

# EXERCÍCIOS

CAPÍTULO 1



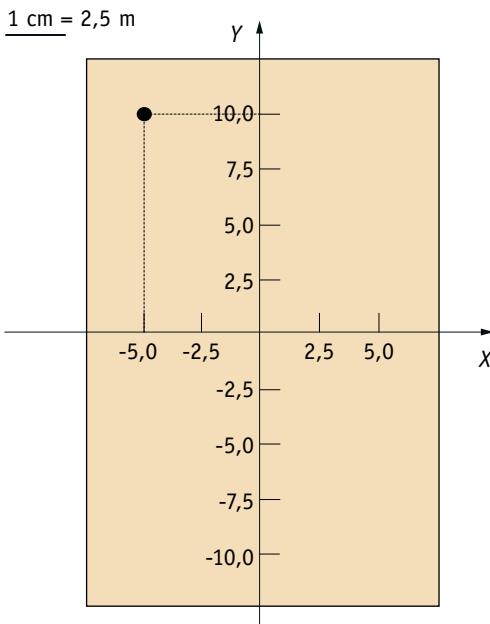
Obs.: Consideramos a origem  $(0, 0)$  dos eixos  $X$  e  $Y$  de um campo de futebol exatamente no centro do campo. Somente nos Exercícios para resolver 1.1 e 1.2 a origem foi mudada.

### Exercício resolvido 1.1

Segundo as regras do jogo de futebol de salão da FIFA, a superfície do campo deve ser retangular e seu comprimento será sempre maior que sua largura. O campo deve ter comprimento mínimo de 25 m e largura mínima de 15 m.

- Desenhe esse campo usando uma escala em que 1 cm representa 2,5 m (escala  $1\text{ cm}/2,5\text{ m} = 1/250$ ).
- Desenhe nesse campo os eixos  $X$  e  $Y$  com origem exatamente no meio do campo.
- Marque na figura a posição de um jogador que tem coordenadas  $(-5, 10)$ .
- Qual é a função desse jogador?

### Resolução 1.1



- A função desse jogador é lateral-esquerdo.

### Exercício para resolver 1.1

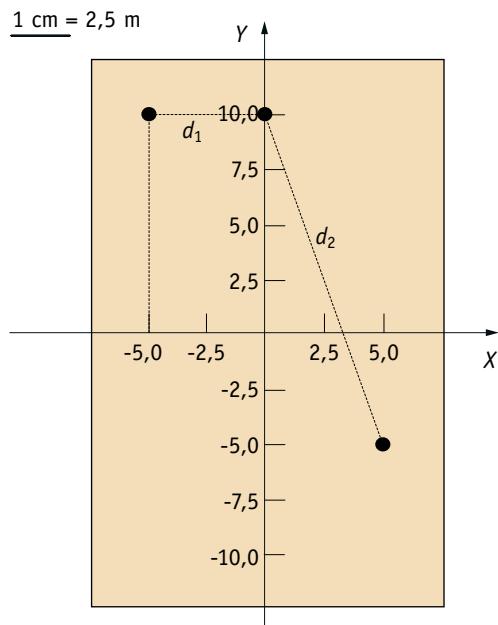
- Desenhe agora o campo com escala  $1\text{ cm}/2\text{ m}$ .
- Desenhe nesse campo os eixos  $X$  e  $Y$  com origem exatamente em  $(-7,5, -12,5)$  da figura da Resolução 1.1.
- Marque na figura a posição de um jogador com coordenadas  $(7, 20)$ .
- Qual é a função desse jogador?

### Exercício resolvido 1.2

No Exercício 1.1, as coordenadas de um jogador de futebol, num dado instante, eram  $(-5, 10)$ . No instante seguinte, ele se deslocou para a posição  $(0, 10)$ .

- Marque a segunda posição na figura e calcule a distância  $d_1$  entre essas duas posições.
- Num instante posterior, ele foi parar na posição  $(5, -5)$ . Marque a nova posição na figura e calcule a distância  $d_2$  entre as posições  $(0, 10)$  e  $(5, -5)$ , usando o Teorema de Pitágoras.

### Resolução 1.2



- a.  $d_1 = 10\text{ m}$
- b.  $d_2 = \sqrt{15^2 + 5^2} = 15,8\text{ m}$

### Exercício para resolver 1.2

No Exercício para resolver 1.1, as coordenadas de um jogador de futebol, num dado instante, eram  $(7, 20)$ . No instante seguinte, ele se deslocou para a posição  $(2, 20)$ .

- i. Marque a segunda posição na figura e calcule a distância  $d_1$  entre essas duas posições.
- ii. Num instante posterior, ele foi parar na posição  $(10, 4)$ . Marque a nova posição na figura e calcule a distância  $d_2$  entre as posições  $(2, 20)$  e  $(10, 4)$ , usando o Teorema de Pitágoras.

### Exercício resolvido 1.3

Considere que a posição final do jogador do Exercício resolvido 1.2 seja  $(0, 0)$ , em vez de  $(5, -5)$ . Calcule a distância total percorrida partindo de  $(-5, 10)$ , passando por  $(0, 10)$  e, depois, chegando em  $(0, 0)$ . Calcule também o deslocamento correspondente.

### Resolução 1.3

Distância percorrida  $= 5\text{ m} + 10\text{ m} = 15\text{ m}$

$$\text{Deslocamento} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11,2\text{ m} = 11,2\text{ m}$$

### Exercício para resolver 1.3

- i. Discuta as diferenças entre uma grandeza escalar e uma vetorial.
- ii. Discuta a diferença entre distância percorrida e deslocamento.

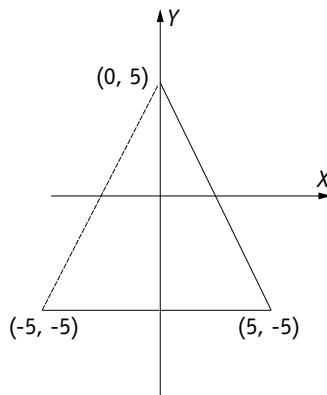
### Exercício resolvido 1.4

Marta, a grande estrela do futebol feminino, está inicialmente na posição com coordenadas em metros  $(-5, -5)$ . Desse lugar, ela

sai correndo e chega a  $(5, -5)$ , onde para um instante e, a seguir, avança em direção ao gol até o ponto  $(0, 5)$ . Faça o gráfico da movimentação de Marta e calcule o deslocamento e a distância percorrida por ela.

### Resolução 1.4

O gráfico é:



O deslocamento pode ser obtido calculando-se o comprimento da reta tracejada, que é a hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos de comprimento  $5\text{ m}$  e  $10\text{ m}$ . O deslocamento é dado, então, por  $\sqrt{5^2 + 10^2} = 11,18\text{ m} = 11,18\text{ m}$ .

A distância percorrida é a soma de  $10\text{ m} + 11,18\text{ m} = 21,18\text{ m}$ .

### Exercício para resolver 1.4

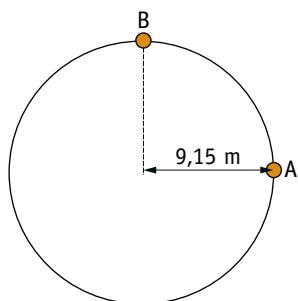
Marta está inicialmente na posição  $(0, 5)$ , perto do gol. A seguir, vem buscar a bola na posição  $(0, -5)$ , de onde sai driblando e passa em  $(-5, -5)$ , chegando finalmente em  $(0, 5)$ . Os valores das coordenadas estão em metros. Calcule:

- i. a distância total percorrida por Marta;
- ii. o deslocamento de Marta.

## Exercício resolvido 1.5

Exatamente no centro do campo de futebol, há uma circunferência de 9,15 m de raio. Considere que um jogador sai correndo de A para B, seguindo o traçado da circunferência.

Determine a distância percorrida e o deslocamento desse jogador.



## Resolução 1.5

Distância percorrida = perímetro da circunferência/4 =  $2\pi r/4 = 2 \times 3,14 \times 9,15/4 = 14,36$  m.

$$\text{Deslocamento} = \sqrt{9,15^2 + 9,15^2} = 12,94 \text{ m}$$

## Exercício para resolver 1.5

- Determine a distância percorrida e o deslocamento desse jogador, se ele der uma volta completa.
- Determine a distância percorrida e o deslocamento desse jogador, se ele der somente uma meia-volta.
- Determine a distância percorrida e o deslocamento desse jogador, se ele der uma volta e meia completa.

## Exercício resolvido 1.6

A regra 7 das Regras do Jogo de Futebol da FIFA define que a partida durará dois tempos iguais de 45 minutos cada um.

Determine a duração de cada tempo de jogo, segundo a regra 7, em hora, minutos e segundos.

## Resolução 1.6

Um tempo de jogo = 0,75 h = 45 min = 2.700 s, o que pode ser obtido efetuando-se regra de três: 1 h = 60 min; 1 min = 60 s.

## Exercício para resolver 1.6

Determine a duração de cada tempo de jogo, segundo a regra 7, em milissegundos, dia e ano.

## Exercício resolvido 1.7

No início do jogo de futebol, três jogadores estão no centro do campo, que estamos considerando como o local de referência com coordenadas (0, 0). Passados 5 s, as distâncias percorridas por cada jogador foram tais que suas coordenadas mudaram conforme consta na tabela abaixo. Os valores das coordenadas estão em metros.

Jogador	Coordenadas após 5 s
1	(20, 20)
2	(-30, 0)
3	(10, -20)

- Calcule a distância percorrida por cada jogador.
- Calcule a velocidade média de cada jogador.

## Resolução 1.7

Jogador	Distância percorrida (m)	Velocidade (m/s)
1	$\sqrt{20^2 + 20^2} = 28,3$	5,7
2	30	6,0
3	$\sqrt{10^2 + 20^2} = 22,4$	4,5

### Exercício para resolver 1.7

No início do jogo de futebol, três jogadores estão no centro do campo, que estamos considerando como o local de referência com coordenadas  $(0, 0)$ . Passados 10 s, as distâncias percorridas por cada jogador foram tais que suas coordenadas passaram a ser conforme consta na tabela abaixo. Os valores das coordenadas estão em metros.

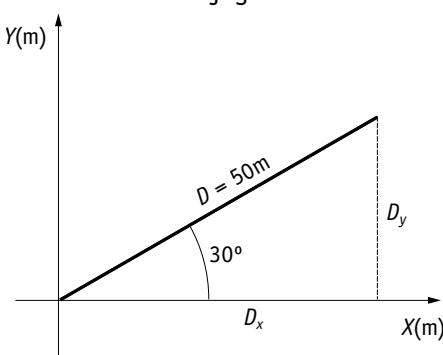
Jogador	Coordenadas após 10 s
1	$(0, 35)$
2	$(0, -40)$
3	$(-35, -20)$

- Calcule a distância percorrida por cada jogador.
- Calcule a velocidade média de cada jogador.

