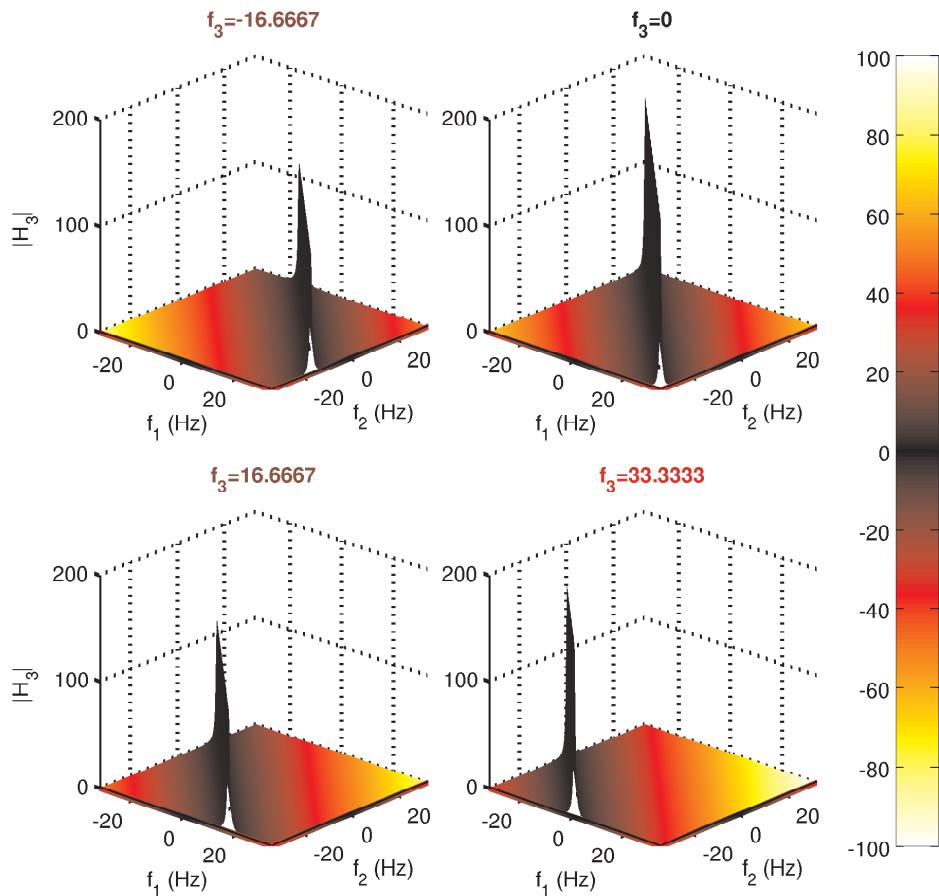


Figura 5.2 –  $|H_3(f_1, f_2, f_3)|$  do núcleo de MNs. A barra de cores mostra a correspondência entre as cores e as frequências.

sistema original. De particular importância, deve-se notar que acontece um aumento do nível médio da força ( $f = 0$  Hz) na presença de um sinal senoidal na entrada do núcleo de MNs. Isto pode ser melhor visto na Figura 5.6, que mostra a saída do sistema de núcleo de MNs no domínio da frequência estimada pelo uso da Eq. (4.11) tendo como entrada uma senoide com 20 Hz de frequência e uma média suficiente para gerar uma força muscular equivalente a 15% da CVM ( $u(t) = 0,1 \operatorname{sen}(2\pi 20t) + 0,25$ , lembrando que a entrada para o modelo identificado foi normalizada). Na Figura 5.6(a) é mostrada a estimativa da saída considerando o sinal de entrada sem a oscilação em 20 Hz. Na Figura 5.6(b) é mostrada a estimativa da saída considerando o sinal completo ( $u(t) = 0,1 \operatorname{sen}(2\pi 20t) + 0,25$ ). É possível observar que, ao se estimar a saída no domínio da frequência considerando o sinal com a oscilação em 20 Hz (Figura 5.6(b)), a componente em 0 Hz é maior (aproximadamente 270) do que a da estimativa feita considerando apenas um sinal constante no sinal de entrada (aproximadamente 175 na Figura 5.6(a)). Além disso, é possível observar na Figura 5.6(b) que na estimativa da saída no domínio da frequência é possível notar que a amplitude da componente em 20 Hz do sinal de saída (força muscular) é desprezível.

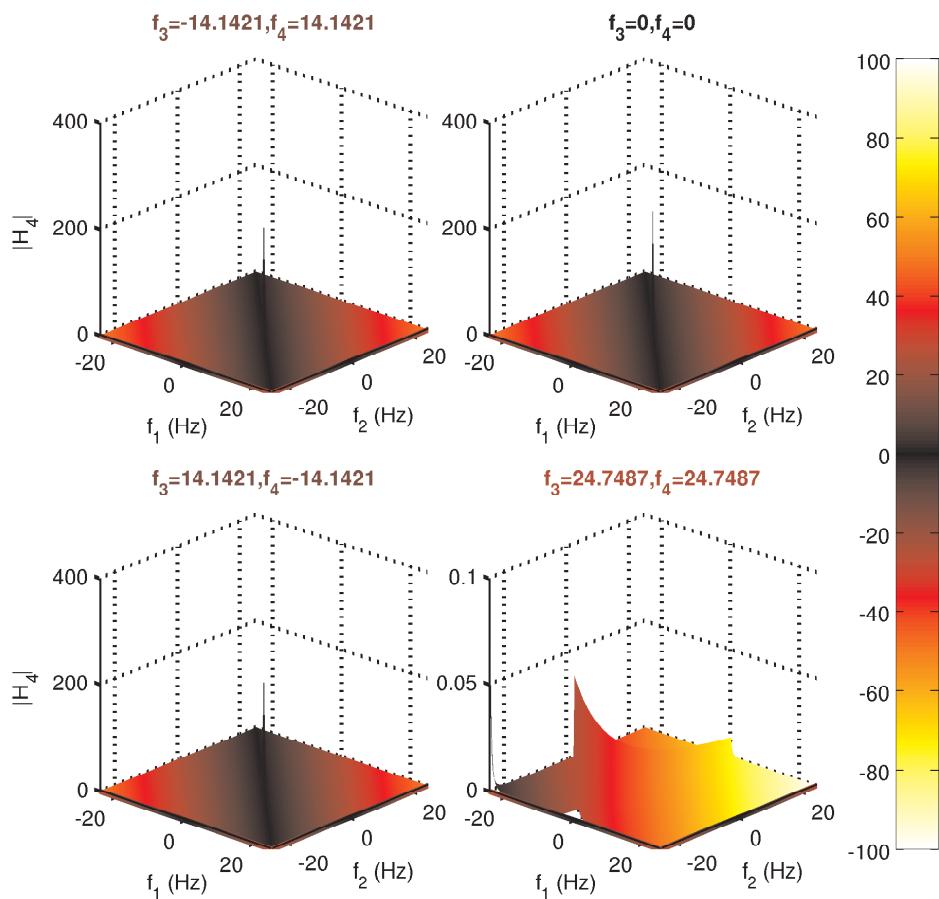


Figura 5.3 –  $|H_4(f_1, f_2, f_3, f_4)|$  do núcleo de MNs. A barra de cores mostra a correspondência entre as cores e as frequências.

Este tipo de previsão seria muito difícil de fazer apenas analisando as equações diferenciais do modelo original ou mesmo as equações de diferenças do modelo identificado no domínio do tempo. Esta previsão feita utilizando as FRFGs do núcleo de MNs é importante já que oscilações corticais nas bandas beta e gama (13 Hz a 30 Hz e 35 Hz a 70 Hz, respectivamente) que se conectam aos MNs pelos axônios do trato piramidal (BAKER; PINCHES; LEMON, 2003) têm sido observadas tanto em macacos (MURTHY; FETZ, 1992; MURTHY; FETZ, 1996; SA-NES; DONOGHUE, 1993; BAKER; OLIVIER; LEMON, 1997; BAKER et al., 2001; BAKER; PINCHES; LEMON, 2003) como em seres humanos (CONWAY et al., 1995; SCHOFFELEN; OOSTENVELD; FRIES, 2005; KRISTEVA; PATINO; OMLOR, 2007; ENGEL; FRIES, 2010; GWIN; FERRIS, 2012). Este acoplamento foi estudado por meios indiretos em diferentes tarefas motoras utilizando-se a coerência (Eq. (2.1)) entre o eletroencefalograma (EEG) (ou magnetoencefalograma ou campos de potenciais locais) e o eletromiograma (EMG) (CONWAY et al., 1995; BAKER; OLIVIER; LEMON, 1997; SALENIUS et al., 1997; HALLIDAY et al., 1998; MIMA et al., 1999; KILNER et al., 2000; SCHOFFELEN; OOSTENVELD; FRIES, 2005; GILBERTSON et al., 2005; ANDRYKIEWICZ et al., 2007; KRISTEVA; PATINO; OMLOR,

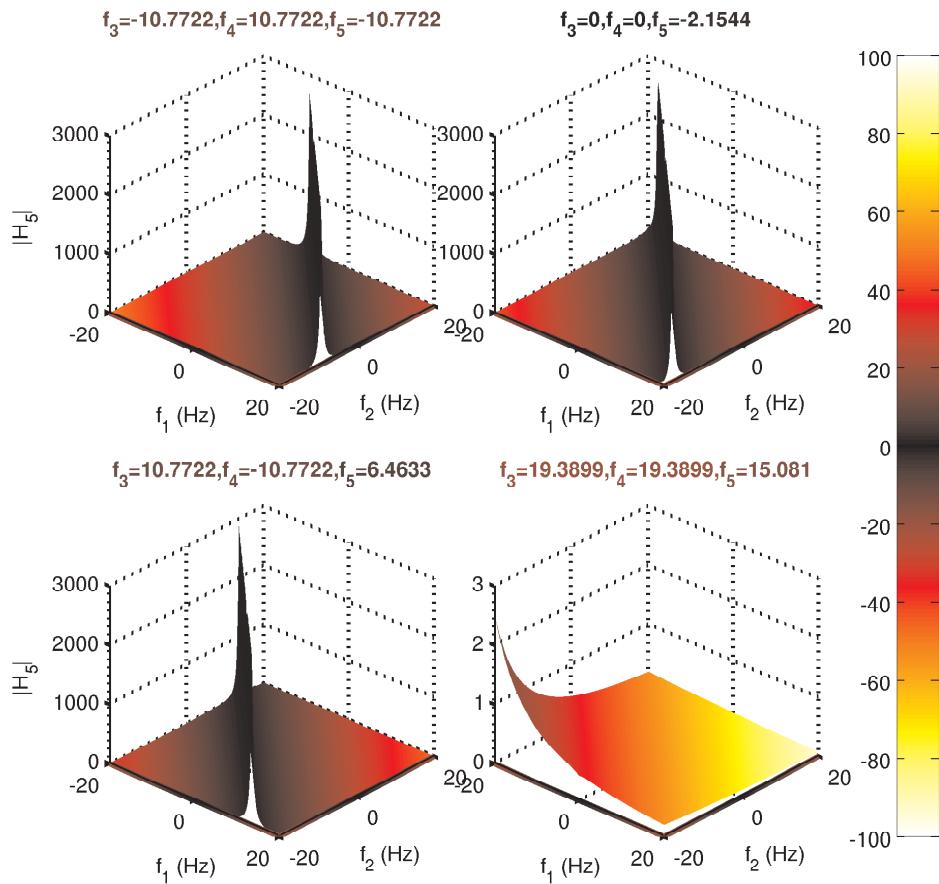


Figura 5.4 –  $|H_5(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5)|$  do núcleo de MNs. A barra de cores mostra a correspondência entre as cores e as frequências.

2007; CHAKAROV et al., 2009; NARANJO et al., 2010; YANG et al., 2010; USHIYAMA et al., 2012; GWIN; FERRIS, 2012; MENDEZ-BALBUENA et al., 2012). As coerências reportadas nas bandas beta e/ou gama indicam que a atividade muscular nestas frequências são dependentes, pelo menos em parte, da atividade corticoespinhal. Apesar do grande número de observações experimentais, os possíveis mecanismos pelos quais estas oscilações podem influir no controle da força muscular ainda não é clara (FETZ, 2013; AUMANN; PRUT, 2015).

A investigação experimental de como as entradas comuns aos MNs de um núcleo influenciam os disparos dos MNs (e consequentemente a geração da força) é difícil devido às dificuldades em se medir as entradas do núcleo de MNs em seres humanos (HECKMAN; ENOKA, 2012). Devido a esta dificuldade, o estudo de como as entradas comuns dos MNs de um núcleo influenciam os disparos dos MNs (e a força muscular) tem sido abordado recentemente utilizando simulações de modelos computacionais (WILLIAMS; BAKER, 2009a; WILLIAMS; BAKER, 2009b; STEGEMAN et al., 2010; NEGRO; FARINA, 2011a; NEGRO; FARINA, 2011b; NEGRO; FARINA, 2012; WATANABE et al., 2013; FARINA; NEGRO; DIDERIKSEN, 2014; GALLEGOS et al., 2015a; LOWERY; MYERS; ERIM, 2007; DIDERIKSEN

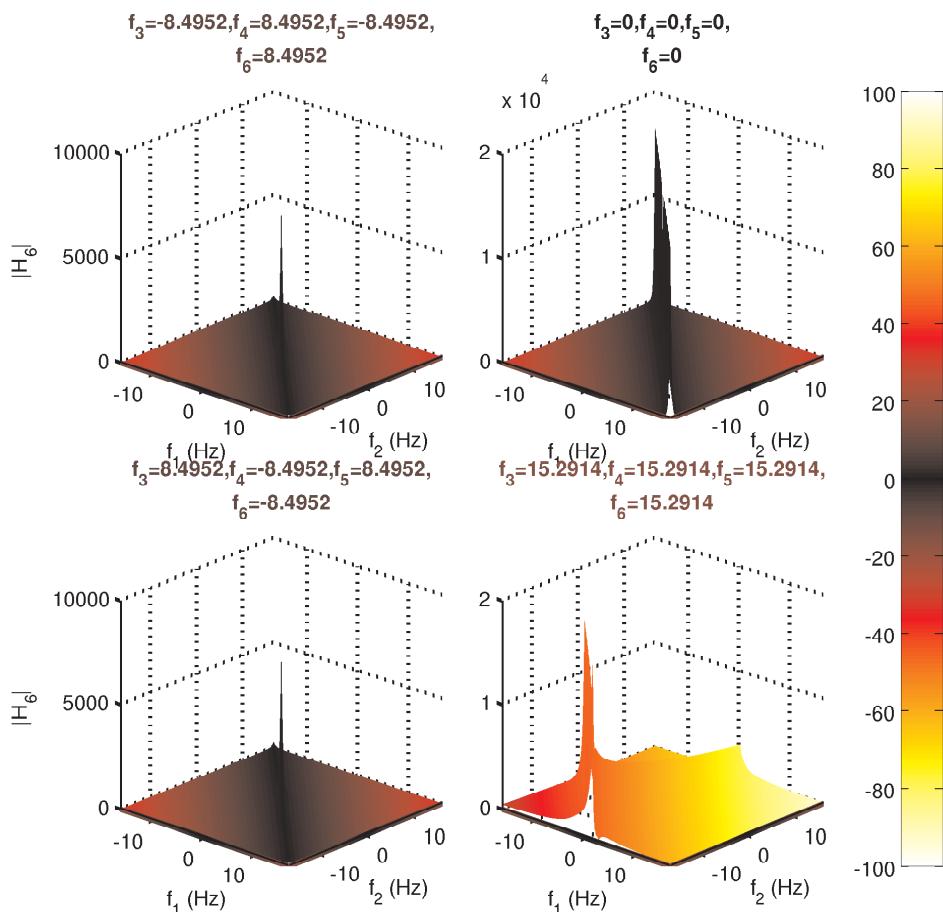


Figura 5.5 –  $|H_6(f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6)|$  do núcleo de MNs. A barra de cores mostra a correspondência entre as cores e as frequências.

et al., 2015). Como já mencionado no capítulo 3, trabalhos utilizando modelos computacionais (LOWERY; MYERS; ERIM, 2007; STEGEMAN et al., 2010; NEGRO; FARINA, 2011b; FARINA; NEGRO; DIDERIKSEN, 2014) concluíram que o núcleo de MNs age como um sistema linear. Uma consequência do núcleo de MNs ser um sistema linear é que os disparos dos MNs (e a força muscular) terão as mesmas componentes no domínio da frequência das entradas comuns aos MNs do núcleo. Como a força muscular tem uma relação linear com os disparos dos MNs do núcleo e a banda até em torno de 6 Hz (NEGRO; FARINA, 2011a), se considerarmos que o núcleo de MNs age como um sistema linear, para ocorrer geração de força é necessário que exista nas entradas sinápticas dos MNs sinais nesta banda de frequência (0 Hz-6 Hz). Isto faria com que as oscilações corticais nas bandas beta e gama (20 Hz e 40 Hz respectivamente) observadas experimentalmente não tivessem nenhum papel na geração de força e a coerência corticomuscular seria apenas um epifenômeno.