### Exercício resolvido 1.8

Considere um jogador que efetua um deslocamento  $D$  de 50 m partindo do centro do campo, numa direção que faz um ângulo de  $30^\circ$  com o eixo das abscissas, no sentido positivo do eixo  $Y$ .

Calcule as componentes  $D_x$  e  $D_y$  do vetor deslocamento  $D$  desse jogador.



### Resolução 1.8

Por meio das fórmulas da trigonometria:

$$D_y = 50 \operatorname{sen} 30^\circ = 50 \times 0,5 = 25,0 \text{ m}$$

$$D_x = 50 \operatorname{cos} 30^\circ = 50 \times 0,87 = 43,3 \text{ m}$$

### Exercício para resolver 1.8

Considere um jogador que efetua um deslocamento  $D$  de 50 m partindo do centro do campo, numa direção que faz um ângulo de  $30^\circ$  com o eixo das abscissas, no sentido negativo do eixo  $Y$ .

Calcule as componentes  $D_x$  e  $D_y$  do vetor deslocamento  $D$  desse jogador.

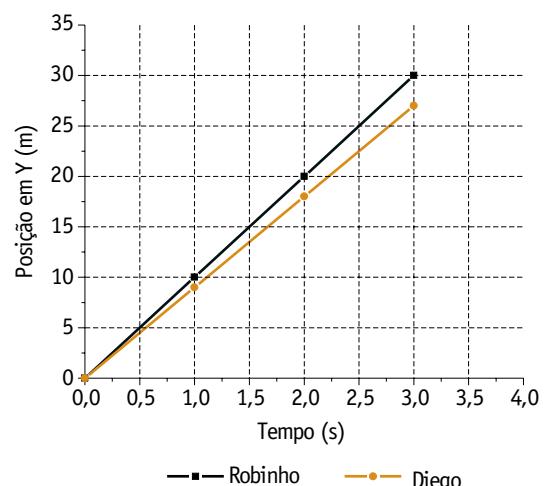
### Exercício resolvido 1.9

Robinho e Diego estão correndo atrás de uma bola com velocidade constante, ambos deslocando-se apenas na coordenada  $Y$ , partindo da coordenada  $Y = 0$  e mantendo  $X$  constante. A variação  $\Delta Y$  do Robinho é de 30 m e do Diego, de 27 m, no intervalo de tempo de 3 s.

- Faça um gráfico da variação da posição em função do tempo do Robinho e do Diego.
- Calcule a velocidade de ambos.

### Resolução 1.9

a.



- A velocidade do Robinho é  $v_R = 30/3 = 10 \text{ m/s}$ , e a velocidade do Diego é  $v_D = 27/3 = 9 \text{ m/s}$ .

### Exercício para resolver 1.9

Messi e Neymar estão correndo atrás de uma bola com velocidade constante, ambos deslocando-se apenas na coordenada  $X$ , partindo do extremo oposto do campo e mantendo  $Y$  constante. A variação  $\Delta X$  do Messi é de 50 m e do Neymar, de 52 m, no intervalo de tempo de 5 s.

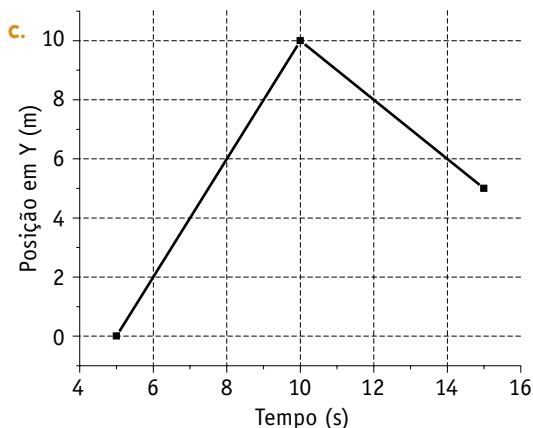
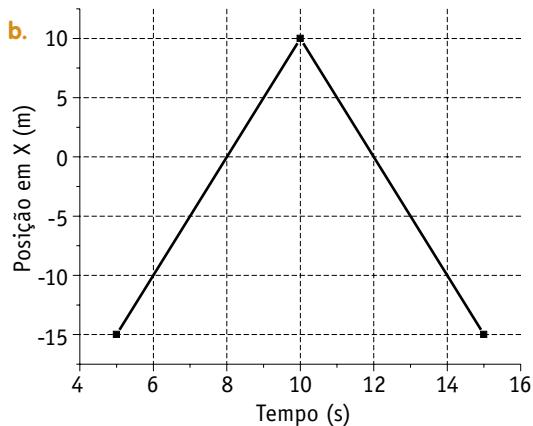
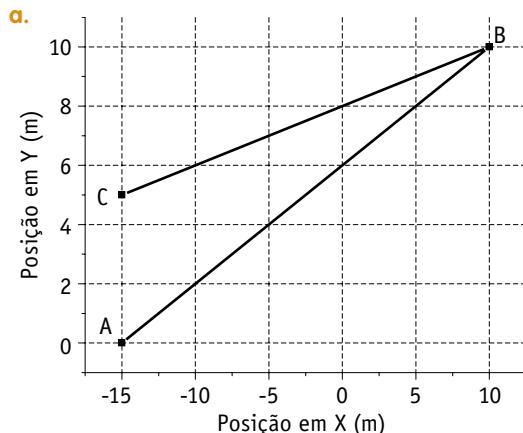
- Faça um gráfico da variação da posição em função do tempo do Messi e do Neymar.
- Calcule a velocidade de ambos.

### Exercício resolvido 1.10

As coordenadas A, B e C, medidas em metros, da posição de um jogador de futebol nos instantes 5 s, 10 s e 15 s são, respectivamente,  $(-15, 0)$ ,  $(10, 10)$  e  $(-15, 5)$ .

- Faça um gráfico de  $Y$  (posição) em função de  $X$  (posição) das posições desse jogador nos 3 instantes.
- Faça um gráfico de  $X$  (posição) em função do tempo desse jogador.
- Faça um gráfico de  $Y$  (posição) em função do tempo desse jogador.
- Calcule a distância total percorrida pelo jogador entre 5 e 15 s.
- Calcule o módulo do deslocamento do jogador entre 5 e 15 s.

### Resolução 1.10



- Distância total percorrida =  $AB + BC = \sqrt{25^2 + 10^2} + \sqrt{25^2 + 5^2} = 52,4\text{ m}$ .
- Módulo do deslocamento =  $AC = 5\text{ m}$ .

### Exercício para resolver 1.10

As coordenadas A, B e C, medidas em metros, da posição de um jogador de futebol nos instantes 10 s, 20 s e 30 s são, respectivamente,  $(-15, 10)$ ,  $(10, 10)$  e  $(0, 0)$ .

- Faça um gráfico de  $Y$  em função de  $X$  das posições desse jogador nos 3 instantes.
- Faça um gráfico de  $X$  em função do tempo desse jogador.
- Faça um gráfico de  $Y$  em função do tempo desse jogador.
- Calcule a distância total percorrida pelo jogador entre 10 e 30 s.
- Calcule o módulo do deslocamento do jogador entre 10 e 30 s.

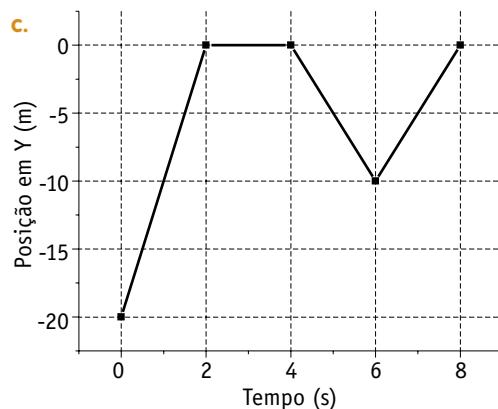
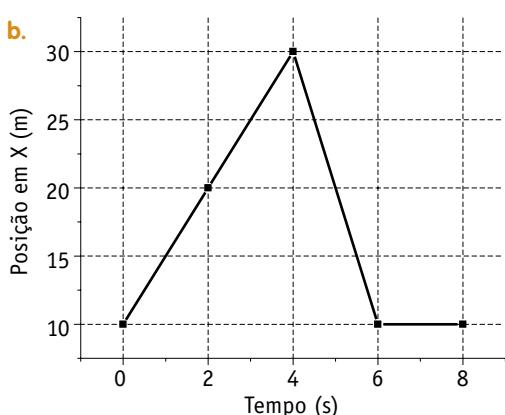
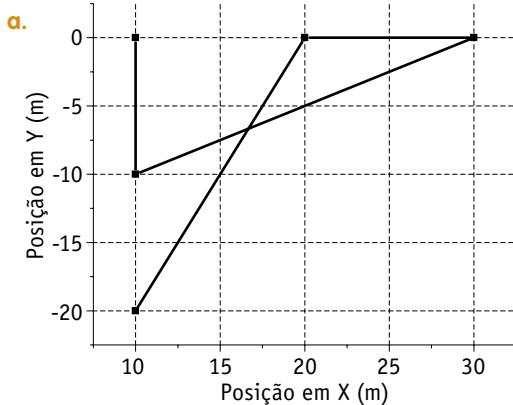
### Exercício resolvido 1.11

Durante uma troca de passes, as coordenadas da posição da bola em função do tempo estão na tabela abaixo:

Tempo (s)	Abscissa (m)	Ordenada (m)
0	10	-20
2	20	0
4	30	0
6	10	-10
8	10	0

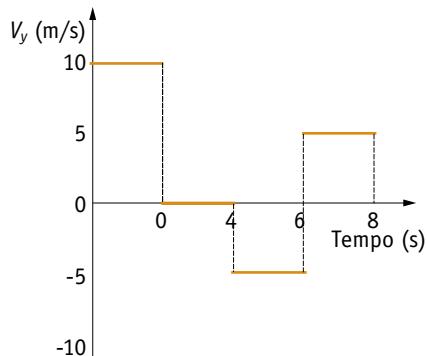
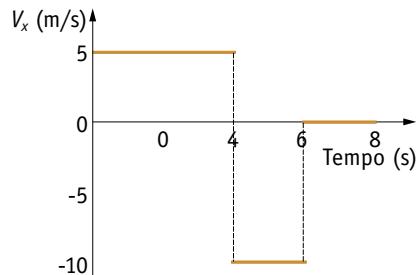
- Faça o gráfico de  $Y$  em função de  $X$ .
- Faça o gráfico de  $X$  em função do tempo.
- Faça o gráfico de  $Y$  em função do tempo.
- Faça o gráfico de  $v_x$  em função do tempo.
- Faça o gráfico de  $v_y$  em função do tempo.
- Calcule o módulo do deslocamento em  $X$  e em  $Y$  por meio do gráfico.

### Resolução 1.11



d. e. e.

Intervalo de tempo (s)	$v_x$ (m/s)	$v_y$ (m/s)
0-2	5	10
2-4	5	0
4-6	-10	-5
6-8	0	5



- Pelo gráfico  $v_x$  versus  $t$ , obtém-se para  $X$  o deslocamento = zero, por meio da soma algébrica das áreas.

Para  $Y$ , o deslocamento calculado por meio das áreas é de 20 m.

Os valores de módulo de deslocamento podem ser confirmados pelo gráfico de  $Y$  versus  $X$ .

### Exercício para resolver 1.11

Durante uma troca de passes, as coordenadas da posição da bola em função do tempo estão na tabela abaixo:

Tempo (s)	Abscissa (m)	Ordenada (m)
0	0	0
2	10	10
4	20	0
6	20	-20
8	0	-20

- Faça o gráfico de  $X$  em função de  $Y$ .
- Faça o gráfico de  $X$  em função do tempo.
- Faça o gráfico de  $Y$  em função do tempo.
- Faça o gráfico de  $v_x$  em função do tempo.
- Faça o gráfico de  $v_y$  em função do tempo.
- Calcule o módulo do deslocamento em  $X$  e em  $Y$  por meio do gráfico.

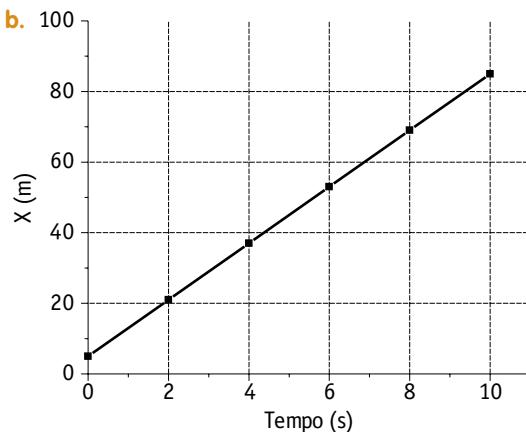
### Exercício resolvido 1.12

Um jogador de futebol percorre uma trajetória retilínea na direção da coordenada  $X$  positivo, sem se deslocar em  $Y$ . Seu movimento pode ser descrito pela equação  $X = 5 + 8t$ , no Sistema Internacional (SI).

- Determine a velocidade média desse jogador.
- Faça um gráfico de  $X$  em função do tempo  $t$  variando do instante inicial até 10 s.
- Discuta o significado do número 5 na equação do movimento.

### Resolução 1.12

- Ao compararmos a equação  $X = 5 + 8t$  com a equação do movimento retilíneo uniforme  $x = x_0 + vt$ , obtemos para o módulo da velocidade média  $v = 8 \text{ m/s}$ .



- O número 5 é o espaço inicial  $x_0$ , isto é, o jogador estava nesse lugar antes de iniciar a contagem do tempo.

### Exercício para resolver 1.12

Um jogador de futebol percorre uma trajetória retilínea na direção da coordenada  $Y$  positivo, sem se deslocar em  $X$ . Seu movimento pode ser descrito pela equação  $Y = -10 + 5t$ , no SI.

- Determine a velocidade média desse jogador.
- Faça um gráfico de  $Y$  em função do tempo  $t$  variando do instante inicial até 10 s.
- Discuta o significado do número 5 e do -10 na equação do movimento.

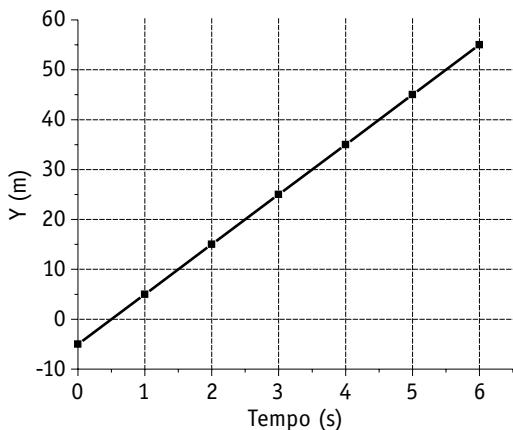
### Exercício resolvido 1.13

Uma bola de futebol desloca-se na direção do gol ( $Y$  positivo), no chão, partindo do valor  $Y_0 = -5 \text{ m}$ , mantendo constante o valor de  $X$ . A velocidade constante adquirida pela bola é de 10 m/s.

- Escreva a equação que governa o movimento da bola.
- Faça um gráfico da posição da bola em função do tempo, até entrar no gol.

### Resolução 1.13

- $Y = -5 + 10t$ .
- Vamos considerar que o comprimento do campo de futebol seja de 100 m e a metade do campo está a 50 m do gol. Então, a distância a ser percorrida pela bola para entrar no gol é de 55 m. Assim, de  $55 = -5 + 10t$ , obtemos para  $t$  o valor de 6 s, se a equação estiver escrita com as unidades no SI.



### Exercício para resolver 1.13

Uma bola de futebol desloca-se na direção do gol ( $Y$  negativo), no chão, partindo do centro do campo, que tem comprimento total de 100 m, e mantendo constante o valor de  $X$ . A velocidade constante adquirida pela bola é de 10 m/s.

- Escreva a equação que governa o movimento da bola.
- Faça um gráfico da posição da bola em função do tempo, até entrar no gol.

### Exercício resolvido 1.14

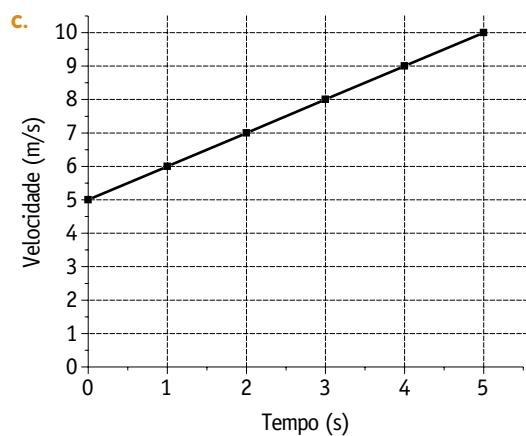
Um jogador de futebol está correndo no campo com velocidade de 5 m/s, no instante em que ele percebe que precisa aumentar a velocidade se quiser fazer um gol. Nesse

instante, as coordenadas do jogador são  $(0, 0)$ . Sua velocidade aumenta para 8 m/s em 3 s. Considere  $t = 0$  no instante em que o jogador aumenta sua velocidade.

- Calcule a aceleração adquirida pelo jogador.
- Qual a velocidade atingida pelo jogador se ele mantiver essa aceleração durante 5 s?
- Faça o gráfico de velocidade em função do tempo.
- Calcule a distância percorrida pelo jogador desde quando ele iniciou a aceleração até 5 s.

### Resolução 1.14

- $a = \Delta v / \Delta t = 3/3 = 1 \text{ m/s}^2$ .
- $v = v_0 + at = 5 + 1 \times 5 = 10 \text{ m/s}$ .



- A distância percorrida pelo jogador pode ser calculada por meio da equação do movimento retilíneo uniformemente acelerado:  $x = x_0 + v_0 t + (\frac{1}{2})at^2 = 0 + 5 \times 5 + (\frac{1}{2})1 \times 5^2 = 25 + 12,5 = 37,5 \text{ m}$ .

Esse mesmo valor pode ser obtido calculando-se a área sob a reta do gráfico de velocidade em função do tempo. A área sob a reta é a soma da área do retângulo + a área do triângulo  $= 5 \times 5 + (\frac{1}{2})5 \times 5 = 37,5 \text{ m}$ .

### Exercício para resolver 1.14

Um jogador de futebol está correndo no campo com velocidade de 8 m/s, no instante em que ele percebe que precisa diminuir a velocidade se quiser fazer um gol. Nesse instante, as coordenadas do jogador são (0,0). Sua velocidade diminui para 6 m/s em 2 s. Considere  $t = 0$  no instante em que o jogador começa a desacelerar.

- i. Calcule a desaceleração conseguida pelo jogador.
- ii. Quando a velocidade do jogador será zero se ele mantiver essa desaceleração?
- iii. Faça o gráfico de velocidade em função do tempo.
- iv. Calcule a distância percorrida pelo jogador desde quando ele iniciou a desaceleração até parar.

### Exercício resolvido 1.15

No início de uma partida, o juiz lança uma moeda no ar para escolher qual time começa jogando. Considere que a moeda é lançada para cima com velocidade de 5 m/s. Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Determine:

- a. o tempo que a moeda gasta para atingir a altura máxima;
- b. a altura máxima atingida pela moeda;
- c. o tempo gasto pela moeda para retornar à mão do juiz;
- d. a velocidade com que a moeda chega à mão do juiz.

### Resolução 1.15

- a. Vamos usar a equação  $v = v_0 - gt$ .

Usando a convenção de positivo para cima:  $0 = 5 - 10t$ , de onde obtemos  $t = 5/10 = 0,5 \text{ s}$ .

- b.  $x = v_0 t - (\frac{1}{2})gt^2$ . A altura máxima é atingida quando  $v = 0$  no instante  $t = 0,5 \text{ s}$ . Ao substituirmos esse valor, obtemos  $x = 5 \times 0,5 - (\frac{1}{2})10 \times 0,5^2 = 2,5 - 1,25 = 1,25 \text{ m}$ .
- c. O tempo gasto para subir e atingir a altura máxima é igual ao tempo gasto para cair dali na mão do juiz = 0,5 s. Somando-se esses dois tempos, tem-se 1,0 s.
- d. A velocidade com que a moeda volta à mão do juiz é a mesma com que foi lançada: 5 m/s.

### Exercício para resolver 1.15

Após uma partida vitoriosa, os companheiros carregam o atacante Kaká, que fez dois gols, e o lançam no ar com vivas para festear. Considere que Kaká é lançado para cima com velocidade de 5 m/s. Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Determine:

- i. o tempo que Kaká gasta para atingir a altura máxima;
- ii. a altura máxima atingida por Kaká;
- iii. o tempo gasto por Kaká para retornar aos braços dos companheiros;
- iv. a velocidade com que Kaká chega aos braços dos companheiros.