A conclusão de que o núcleo de MNs é um sistema linear (LOWERY; MYERS; ERIM, 2007; STEGEMAN et al., 2010; NEGRO; FARINA, 2011b; FARINA; NEGRO; DIDERIKSEN, 2014)

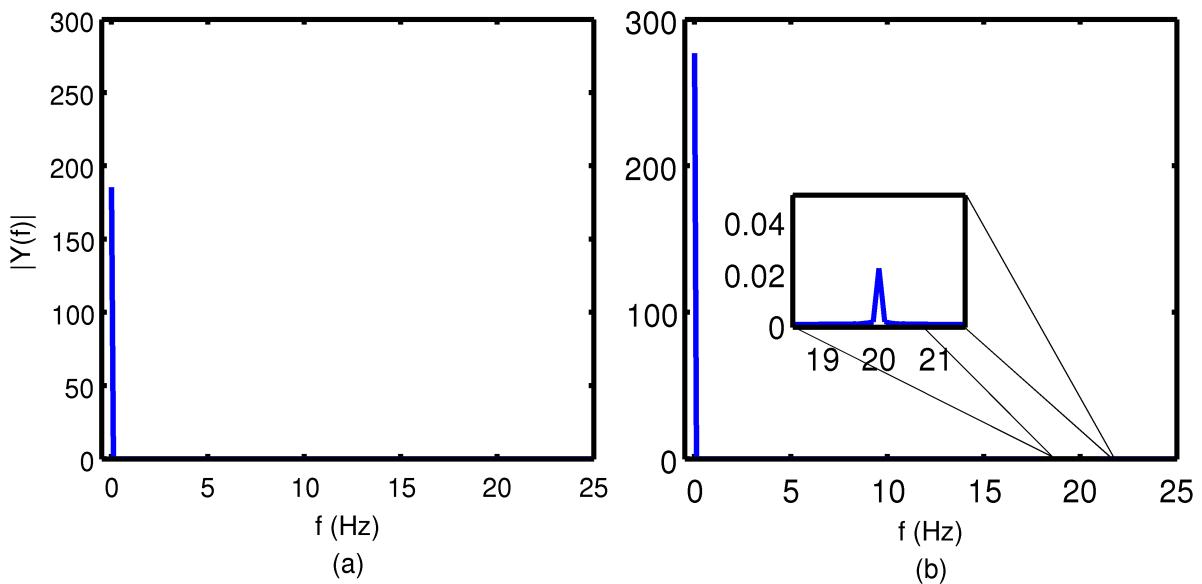


Figura 5.6 – Estimativa da saída do núcleo de unidades motoras para entrada oscilatória a 20 Hz com média não nula no domínio da frequência. (a) estimativa da saída considerando para o sinal de entrada apenas as frequências em torno do 0 Hz (sinal constante) e (b) estimativa da saída considerando todas as frequências do sinal de entrada (sinal completo).

contradiz o modelo não linear identificado no capítulo 3. Com o comportamento não linear passa-baixas observado nos gráficos das FRFGs do núcleo de MNs (Figura 5.1, Figura 5.2, Figura 5.3, Figura 5.4 e Figura 5.5), nota-se que existe um comportamento do núcleo de MNs que transfere as componentes em altas frequências contidas nas entradas dos MNs para baixas frequências no sinal de força muscular (ou, equivalentemente, para os disparos dos MNs), como evidenciado na Figura 5.6. Este fenômeno de transferência de potência entre diferentes frequências entre a entrada e a saída dos MNs pode ser o que permite que as oscilações corticais nas bandas beta e gama tenham efeito na geração de força muscular.

## 5.2 USO DO MODELO REALISTA PARA ANÁLISE DAS ENTRADAS MOTONEURONAIAS EM ALTA FREQUÊNCIA

Para verificar se o comportamento previsto pelas FRFGs obtidas está consistente com o modelo neuromuscular realista (ver apêndice A), foram feitas simulações no modelo complexo em que o comando descendente contém componentes na banda beta (20 Hz). Os dados das simulações mostradas nesta seção, juntamente com os *scripts* escritos na linguagem MATLAB<sup>®</sup> (MathWorks<sup>®</sup>) utilizados para o seu processamento, estão disponíveis em <https://osf.io/v8m4t/>.

Primeiramente foi utilizado como média da frequência de disparo do comando descendente

o sinal com a equação abaixo.

$$FR_1(t) = \begin{cases} 65 & , \quad 0 \leq t < 60 \text{ s} \\ 65 + 20 \operatorname{sen}(2\pi 20t) & , \quad 60 \text{ s} \leq t < 120 \text{ s} \\ 58 + 20 \operatorname{sen}(2\pi 20t) & , \quad 120 \text{ s} \leq t < 180 \text{ s} \end{cases} \quad (5.7)$$

em que  $FR_1(t)$  é a frequência média de disparo dos processos pontuais Poisson de cada um dos comandos descendentes. O sinal de entrada, com duração de 180 s, inicia com 65 disparos/s, após 60 s começa uma oscilação com frequência de 20 Hz e após 120 s a oscilação passa a ser em torno de 58 disparos/s. O sinal resultante é mostrado na Figura 5.7. Além do comando descendente, cada um dos MNs recebeu um processo pontual (independente dos demais) com ISI com média de 8 ms e distribuição Poisson, visando simular fontes de ruído independente agindo em cada MN. A amplitude das oscilações foi escolhida para que o sincronismo dos disparos dos axônios descendentes resultasse similar aos dados experimentais reportados por Baker et al. (1999). A frequência de 20 Hz foi escolhida para simular as oscilações na banda beta que têm origem no córtex motor e atingem a medula.

Na Figura 5.8 é mostrado o sinal da força gerada pela simulação do modelo complexo tendo a frequência média de disparos dos processos pontuais do comando descendente mostrada na Figura 5.7. Como é possível observar, com a frequência média dos disparos constante em 65 disparos/s, a força produzida foi de aproximadamente 375 N (em azul). A partir dos 60 s a frequência média de disparos começa a oscilar a uma frequência de 20 Hz em torno de 65 disparos/s. Nesta situação, a força muscular resultante cresceu para aproximadamente 475 N (em marrom). Após 120 s, a frequência média de disparos do comando descendente continua oscilando em 20 Hz, mas em torno de 58 disparos/s. Com esta frequência média de disparos, a força muscular retorna para aproximadamente a força inicial de 375 N (em verde).

O comportamento esperado em um sistema linear seria o surgimento de uma componente em 20 Hz na força muscular, neste caso com amplitude extremamente baixa devido à forte filtragem passa-baixas do sistema que gera o sinal de força muscular. Ou seja, na prática poderia-se esperar que a oscilação em 20 Hz na entrada do núcleo de MNs não exercesse nenhum efeito sobre a força gerada. Porém, o que é observado na Figura 5.10 é o aumento da força média após as oscilações em 20 Hz nas entradas sinápticas dos MNs iniciarem, que significa que a potência da força muscular em 0 Hz aumenta. Esse aumento da potência da força muscular em 0 Hz ocorre sem que haja um aumento de potência em 0 Hz na entrada dos MNs. O que ocorre é a transferência da potência contida em 20 Hz no sinal de entrada dos MNs para 0 Hz (aumento da média) no sinal da força (saída), efeito previsto pela análise

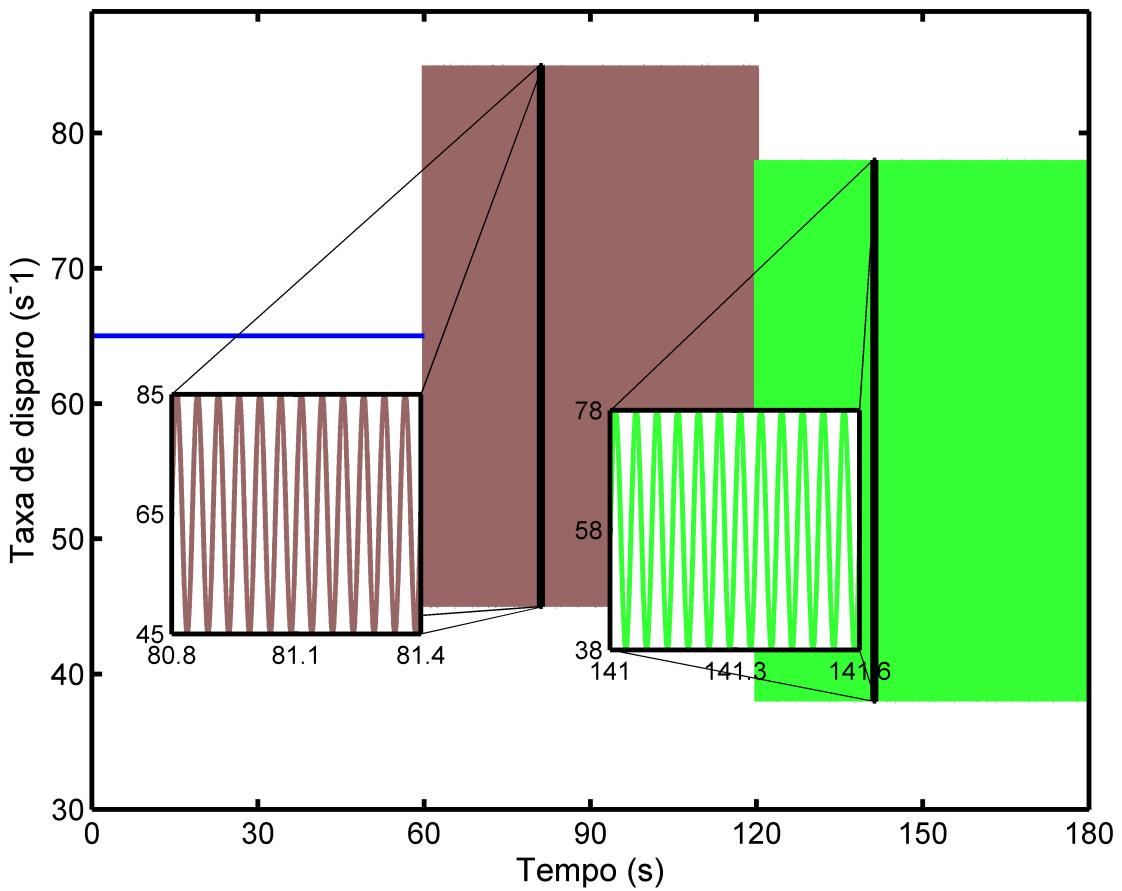


Figura 5.7 – Taxa de disparos média usado nas simulações seguintes para cada axônio descendente. A taxa de disparos basal foi de 65 disparos por segundo. A modulação da taxa de disparos começa após 60 s com um sinal senoidal de frequência 20 Hz e amplitude de 20 disparos por segundo. Após 120 s, a taxa média de disparos decai para 58 disparos por segundo.

das FRFGs feita na seção 5.1 (ver Figura 5.6).

Uma vez verificado que o comportamento previsto pelas FRFGs realmente acontece no modelo realista, resta esclarecer quais os mecanismos neurais responsáveis por esta transferência de potência das frequências altas na entrada para baixas na saída. Para esta análise, foi utilizado o conceito de trem de disparos acumulados (do inglês *cumulative spike train*) (CST). O CST é a superposição (soma) dos trens de disparos de MNs do núcleo (NEGRO; FARINA, 2011a) como exemplificado na Figura 5.9. Em princípio, para esta análise poderiam ser utilizados os trens de disparos de todos os MN do núcleo. Porém, neste caso a comparação com dados experimentais ficaria difícil devido à dificuldade em se obter experimentalmente trens de disparos de uma grande quantidade de unidades motoras individuais. Um outro sinal que contém a informação dos disparos de todos os MNs é o EMG de superfície. Porém, Negro, Holobar e Farina (2009) mostraram que o EMG de superfície não contém a informação das

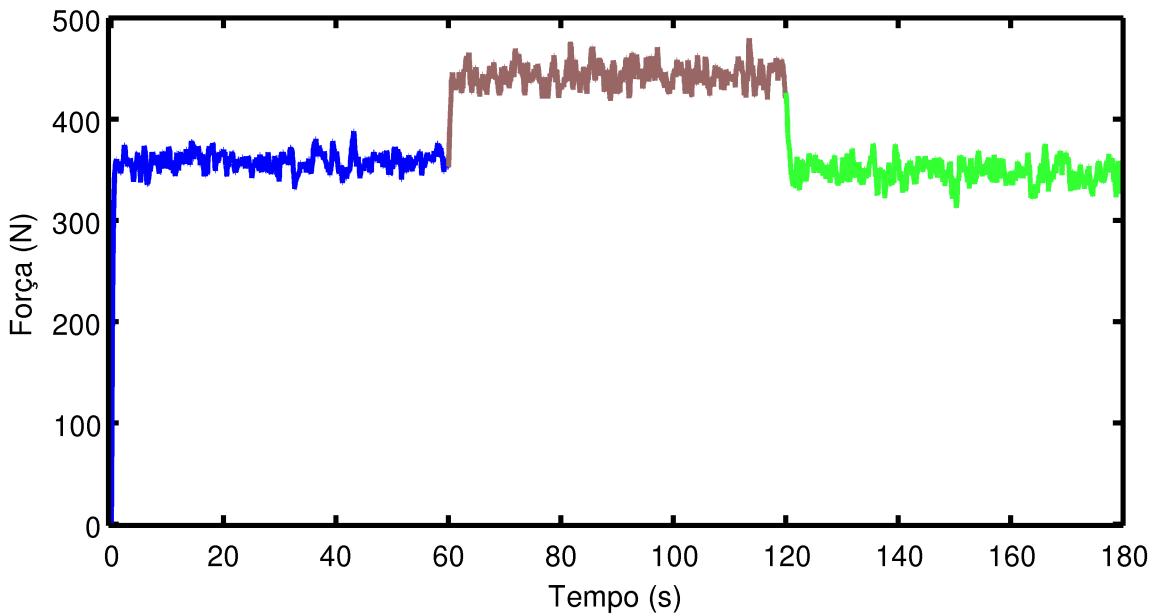


Figura 5.8 – Sinal da força durante a simulação com o sistema complexo usando a taxa de disparos mostrada na Figura 5.7

flutuações de baixa-frequência da força muscular. Nesta análise, para facilitar uma possível futura verificação experimental dos resultados apresentados nesta seção, foi utilizado o CST de apenas 5 unidades motoras escolhidas de forma aleatória em 100 repetições. Como mostrado por Negro e Farina (2011a), o CST, mesmo utilizando os dados de apenas 5 unidades motoras do núcleo, tem uma relação linear com a força muscular. Desta forma, é possível investigar quais mecanismos neurais permitem a transferência de potência entre frequências. Após a superposição dos trens de disparos, cada disparo é transformado em um pulso de 0,05 ms de duração e 20000 de amplitude (uma aproximação de um impulso de Dirac), para ser possível computar o espectro de potência do CST.

Na Figura 5.10(a-c) são mostrados os espectros dos sinais da condutância do núcleo de MNs nas três situações da Figura 5.7. Como esperado (SANDERSON, 1980), um pico em 20 Hz apareceu na Figura 5.10(b-c) devido às oscilações nas entradas sinápticas nesta frequência. Na Figura 5.10(d-f) são mostradas as coerências, calculadas utilizando a Eq. (2.1), entre as entradas sinápticas e o CST formado por 5 MNs do núcleo, escolhidos aleatoriamente. O IC para a coerência ser igual a zero foi calculado utilizando a Eq. (2.2). Os valores da coerência para a média de disparos constante não foram estatisticamente diferentes de zero para nenhuma frequência. Por outro lado, os valores das coerências nos casos das entradas oscilatórias foram significativamente diferentes de zero em torno de 20 Hz. Na Figura 5.10(g)

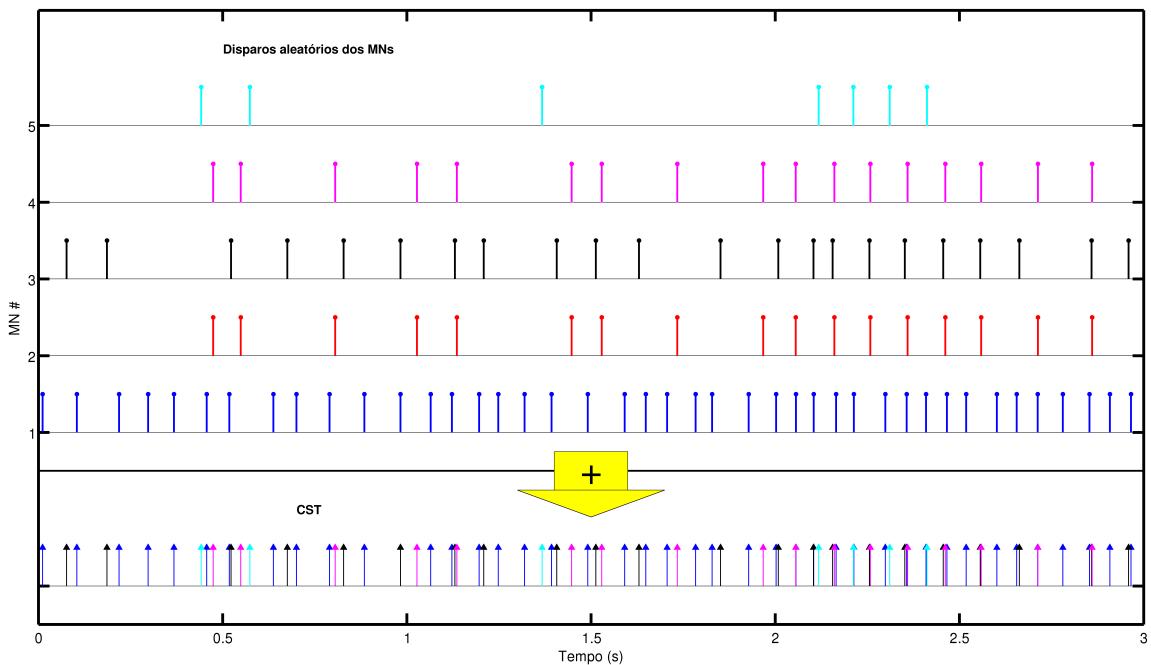


Figura 5.9 – Exemplo do conceito de CST. Os 5 trens de disparos da parte de cima da figura (cada um de uma cor diferente) são superpostos (somados) para obter o CST. Os pulsos de área unitária e duração 0,05 ms foram indicados por setas.

são mostrados os disparos de todos os MNs durante as três entradas diferentes (mostrados com a cor correspondente). É interessante notar que ocorreu o recrutamento de unidades motoras com maior força (com índice maior na ordenada da Figura 5.10(g)) entre 60 s e 120 s, causado pela oscilação em 20 Hz da frequência de disparo na entrada. Esse recrutamento de unidades motoras mais fortes ocorre durante a parte positiva do ciclo senoidal e é isso que causa o efeito não linear do aumento de força entre 60 s e 120 s. Isto pode ser melhor visto nos detalhes da Figura 5.10(g), que também mostram que os MNs com limiar de recrutamento mais baixo têm suas taxas de disparo moduladas pela oscilação em 20 Hz.