### Exercício resolvido 1.16

Suponha que um jogador de futebol virou astronauta e foi levado para a Lua. Lá ele jogou uma bola para o alto com uma velocidade inicial de 8,0 m/s, para testar até onde ela chegaria. Para sua surpresa, verificou que a bola atingiu a altura máxima de 20 m, proeza que ele nunca tinha conseguido na Terra. Calcule a aceleração da gravidade na Lua e o tempo gasto pela bola para chegar à altura máxima.

### Resolução 1.16

Vamos usar a equação  $v = v_0 - gt = 0 = 8,0 - gt$ , de onde se obtém  $gt = 8,0$ .

$$x = v_0 t - (\frac{1}{2})gt^2$$

$$20 = 8,0t - (\frac{1}{2})gt^2 = 8,0t - (\frac{1}{2})gt^2 = 8,0t - (\frac{1}{2})gt \times t = 8,0t - (\frac{1}{2})8,0 \times t = 4,0t$$

$t = 20/4,0 = 5,0$  s, que é o tempo gasto pela bola para atingir a altura máxima.

De  $gt = 8,0$ , obtém-se para  $g = 8,0/5,0 = 1,6$  m/s<sup>2</sup>.

### Exercício para resolver 1.16

Suponha que um jogador de futebol virou astronauta e foi levado para a Lua, onde a aceleração da gravidade é de 1,6 m/s<sup>2</sup>. Lá ele jogou para o alto uma bola com massa  $m$  e outra bola com massa  $2m$ , com uma velocidade inicial de 8,0 m/s, para testar até onde elas chegariam. Calcule o tempo gasto pelas bolas para chegar à altura máxima e a altura máxima atingida por cada uma das bolas.

### Exercício resolvido 1.17

Faça um gráfico da trajetória da bola que o artilheiro chutou para o gol do Exemplo 1.8 do livro *Física do futebol*. Um artilheiro tenta fazer um gol. Ele está a 20 m do gol e chuta a bola com uma velocidade de 16 m/s, a qual faz um ângulo inicial de 60° com a horizontal. Nota: a bola não foi chutada com efeito. Use  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. A altura do gol é 2,44 m. Calcule os valores de  $X$  e de  $Y$  para vários tempos, desde o tempo 0, quando a bola é chutada, até ela cair no solo.

### Resolução 1.17

O gráfico de  $X$  em função do tempo é obtido por meio da equação:  $X = 8,0t$ .

O gráfico de  $Y$  em função do tempo é obtido por meio da equação:  $Y = v_0\sin(60^\circ)t - (\frac{1}{2})(gt^2) = 13,86t - (10/2)t^2$ .

Note que no instante 2,5 s a bola chega ao gol, como mostrado no Exemplo 1.8 do livro.

Dando valores ao tempo  $t$  de 0 s até 2,77 s, calculamos  $X$  e  $Y$  por meio das equações acima. Os dados para o gráfico estão na tabela abaixo:

tempo (s)	$X(m)$	$Y(m)$
0,0	0	0,0
0,5	4,0	5,68
1,0	8,0	8,86
1,5	12,0	9,54
2,0	16,0	7,72
2,5	20,0	3,40
2,77	22,17	0,0

Gráfico da posição (coordenada)  $X$  da bola em função do tempo:

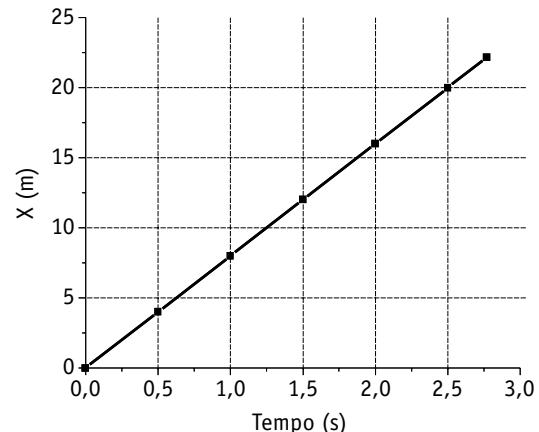


Gráfico da posição (coordenada)  $Y$  da bola em função do tempo:

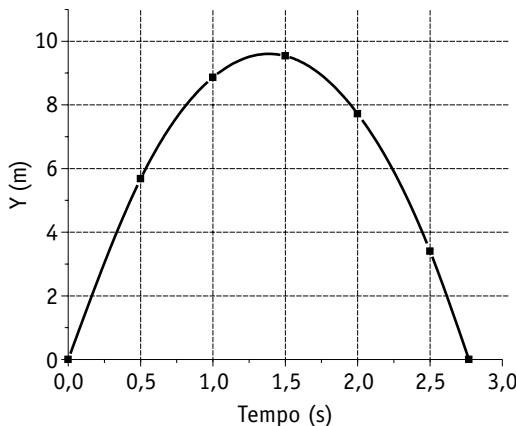
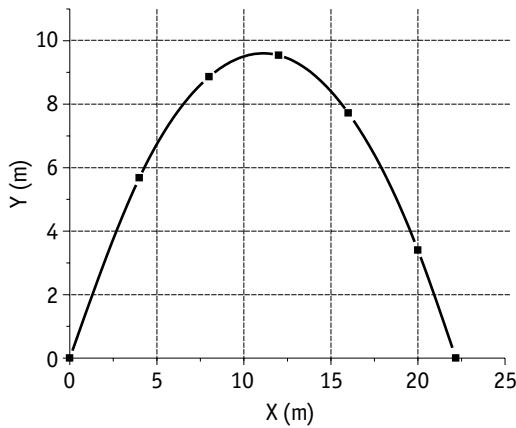


Gráfico da posição (coordenada)  $Y$  da bola em função da coordenada  $X$ :



### Exercício para resolver 1.17

Ronaldinho Gaúcho tenta fazer um gol. Ele está a 20 m do gol e chuta a bola com uma velocidade de 16 m/s, a qual faz um ângulo inicial de  $45^\circ$  com a horizontal. Nota: a bola não foi chutada com efeito. Use  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . A altura do gol é 2,44 m. Verifique se ele conseguiu fazer o gol. Calcule os valores de  $X$  e de  $Y$  para vários tempos, desde o tempo

0, quando a bola é chutada, até ela cair no solo. Faça os gráficos de  $X$  versus  $t$ ,  $Y$  versus  $t$  e  $X$  versus  $Y$ .

### Exercício resolvido 1.18

Para comemorar um gol, um artilheiro dá um salto no ar, atingindo 1,0 m de altura, e cai a uma distância (alcance) de 0,8 m do local do salto. Calcule sua velocidade inicial e o ângulo que seu corpo fez com a horizontal ao saltar.

### Resolução 1.18

$$y_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$$

$$1,0 = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{20}; 20,0 = v_0^2 \sin^2 \theta_0; v_0^2 = \frac{20,0}{\sin^2 \theta_0}$$

$$0,8 = \frac{v_0^2}{10} \sin 2\theta_0; 8,0 = v_0^2 \sin 2\theta_0 = \frac{20,0}{\sin^2 \theta_0} \sin 2\theta_0 =$$

$$\frac{20,0}{\sin^2 \theta_0} 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 = \frac{40,0}{\sin \theta_0} \cos \theta_0$$

$$\tan \theta_0 = \frac{40,0}{8,0} = 5,0$$

$$\theta_0 = 78,7^\circ$$

### Exercício para resolver 1.18

Uma bola de futebol lançada no ar sem efeito, como um projétil, atinge a altura de 9,6 m e a distância máxima de 22,17 m. Calcule a velocidade inicial da bola e o ângulo que ela fez com a horizontal ao ser lançada.

# EXERCICIOS



CAPÍTULO 2

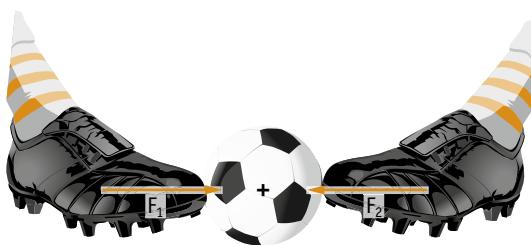
## Exercício resolvido 2.1

Numa dividida, um jogador chutou a bola com força  $F_1$  na horizontal, com intensidade de 20 N, na direção e no sentido do gol.

- Para a bola não sair do lugar, com que força o jogador do time adversário deve chutá-la? Considere a intensidade, a direção e o sentido dessa força.
- Se o jogador errasse e chutasse a bola com força de igual intensidade, mas na direção perpendicular ao chute do outro jogador, qual seria a resultante da força aplicada?
- Calcule a aceleração adquirida pela bola no caso (b), supondo que a massa da bola seja de 430 g.

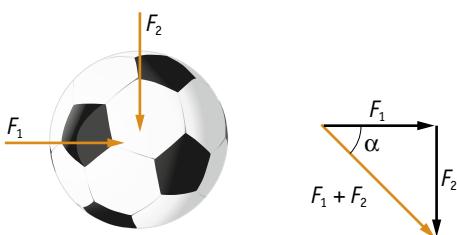
## Resolução 2.1

a.



O jogador adversário deve chutar a bola com força  $F_2$  de igual intensidade, isto é, de 20 N e mesma direção, mas com sentido oposto, de modo que a soma vetorial de  $F_1 + F_2 = 0$ .

b.



Temos que fazer a soma vetorial de  $F_1 + F_2$  usando o Teorema de Pitágoras. A resultante  $R = F_1 + F_2 = \sqrt{20^2 + 20^2} = 28,3\text{ N}$ .

O ângulo que a direção da resultante faz com a horizontal é obtido de  $\operatorname{tg}\alpha = F_2/F_1 = 20/20 = 1$ , o que dá para  $\alpha = 45^\circ$ .

- A aceleração adquirida pela bola é  $a = R/m = 28,3/0,430 = 65,8\text{ m/s}^2$ .

## Exercício para resolver 2.1

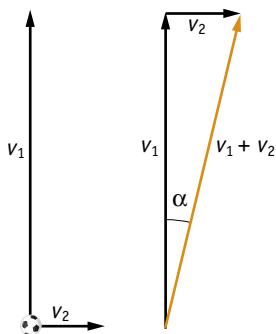
Numa dividida, um jogador chutou a bola com força  $F_1$  na horizontal, com intensidade de 20 N, na direção e no sentido do gol.

- O jogador do time adversário chutou a bola com força  $F_2$  na mesma direção e sentido, mas com módulo de 10 N. O que aconteceu com a bola?
- Se, em vez de chutar na mesma direção, ele chutasse com força  $F_2 = 10\text{ N}$ , fazendo um ângulo de  $30^\circ$  com a força  $F_1$ , o que aconteceria?
- Calcule a aceleração adquirida pela bola nos casos (a) e (b), supondo que a massa da bola seja de 430 g.