A segunda simulação teve como entrada o sinal com a seguinte equação:

$$FR_2(t) = \begin{cases} 65 & , \quad 0 \leq t < 60 \text{ s} \\ 65 + 20 \operatorname{sen}(2\pi 20t) [1 + 0,5 \operatorname{sen}(2\pi t)] & , \quad 60 \text{ s} \leq t < 120 \text{ s} \end{cases} \quad (5.8)$$

em que  $FR_2(t)$  é a frequência média de disparo dos processos pontuais de cada um dos comandos-descendentes. Para este sinal de entrada, após 60 s começa uma oscilação em 20 Hz com a amplitude modulada por uma senoide de 1 Hz de frequência. O sinal resultante está mostrado na Figura 5.11. Além do comando descendente, cada um dos MNs recebeu um processo pontual (independente dos demais) com ISI com média de 8 ms e distribuição Poisson, visando simular fontes de ruído independente agindo em cada MN. A amplitude das

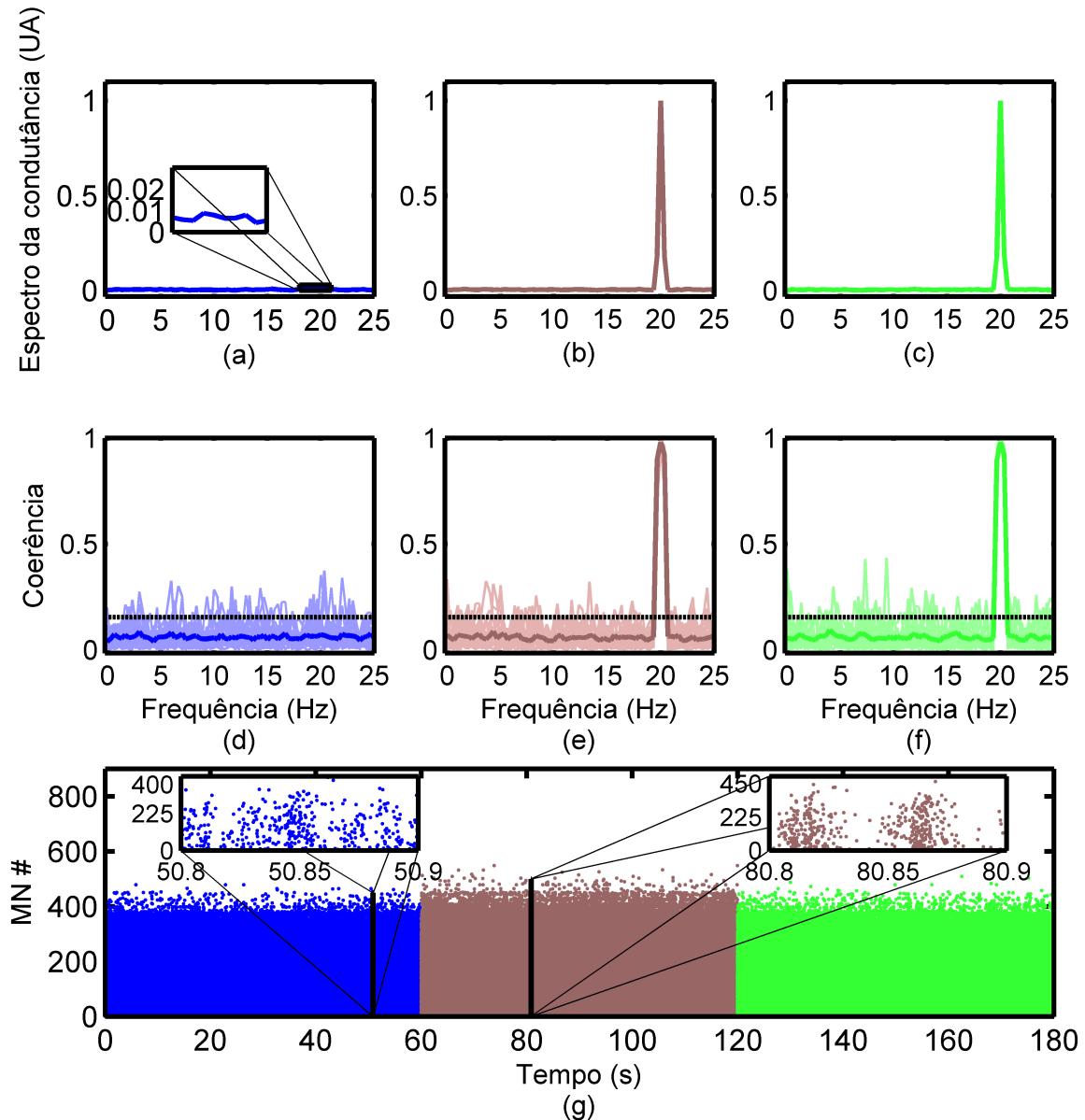


Figura 5.10 – Resultados da simulação com o sistema complexo usando a taxa de disparos mostrada na Figura 5.7(a). (a-c) Espectro da potência da condutância sináptica nas três situações da Figura 5.7. (d-f) Coerência entre a condutância sináptica e o CST com a mesma entrada da Figura 5.7. Os dados individuais das coerências com os 100 CSTs estão mostrados em cor clara e a média está mostrada em cor escura. (g) Disparos dos MNs durante a simulação.

oscilações foi escolhida para que o sincronismo dos disparos dos axônios descendentes tivesse resultado similar aos dados experimentais reportados por Baker et al. (1999).

As Figuras 5.12(a-b) mostram os espectros de potência para as duas situações do sinal de entrada da Figura 5.11. No caso da entrada correspondente à linha vermelha, três picos apareceram no espectro da condutância sináptica em 19 Hz, 20 Hz e 21 Hz, correspondendo

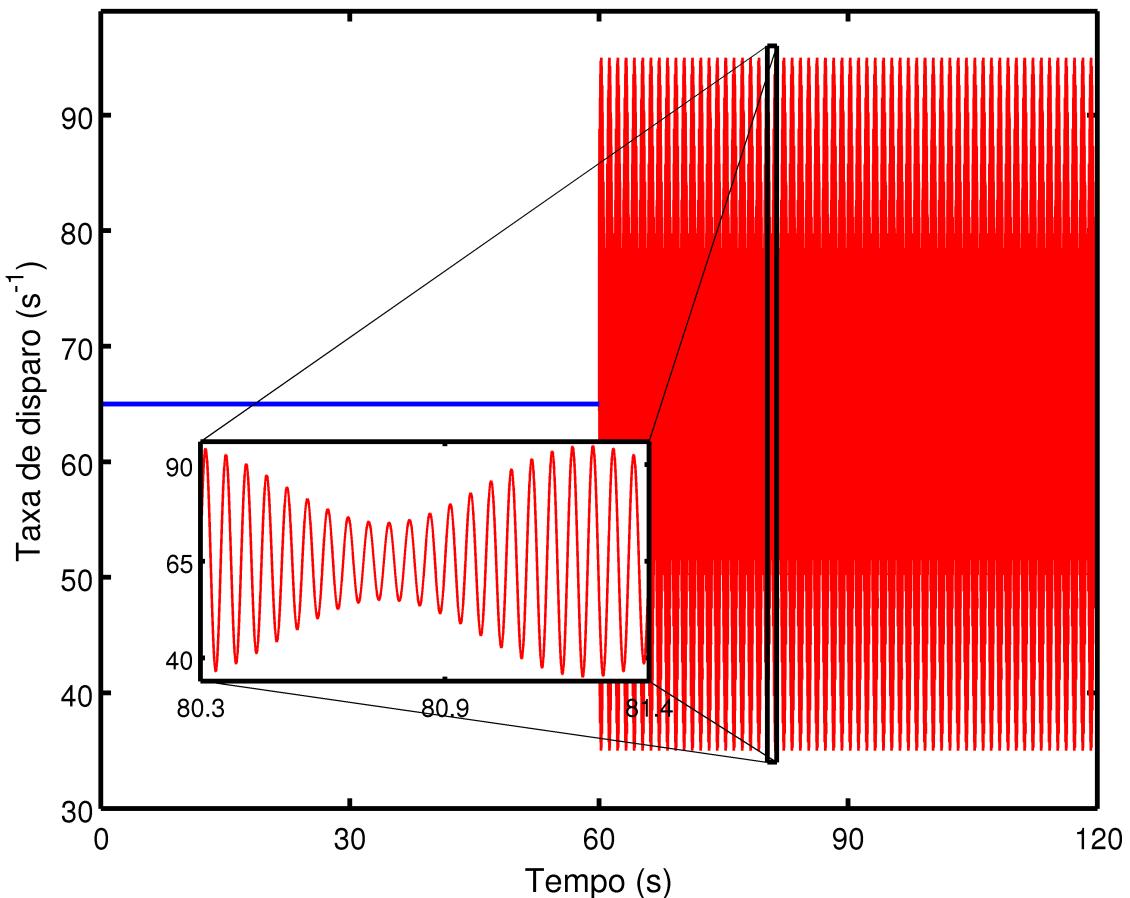


Figura 5.11 – Taxa de disparos média começa a 65 disparos por segundos. Após 60 s a taxa de disparos média começa a oscilar com um sinal senoidal de 20 Hz, cuja amplitude foi modulada por uma senoide de 1 Hz.

ao espectro da modulação AM (CARLSON, 1975). Nas Figuras 5.12(c-d) são mostradas as coerências, calculadas utilizando a Eq. (2.1), entre as entradas sinápticas e o CST formado por 5 MNs escolhidos aleatoriamente. O IC para a coerência ser igual a zero foi calculado utilizando a Eq. (2.2). Os valores da coerência para o disparo com média constante dos comandos descendentes não foram estatisticamente diferentes de zero, enquanto que para a entrada a 20 Hz com a amplitude modulada tiveram valores estatisticamente diferentes de zero em torno de 20 Hz. O espectro da força resultante em cada uma das situações de entrada são mostradas nas Figuras 5.12(e-f). Para a entrada com a amplitude modulada, o espectro da força mostra um componente em 1 Hz, que não estava presente nas entradas sinápticas dos MNs.

Para analisar melhor o que permite esta demodulação pelo núcleo de MNs da informação contida na banda-beta na entrada dos MNs, será utilizado o conceito de taxa de ativação (do inglês *activation ratio*) (AR) (HÉROUX et al., 2014). O AR é utilizado para quantificar a diferença da fração de tempo que diferentes MNs do núcleo estão ativos. Esta taxa foi

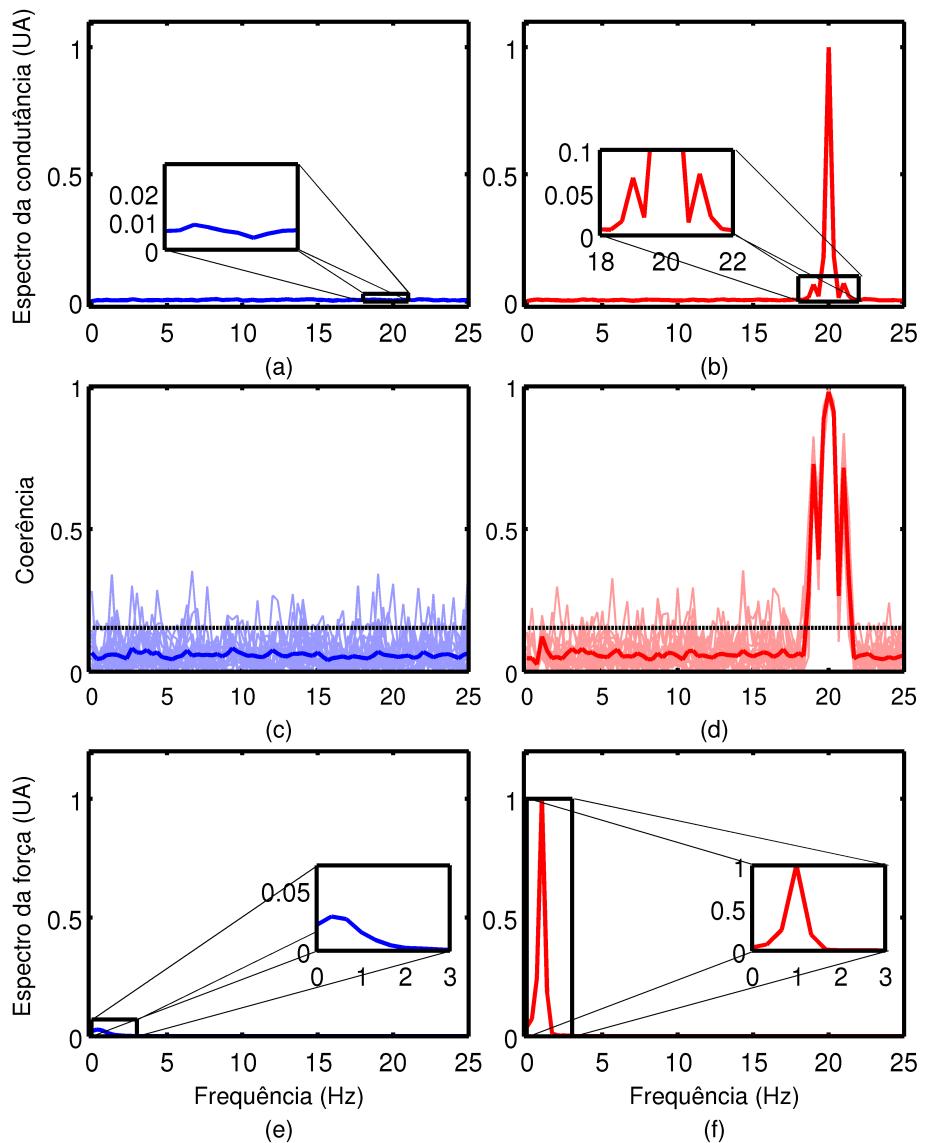


Figura 5.12 – Espectro e coerências das entradas e saídas com os disparos do comando descendente tendo como média o mostrado na Figura 5.11. (a-b) Espectros da condutância sináptica (c-d) Coerência entre a condutância sináptica e os CSTs de cinco MNs escolhidos aleatoriamente. O resultado de cada uma das 100 combinações está mostrado em cor clara e a média em cor escura. A linha tracejada indica o intervalo de confiança com  $\alpha = 0,05$ . (e-f) Espectro da força nas duas situações.

computada como a porcentagem de tempo que os ISIs de um determinado MNs foi menor do que 100 ms. Isto significa que se um MN tem ISIs sempre maiores do que 100 ms durante toda a simulação, sua AR é igual a zero. Ao contrário, se um MN dispara mais que 10 disparos/s (ISI menor do que 100 ms durante toda a simulação), sua AR será igual a 1. Atividade intermitente de um MN corresponde a um valor entre 0 e 1.

A componente espectral em 1 Hz da força muscular que apareceu na Figura 5.12(f) corresponde, no domínio do tempo, à oscilação em 1 Hz mostrada em vermelho na Figura 5.14(a).

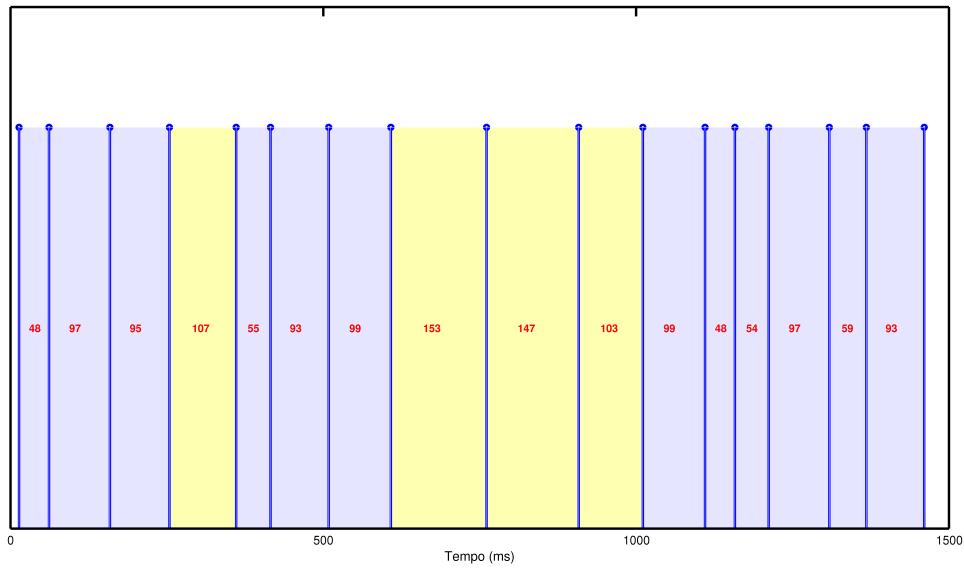


Figura 5.13 – Exemplo do conceito da AR. As linhas verticais indicam os instantes de disparo de um MN. Os valores dos ISIs estão indicados em ms. Os ISIs menores que 100 ms estão pintados em azul e os maiores que 100 ms estão em amarelo. A AR é a fração de tempo indicada em azul. Neste exemplo, a AR do MN é de 63%.