## Exercício resolvido 2.2

Uma bola chutada ao gol na horizontal adquiriu uma velocidade de 10 m/s. O jogador estava exatamente no centro do campo. Sopra, porém, uma ventania forte, que agiu sobre a bola. A ventania imprimiu uma velocidade de 2 m/s na direção perpendicular à da velocidade do chute. Determine a intensidade, a direção e o sentido da velocidade adquirida pela bola.

## Resolução 2.2

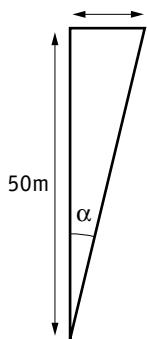


$$R = (v_1 + v_2)^{1/2} = \sqrt{10^2 + 2^2} = 10,2 \text{ m/s.}$$

$\cos\alpha = 10/10,2 = 0,98$ . O ângulo  $\alpha$  que a resultante faz com a direção de  $v_1$  é  $11,4^\circ$ .

## Exercício para resolver 2.2

O jogador estava exatamente no centro do campo, de modo que ele estava a 50 m do gol. Sabendo que a largura do gol é de 7,32 m, determine se a bola entrou no gol.



## Exercício resolvido 2.3

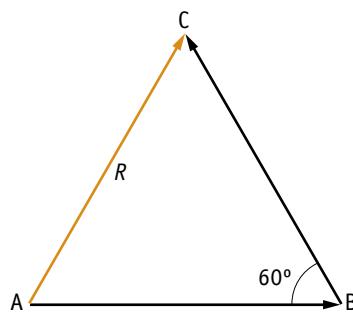
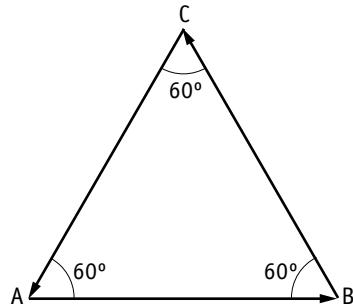
Três jogadores estão posicionados em A, B e C de um triângulo equilátero, e estão fazendo cera no fim do jogo. O jogador em A chuta a bola para o jogador em B, e este, por sua vez, para o jogador em C. Cada um exerce uma força de 10 N sobre a bola.

- a. Sabendo-se que a massa da bola é de 0,43 kg, calcule o módulo da aceleração

que resulta da força exercida por cada jogador.

- b. Calcule a soma das forças  $F_A + F_B$  e  $F_A + F_B + F_C$ .

## Resolução 2.3



- a.  $a = F/m = 10/0,43 = 23,2 \text{ m/s}^2$  (módulo).  
b. Se o triângulo é equilátero, ele tem três lados iguais e cada ângulo interno mede  $60^\circ$ .

Pela figura, podemos ver que  $F_A + F_B = R$ , cujo módulo é exatamente o mesmo de  $F_C$ , só que a direção é contrária, ou seja, R faz um ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal e aponta na direção nordeste.

$$F_A + F_B + F_C = 0$$

## Exercício para resolver 2.3

Quatro jogadores estão posicionados de modo a formar um quadrado cuja área mede  $100 \text{ m}^2$ . O jogo está no fim e o time deles está vencendo. Eles decidem fazer cera e o jogador 1 chuta a bola na direção do joga-

dor 2; este para o 3, que, por sua vez, chuta para o jogador 4. Todos chutam com força de igual valor de 15 N. Calcule a soma das forças  $F_1 + F_2$ ,  $F_1 + F_2 + F_3$  e  $F_1 + F_2 + F_3 + F_4$ .

### Exercício resolvido 2.4

Uma bola de futebol com massa de 450 g foi chutada com uma força de 5 N. Calcule a aceleração adquirida. Determine o peso da bola (considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

### Resolução 2.4

$$a = F/m = 5/0,45 = 11,1 \text{ m/s}^2.$$

O peso da bola, que é uma força,  $= mg = 0,45 \times 10 = 4,5 \text{ N}$ .

### Exercício para resolver 2.4

Uma bola de futebol com massa de 450 g foi levada para a Lua por um astronauta e lá foi chutada com uma força de 5 N. Calcule a aceleração adquirida. Determine o peso da bola na Lua. A aceleração da gravidade na Lua vale  $1,6 \text{ m/s}^2$ .

### Exercício resolvido 2.5

Considere 3 bolas: uma de tênis de mesa, uma de golfe e uma de futebol.

- Qual delas possui maior massa?
- Qual delas possui maior inércia?
- Se uma pessoa arremessar cada uma das bolas com o mesmo esforço muscular, qual delas adquire maior aceleração? Justifique sua resposta.

### Resolução 2.5

- Em ordem crescente de massa, temos: bola de tênis de mesa, bola de golfe e bola de futebol.

- Como a inércia e a massa têm conceitos análogos, a bola com massa maior tem maior inércia. Em ordem crescente de inércia: bola de tênis de mesa, bola de golfe e bola de futebol.
- Como  $a = F/m$ , para a mesma intensidade de força, quanto maior a massa, menor a aceleração adquirida. Em ordem decrescente de aceleração: bola de tênis de mesa, bola de golfe e bola de futebol.

### Exercício para resolver 2.5

- É possível saber a massa de uma bola pelo seu tamanho? Se uma bola tiver a metade do tamanho da bola de futebol, podemos dizer que a massa dessa bola é a metade da massa da bola de futebol?
- Calcule a massa de uma bola de futebol, sabendo que, se uma força de 10 N age sobre ela, que parte do repouso, a bola percorre uma distância de 50 m em 2,12 s.

### Exercício resolvido 2.6

Romário, com 70 kg, está parado no meio do campo, esperando (como de costume) a bola chegar a seus pés para fazer (com certeza) um gol.

- Quais são as forças que agem no Romário?
- Quanto vale e onde está aplicada a força de reação à força peso de Romário?
- Se Romário fosse jogar futebol no polo sul, como ficariam a sua massa e o seu peso?
- E se Romário fosse para a Lua, onde a aceleração da gravidade é de  $1,6 \text{ m/s}^2$ , como ficariam a sua massa e o seu peso?

- e. E se Romário fosse para o planeta Júpiter, onde a aceleração da gravidade é de  $24,8 \text{ m/s}^2$ , como ficariam a sua massa e o seu peso? Como ficaria a sua inércia?

### Resolução 2.6

- a. Duas forças agem sobre Romário, que está em pé no campo. Uma delas é a força peso de atração gravitacional, exercida pela Terra sobre ele e que vale 700 N, considerando-se a aceleração da gravidade como sendo  $10 \text{ m/s}^2$ . Essa força pode ser considerada como estando aplicada no centro de massa do corpo de Romário. A outra força que age sobre ele é a força do chão, conhecida como força normal, que tem o mesmo módulo e direção mas sentido contrário ao da força peso de Romário. A soma dessas duas forças é zero, razão pela qual o Romário tem aceleração zero.
- b. A força de reação à força peso do Romário está aplicada no centro da Terra e é o Romário atraindo a Terra, e vale 700 N.
- c. Sua massa permaneceria a mesma, mas seu peso ficaria ligeiramente maior, uma vez que a aceleração da gravidade é ligeiramente maior nos polos do que no Equador (porque o raio da Terra é um pouco menor nos polos do que no Equador).
- d. Sua massa continua sendo a mesma na Lua, a menos que ele faça um regime de emagrecimento, mas seu peso diminuiria de 700 N para 112 N.
- e. Sua massa continua sendo a mesma em Júpiter, a menos que ele faça um regime de engorda, mas seu peso aumentaria de 700 N para 1.736 N. Talvez lá ele nem consiga levantar a perna, o que tornaria impossível fazer gol. Sua inércia também aumentaria grandemente.

### Exercício para resolver 2.6

- Qual é a sua massa em quilogramas?
- Qual é o seu peso em newtons?
- De quanto é a sua massa e o seu peso na Lua e em Júpiter?

### Exercício resolvido 2.7

Um jogador de futebol muito rico decidiu pagar para si uma viagem à Lua, de onde ele trouxe, como prova de sua estada, uma rocha que lá pesava somente 16 N. Ao voltar para a Terra, ele teve um susto enorme. De quanto foi a massa e o peso da rocha na Terra?

### Resolução 2.7

Como  $P = mg_{\text{Lua}}$ , a massa  $m = 16/1,6 = 10 \text{ kg}$ . Como a massa é uma propriedade do corpo, ao chegar à Terra sua massa continuou sendo de 10 kg, mas seu peso aumentou para 100 N.

### Exercício para resolver 2.7

Um jogador de futebol muito rico decidiu pagar para si uma viagem a Júpiter, de onde ele trouxe, como prova de sua estada, uma rocha cuja massa na Terra deu 0,645 g. Qual era a massa e o peso dessa rocha em Júpiter?

### Exercício resolvido 2.8

Um jogador de futebol (A) dá uma canelada no jogador adversário (B), aplicando com sua chuteira uma força de 50 N.

- Quanto vale a reação a essa força?
- Onde está aplicada essa força de reação?
- Quem exerce essa força de reação?
- Enumere todas as forças aplicadas no jogador B.

### Resolução 2.8

- A reação a essa força vale 50 N.
- Essa força está aplicada na chuteira do jogador A.
- Essa força é exercida pela canela do jogador B sobre a chuteira do jogador A.
- Sobre o jogador B estão aplicadas a força peso, a força normal de igual valor que a força peso (mas sentido contrário) exercida pelo chão e a força na canela, de 50 N.

### Exercício para resolver 2.8

Uma bola de futebol é chutada por um jogador com uma força de 20 N.

- Quanto vale a reação a essa força?
- Onde está aplicada essa força de reação?
- Quem exerce essa força de reação?
- Enumere todas as forças aplicadas no jogador que chutou a bola.

### Exercício resolvido 2.9

Uma força constante faz um jogador de futebol de 70 kg dar uma largada na direção do gol. Sua velocidade passa de 4 m/s para 6 m/s num intervalo de tempo de 0,5 s. Determine o valor da aceleração e o valor da força constante.

### Resolução 2.9

$$a = \Delta v / \Delta t = (v_2 - v_1) / (t_2 - t_1) = (6 - 4) / 0,5 = 4 \text{ m/s}^2$$

$$F = ma = 70 \times 4 = 280 \text{ N.}$$

### Exercício para resolver 2.9

Considere duas bolas de futebol cujas aparências externas são iguais. Numa delas, o fabricante colocou na parte interna uma bolinha de chumbo com massa de 200 g. Se

as bolas forem lançadas verticalmente para cima por um jogador exercendo a mesma força muscular:

- Qual delas irá adquirir maior aceleração?
- Qual delas possui maior inércia?
- Qual delas tem maior peso?

### Exercício resolvido 2.10

Uma bola de futebol com massa de 0,450 kg está em repouso. Quando ela é chutada, adquire uma velocidade de 30 m/s. O tempo de contato entre a chuteira e a bola é de 0,025 s. Calcule a força exercida pelo pé do jogador.

### Resolução 2.10

Como  $I = F\Delta t$ , a força média exercida pelo pé do jogador pode ser calculada de  $F = I/\Delta t$ . Porém,  $I = \Delta Q = mv_{\text{final}} - mv_{\text{inicial}} = mv_{\text{final}} - 0$ . Portanto,  $F = mv_{\text{final}}/\Delta t = 0,450 \times 30/0,025 = 540 \text{ N}$ .

### Exercício para resolver 2.10

Uma bola com massa de 450 g chega ao pé de um jogador com velocidade de 20 m/s. Esse jogador chuta a bola, que é lançada na direção oposta com velocidade de 20 m/s. Calcule o impulso transferido à bola pelo pé do jogador.

### Exercício resolvido 2.11

Ronaldo, com massa de 90 kg, tem a mesma quantidade de movimento que Robinho, que pesa 600 N e está correndo com velocidade de 8 m/s. Calcule a velocidade de Ronaldo.

### Resolução 2.11

$$Q_{\text{Ronaldo}} = Q_{\text{Robinho}}$$

$$m_{\text{Ronaldo}}v_{\text{Ronaldo}} = m_{\text{Robinho}}v_{\text{Robinho}}; v_{\text{Ronaldo}} = m_{\text{Robinho}}v_{\text{Robinho}}/m_{\text{Ronaldo}} = 60 \times 8/90 = 5,33 \text{ m/s}$$

### Exercício para resolver 2.11

Ronaldo emagreceu de 90 kg para 75 kg (este é só um exercício fictício!). Para manter a mesma quantidade de movimento, qual deve ser a relação entre a velocidade antes e depois de Ronaldo emagrecer?

### Exercício resolvido 2.12

Uma bola de futebol, segundo as regras da FIFA, com massa de 450 g, ao cair de uma altura de 200 cm sobre uma placa de aço, deve voltar até uma altura mínima de 160 cm quando a temperatura local for de 20°C. Considere que o tempo de contato da bola com o solo seja de 0,01 s.

- Calcule a quantidade de movimento da bola imediatamente antes de bater na placa de aço e imediatamente após iniciar a subida.
- Determine a força média exercida na bola pelo solo.

### Resolução 2.12

- Começamos calculando a velocidade da bola imediatamente antes de bater na placa de aço, usando a Equação de Torricelli:

$$v_a^2 = v_0^2 + 2g\Delta y = 0 + 2 \times 10 \times 2,00 = 40,00; v_a = 6,32 \text{ m/s em módulo; e}$$

$Q_a = mv_a = -0,450 \times 6,32 = -2,84 \text{ N}\cdot\text{s}$ , se convencionarmos o sentido positivo para cima.

Aplicando de novo a Equação de Torricelli, calculamos a velocidade da bola imediatamente após bater na placa de aço:

$$0 = v_d^2 - 2 \times 10 \times 1,60; v_d = 5,66 \text{ m/s em módulo; e} \\ = mv_d = 0,450 \times 5,66 = 2,54 \text{ N}\cdot\text{s}$$

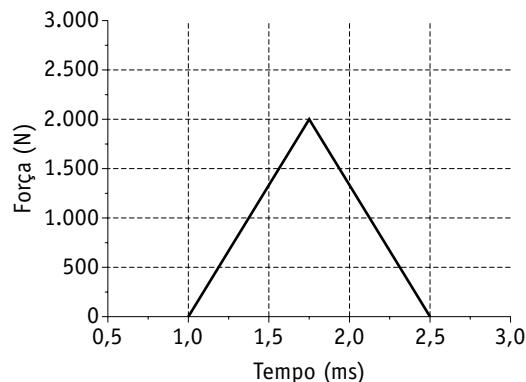
- Sabemos que  $\Delta Q = Q_d - Q_a = 2,54 - (-2,84) = 5,38 \text{ N}\cdot\text{s} = I = F(\text{força média})\Delta t$ ;  $F(\text{força média}) = 5,38/0,01 = 538 \text{ N}$

### Exercício para resolver 2.12

Uma bola de futebol, segundo as regras da FIFA, com massa de 450 g, ao cair de uma altura de 200 cm sobre uma placa de aço, deve voltar até uma altura máxima de 165 cm quando a temperatura local for de 20°C. Considere que o tempo de contato da bola com o solo seja de 0,01 s.

- Calcule a quantidade de movimento da bola imediatamente antes de bater na placa de aço e imediatamente após iniciar a subida.
- Determine a força média exercida na bola pelo solo.

### Exercício resolvido 2.13



A figura mostra uma força hipotética aplicada a uma bola de futebol pela chuteira. Determine:

- o impulso dado à bola de futebol;
- a força média aplicada à bola durante o tempo em que ela fica em contato com a chuteira;
- a força máxima exercida pela chuteira sobre a bola.

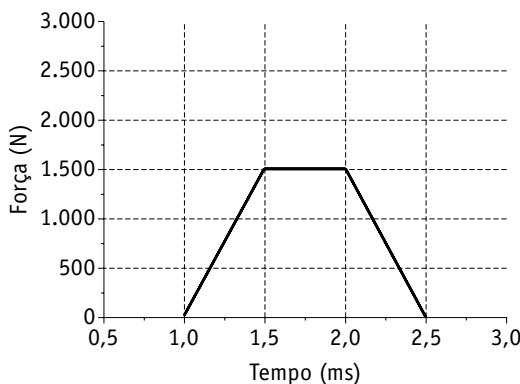
### Resolução 2.13

- a. O impulso dado à bola de futebol pode ser obtido ao se calcular a área sob o triângulo:

$$I = \text{área do triângulo} = \text{base} \times \text{altura}/2 = 1,5 \times 10^{-3} \times 2000/2 = 1,5 \text{ N}\cdot\text{s}.$$

- b. b)  $I = (\text{força média}) \times \Delta t = 1,5 \text{ N}\cdot\text{s}$ , de onde se obtém (*força média*) =  $1,5/\Delta t = 1,5/1,5 \times 10^{-3} = 1.000 \text{ N}$ .
- c. c) Pelo gráfico, o valor máximo da força aplicada é de 2.000 N.

### Exercício para resolver 2.13



A figura mostra uma força hipotética aplicada a uma bola de futebol pela chuteira. Determine, sabendo que a área de um trapézio = (base maior + base menor)altura/2:

- o impulso dado à bola de futebol;
- a força média aplicada à bola durante o tempo em que ela fica em contato com a chuteira;
- a força máxima exercida pela chuteira sobre a bola.

### Exercício resolvido 2.14

Uma bola de futebol com massa de 0,400 g é lançada ao gol com uma velocidade de 15 m/s. O goleiro a apanha e a traz ao repouso em 0,02 s.

- Calcule o impulso dado à bola.

- Qual é a força média exercida pela bola no goleiro?

### Resolução 2.14

- O impulso dado à bola pode ser calculado de  $I = \Delta Q = m \Delta v = 0,400 \times (15-0) = 6 \text{ N}\cdot\text{s}$ .
- $I = \Delta Q = (\text{força média}) \Delta t$ ; força média =  $\Delta Q / \Delta t = 6/0,02 = 300 \text{ N}$ .

### Exercício para resolver 2.14

Uma bola de futebol com massa de 0,450 g é lançada ao gol com uma velocidade de 20 m/s. O goleiro a apanha e a traz ao repouso. Sabe-se que a força média exercida pela bola nas mãos do goleiro foi de 450 N.

- Calcule o impulso dado à bola.
- Calcule o tempo gasto para a velocidade da bola ficar igual a zero.

### Exercício resolvido 2.15

Um astronauta com massa de 70 kg, a caminho da Lua, fica sujeito à ação das forças de atração da Lua e da Terra. Considere: massa da Terra =  $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; massa da Lua =  $7,36 \times 10^{22} \text{ kg}$ ; distância do centro da Terra ao centro da Lua =  $3,8 \times 10^8 \text{ m}$ ; constante da gravitação universal =  $6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ . Quando a espaçonave se alinhar com a Terra e a Lua:

- calcule a força de atração gravitacional da Terra a que o astronauta fica sujeito a  $3,42 \times 10^8 \text{ m}$  da Terra;
- calcule, nessa mesma posição, a força de atração gravitacional da Lua;
- discuta o que acontece com o astronauta nessa posição;
- o que acontecerá ao astronauta se ele sair da espaçonave e escapar dela quando

estiver a uma distância da Lua menor do que  $0,38 \times 10^8$  m?

### Resolução 2.15

- Vamos usar a equação  $F = GMm/R^2 = 6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24} \times 70/(3,42 \times 10^8)^2 = 0,239$  N.
- De novo, usando a equação  $F = GMm/R^2 = 6,67 \times 10^{-11} \times 7,36 \times 10^{22} \times 70/(0,38 \times 10^8)^2 = 0,238$  N.
- A força com que a Terra atrai o astronauta é praticamente a mesma com que a Lua o atrai e, assim, essas forças se anulam. Ele não fica sujeito a nenhuma força e flutua no ar.
- A força de gravidade com que a Lua o atrai fica maior do que aquela com que a Terra o atrai, e ele tenderá a cair na Lua.

### Exercício para resolver 2.15

Um astronauta com massa de 70 kg, a caminho da Lua, fica sujeito à ação das forças de atração da Lua e da Terra. Considere: massa da Terra =  $5,98 \times 10^{24}$  kg; massa da Lua =  $7,36 \times 10^{22}$  kg; distância do centro da Terra ao centro da Lua =  $3,8 \times 10^8$  m; constante da gravitação universal =  $6,67 \times 10^{-11}$  N · m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>. Quando a espaçonave se alinhar com a Terra e a Lua:

- calcule a força de atração gravitacional da Terra a que o astronauta fica sujeito no meio da distância entre a Terra e a Lua;
- calcule, nessa mesma posição, a força de atração gravitacional da Lua;
- discuta o que acontece com o astronauta nessa posição.

### Exercício resolvido 2.16

Calcule a força de atração gravitacional entre dois jogadores de futebol, cada um

pesando 700 N e separados por uma distância de 1,0 m.