Na Figura 5.14(b) são mostrados os instantes de disparo de todos os MNs do núcleo. As cores dos pontos mudam de acordo com os valores das ARs de cada MN (ver as barras de cores). Com o sinal de entrada com a amplitude modulada, os MNs com as ARs mais baixas (os pontos vermelho-escuro) foram recrutados e desrecrutados na frequência de exatamente 1 Hz e consequentemente gerando a oscilação da força muscular a 1 Hz. As curvas grossas com as cores escuras nas Figuras 5.14(c-d) (médias dos espectros individuais mostrados em linhas finas) são as médias dos espectros dos CSTs de 5 MNs escolhidos aleatoriamente entre os 5% dos MNs com AR mais baixa (disparando por uma fração de tempo baixa). As curvas grossas com as cores claras nas Figuras 5.14(c-d) são as médias dos espectros dos CSTs de 5 MNs entre os 5% dos MNs com AR mais alto (disparando durante uma fração de tempo alta) escolhidos aleatoriamente (curvas individuais mostradas em linhas finas). O pico espectral dos CSTs com AR alta com a entrada constante (Figura 5.14(c)) indica que a frequência média dos primeiros MN a serem recrutados é em torno de 16 disparos/s. Para a entrada com amplitude modulada, o CST originário dos MNs com baixa AR (linha vermelha) tem um pico em 1 Hz significativamente maior do que o do espectro do CST dos MNs com alta AR. Por outro lado, o pico em 20 Hz aparece tanto para os MNs com alta e baixa AR.

A primeira observação é que os resultados das coerências relacionando as entradas sinápticas e os disparos dos MNs nas Figuras 5.10(d-e) e Figura 5.12(d) são semelhantes às

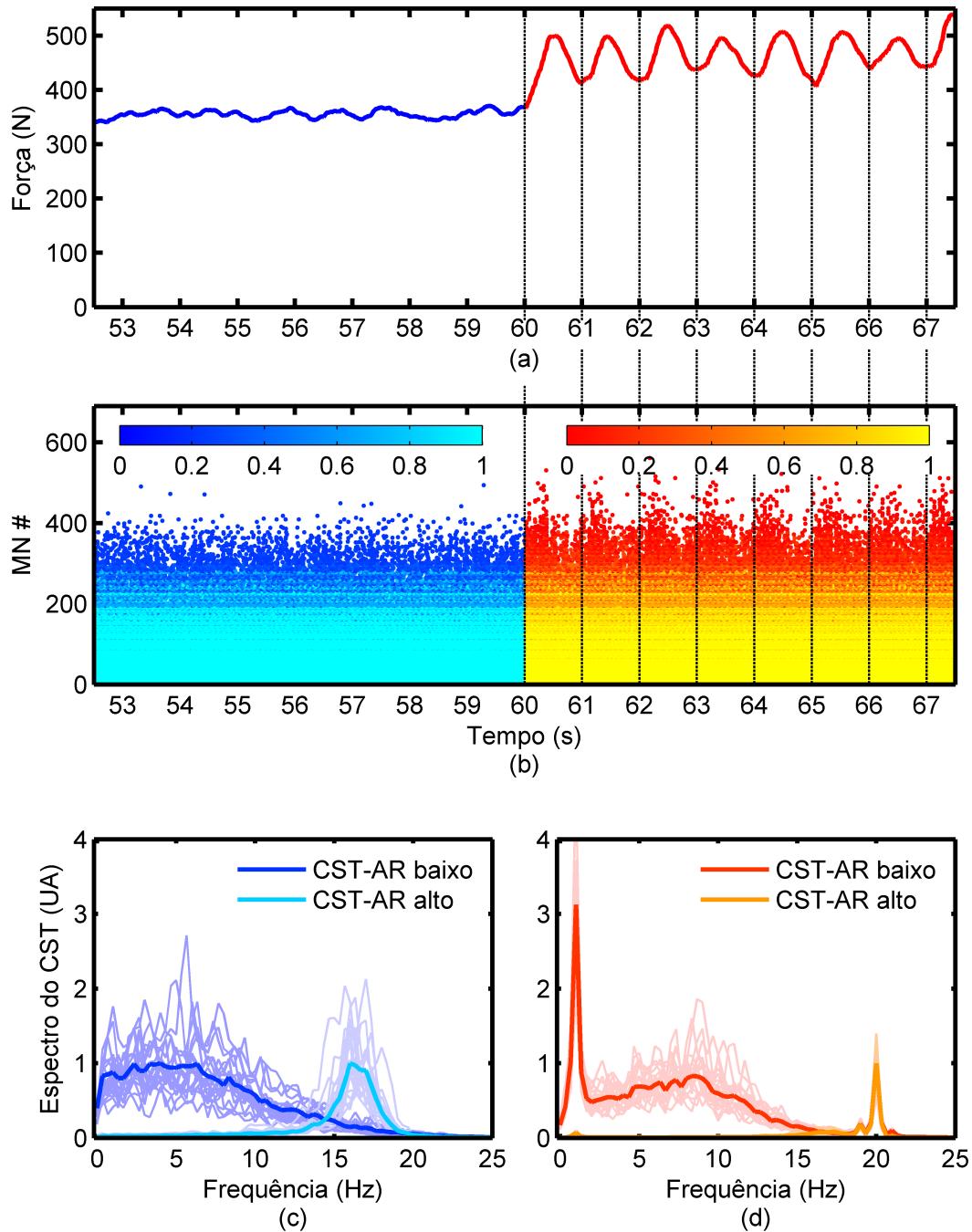


Figura 5.14 – Análise dos disparos dos MNs com os disparos do comando descendente tendo como média o sinal mostrado na Figura 5.11. (a) Sinal da força muscular durante um período de 15 s. Com o início da modulação a força começa a oscilar em 1 Hz. (b) Disparos dos MNs durante um período de 15 s. A cor dos pontos indica os valores da AR dos MNs, indicados nas barras. (c-d) Linha escura: média do espectro dos CSTs de 5 MNs escolhidos aleatoriamente entre os 5% dos MNs com AR mais baixo. Linha clara: média do espectro dos CSTs de 5 MNs escolhidos aleatoriamente entre os 5% dos MNs com AR mais alto. Os espectros foram normalizados pela sua potência máxima (c) e pela potência em 20 Hz (d).

coerências observadas experimentalmente (CONWAY et al., 1995; SCHOFFELEN; OOSTENVELD; FRIES, 2005; ANDRYKIEWICZ et al., 2007; MENDEZ-BALBUENA et al., 2012;

PEREZ; SOTEROPoulos; BAKER, 2012; USHIYAMA et al., 2012), indicando uma efetiva transmissão das altas frequências (20 Hz) das entradas sinápticas para o núcleo de MNs. Entretanto, medidas de coerência são capazes de detectar apenas relações lineares. Por exemplo, a ausência de coerência corticomuscular em baixas frequências não exclui a possibilidade de existir uma influência não linear das oscilações nas entradas motoneuronais na banda beta (ou acima) no controle da força. De fato, na Figura 5.8 a média da força muscular cresceu entre 60 s e 120 s, e na Figura 5.14(a) apareceu uma oscilação em 1 Hz depois dos 60 s, que correspondem, respectivamente, a um aumento na potência em 0 Hz e em 1 Hz. Os dois casos indicam um comportamento não linear, já que nenhuma destas frequências estavam presentes nas entradas sinápticas (Figura 5.10(b) e Figura 5.14(b)).

A análise do comportamento dos disparos dos MNs (Figura 5.10(g) e Figura 5.14(b)) ajuda a esclarecer qual é o principal mecanismo responsável pela extração da informação de baixas frequências contida nas oscilações nas entradas motoneuronais na banda-beta. Pode ser notado que o aumento da força média, em marrom na Figura 5.8, ocorre ao mesmo tempo em que ocorre o recrutamento de unidades motoras adicionais (com abalos de maior amplitude) em resposta à oscilação em 20 Hz (pontos marrons na Figura 5.10(g)). Os disparos dos MNs, sincronizados com as oscilações em 20 Hz, geram apenas um aumento no nível de força devido ao comportamento de um filtro passa-baixa do músculo (ver Eq. A.1). Um comportamento similar pode ser observado para a modulação por uma senoide de 1 Hz da amplitude da oscilação de 20 Hz (Figura 5.12(a)). Neste caso, os MNs com as ARs mais baixas (pontos vermelho-escuro da Figura 5.12(b)) foram recrutados e desrecrutados a exatamente 1 Hz, gerando uma oscilação da força muscular (ver as linhas verticais nas Figura 5.14(a-b)). Este efeito pode ser melhor analisado com os espectros dos CSTs (Figura 5.14(d)). Enquanto a componente em 20 Hz aparece nos espectros de todos os CSTs dos MNs, também mostrado no dado experimental de Farmer et al. (1993) e Negro e Farina (2012), a potência em 1 Hz dos CSTs depende dos limiares de recrutamento dos MNs. Os espectros de potência em 1 Hz dos CSTs de MNs de baixa AR (limiar de recrutamento mais alto, mostrados na curva vermelha da Figura 5.14(d)) são significativamente maiores do que a curva correspondendo aos MNs de AR maiores (limiar de recrutamento mais baixo, mostrados na curva amarela da Figura 5.14(d)). Isto significa que os últimos MNs recrutados são os que mais contribuem para a oscilação em baixa frequência da força muscular, já que o espectro da força muscular é igual ao espectro do CST até 6 Hz (NEGRO; FARINA, 2011a).

Uma consequência do comportamento não linear do núcleo de MNs é que um nível de força similar à obtida sem nenhuma oscilação nas entradas sinápticas (cores azul e verde na

Figura 5.8) pôde ser obtida com uma frequência de disparo basal menor (58 disparos/s ao invés de 65 disparos/s) com a presença da oscilação em 20 Hz (cor verde na Figura 5.7). Como já previsto por Baker, Olivier e Lemon (1997) e Salenius et al. (1997), esta análise mostrou que uma oscilação a 20 Hz nas entradas sinápticas dos MNs produz uma força isométrica com uma menor taxa de disparo do trato piramidal. Isto significa que é necessário um custo metabólico mais baixo para a produção da mesma força com a presença das oscilações na banda-beta nas entradas motoneuronais.

O comportamento não linear do núcleo de MNs contradiz as conclusões de Lowery, Myers e Erim (2007), Stegeman et al. (2010) e Farina, Negro e Dideriksen (2014), que analisaram o núcleo de MNs operando em torno de 5% da CVM com a maioria dos MNs recrutados. Estes estudos desprezam qualquer papel que as oscilações de alta-frequência possa ter, já que os músculos não respondem para frequências maiores que 6-10 Hz (NEGRO; HOLOBAR; FARINA, 2009) e os resultados apresentados aqui levam à conclusão de que a extração da informação de baixa-frequência a partir das oscilações na banda-beta é possível devido aos diferentes limiares de recrutamento de cada MN. Dados experimentais indicam que, na maioria das situações, o núcleo de MNs não está totalmente recrutado. Por exemplo, o músculo sóleo tem seus MNs totalmente recrutados apenas em 100% da CVM (OYA; RIEK; CRESSWELL, 2009), o adutor do polegar em 50% da CVM (KUKULKA; CLAMANN, 1981), o primeiro interósseo dorsal entre 50% e 75% da CVM (De Luca et al., 1982; MORITZ et al., 2005), o bíceps braquial em 88% da CVM (KUKULKA; CLAMANN, 1981) e o abdutor do hálux em 58% da CVM (KELLY; RACINAIS; CRESSWELL, 2013).

Os dados das simulações do modelo complexo apresentados neste capítulo são frutos de simulações do modelo do músculo SOL, entretanto os resultados são bastante robustos, sendo similares para diferentes quantidades de MNs, faixas dos valores dos parâmetros do modelo, modelo dendrítico com a presença de dendrito ativo (resultado não mostrado), estrutura do núcleo de MNs (por exemplo, com a presença de células de Renshaw), diferentes ISIs do ruído independente de cada MN, diferentes distribuições dos processos pontuais estocásticos e frequências da oscilação de entrada dos MNs. Na verdade, o comportamento descrito neste capítulo deve ocorrer em qualquer rede que possua uma gradação dos limiares de disparo.

Em resumo, os resultados apresentados neste capítulo sugerem um papel para oscilações corticais em altas frequências: contribuir para a produção de força minimizando o gasto energético pelo córtex motor. O mecanismo por trás desta capacidade de um núcleo de MNs decodificar oscilações corticais em alta frequência é a gradação dos limiares de recrutamento encontrada nos núcleos de MNs.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em face dos resultados originais que foram obtidos, os métodos de identificação de sistemas e análise de sistemas não lineares no domínio da frequência contribuíram para avançar no entendimento de certos mecanismos que podem estar envolvidos no controle motor. O modelo simplificado obtido no capítulo 3 foi capaz não só de reproduzir a dinâmica do modelo biologicamente realista, e consequentemente comportamentos experimentais de sujeitos realizando uma flexão plantar, mas também de possibilitar a análise de questões fundamentais para o entendimento do funcionamento do núcleo de MNs que vêm sendo levantadas nos últimos anos.

Devido a estas contribuições, o trabalho apresentado nesta tese resultou em algumas publicações: 1) em conferências internacionais, com o conteúdo descrito no capítulo 2 (WATANABE; ELIAS; KOHN, 2013b) e no capítulo 3 (WATANABE; KOHN, 2014) e 2) em periódico internacional, com o conteúdo descrito na seção 5.2 (WATANABE; KOHN, 2015). No momento de finalização desta tese está sendo escrito um artigo para periódico internacional com o conteúdo do capítulo 4 e seção 5.1.

Uma das maiores dificuldades durante a realização deste trabalho foi o fato de na literatura existente de identificação de sistemas não haver uma grande preocupação em reportar detalhes da implementação computacional dos diferentes métodos. Por isso, apesar de neste trabalho não ter sido desenvolvido nenhum método novo de identificação de sistemas, esta tese deixa como contribuição a escrita em formato de pseudocódigo (Figuras 3.5, 3.6, 3.7 e 4.1) dos métodos de identificação de sistemas utilizados, que podem ser úteis a futuras implementações destes métodos. Além disso, todos os códigos computacionais desenvolvidos referentes aos métodos utilizados nos capítulos 3 e 4, escritos na linguagem MATLAB<sup>®</sup> (MathWorks<sup>®</sup>) e que podem ser executados na plataforma livre GNU Octave, estão disponíveis livremente no endereço <https://github.com/rnwatanabe/FROLSIDentification>.

A contribuição mais significativa reportada nesta tese foi, sem dúvida nenhuma, a descrição do mecanismo do funcionamento do núcleo dos MNs que possibilita a decodificação em força muscular das entradas motoneuronais oscilatórias em torno de 20 Hz (banda-beta) ou em frequências mais altas, conforme descrito no capítulo 5. Este achado, em princípio, poderia

ter sido feito utilizando somente o modelo biologicamente realista descrito no apêndice A, não sendo necessária a identificação de sistemas realizada ao longo do trabalho apresentado nesta tese. Porém, modelos biologicamente realistas de núcleo de MNs, como o empregado neste trabalho, são utilizados por diversos grupos de pesquisadores há mais de uma década e a busca pela função das oscilações corticais na banda beta e gama no controle motor tem sido bastante intensa nos últimos anos. Apesar disso, não é de conhecimento do autor nenhum outro trabalho que tenha proposto algum mecanismo que possibilite que oscilações corticais na banda-beta (20 Hz) tenham efeitos sobre os MNs para a geração de força. Este achado só foi possível devido à análise no domínio da frequência, que utilizou o conceito de FRFG a partir do modelo de núcleo de MNs identificado, ter mostrado que o sistema de núcleo de MNs se comporta como um sistema não linear passa-baixas.

Apesar do avanço no entendimento da transdução das entradas pré-motoneuronais em força muscular, há muitas questões em aberto a respeito desta transdução. Por exemplo, a função das células de Renshaw é ainda matéria de muita investigação. Outros pontos ainda não totalmente esclarecidos são como os dendritos ativos podem afetar a transdução neuromecânica ou como as entradas de origem sensorial podem afetar o comportamento do núcleo de MNs. A investigação destas e outras questões poderão ter grande avanço ao se utilizar a mesma metodologia apresentada ao longo desta tese.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUIRRE, L. A. **Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais.** 3. ed. Belo Horizonte: Editora da UFMG, 2007. 728 p.
- ANDRYKIEWICZ, A. et al. Corticomuscular synchronization with small and large dynamic force output. **BMC neuroscience**, v. 8, p. 101, 2007. ISSN 1471-2202.
- ARNOLD, E. M. et al. A model of the lower limb for analysis of human movement. **Annals of Biomedical Engineering**, v. 38, n. 2, p. 269–279, 2010.
- AUMANN, T. D.; PRUT, Y. Do sensorimotor  $\beta$ -oscillations maintain muscle synergy representations in primary motor cortex? **Trends in Neurosciences**, Elsevier Ltd, v. 38, n. 2, p. 77–85, dec 2015. ISSN 01662236.
- BAKER, S. N. et al. The role of synchrony and oscillations in the motor output. **Experimental Brain Research**, v. 128, n. 1-2, p. 109–117, 1999.
- BAKER, S. N.; OLIVIER, E.; LEMON, R. N. Coherent oscillations in monkey motor cortex and hand muscle EMG show task-dependent modulation. **Journal of Physiology-London**, v. 501, n. 1, p. 225–241, may 1997.
- BAKER, S. N.; PINCHES, E. M.; LEMON, R. N. Synchronization in monkey motor cortex during a precision grip task. II. effect of oscillatory activity on corticospinal output. **Journal of neurophysiology**, v. 89, n. 4, p. 1941–1953, apr 2003.
- BAKER, S. N. et al. Synchronization in monkey motor cortex during a precision grip task. I. task-dependent modulation in single-unit synchrony. **Journal of Neurophysiology**, v. 85, p. 869–885, 2001.
- BASHOR, D. P. A large-scale model of some spinal reflex circuits. **Biological Cybernetics**, v. 157, p. 147–157, 1998.
- BELLEMARE, F. et al. Motor-unit discharge rates in maximal voluntary contractions of three human muscles. **Journal of Neurophysiology**, v. 50, n. 6, p. 1380–1392, 1983.

- BENDAT, J. S. **Nonlinear System Techniques and Applications**. New York: John Wiley & Sons, 1998. 475 p.
- BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G. **Random Data: Analysis and Measurement Procedures (Wiley Series in Probability and Statistics)**. New Jersey: Wiley, 2010. 640 p.
- BILLINGS, S.; VOON, W. S. F. Structure detection and model validity tests in the identification of nonlinear systems. **IEE Proceedings D Control Theory and Applications**, v. 130, n. 4, p. 193, 1983.
- BILLINGS, S. A. **Nonlinear system identification**. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd., 2013. 574 p.
- BILLINGS, S. a.; CHEN, S.; KORENBERG, M. J. Identification of MIMO non-linear systems using a forward-regression orthogonal estimator. **International Journal of Control**, v. 49, n. 6, p. 2157–2189, jun 1989.
- BILLINGS, S. A.; VOON, W. S. F. Correlation based model validity tests for non-linear models. **International Journal of Control**, Taylor & Francis, v. 44, n. 1, p. 235–244, 1986.
- BOYD, S.; CHUA, L. O. Fading Memory and the Problem of Approximating Nonlinear Operators with Volterra Series. **IEEE Transactions on Circuits and Systems, C**, n. November, p. 1150–1161, 1985.
- BROCKWELL, P. J.; DAVIS, R. A. **Time Series: Theory and Methods**. New York: Springer-Verlag, 1991. 577 p.
- BUCHTHAL, F.; SCHMALBRUCH, H. Motor Unit of Mammalian Muscle. **Physiological Reviews**, v. 60, n. 1, p. 90–142, 1980.
- CARLSON, A. B. **Communication systems**. Second ed. New York: McGraw-Hill, 1975. 495 p.
- CHAKAROV, V. et al. Beta-range EEG-EMG coherence with isometric compensation for increasing modulated low-level forces. **Journal of neurophysiology**, v. 102, n. 2, p. 1115–1120, 2009.
- CHAUD, V. M. et al. A simulation study of the effects of activation-dependent muscle stiffness on proprioceptive feedback and short-latency reflex. In: **The Fourth IEEE RAS/EMBS**

**International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics.** Rome: IEEE, 2012. p. 133–138.

CHENG, E. J.; BROWN, I. E.; LOEB, G. E. Virtual muscle: a computational approach to understanding the effects of muscle properties on motor control. **Journal of Neuroscience Methods**, v. 101, n. 2, p. 117–130, 2000.

CISI, R. R. L.; KOHN, A. F. Simulation system of spinal cord motor nuclei and associated nerves and muscles, in a Web-based architecture. **Journal of Computational Neuroscience**, v. 25, n. 3, p. 520–542, 2008.

CLANCY, E. a. et al. Identification of constant-posture EMG-torque relationship about the elbow using nonlinear dynamic models. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, v. 59, n. 1, p. 205–212, jan 2012.

CONWAY, B. A. et al. Synchronization between motor cortex and spinal motoneuronal pool during the performance of a maintained motor task in man. **Journal of Physiology-London**, v. 489, n. 3, p. 917–924, 1995.

De Luca, C. J. D. et al. Control scheme governing concurrently active human motor units during voluntary contractions. **Journal of Physiology-London**, v. 329, p. 129–142, 1982.

DESTEXHE, A. Conductance-based integrate-and-fire models. **Neural Computation**, v. 9, n. 3, p. 503–514, 1997.

DESTEXHE, A.; MAINEN, Z. F.; SEJNOWSKI, T. J. An efficient method for computing synaptic conductances based on a kinetic-model of receptor-binding. **Neural Computation**, v. 6, n. 1, p. 14–18, 1994.

DHAIFALLAH, M. A.; WESTWICK, D. T. Nonlinear modeling and identification of stretch reflex dynamics using support vector machines. **Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society**, v. 2009, p. 4371–4, jan 2009.

DIDERIKSEN, J. L. et al. An integrative model of motor unit activity during sustained submaximal contractions. **Journal of Applied Physiology**, v. 108, n. 6, p. 1550–62, jun 2010.

DIDERIKSEN, J. L. et al. One central oscillatory drive is compatible with experimental motor unit behaviour in essential and Parkinsonian tremor. **Journal of Neural Engineering**, IOP Publishing, v. 12, n. 4, p. 46019, 2015.

- DING, Q. et al. A novel motion estimate method of human joint with EMG-driven model. In: IEEE (Ed.). **5th International Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering**. Wuhan: IEEE, 2011.
- DRUNEN, P. van et al. Identifying intrinsic and reflexive contributions to low-back stabilization. **Journal of Biomechanics**, Elsevier, p. 1–7, apr 2013. ISSN 1873-2380.
- ELIAS, L. A. **Modelagem e simulação do sistema neuromuscular responsável pelo controle do torque gerado na articulação do tornozelo**. 122 p. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2013.
- ELIAS, L. A.; CHAUD, V. M.; KOHN, A. F. Models of passive and active dendrite motoneuron pools and their differences in muscle force control. **Journal of Computational Neuroscience**, Springer Netherlands, v. 33, n. 3, p. 515–531, 2012.
- ELIAS, L. A.; KOHN, A. F. Individual and collective properties of computationally efficient motoneuron models of types S and F with active dendrites. **Neurocomputing**, v. 99, p. 521–533, jan 2013.
- ELIAS, L. A.; WATANABE, R. N.; KOHN, A. F. Spinal mechanisms may provide a combination of intermittent and continuous control of human posture: predictions from a biologically based neuromusculoskeletal model. **PLoS Computational Biology**, v. 10, n. 11, p. e1003944, nov 2014.
- ENGEL, A. K.; FRIES, P. Beta-band oscillations—signalling the status quo? **Current opinion in neurobiology**, v. 20, n. 2, p. 156–65, apr 2010.
- ENOKA, R. M.; FUGLEVAND, A. J. Motor unit physiology: Some unresolved issues. **Muscle & Nerve**, v. 24, n. 1, p. 4–17, 2001.
- FARINA, D.; NEGRO, F.; DIDERIKSEN, J. L. The effective neural drive to muscles is the common synaptic input to motor neurons. **Journal of physiology-London**, v. 592, n. 16, p. 3427–3441, may 2014.
- FARMER, S. F. et al. The frequency content of common synaptic inputs to motoneurones studied during voluntary isometric contraction man. **Journal of Physiology-London**, v. 470, p. 127–155, 1993.
- FETZ, E. E. Volitional control of cortical oscillations and synchrony. **Neuron**, Elsevier, v. 77, n. 2, p. 216–218, 2013.

- FLESHMAN, J. W.; SEGEV, I.; BURKE, R. Electrotonic architecture of type-identified alpha-motoneurons in the cat spinal cord. **Journal of Neurophysiology**, v. 60, n. 1, p. 60–85, 1988.
- FUGLEVAND, A. J.; WINTER, D. A.; PATLA, A. E. Models of Recruitment and Rate Coding Organization in Motor-Unit Pools. **Journal of Neurophysiology**, v. 70, n. 6, p. 2470–2488, 1993.
- GALLEGÓ, J. a. et al. Influence of common synaptic input to motor neurons on the neural drive to muscle in essential tremor. **Journal of neurophysiology**, v. 113, n. 1, p. 182–91, jan 2015.
- GALLEGÓ, J. a. et al. The phase difference between neural drives to antagonist muscles in essential tremor is associated with the relative strength of supraspinal and afferent input. **The Journal of Neuroscience**, v. 35, n. 23, p. 8925–8937, 2015.
- GARNETT, R. A. F. et al. Motor Unit Organization of Human Medial Gastrocnemius. **Journal of Physiology-London**, v. 287, n. Feb, p. 33–43, 1979.
- GEORGE, D. A. **Continuous nonlinear systems**. Cambridge, 1959. 108 p.
- GILBERTSON, T. et al. Existing motor state is favored at the expense of new movement during 13-35 Hz oscillatory synchrony in the human corticospinal system. **The Journal of Neuroscience**, v. 25, n. 34, p. 7771–7779, 2005.
- GOLLEE, H. et al. Frequency-domain identification of the human controller. **Biological Cybernetics**, v. 106, n. 6-7, p. 359–372, sep 2012.
- GWIN, J. T.; FERRIS, D. P. Beta- and gamma-range human lower limb corticomuscular coherence. **Frontiers in human neuroscience**, v. 6, n. September, p. 258, jan 2012.
- HALLIDAY, D. M. et al. Using electroencephalography to study functional coupling between cortical activity and electromyograms during voluntary contractions in humans. **Neuroscience Letters**, v. 241, n. 1, p. 5–8, 1998.
- HARRIS, C. M.; WOLPERT, D. M. Signal-dependent noise determines motor planning. **Nature**, v. 394, n. 6695, p. 780–784, 1998.
- HE, J. P.; LEVINE, W. S.; LOEB, G. E. Feedback gains for correcting small perturbations to standing posture. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 36, n. 3, p. 322–332, 1991.

- HECKMAN, C. J.; ENOKA, R. M. Motor unit. **Comprehensive Physiology**, v. 2, n. October, p. 2629–2682, 2012.
- HELM, F. C. T. van der et al. Identification of intrinsic and reflexive components of human arm dynamics during postural control. **Journal of Neuroscience Methods**, v. 119, n. 1, p. 1–14, sep 2002.
- HENNEMAN, E.; OLSON, C. B. Relations between structure and function in design of skeletal muscles. **Journal of Neurophysiology**, v. 28, n. 3, p. 581–598, 1965.
- HENNEMAN, E.; SOMJEN, G.; CARPENTER, D. O. Functional significance of cell size in spinal motoneurons. **Journal of Neurophysiology**, v. 28, n. 3, p. 560–580, 1965.
- HÉROUX, M. E. et al. Absence of lateral gastrocnemius activity and differential motor unit behavior in soleus and medial gastrocnemius during standing balance. **Journal of applied physiology**, v. 116, n. 2, p. 140–148, jan 2014.
- HILL, A. V. The heat of shortening and the dynamic constants of muscle. **Proceedings of the Royal Society of London Series B-Biological Sciences**, v. 126, n. 843, p. 136–195, 1938.
- HODGKIN, A. L.; HUXLEY, A. F. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. **Journal of Physiology-London**, v. 117, n. 4, p. 500–544, 1952.
- ISERMANN, R.; MUENCHHOFF, M. **Identification of dynamic systems**. Berlin: Springer-Verlag, 2011. 705 p.
- JOHANSSON, R.; MAGNUSSON, M.; AKESSON, M. Identification of human postural dynamics. **IEEE transactions on bio-medical engineering**, v. 35, n. 10, p. 858–869, oct 1988.
- JOHNSON, M. a. et al. Data on the distribution of fibre types in thirty-six human muscles. An autopsy study. **Journal of the Neurological Sciences**, v. 18, n. 1, p. 111–29, jan 1973.
- KANDEL, E. R. et al. **Principles of neural science**. 5. ed. New York: McGraw-Hill, 2013. 1760 p.
- KELLY, L. A.; RACINAIS, S.; CRESSWELL, A. G. Discharge properties of abductor hallucis before, during, and after an isometric fatigue task. **Journal of neurophysiology**, v. 110, n. 4, p. 891–898, 2013.

- KILNER, J. M. et al. Human cortical muscle coherence is directly related to specific motor parameters. **The Journal of Neuroscience**, v. 20, n. 23, p. 8838–8845, 2000.
- KOOIJ, H. van der; ASSELDONK, E. van; HELM, F. C. T. van der. Comparison of different methods to identify and quantify balance control. **Journal of Neuroscience Methods**, v. 145, n. 1-2, p. 175–203, jun 2005.
- KRISTEVA, R.; PATINO, L.; OMLOR, W. Beta-range cortical motor spectral power and corticomuscular coherence as a mechanism for effective corticospinal interaction during steady-state motor output. **Neuroimage**, v. 36, n. 3, p. 785–792, 2007.
- KUKULKA, C. G.; CLAMANN, H. P. Comparisons of the recruitment and discharge properties of motor units in human brachial biceps and adductor pollicis during isometric contractions. **Brain Research**, v. 219, n. 1, p. 45–55, 1981.
- KUO, A. D. An optimal state estimation model of sensory integration in human postural balance. **Journal of Neural Engineering**, v. 2, n. 3, p. S235—49, sep 2005. ISSN 1741-2560.
- LAN, N. et al. Reflex regulation of antagonist muscles for control of joint equilibrium position. **IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering**, v. 13, n. 1, p. 60–71, 2005.
- LIN, C. C. K.; CRAGO, P. E. Neural and mechanical contributions to the stretch reflex: A model synthesis. **Annals of Biomedical Engineering**, v. 30, n. 1, p. 54–67, 2002.
- LJUNG, L. **System identification: theory for the user**. New Jersey: Prentice Hall, 1999. 609 p.
- LOWERY, M. M.; MYERS, L. J.; ERIM, Z. Coherence between motor unit discharges in response to shared neural inputs. **Journal of Neuroscience Methods**, v. 163, n. 2, p. 384–391, 2007. ISSN 01650270.
- LYTTON, W. W. Optimizing synaptic conductance calculation for network simulations. **Neural Computation**, v. 8, n. 3, p. 501–509, 1996.
- MAGALHÃES, F. H. et al. D1 and D2 Inhibitions of the Soleus H-Reflex Are Differentially Modulated during Plantarflexion Force and Position Tasks. **Plos One**, v. 10, n. 11, p. e0143862, 2015.

- MARMARELIS, P. Z.; MARMARELIS, V. Z. **Analysis of physiological systems : the white-noise approach.** New York: Plenum Press, 1978. 479 p.
- MATTHEWS, P. B.; STEIN, R. B. Regularity of primary and secondary muscle spindle afferent discharges. **Journal of Physiology-London**, v. 202, n. 1, p. 59–82, 1969.
- MCCOMAS, A. J. Invited review: Motor unit estimation: Methods, results, and present status. **Muscle & Nerve**, Wiley Subscription Services, Inc., A Wiley Company, v. 14, p. 585–597, 1991.
- MELLO, E. M. **O controle neural do tríceps sural e implicações na manutenção da postura ortostática.** 136 p. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.
- MENDEZ-BALBUENA, I. et al. Corticomuscular coherence reflects interindividual differences in the state of the corticomuscular network during low-level static and dynamic forces. **Cerebral Cortex**, v. 22, n. 3, p. 628–638, 2012.
- MENEGALDO, L. L.; OLIVEIRA, L. F. de. Effect of muscle model parameter scaling for isometric plantar flexion torque prediction. **Journal of Biomechanics**, v. 42, n. 15, p. 2597–2601, 2009.
- MILEUSNIC, M. P. et al. Mathematical models of proprioceptors. I. Control and transduction in the muscle spindle. **Journal of Neurophysiology**, v. 96, n. 4, p. 1772–1788, oct 2006.
- MIMA, T. et al. Force level modulates human cortical oscillatory activities. **Neuroscience Letters**, v. 275, n. 2, p. 77–80, 1999.
- MORITZ, C. T. et al. Discharge rate variability influences the variation in force fluctuations across the working range of a hand muscle. **Journal of Neurophysiology**, v. 93, n. 5, p. 2449–2459, 2005.
- MUGGE, W. et al. A rigorous model of reflex function indicates that position and force feedback are flexibly tuned to position and force tasks. **Experimental Brain Research**, v. 200, n. 3-4, p. 325–340, 2010.
- MURTHY, V. N.; FETZ, E. E. Coherent 25- to 35-Hz oscillations in the sensorimotor cortex of awake behaving monkeys. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, v. 89, n. 12, p. 5670–5674, 1992.