### Resolução 2.16

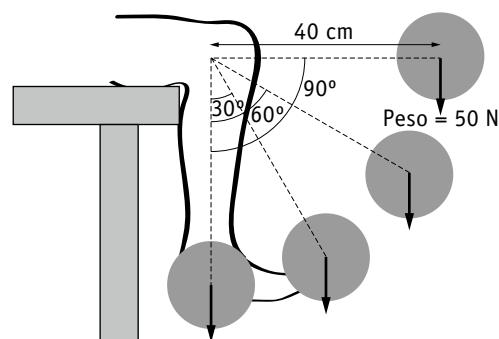
Vamos usar a equação  $F = GMm/R^2 = 6,67 \times 10^{-11} \times 70 \times 70/(1,0)^2 = 3,27 \times 10^{-7}$  N. Essa força é extremamente pequena se for comparada com o peso de cada jogador.

### Exercício para resolver 2.16

Calcule a força de atração gravitacional entre um ônibus de 10 toneladas com 40 jogadores de futebol e técnicos, cada um pesando 700 N, e outro ônibus também cheio com igual peso, separados por uma distância de 1,0 m.

### Exercício resolvido 2.17

Para exercitar os músculos das pernas, os jogadores praticam um exercício de levantamento de um peso que é amarrado na região do tornozelo. O peso, nesse caso, é de 50 N. Eles ficam sentados, inicialmente, com a perna perpendicular à coxa, e vão levantando lentamente a perna. Calcule o torque exercido pelo peso nas 4 situações mostradas na figura, em relação ao eixo de rotação no joelho.



### Resolução 2.17

No caso da perna estendida a 90°, o  $Torque = M = Força \times Distância\ d\ ao\ eixo\ de\ rotação = 50 \times 0,40 = 20\ N \cdot m$ .

Para o ângulo de  $60^\circ$ ,  $M = 50 \times d(\operatorname{sen}60^\circ) = 50 \times 0,40 \times 0,866 = 17,32 \text{ N}\cdot\text{m}$ .

Para o ângulo de  $30^\circ$ ,  $M = 50 \times d(\operatorname{sen}30^\circ) = 50 \times 0,40 \times 0,50 = 10,00 \text{ N}\cdot\text{m}$ .

Para o ângulo de  $0^\circ$ ,  $M = 0 \text{ N}\cdot\text{m}$ .

### Exercício para resolver 2.17

Considere uma bola de futebol com circunferência de 60 cm parada sobre o gramado.



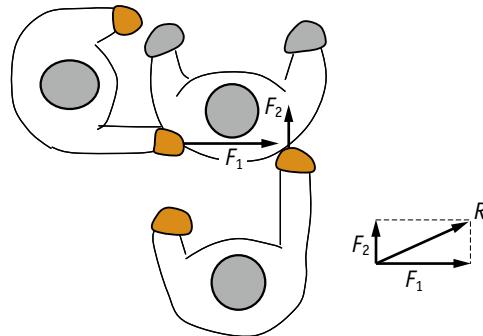
Calcule:

- o diâmetro e o raio da bola;
- o torque exercido pela força  $F = 50 \text{ N}$  com que o jogador chuta a bola. A altura do local do chute está na metade inferior do raio em relação ao centro de gravidade da bola; qual o sentido de rotação da bola?
- o torque da força de 50 N, se a linha de ação dessa força passar exatamente pelo centro de gravidade.

### Exercício resolvido 2.18

Um jogador de futebol com massa de 70 kg é empurrado no ombro por dois outros do time adversário, que aplicam sobre ele as forças  $F_1 = 1.000 \text{ N}$  e  $F_2 = 570 \text{ N}$ , como mostra a figura.

- Calcule a força resultante.
- Calcule a aceleração adquirida pelo jogador que foi empurrado.



### Resolução 2.18

- Temos que calcular a força resultante  $F_R =$

$R$  aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$R = \sqrt{1.000^2 + 570^2} = 1.151 \text{ N}, \text{ que faz um ângulo } \theta \text{ com a horizontal:}$$

$$\cos\theta = \text{cateto adjacente}/\text{hipotenusa} = 1.000/1.151 = 0,869$$

$$\theta = 29,7^\circ$$

- Como  $R = ma$ , obtém-se:

$$a = 1.151 \text{ N}/70 \text{ kg} = 16,4 \text{ m/s}^2$$

A direção e o sentido da aceleração, que é uma grandeza vetorial, são os mesmos que os da força resultante  $R$ .

### Exercício para resolver 2.18

Discuta o que teria acontecido com o jogador que foi empurrado no exercício anterior se ele tivesse 50 kg ou se tivesse 100 kg.

### Exercício resolvido 2.19

Henry Cavendish, físico-químico inglês, descobridor do hidrogênio, realizou experimentos de 1796 a 1798 e determinou a constante de gravitação universal como sendo  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ . A partir desse valor, ele determinou a massa  $M$  e a densidade  $\rho$  da Terra, considerando-a esférica de raio  $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ . Como ele obteve esses valores?

### Resolução 2.19

$$F = GMm/R^2 \text{ e } F = mg$$

Igualando-se as duas equações, tem-se:

$$M = gR^2/G.$$

Substituindo-se os valores conhecidos, obtém-se:

$$M = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg.}$$

A densidade da Terra  $\rho = M/V$ , sendo  $M$  a massa da Terra e  $V$  o seu volume.

$$V = 4\pi R^3/3. \text{ Então,}$$

$$\rho = [(5,97 \times 10^{24} \text{ kg})3]/(4\pi R^3) = 5.522 \text{ kg/m}^3 \\ = 5,5 \text{ g/cm}^3$$

### Exercício para resolver 2.19

Considerando que o raio médio da Lua (ela também não é perfeitamente esférica) é de  $1,74 \times 10^6 \text{ m}$ , calcule a massa e a densidade da Lua, sabendo que a aceleração da gravidade na Lua é cerca de um sexto a da Terra.



# EXERCÍCIOS



CAPÍTULO 3

Obs.: Considera-se a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .

### Exercício resolvido 3.1

Calcule a energia cinética:

- de uma bola de futebol com massa de 500 g, no instante em que é cabeceada verticalmente para cima, com velocidade inicial de 3 m/s;
- dessa mesma bola, no instante em que atinge a altura máxima e começa a cair.

### Resolução 3.1

- $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0,5 \times 3^2 = 2,25 \text{ J}$ .
- $E_c = 0 \text{ J}$ , porque a velocidade é igual a 0.

### Exercício para resolver 3.1

- Calcule a massa de uma bola de futebol considerando que, no instante em que é cabeceada verticalmente para cima, sua velocidade inicial é de 3 m/s e sua energia cinética é de 4,5 J.
- Calcule a massa de uma bola de futebol considerando que, no instante em que é cabeceada verticalmente para cima, sua velocidade inicial é de 6 m/s e sua energia cinética é de 2,25 J.
- Você conseguiria prever as respostas dos dois itens acima? Em (i), a velocidade inicial foi mantida e a energia cinética, dobrada; em (ii), a energia cinética foi mantida e a velocidade inicial, dobrada em relação ao Exercício resolvido 3.1.
- Calcule a energia cinética da bola em ambos os casos, (i) e (ii), no instante em que ela atinge a altura máxima e está prestes a cair.

### Exercício resolvido 3.2

Calcule a energia cinética de:

- um avião do tipo airbus A320 em voo, com massa de 70 toneladas e velocidade de 900 km/h;
- um pernilongo voando, com massa de 2,5 mg e velocidade de 2 km/h.

### Resolução 3.2

- $E_c = \frac{1}{2}7 \times 10^4 \left( \frac{900}{3,6} \right)^2 = 2,19 \times 10^9 \text{ J}$
- $E_c = \frac{1}{2}2,5 \times 10^{-6} \left( \frac{2}{3,6} \right)^2 = 3,86 \times 10^{-7} \text{ J}$

### Exercício para resolver 3.2

- Calcule a massa do “menino da Vila” considerando que, numa arrancada, após 3 dribles em direção ao gol, sua velocidade é de 30 km/h e sua energia cinética é de  $2,22 \times 10^3 \text{ J}$ .
- Calcule a energia cinética de outro jogador, cujo peso é de 800 N, que também dribla e atinge igual velocidade numa arrancada.

### Exercício resolvido 3.3

Calcule o trabalho realizado:

- para deslocar de 1,0 m um jogador de futebol com massa de 70 kg, deitado no gramado, aplicando nele uma força horizontal no sentido do deslocamento, com intensidade de 1.000 N;
- pela força de atrito sobre esse mesmo jogador de futebol, considerando que o coeficiente de atrito cinético entre o gramado e o corpo do jogador é de 0,7;
- por uma pessoa que carrega uma bola de futebol com massa de 0,45 kg durante 1 hora, sem deslocar a bola.

### Resolução 3.3

- $T = F\Delta x \cos\theta = 1.000 \times 1,0 \times \cos 0^\circ = 1.000 \text{ J.}$
- $T = F_{\text{átrito cin}} \Delta x \cos\theta = (\mu_c N) 1,0 \cos 180^\circ = (0,7 \times 70 \times 10) 1,0 (-1) = -490 \text{ J.}$

$N$  é a força normal exercida pelo solo sobre o jogador, que é igual em módulo ao peso = massa corporal  $\times$  aceleração da gravidade.

- $T = 0$ , porque o deslocamento da bola é nulo. Assim, o conceito de trabalho na Física é diferente do usado cotidianamente, em que ficar carregando um objeto parado num lugar pode dar uma cansaça. Em Física, porém, isso não é trabalho, mesmo que se fique o dia inteiro com essa massa.

### Exercício para resolver 3.3

- Calcule o módulo da força que faz um ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal, que deve ser aplicada a um jogador de futebol com massa de 90 kg, deitado no gramado, para deslocá-lo de 1,0 m, sabendo-se que o trabalho realizado por essa força é de 1.000 J.
- Calcule o trabalho realizado para deslocar horizontalmente um jogador de futebol com massa de 60 kg, deitado no gramado. Na tentativa de deslocá-lo horizontalmente, aplica-se uma força vertical na direção do chão sobre o corpo do jogador.

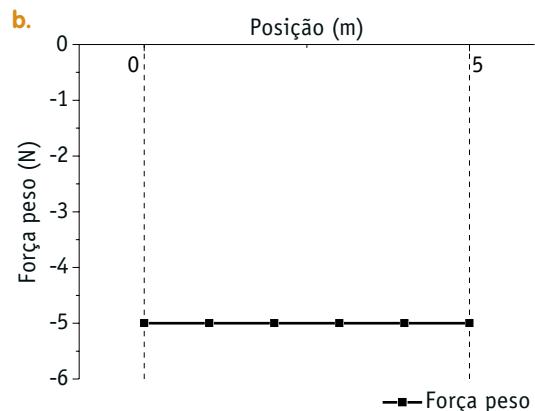
### Exercício resolvido 3.4

- Calcule o trabalho realizado pela força peso quando uma bola de futebol com massa de 500 g é lançada verticalmente para cima, até atingir uma altura de 5,0 m.
- Faça um gráfico da força peso em função do deslocamento da bola e calcule o

trabalho novamente. Compare com o resultado obtido anteriormente.