- MURTHY, V. N.; FETZ, E. E. Synchronization of neurons during local field potential oscillations in sensorimotor cortex of awake monkeys. *Journal of Neurophysiology*, v. 76, n. 6, p. 3968–3982, 1996.
- NARANJO, J. R. et al. Corticospinal interaction during isometric compensation for modulated forces with different frequencies. *BMC neuroscience*, BioMed Central Ltd, v. 11, n. 1, p. 157, jan 2010.
- NEGRO, F.; FARINA, D. Decorrelation of cortical inputs and motoneuron output. *Journal of Neurophysiology*, v. 106, n. 5, p. 2688–2697, nov 2011.
- NEGRO, F.; FARINA, D. Linear transmission of cortical oscillations to the neural drive to muscles is mediated by common projections to populations of motoneurons in humans. *The Journal of Physiology*, v. 589, n. Pt 3, p. 629–637, feb 2011. ISSN 1469-7793.
- NEGRO, F.; FARINA, D. Factors influencing the estimates of correlation between motor unit activities in humans. *PLoS One*, v. 7, n. 9, p. e44894, sep 2012.
- NEGRO, F.; HOLOBAR, A.; FARINA, D. Fluctuations in isometric muscle force can be described by one linear projection of low-frequency components of motor unit discharge rates. *Journal of Physiology-London*, v. 587, n. 24, p. 5925–5938, 2009.
- OYA, T.; RIEK, S.; CRESSWELL, A. G. Recruitment and rate coding organisation for soleus motor units across entire range of voluntary isometric plantar flexions. *The Journal of Physiology-London*, v. 587, n. Pt 19, p. 4737–48, oct 2009.
- PAPOULIS, A. **Probability, random variables, and stochastic processes**. New York: McGraw-Hill, 1991. 678 p.
- PEREZ, M. A.; SOTEROPoulos, D. S.; BAKER, S. N. Corticomuscular coherence during bilateral isometric arm voluntary activity in healthy humans. *Journal of Neurophysiology*, v. 107, n. 8, p. 2154–2162, 2012.
- PETERKA, R. J. Postural control model interpretation of stabilogram diffusion analysis. *Biological Cybernetics*, v. 82, n. 4, p. 335–343, apr 2000.
- PEYTON-JONES, J. C.; BILLINGS, S. A. Recursive algorithm for computing the frequency response of a class of non-linear difference equation models. *International Journal of Control*, v. 50, n. 5, p. 1925–1940, 1989.

- PIERROT-DESEILLIGNY, E.; BURKE, D. **The circuitry of the human spinal cord: its role in motor control and movement disorders.** Cambridge: University Press, 2005.
- PINTELON, R.; SCHOUKENS, J. **System Identification: A Frequency Domain Approach.** New York: Wiley-IEEE Press, 2012. 788 p.
- RAPHAEL, G.; TSIANOS, G. A.; LOEB, G. E. Spinal-Like Regulator Facilitates Control of a Two-Degree-of-Freedom Wrist. **Journal of Neuroscience**, v. 30, n. 28, p. 9431–9444, 2010.
- RICE, J. R. Experiments on Gram-Schmidt orthogonalization. **Mathematics of Computation**, v. 20, n. 94, p. 325–328, 1966.
- RUGH, W. J. **Nonlinear System Theory: the Volterra/Wiener approach.** Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1981. 330 p.
- SALENIUS, S. et al. Cortical Control of Human Motoneuron Firing During Isometric Contraction. **Journal of Neurophysiology**, v. 77, p. 3401–3405, 1997.
- SANDERSON, A. C. Input-output analysis of an IPFM Neural model: effects of spike regularity and record length. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, v. 27, n. 3, p. 120–131, 1980.
- SANCES, J. N.; DONOGHUE, J. P. Oscillations in local field potentials of the primate motor cortex during voluntary movement. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, v. 90, n. May, p. 4470–4474, 1993.
- SCHOFFELEN, J.-M.; OOSTENVELD, R.; FRIES, P. Neuronal Coherence as a Mechanism of Effective Corticospinal Interaction. **Science (New York, N.Y.)**, v. 308, p. 111–113, 2005.
- SCHUURMANS, J.; HELM, F. C. T. van der; SCHOUTEN, A. C. Relating reflex gain modulation in posture control to underlying neural network properties using a neuromusculoskeletal model. **Journal of Computational Neuroscience**, v. 30, n. 3, p. 555–565, 2011.
- SCOTT, S. H. Optimal feedback control and the neural basis of volitional motor control. **Nature reviews. Neuroscience**, v. 5, n. 7, p. 532–546, jul 2004.
- STEGEMAN, D. F. et al. The alpha-motoneuron pool as transmitter of rhythmicities in cortical motor drive. **Clinical neurophysiology**, International Federation of Clinical Neurophysiology, v. 121, n. 10, p. 1633–42, oct 2010.

- STIENEN, A. H. A. et al. Analysis of reflex modulation with a biologically realistic neural network. **Journal of Computational Neuroscience**, v. 23, n. 3, p. 333–348, 2007.
- SUBRAMANIAN, K.; OKEY, P.; MILLER, M. NVIZ : An Integrated Environment for Simulation , Visualization and Analysis of Spinal Neuronal Dynamics. **Journal of Imaging Science and Technology**, v. 49, n. 5, p. 505–519, 2005.
- THELEN, D. G. Adjustment of muscle mechanics model parameters to simulate dynamic contractions in older adults. **Journal of Biomechanical Engineering-Transactions of the Asme**, v. 125, n. 1, p. 70–77, 2003.
- USHIYAMA, J. et al. Contraction level-related modulation of corticomuscular coherence differs between the tibialis anterior and soleus muscles in humans. **Journal of Applied Physiology**, v. 112, n. 8, p. 1258–1267, 2012.
- VLUGT, E. de et al. Clonus is explained from increased reflex gain and enlarged tissue viscoelasticity. **Journal of Biomechanics**, v. 45, n. 1, p. 148–155, 2012.
- WATANABE, R. N. **Simulação computacional do sistema neuromuscular para o estudo da variabilidade do torque exercido durante uma flexão plantar**. 77 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.
- WATANABE, R. N.; ELIAS, L. A.; KOHN, A. F. Influences of Ia feedback on low-frequency fluctuations of plantar flexion torque. In: **Neuroscience Meeting 2013**. San Diego: SfN, 2013.
- WATANABE, R. N.; ELIAS, L. A.; KOHN, A. F. Low-frequency fluctuations of plantar flexion torque in force and position control tasks studied experimentally and by a neuromusculoskeletal model. In: **6th Annual International IEEE EMBS Conference on Neural Engineering**. San Diego: IEEE, 2013. p. 794–797.
- WATANABE, R. N.; KOHN, A. F. System identification of a motor unit pool using a realistic neuromusculoskeletal model. In: **5th IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics**. São Paulo: IEEE, 2014. p. 610–615.
- WATANABE, R. N.; KOHN, A. F. Fast Oscillatory Commands from the Motor Cortex Can Be Decoded by the Spinal Cord for Force Control. **Journal of Neuroscience**, v. 35, n. 40, p. 13687–13697, 2015.

- WATANABE, R. N. et al. Influences of premotoneuronal command statistics on the scaling of motor output variability during isometric plantarflexion. **Journal of Neurophysiology**, v. 110, n. 11, p. 2592–2606, sep 2013.
- WEI, H. L.; BILLINGS, S. Improved model identification for non-linear systems using a random subsampling and multifold modelling (RSMM) approach. **International Journal of Control**, v. 82, n. 1, p. 27–42, jan 2009.
- WESTWICK, D. T.; KEARNEY, R. E. **Identification of Nonlinear Physiological Systems**. Hoboken: Wiley, 2003. 261 p.
- WILLIAMS, E. R.; BAKER, S. N. Circuits generating corticomuscular coherence investigated using a biophysically based computational model. I. descending systems. **Journal of Neurophysiology**, v. 101, n. 1, p. 31–41, 2009.
- WILLIAMS, E. R.; BAKER, S. N. Renshaw cell recurrent inhibition improves physiological tremor by reducing corticomuscular coupling at 10 Hz. **Journal of Neuroscience**, v. 29, n. 20, p. 6616–6624, 2009.
- YANG, Q. et al. Single-Trial EEG-EMG coherence analysis reveals muscle fatigue-related progressive alterations in corticomuscular coupling. **IEEE transactions on neural systems and rehabilitation engineering**, v. 18, n. 2, p. 97–106, apr 2010.
- ZAJAC, F. E. Muscle and Tendon - Properties, Models, Scaling, and Application to Biomechanics and Motor Control. **Critical Reviews in Biomedical Engineering**, v. 17, n. 4, p. 359–411, 1989.
- ZENGEL, J. E. et al. Membrane Electrical-Properties and Prediction of Motor-Unit Type of Medial Gastrocnemius Motoneurons in the Cat. **Journal of Neurophysiology**, v. 53, n. 5, p. 1323–1344, 1985.
- ZHANG, X.; HOAGG, J. B. Frequency-domain subsystem identification with application to modeling human control behavior. **Systems & Control Letters**, Elsevier B.V., v. 87, p. 36–46, 2016.
- ZHAO, Y.; MEMBER, S.; KEARNEY, I. R. E. Decomposition of a Parallel Cascade Model of Ankle Stiffness Using Subspace Methods. In: **28th IEEE EMBS Annual International Conference**. New York: IEEE, 2006. p. 296–299.

## APÊNDICE A – MODELO NEUROMUSCULOESQUELÉTICO UTILIZADO

O modelo neuromusculoesquelético utilizado (CISI; KOHN, 2008; ELIAS; CHAUD; KOHN, 2012; WATANABE et al., 2013; ELIAS; KOHN, 2013; ELIAS; WATANABE; KOHN, 2014; WATANABE; KOHN, 2015) representa o tibial anterior (TA) (músculo da perna responsável pela flexão dorsal) e os três músculos do tríceps sural (TS): SOL, GM e gastrocnêmio lateral (GL) (músculos da perna responsáveis pela flexão plantar), juntamente com os seus respectivos núcleos de unidades motoras e proprioceptores.

Na Figura A.1 está um diagrama simplificado com a visão geral do modelo neuromusculoesquelético utilizado ao longo deste trabalho.

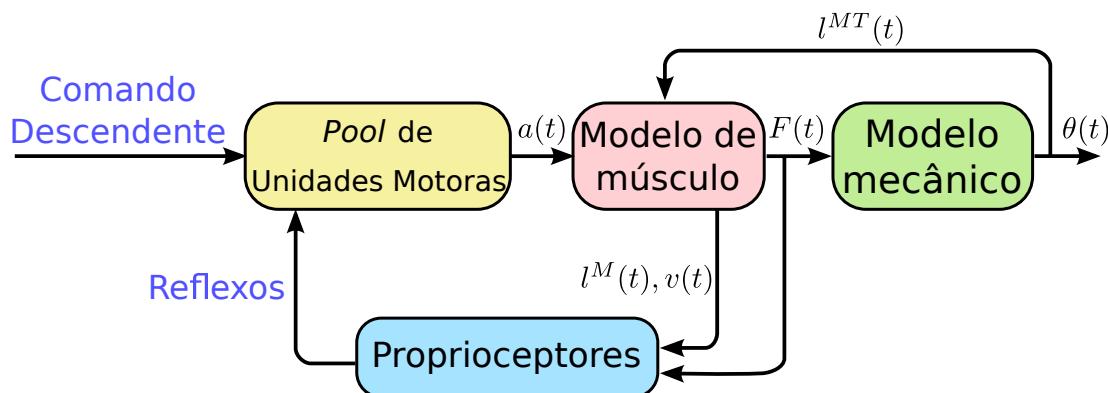


Figura A.1 – Visão geral do modelo neuromusculoesquelético biologicamente realista utilizado ao longo deste trabalho.  $a(t)$ : sinal de ativação muscular;  $F(t)$ : força gerada pelo músculo;  $\theta(t)$ : ângulo de variação do tornozelo;  $l^M(t)$ : comprimento muscular;  $v(t)$ : velocidade de variação do comprimento muscular;  $l^{MT}(t)$ : comprimento do sistema musculotendíneo.

Cada um dos músculos que compõe o modelo da Figura A.1 é modelado separadamente. Desta forma, cada um dos músculos tem os sinais  $a(t)$ ,  $F(t)$ ,  $l^M(t)$ ,  $v(t)$  e  $l^{MT}(t)$  calculados de forma independente dos outros músculos.

Nas seções a seguir, cada um dos blocos da Figura A.1 é explicado de forma detalhada.

### A.1 MODELO DO NÚCLEO DE UNIDADES MOTORAS

O modelo do núcleo de unidades motoras usado foi descrito em (CISI; KOHN, 2008; ELIAS; CHAUD; KOHN, 2012; WATANABE et al., 2013; ELIAS; WATANABE; KOHN, 2014). Na Figura A.2 está um diagrama da estrutura do modelo do núcleo de unidades motoras.

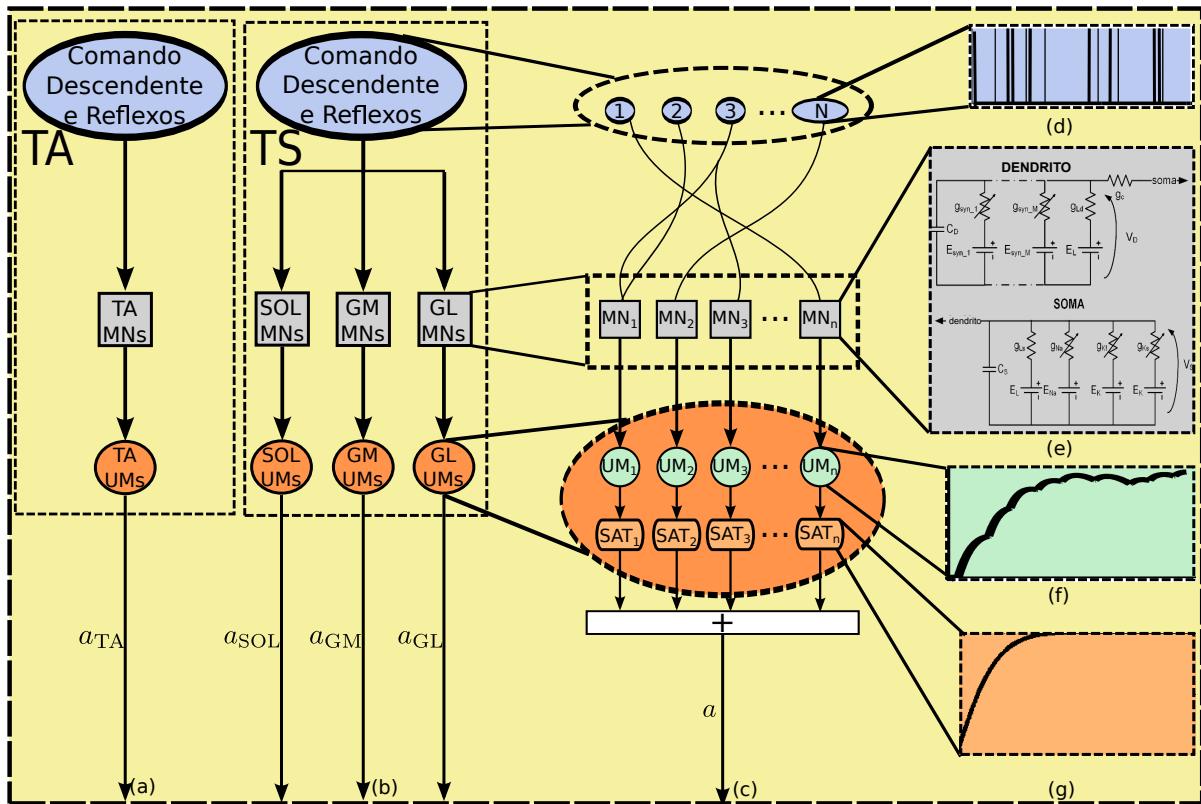


Figura A.2 – Estrutura do núcleo de unidades motoras usado nesse estudo (a) visão esquemática do tibial anterior (TA). O núcleo de unidades motoras do TA consiste em seus motoneurônios (MNs) e suas respectivas unidades musculares (UM).  $a_{TA}$ : sinal de ativação do TA; (b) visão esquemática do tríceps sural (TS) e seus três músculos: Sóleo (SOL), Gastrocnêmio Medial (GM) e Gastrocnêmio Lateral (GL). O núcleo de unidades motoras de cada músculo do TS consiste em seus MNs e suas respectivas UMs.  $a_{SOL}, a_{GM}, a_{GL}$ : sinal de ativação do SOL, GM e GL, respectivamente; (c) representação esquemática das unidades motoras (MNs e UMs) de um músculo. Cada um dos  $N$  processos pontuais de renovação representando os axônios descendentes e providos dos diferentes proprioceptores (reflexos) se conecta a uma fração dos MNs. Cada UM recebe um trem de potenciais de ação (PAs) do seu MN. Esse trem de PAs é filtrado por um sistema de segunda-ordem criticamente amortecido. Cada um desses sinais filtrados é somado para produzir o sinal de ativação  $a$ ; (d) trem de processos pontuais de renovação representando um trem de PAs de um axônio; (e) circuito usado para representar o modelo de MN;  $g_{syn_1}$  a  $g_{syn_M}$ : condutância sináptica para sinapse 1 a  $M$ ;  $g_c$ : condutância de acoplamento;  $g_{Ld}$  e  $g_{Ls}$ : condutância de fuga dendrítica e do soma, respectivamente;  $g_{Na}$ ,  $g_{Kf}$  e  $g_{Ks}$ : condutâncias de  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$  rápido e  $\text{K}^+$  lento, respectivamente;  $E_L$ : potencial de Nernst;  $E_{Na}$  e  $E_K$ : potencial de equilíbrio de  $\text{Na}^+$  e  $\text{K}^+$ , respectivamente;  $E_{syn_1}$  a  $E_{syn_M}$ : potencial de reversão das sinapses 1 a  $M$ ;  $C_s$  e  $C_D$ : capacitâncias somáticas e dendríticas, respectivamente;  $V_S$  e  $V_D$ : potencial de membrana do soma e do dendrito, respectivamente; (f) uma parcela do sinal de ativação produzida por uma UM; (g) função de saturação de uma UM.

Os motoneurônios (MNs) foram representados por modelos do tipo *conductance-based* com dois compartimentos, um representando o soma e outro a arborização dendrítica do MN.

O circuito elétrico que representa o comportamento de um MN está na Figura A.2(e). A solução das equações diferenciais de Hodgkin-Huxley dos canais iônicos (HODGKIN; HUXLEY, 1952) são aproximadas por pulsos (DESTEXHE, 1997). Os parâmetros dos MNs são distribuídos linearmente de forma que o princípio do tamanho (HENNEMAN; SOMJEN; CARPENTER, 1965) seja obedecido. Mais detalhes podem ser encontrados em Cisi e Kohn (2008), Elias, Chaud e Kohn (2012), Watanabe et al. (2013) e Elias, Watanabe e Kohn (2014).

Para cada potencial de ação (PA) que um MN gera, a sua UM correspondente gera um sinal que é obtido utilizando um filtro de segunda-ordem criticamente amortecido (CISI; KOHN, 2008) (ver Figura A.2(f)). O sinal gerado por uma UM em resposta a um PA (resposta ao impulso), chamado de abalo, segue a seguinte equação:

$$a(t) = \frac{t}{T_p} e^{\left(1 - \frac{t}{T_p}\right)}, t \geq 0 \quad (\text{A.1})$$

em que  $T_p$  é o tempo que o sinal leva para atingir seu valor máximo. Os valores de  $T_p$  variam para cada UM, de forma que o princípio do tamanho seja obedecido (HENNEMAN; OLSON, 1965). Esses sinais de cada UM são multiplicados por uma saturação sigmoidal (WATANABE et al., 2013) (ver Figura A.2(g)) e então são somados para gerar o sinal de ativação  $a(t)$  de cada músculo (ver Figura A.2(c)). A função de saturação de cada UM foi ajustada de forma que cada UM atingisse sua ativação tetânica quando a frequência de disparos do seu respectivo MN atingisse um dado nível, de acordo com os dados de Enoka e Fuglevand (2001) e para que o valor da amplitude do sinal gerado em resposta a um PA tivesse os mesmos valores encontrados em Garnett et al. (1979), Buchthal e Schmalbruch (1980) e Bellemare et al. (1983). Após a saturação, os sinais obtidos de cada uma das UM são somados e normalizados pela força máxima de cada um dos músculos (MENEGALDO; OLIVEIRA, 2009). Cada um dos músculos tem um sinal de ativação diferente (ver Figura A.2(a,b)). O sinal de ativação de cada músculo é composto de um sinal de ativação para as fibras lentas  $a_I(t)$  e outro para as fibras rápidas  $a_{II}(t)$  (ver seção A.2). O sinal  $a_I(t)$  de cada músculo provém das unidades motoras de contração lenta (S) e o sinal  $a_{II}(t)$  de cada músculo provém das unidades motoras de contração rápida e resistente à fadiga (FR) e contração rápida e fadiga rápida (FF). No caso de simulações com contrações isométricas, não é necessária a utilização de modelo de músculo. Neste caso a força muscular  $F(t)$  é igual ao sinal de ativação  $a(t)$  sem a normalização pela força máxima. Na Tabela A.1 está a quantidade de unidades motoras utilizada em cada músculo.

Um elemento particularmente importante para a realização da identificação do modelo é a geração da condutância sináptica, e por esse motivo essa geração será explicada mais

Tabela A.1 – Número de unidades motoras adotado no modelo para cada músculo do TS e do TA divididos por tipo. S: contração lenta; FR: contração rápida e resistente à fadiga; FF:contração rápida e fadiga rápida

Núcleo motor	tipo S	tipo FR	tipo FF
sóleo (SOL)	800	50	50
gastrocnêmio medial (GM)	300	150	150
gastrocnêmio lateral (GL)	130	65	65
tibial anterior (TA)	250	50	50

detalhadamente a seguir. Os valores dos parâmetros do modelo da condutância sináptica descritos a seguir são para os axônios do comando descendente (condutância sináptica excitatória dendrítica). Os parâmetros das demais sinapses podem ser encontrados em Elias (2013).

O decurso temporal da condutância sináptica no compartimento dendrítico é descrito pela seguinte equação diferencial:

$$\dot{r}(t) = \alpha[T][1 - r(t)] - \beta r(t) \quad (\text{A.2})$$

em que  $\dot{\cdot}$  representa a derivada em relação ao tempo,  $r(t)$  representa a fração de receptores ligados a neurotransmissores,  $\alpha$  e  $\beta$  são as taxas constantes direta e reversa para a ligação de neurotransmissores, respectivamente, e  $[T]$  é a concentração de neurotransmissor lançado na fenda sináptica.

Destexhe, Mainen e Sejnowski (1994) consideram que  $[T]$  é um pulso, já que essa concentração cresce e decresce muito rapidamente. Com essa suposição, a Eq. (A.2) pode ser resolvida de forma analítica. Desta forma, durante o pulso em que  $[T] = T_{max}$  ( $T_{max} = 1$  mM),  $r(t)$  é dado pela seguinte equação:

$$r(t - t_0) = r_\infty + [r(t_0) - r_\infty]e^{(-\frac{t-t_0}{\tau_r})}, \quad t_0 \leq t < t_1 \quad (\text{A.3})$$

com  $r_\infty = \frac{\alpha T_{max}}{\alpha T_{max} + \beta}$ , a constante de tempo  $\tau_r = \frac{1}{\alpha T_{max} + \beta}$ ,  $t_0$  é o instante da ocorrência de um PA no axônio correspondente àquela sinapse e  $t_1$  é o instante em que o pulso acaba. Foi adotado  $\alpha = 0,5 \text{ ms}^{-1}$  e  $\beta = 2,5 \text{ ms}^{-1}$ . Após o pulso, com  $[T] = 0 \text{ mM}$ ,  $r(t)$  é dado por:

$$r(t - t_1) = r(t_1)e^{-\beta(t-t_1)}, \quad t \geq t_1 \quad (\text{A.4})$$

A duração do pulso ( $t_1 - t_0$ ) foi adotada como 0,2 ms, de forma que a saturação sináptica ocorre para frequências dos processos dos axônios descendentes maiores que 5 kHz.

A condutância sináptica  $g_{syn_n}$  da sinapse  $n$  é dada pelo produto entre  $r_n(t)$  e a máxima condutância sináptica ( $\bar{g}_{syn} = 600 \text{ nS}$ ). As sinapses do mesmo tipo (neste caso, excitatórias

feitas com os axônios descendentes) podem ser somadas em um único valor de condutância:

$$g_{\text{syn}}(t) = \sum_{n=1}^M \bar{g}_{\text{syn}} r_n = \sum_{n=1}^M g_{\text{syn}_n} \quad (\text{A.5})$$

O processo de geração da condutância sináptica está esquematizado na Figura A.3.

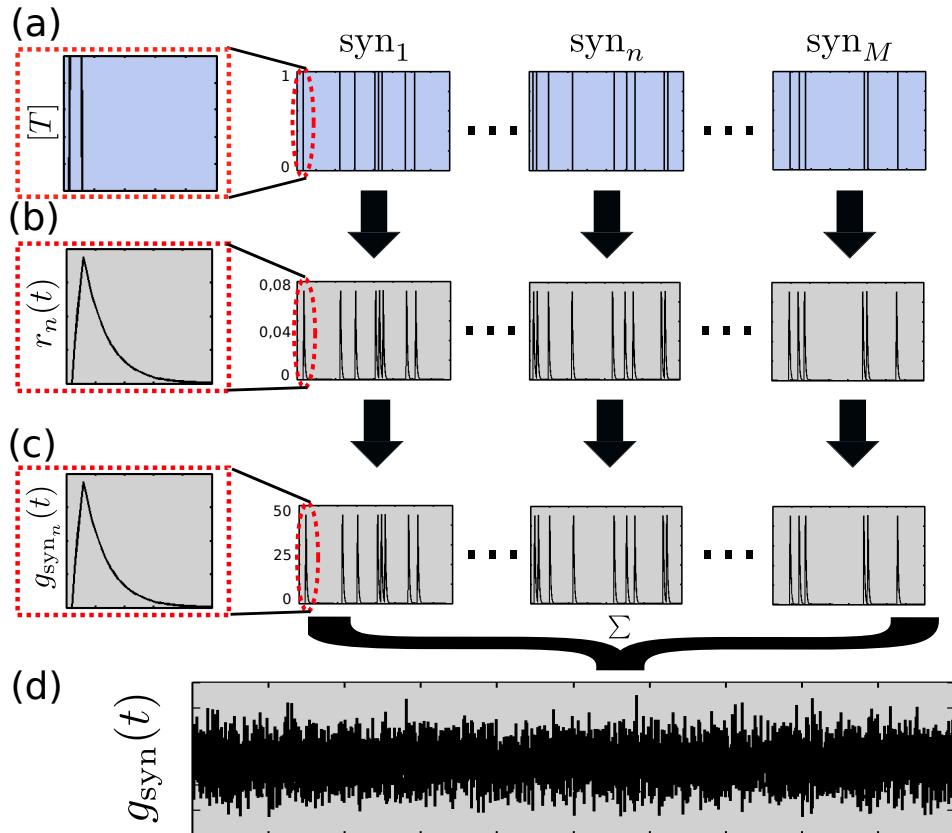


Figura A.3 – Geração da condutância sináptica. Em cada uma das três colunas à direita é mostrado o processo da geração da condutância  $g_{\text{syn}_n}$  de uma sinapse. (a) concentração de neurotransmissor  $[T]$  lançado na fenda sináptica. Os instantes em que os pulsos de concentração acontecem são os mesmos dos *spikes* que chegam do axônio correspondente àquela sinapse (ver Figura A.2(c)). À esquerda em destaque um pulso de  $[T]$ . (b) Fração de receptores ligados a neurotransmissores  $r_n(t)$  em cada sinapse. À esquerda em destaque está o decurso temporal de  $r_n(t)$  em resposta à um pulso de  $[T]$ . (c) condutância sináptica  $g_{\text{syn}_n}$  de cada sinapse obtida pela multiplicação de  $r_n(t)$  por  $\bar{g}$ . À esquerda em destaque está o decurso temporal de  $g_{\text{syn}_n}$  relativo a um pulso de  $[T]$ . (d) condutância sináptica  $g_{\text{syn}}$  do MN obtida pela soma de cada uma das  $g_{\text{syn}_n}$ .

No modelo, o cálculo da condutância sináptica  $g_{\text{syn}}(t)$  é feito utilizando o algoritmo de Lytton (1996), que calcula  $g_{\text{syn}}(t)$  de forma eficiente. Basicamente, este algoritmo se baseia na linearidade e invariância no tempo do modelo cinético aproximado, que descreve a ação sináptica no compartimento dendrítico (Eq. (A.3) e Eq. (A.4)). Uma única variável é utilizada para representar a superposição das ativações sinápticas que chegam em um determinado MN. Ao invés de tratar cada ativação sináptica de forma individual, o algoritmo usa a informação de um peso de cada sinapse em cada instante para gerar o valor da condutância  $g_{\text{syn}}(t)$ . Mais

detalhes podem ser encontrados em Lytton (1996).

Outro elemento do modelo são os axônios que fazem conexões sinápticas com os MNs, como o comando descendente e os aferentes. Cada um dos  $N$  axônios geram os disparos de forma independente dos outros axônios. A geração dos disparos seguem um processo pontual estocástico com uma determinada distribuição, como por exemplo distribuição Poisson ou gama (PAPOULIS, 1991). Cada um dos axônios se conecta a uma determinada porcentagem, chamada de conectividade, dos MNs de forma aleatória. Por exemplo, no caso de um axônio ter conectividade 30% e o núcleo de MNs possuir 100 MNs, este axônio se conectará a aproximadamente 30 MNs, escolhidos de forma aleatória.

## A.2 MODELO DE MÚSCULO

O modelo de músculo utilizado foi um modelo tipo Hill, similar ao descrito em Menegaldo e Oliveira (2009), porém acrescido de uma massa, para fins de estabilidade numérica, e de dois elementos contráteis, um representando as fibras lentas ( $C_I$ ) e outro representando as fibras rápidas ( $C_{II}$ ) (CHAUD et al., 2012; WATANABE, 2012). O sinal de ativação  $a_I(t)$  é obtido das unidades motoras de fibras de tipo S. Da mesma forma, o sinal de ativação  $a_{II}(t)$  é obtido das unidades motoras de fibras de tipo FR e FF do núcleo de unidades motoras (ver seção A.1). A Figura A.4 contém um diagrama do modelo de músculo tipo Hill utilizado para cada um dos três músculos do TS e o TA, juntamente com os dois proprioceptores já implementados no sistema (ver seção A.3).

Os elementos  $K^{PE}$  e  $b$  modelam a parte passiva da força ( $F^{PE}$ ) de cada músculo. Essa força é dada por:

$$\tilde{F}^{PE}(t) = \frac{\exp\left[K^{PE}\left(\frac{\tilde{l}^M(t)-1}{\epsilon_0^M}\right)\right]}{\exp(K^{PE})} + b\tilde{v}(t) \quad (\text{A.6})$$

em que  $\langle \tilde{\cdot} \rangle$  representa a grandeza sendo normalizada pelos valores  $F_0$  (força muscular máxima) e  $l_0$  (comprimento ótimo) da maneira apropriada (os valores de força são normalizados por  $F_0$ , os comprimentos são normalizados por  $l_0$  e as combinações desta grandeza são normalizadas com combinações de  $F_0$  e  $l_0$ ), e  $\epsilon_0^M$  é um parâmetro relacionado à diferença entre  $l^M(t)$  e  $l_0$  e à magnitude da força produzida pelo elemento elástico passivo em paralelo.

A força no tendão é dada por:

$$\tilde{F}^T(t) = K^T c^T \ln \left[ \exp\left(\frac{\tilde{l}^T(t) - l_r^T}{c^T} + 1\right) \right] \quad (\text{A.7})$$

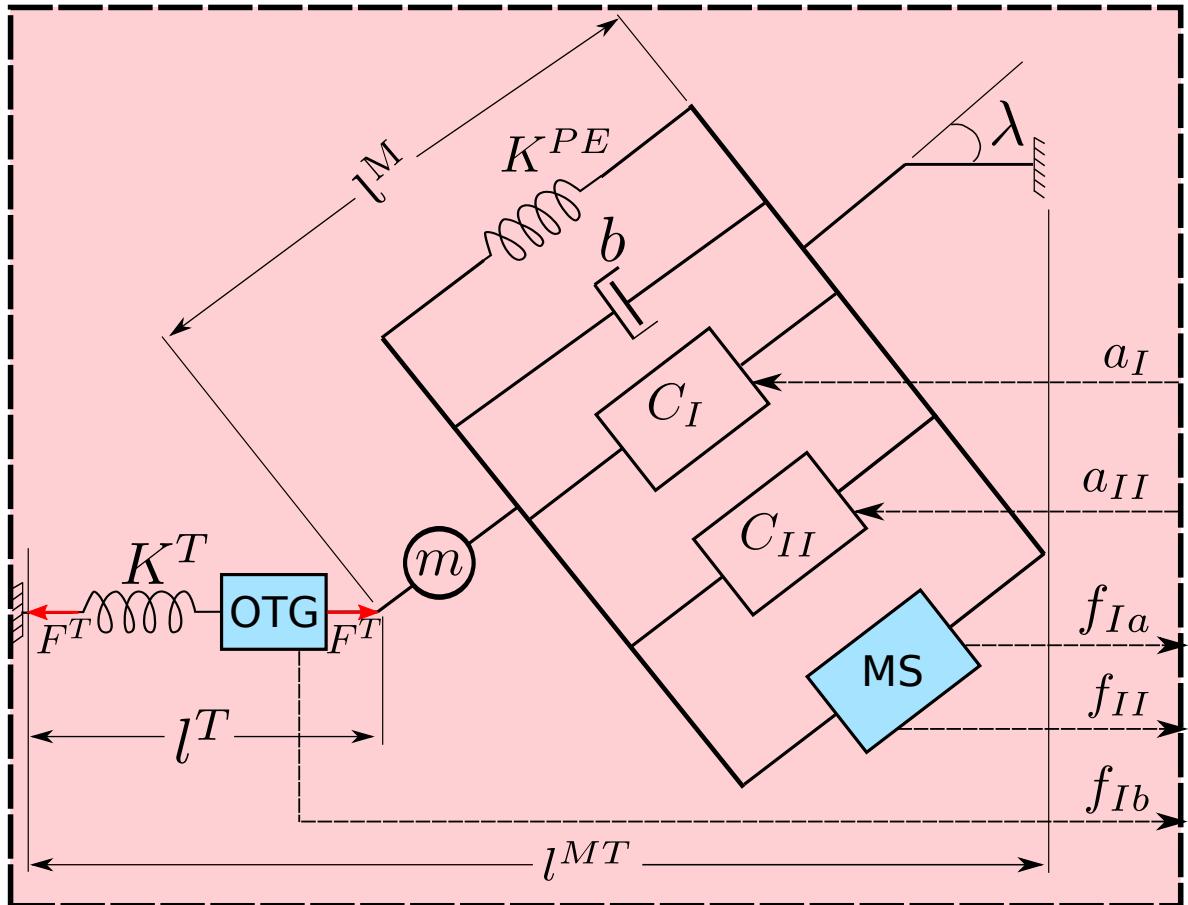


Figura A.4 – Modelo de músculo tipo Hill, juntamente com os proprioceptores (em azul).  $K^{PE}$ : parâmetro do elemento elástico passivo em paralelo;  $b$ : parâmetro do elemento viscoso passivo em paralelo;  $C_I$ : elemento contrátil das fibras lentas;  $C_{II}$ : elemento contrátil das fibras rápidas;  $m$  : massa muscular;  $K^T$ : parâmetro do elemento elástico do tendão;  $\lambda$  : ângulo de penação;  $l^M$ : comprimento do músculo;  $l^T$ : comprimento do tendão;  $l^{MT}$ : comprimento do sistema musculotendíneo.  $a_I$ : sinal de ativação das fibras lentas;  $a_{II}$ : sinal de ativação das fibras rápidas;  $f_{Ia}$ : frequência de disparos dos aferentes Ia;  $f_{II}$ : frequência de disparos dos aferentes tipo II;  $f_{Ib}$ : frequência de disparos dos aferentes Ib; MS: fuso muscular (do inglês *muscle spindle*); OTG: órgão tendinoso de Golgi;  $F^T$ : força produzida pelo tendão.

O comprimento do sistema musculotendíneo  $l^{MT}(t)$  (sistema composto pelo músculo e o tendão), o comprimento da fibra muscular  $l^M(t)$  e o comprimento do tendão  $l^T(t)$  estão relacionados pela seguinte equação:

$$l^{MT}(t) = l^T(t) + l^M(t) \cos[\lambda(t)] \quad (\text{A.8})$$

em que  $l^{MT}(t)$  é obtido do sistema mecânico (ver seção A.4) e  $\lambda(t)$  é o ângulo de penação do músculo e é dado por:

$$\lambda(t) = \arcsen\left(\frac{\sin(\lambda_0)}{\tilde{l}^M(t)}\right) \quad (\text{A.9})$$

em que  $\lambda_0$  é o ângulo de penação inicial.

A força gerada pelos elementos contráteis  $F^C(t)$  é:

$$\tilde{F}^C(t) = a_I(t) \cdot \text{fl}_I(\tilde{l}^M(t)) \cdot \text{fv}_I(\tilde{l}^M(t), \tilde{v}(t)) + a_{II}(t) \cdot \text{fl}_{II}(\tilde{l}^M(t)) \cdot \text{fv}_{II}(\tilde{l}^M(t), \tilde{v}(t)) \quad (\text{A.10})$$

em que fl é a curva força-comprimento e fv é a curva força-velocidade dos elementos contráteis (HILL, 1938). As curvas força-comprimento e força-velocidade são as mesmas utilizadas em Cheng, Brown e Loeb (2000).

Tendo os valores calculados anteriormente, a aceleração da massa  $m$  é calculada usando as leis de Newton. Para obter a velocidade de contração muscular  $v(t)$  a aceleração da massa  $m$  é integrada uma vez e para obter o comprimento muscular  $l^M(t)$  a aceleração da massa  $m$  é integrada duas vezes:

$$\dot{\tilde{v}}(t) = \frac{F_0}{m} \left[ \tilde{F}^T(t) \cos(\lambda(t)) - \left( \tilde{F}^C(t) + \tilde{F}^{PE}(t) \cos^2(\lambda(t)) \right) \right] \quad (\text{A.11})$$

Na Tabela A.2 estão todos os parâmetros adotados para o modelo tipo Hill ao longo deste trabalho, obtidos em Cheng, Brown e Loeb (2000), Thelen (2003), Arnold et al. (2010) e Vlugt et al. (2012).

Tabela A.2 – Parâmetros utilizados no modelo de Hill (CHENG; BROWN; LOEB, 2000; THELEN, 2003; ARNOLD et al., 2010; VLUGT et al., 2012)

Parâmetro	Unidade	SOL	GM	GL	TA
$F_0$	N	3586	1306	606	674
$l_0$	cm	4,90	5,70	6,40	6,80
$m$	kg	0,53	0,22	0,12	0,15
$K^{PE}$	$F_0/l_0$	5	5	5	5
$b$	$F_0 \cdot s/l_0$	0,005	0,005	0,005	0,005
$\epsilon_0^M$	-	0,5	0,5	0,5	0,5
$\lambda_0$	graus	28,3	9,9	12	9,6
$l_0^T$	cm	28,9	42,4	41,3	24,9
$K^T$	$F_0/l_0^T$	27,8	27,8	27,8	27,8
$c^T$	-	0,005	0,005	0,005	0,005
$l_r^T$	$l_0^T$	0,96	0,96	0,96	0,96

### A.3 MODELO DE PROPRIOCEPTORES

Aqui serão descritos os dois tipos de proprioceptores implementados no modelo: o MS e o OTG.

O modelo de MS utilizado é o modelo apresentado por Mileusnic et al. (2006) e usado em Chaud et al. (2012). O modelo de fuso é colocado em paralelo à fibra muscular (ver

Figura A.4). Ele tem como entrada o comprimento  $l^M$  e a variação de comprimento muscular  $v$  (obtidos do modelo de músculo tipo Hill) e retorna a frequência de disparo média dos aferentes Ia ( $f_{I_a}$ ) e dos aferentes do tipo II ( $f_{II}$ ). A  $f_{I_a}$  é uma combinação do comportamento estático e dinâmico da fibra muscular. Por outro lado, a  $f_{II}$  tem informação apenas do comportamento estático da fibra. Tendo as frequências  $f_{I_a}$  e  $f_{II}$  dos aferentes, são gerados os disparos de cada aferente Ia e II. Esses aferentes disparam com uma frequência média igual a  $f_{I_a}$  e  $f_{II}$ , respectivamente, com os ISIs seguindo um processo gama de ordem 25. O valor da ordem dos processos gama dos aferentes Ia e II foi ajustado para que a variabilidade dos disparos dos processos fosse compatível com dados experimentais (MATTHEWS; STEIN, 1969).

O modelo de OTG é o mesmo reportado por Lin e Crago (2002). A frequência de disparo  $f_{I_b}$  é dada por:

$$G(t) = G_1 \ln \left( \frac{F^T(t)}{G_2} + 1 \right) \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{f_{I_b}(s)}{G(s)} = 40 \frac{1,70s^2 + 2,58s + 0,40}{s^2 + 2,20s + 0,40} \quad (\text{A.13})$$

em que  $G_1$  e  $G_2$  são constantes iguais a 60 Hz e 4 N, respectivamente e  $s$  é a frequência complexa provinda da transformada de Laplace. Tendo a frequência  $f_{I_b}$  dos aferentes Ib, são gerados os disparos de cada aferente Ib. Esses aferentes disparam com uma frequência média igual a  $f_{I_b}$ , com os ISIs seguindo um processo gama de ordem 30. O valor da ordem dos processos gama dos aferentes Ib foi ajustado para que a variabilidade dos disparos dos processos fosse compatível com dados experimentais (MATTHEWS; STEIN, 1969).

Na Tabela A.3 estão as quantidades de cada tipo de fibra aferente para cada um dos músculos considerados no modelo.

Tabela A.3 – Quantidade de fibras aferentes para cada músculo

Músculo	Ia	II	Ib
sóleo (SOL)	400	500	300
gastrocnêmio medial (GM)	160	200	120
gastrocnêmio lateral (GL)	160	200	120
tibial anterior (TA)	280	350	140

## A.4 MODELO MECÂNICO

Neste trabalho é utilizado um modelo mecânico, no qual o sistema neuromuscular pode atuar: um modelo mecânico representando o tornozelo utilizado para o estudo de TF e TP. O modelo é de segunda-ordem, linear e invariante no tempo e é apresentado a seguir. Após a

apresentação do modelo mecânico, é mostrada a obtenção do comprimento musculotendíneo  $l^{MT}$  e do momento de cada músculo.

#### A.4.1 MODELO DE TORNOZELO

O modelo mecânico que representa o tornozelo pode ser utilizado em duas condições diferentes: TF, em que o ângulo do tornozelo não varia, e TP, com o ângulo do tornozelo variando. Este modelo foi utilizado em Watanabe, Elias e Kohn (2013a), Watanabe, Elias e Kohn (2013b). Na Figura A.5 está uma representação deste sistema.

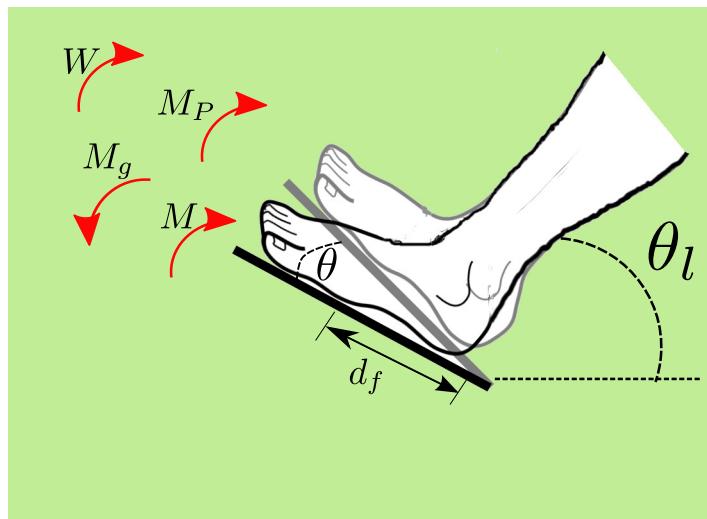


Figura A.5 – Modelo mecânico do tornozelo.  $W$ : momento provindo de uma carga;  $M_p$ : momento passivo do tornozelo;  $M_g$ : momento devido à aceleração da gravidade;  $M$ : momento ativo exercido pelo tornozelo;  $d_f$ : distância do centro do pé ao ponto de rotação do tornozelo;  $\theta_l$ : ângulo que a perna faz com o solo;  $\theta$ : ângulo de variação do tornozelo.

Durante a TP, o ângulo  $\theta$  varia de acordo com:

$$\ddot{\theta} = \frac{M - M_g - M_p + W}{J_f} \quad (\text{A.14})$$

em que  $M$  é o torque ativo (valores positivos representam dorsoflexão e valores negativos flexão plantar),  $M_p$  é o torque passivo (devido à viscoelasticidade dos tecidos),  $W$  é o momento provindo de uma carga,  $J_f$  é o momento de inércia do pé e  $M_g$  é o torque gravitacional. Obtida a aceleração angular  $\ddot{\theta}$ , integra-se duas vezes esse valor para obter  $\dot{\theta}$  e  $\theta$ . O torque  $M_p$  é obtido por:

$$M_p = b_A \dot{\theta}(t) + K_A \theta(t) \quad (\text{A.15})$$

em que  $b_A = 1,1 \text{ N.m.s/rad}$  e  $K_A = 320 \text{ N.m/rad}$  são a viscosidade e a elasticidade passiva

do tornozelo, respectivamente (devido à viscoelasticidade dos tecidos). O  $M_g$  é obtido por:

$$M_g = d_f m_f g \operatorname{sen}(\theta_l - \theta) \quad (\text{A.16})$$

com  $d_f = 0,052$  m, representando a distância entre o centro do pé e o ponto de rotação do tornozelo,  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup> (aceleração da gravidade),  $m_f = 2,01$  kg (massa do pé) e  $\theta_l = \pi/4$  rad (ângulo da perna com o solo).

#### A.4.2 CÁLCULO DO COMPRIMENTO DO SISTEMA MÚSCULOTENDÍNEO E DO MOMENTO

O comprimento do músculo-tendão  $l^{MT}$  e o braço-de-momento  $d$ , utilizados nos dois modelos mecânicos (tornozelo e pêndulo invertido) apresentados acima, são obtidos de equações contidas em Arnold et al. (2010):

$$l^{MT} = \sum_{k=0}^4 \eta_k \theta^k \quad (\text{A.17})$$

$$d = \sum_{k=0}^4 \nu_k \theta^k \quad (\text{A.18})$$

Na Tabela A.4 estão os coeficientes usados para calcular os valores de  $l^{MT}$  e  $d$  em função de  $\theta$  (ARNOLD et al., 2010).

Tabela A.4 – Coeficientes relativos ao cálculo do comprimento do sistema musculotendíneo (Eq. (A.17)) e braço-de-momento (Eq. (A.18)). Dados de Arnold et al. (2010)

Parâmetro	SOL	GM	GL	TA
$\eta_0$ (cm)	32,3	46,4	45,5	30,6
$\eta_1$ (cm/grau)	$7,22 \cdot 10^{-2}$	$7,48 \cdot 10^{-2}$	$7,62 \cdot 10^{-2}$	$-7,44 \cdot 10^{-2}$
$\eta_2$ (cm/grau <sup>2</sup> )	$-2,24 \cdot 10^{-4}$	$-1,13 \cdot 10^{-4}$	$-1,25 \cdot 10^{-4}$	$-1,41 \cdot 10^{-4}$
$\eta_3$ (cm/grau <sup>3</sup> )	$-3,15 \cdot 10^{-6}$	$-3,50 \cdot 10^{-6}$	$-3,55 \cdot 10^{-6}$	$2,42 \cdot 10^{-6}$
$\eta_4$ (cm/grau <sup>4</sup> )	$9,27 \cdot 10^{-9}$	$7,35 \cdot 10^{-9}$	$7,65 \cdot 10^{-9}$	$1,50 \cdot 10^{-8}$
$\nu_0$ (cm)	-4,1	-4,3	-4,4	4,3
$\nu_1$ (cm/grau)	$2,57 \cdot 10^{-2}$	$1,30 \cdot 10^{-2}$	$1,44 \cdot 10^{-2}$	$1,66 \cdot 10^{-2}$
$\nu_2$ (cm/grau <sup>2</sup> )	$5,45 \cdot 10^{-4}$	$6,08 \cdot 10^{-4}$	$6,18 \cdot 10^{-4}$	$-3,89 \cdot 10^{-4}$
$\nu_3$ (cm/grau <sup>3</sup> )	$-2,22 \cdot 10^{-6}$	$-1,87 \cdot 10^{-6}$	$-1,94 \cdot 10^{-6}$	$-4,45 \cdot 10^{-6}$
$\nu_4$ (cm/grau <sup>4</sup> )	$-5,50 \cdot 10^{-9}$	$-1,02 \cdot 10^{-8}$	$-1,02 \cdot 10^{-8}$	$-4,34 \cdot 10^{-8}$

Tendo o braço-de momento  $d$ , o momento  $M$  gerado por cada músculo é dado por:

$$M(t) = F^T(t).d \quad (\text{A.19})$$

O momento ativo  $M(t)$  exercido pelo tornozelo é a soma dos momentos de cada músculo (eq (A.19)):

$$M(t) = \sum_{\substack{k=\text{SOL,GM} \\ \text{GL,TA}}} M_k(t) \quad (\text{A.20})$$

## A.5 RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO MODELO

Durante o trabalho apresentado nesta tese, sempre que foi necessário simular o modelo apresentado neste apêndice as suas equações diferenciais foram resolvidas numericamente utilizando o método de integração de Runge-Kutta de quarta-ordem com passo de integração fixo de 0,05 ms.

## A.6 DISPONIBILIZAÇÃO DO CÓDIGO-FONTE DO MODELO

O código-fonte do modelo descrito neste apêndice, escrito na linguagem de programação Java (Oracle®), está disponível livremente no endereço <http://dx.doi.org/10.6084/m9.figshare.1486375>.

## ÍNDICE

- análise de resíduos, 34, 39  
AR, 66  
ativação, sinal de, 91  
braço-de-momento, 96  
coerência, 19, 26, 63, 65, 68  
    corticomuscular, 56  
contração voluntária máxima, 36, 37, 71  
correlação, 26, 36  
critério de parada, 31, 34, 38  
CST, 62, 63, 65  
código-fonte, 72, 97  
decimação, 36  
ELS, 35, 38  
espectro cruzado, 19, 41  
espectro de potência, 18, 19, 41  
experimento, 14, 18, 19  
FFT, 50, 51  
força, 25, 41, 62, 68, 93  
frequência de amostragem, 37  
frequência de amostragem, determinação  
    da, 36  
frequência de disparo, 19  
FRFG, 45, 54  
    exemplo, 49  
    implementação, 46  
    interpretação, 48  
    obtenção, 46  
FROLS, 28, 30, 31  
Gram-Schmidt, método modificado de, 31  
identificação de sistemas, 15, 24, 27  
impulso de Dirac, 62  
intervalo de confiança, 21, 26, 63, 65  
ISI, 18, 36, 66, 94  
linearidade do núcleo, 43  
malha-fechada, 16, 22  
matriz de candidatos, 29, 34  
    exemplo, 29  
MFROLS, 32, 34  
modelo  
    ângulo de penação, 92  
    comando descendente, 18, 24, 91  
    condutância sináptica, 19, 24, 88  
    conectividade, 18, 24, 91  
    curva força-comprimento, 93  
    curva força-velocidade, 93  
    fuso muscular, 19, 93  
    Hill, 91  
    identificado, 38  
    motoneurônio, 24, 87  
    músculo, 19, 91  
    neuromusculoesquelético, 86  
    núcleo de unidades motoras, 87  
    órgão tendinoso de Golgi, 94  
    proprioceptores, 93  
    tornozelo, 18, 95  
    modelo computacional, 14  
    modelo de larga-escala, 14

- modelo realista, 14, 86  
modelo simplificado, 14  
modulação  
    AM, 64  
    senoidal, 43, 60  
  
NARMAX, 28  
NARX, 37, 38  
  
objetivos, 16  
oscilações corticais, 56  
  
processo estocástico, 91  
    gama, 18, 40, 94  
    Poisson, 24, 37, 40  
  
representação polinomial, 28, 46  
resíduo, 28, 34  
RMS, 34  
ruído-branco, 24  
  
simulação livre, 36, 43  
sinal de entrada, 25, 36  
sinal de saída, 25, 36  
sistema musculotendíneo, 92  
  
tarefa de força, 18, 95  
tarefa de posição, 18, 95  
taxa de redução de erro, 31  
teste de hipótese, 41  
teste de linearidade, 25  
torque, 18, 95  
  
unidade motora, 14  
  
validação do modelo, 38, 39  
validação do modelo, critérios de, 34  
viés, 34  
  
Welch, método de, 19, 26, 41