### Resolução 3.4

- $T = F\Delta x \cos\theta = 0,5 \times g \times 5,0 \cos 180^\circ = -25 \text{ J.}$   
 $F$ , nesse caso, é a força peso, dirigida para o centro da Terra; portanto, na direção oposta ao movimento da bola.



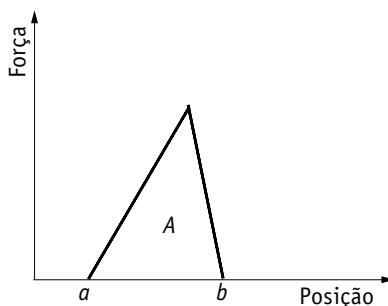
Como a força peso tem sentido oposto ao deslocamento, ela foi desenhada como sendo negativa. A área do gráfico demarcada pelas linhas pontilhadas em 0 e 5 m e força constante de -5 N é exatamente o trabalho realizado, de  $T = F\Delta x = A = \text{área sob a curva}$ . Aliás, é importante frisar que, mesmo que a força não seja constante, a área sob a curva corresponde ao trabalho realizado pela força. Nesse caso, a área  $A = \text{área de um retângulo} = -5 \times 5 = -25 \text{ N}\cdot\text{m} = -25 \text{ J.}$

### Exercício para resolver 3.4

- Calcule o trabalho realizado pela força peso quando uma bola de futebol com massa de 500 g é abandonada de uma altura de 5,0 m e atinge o solo.
- ii) Faça um gráfico da força peso em função do deslocamento da bola e calcule o trabalho novamente. Compare com o resultado obtido anteriormente.

### Exercício resolvido 3.5

Calcule o trabalho realizado pela força variável aplicada a uma bola de futebol no gráfico da figura abaixo, considerando que a força máxima no pico do triângulo é de 10 N e o deslocamento  $\Delta x = b - a = 5$  m.

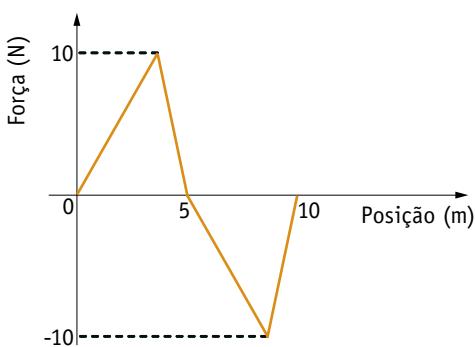


### Resolução 3.5

O trabalho  $T = A = \text{área do triângulo} = \text{base} \times \text{altura}/2 = 5 \times 10/2 = 25$  J.

### Exercício para resolver 3.5

Calcule o trabalho realizado pela força variável aplicada à bola de futebol da figura abaixo, para deslocá-la de 10 m.



### Exercício resolvido 3.6

Calcule o trabalho realizado pela força exercida pela mão do goleiro ao agarrar uma bola de futebol. A massa da bola é de 0,5 kg e atinge a mão do goleiro com velocidade de 30 m/s.

### Resolução 3.6

Nem a força que a bola exerce sobre a mão do goleiro, nem a força exercida pela mão do goleiro, nem a distância que a bola percorre após bater na mão do goleiro são dadas. O trabalho, porém, pode ser calculado, lembrando que o trabalho realizado pela força resultante que age sobre uma bola corresponde à variação da energia cinética da bola:

Sabemos que  $T = E_{C\ final} - E_{C\ inicial} = 0 - E_{C\ inicial}$ .  
 $E_{C\ final} = 0$  porque a velocidade final da bola é 0.  
Assim,  $T = -(1/2)0,5 \times 30^2 = -225$  J

O trabalho é negativo porque a força exercida pela mão do goleiro é negativa, uma vez que ela age em sentido contrário ao movimento da bola.

### Exercício para resolver 3.6

Uma bola de futebol com massa de 500 g está com velocidade de 25 m/s quando atinge a face de um jogador de futebol, o que faz amassar por compressão tanto a bola quanto a bochecha do jogador, até a bola parar.

- Calcule a energia cinética da bola instantes antes de atingir a face do jogador.
- Calcule o trabalho realizado pela força exercida pela bola sobre a face do jogador.

### Exercício resolvido 3.7

Calcule o trabalho realizado por uma força de 5 N aplicada a uma bola de futebol que se desloca de 10 m, nos seguintes casos em que a força e o deslocamento formam um ângulo de:  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  e  $180^\circ$ .

### Resolução 3.7

$$T = F\Delta x \cos\theta = 5 \times 10 \cos\theta$$

<b>Ângulo <math>\theta</math> (°)</b>	<b><math>\cos\theta</math></b>	<b><math>T</math> (J)</b>
0	1,000	50,0
30	0,866	43,3
45	0,707	35,3
60	0,500	25,0
90	0,000	0,0
120	-0,500	-25,0
180	-1,000	-50,0

### Exercício para resolver 3.7

- Faça um diagrama mostrando uma força com módulo de 5 N fazendo um ângulo de  $30^\circ$  com a horizontal, empurrando uma bola com massa de 0,5 kg e deslocando-a de 10 m.
- Decomponha essa força em componentes quaisquer.
- Decomponha essa força em componentes ortogonais e mostre a que realiza trabalho e discuta por quê.
- Repita esses itens apenas mudando para  $120^\circ$  o ângulo que a força faz com a horizontal.

### Exercício resolvido 3.8

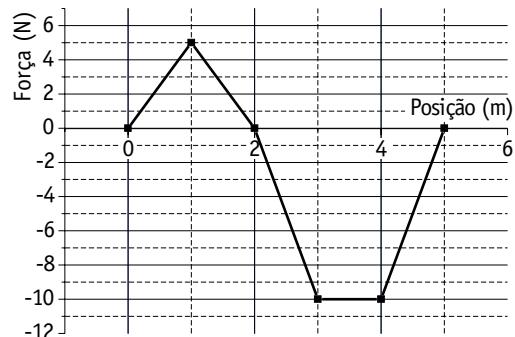
Considere uma bola de futebol de salão no chão em movimento retilíneo, no qual age uma força  $F$ .

- Faça um gráfico do módulo da força aplicada a essa bola em função da posição, conforme a tabela abaixo.
- Calcule o trabalho realizado pela força para deslocar a bola de 0 a 2 m, de 2 a 5 m e de 0 a 5 m.

<b>Força (N)</b>	<b>Posição (m)</b>
0	0
5	1
0	2
-10	3
-10	4
0	5

- Calcule a energia cinética na posição 5 m, sabendo que a bola possuía, na posição 0 m, energia cinética de 5 J.

### Resolução 3.8



- $T_{0 \text{ a } 2} = A = \text{área do triângulo} = \text{base} \times \text{altura}/2 = 2 \times 5/2 = 5 \text{ J}$
- $T_{2 \text{ a } 5} = A = \text{área do trapézio} = (\text{base maior} + \text{base menor}) \times \text{altura}/2 = (3+1)(-10)/2 = -20 \text{ J}$
- $T_{0 \text{ a } 5} = A = \text{área do triângulo} + \text{área do trapézio} = 5 - 20 = -15 \text{ J}$
- $T_{0 \text{ a } 5} = E_{C \text{ final}} - E_{C \text{ inicial}}$   
 $E_{C \text{ final}} = -15 + 5 = -10 \text{ J}$

### Exercício para resolver 3.8

Considere uma bola de futebol de salão no chão em movimento retilíneo, no qual age uma força  $F$ .

- Faça um gráfico do módulo da força aplicada a essa bola em função da posição, conforme a tabela abaixo.
- Calcule o trabalho realizado pela força para deslocar a bola de 0 a 3 m, de 3 a 5 m e de 0 a 5 m.

<b>Força (N)</b>	<b>Posição (m)</b>
0	0
10	1
10	2
0	3
-5	4
0	5

- iii. Explique a direção da força aplicada com relação ao deslocamento da bola.

### Exercício resolvido 3.9

Considere que sobre um corpo de um jogador de futebol com massa de 60 kg, inicialmente em repouso, age uma força constante no valor de 100 N, aplicada por um adversário com ângulo  $\theta = 0^\circ$ . Calcule o trabalho realizado por essa força nos primeiros 2 s.

### Resolução 3.9

Para calcular o trabalho  $T = F\Delta x \cos\theta$ , precisamos conhecer  $\Delta x$ , que pode ser obtido de:

$$\Delta x = (1/2)at^2$$

A aceleração  $a$ , por sua vez, pode ser calculada de  $F = ma$ ;  $a = 100/60 = 1,67 \text{ m/s}^2$ .

Agora podemos calcular  $\Delta x = (1/2)1,67 \times 4 = 3,34 \text{ m}$ .

Assim,  $T = 100 \times 3,34 = 334 \text{ J}$ .

### Exercício para resolver 3.9

Considere que sobre o corpo de um jogador de futebol mirim com massa de 30 kg, inicialmente em repouso, age uma força constante no valor de 50 N, aplicada por um adversário com ângulo  $\theta = 0^\circ$ . Calcule o trabalho realizado por essa força no primeiro 1,5 s.

### Exercício resolvido 3.10

Considere que uma bola de futebol com massa de 500 g foi cabeceada verticalmente para cima por um jogador de futebol com velocidade inicial de 5 m/s.

- a. Despreze a resistência do ar e calcule a altura máxima atingida pela bola. Verifi-

que que a altura máxima atingida independe da massa da bola, mas somente da velocidade inicial.

- b. Calcule a variação da energia cinética entre o instante em que atinge a altura máxima e o instante inicial.  
c. Calcule o trabalho realizado pela força peso entre esses dois instantes.

### Resolução 3.10

- a. Considerando o referencial com aceleração da gravidade positiva para baixo e negativa na subida da bola:

$$H_{\max} = v_0 t - (1/2)gt^2$$

mas  $v = v_0 - gt$ , com  $v = 0$ ,  $t = v_0/g = 5/10 = 0,5 \text{ s}$ , que, substituindo em  $H_{\max}$ , dá:

$$H_{\max} = 5 \times 0,5 - (1/2)10 \times 0,5^2 = 2,5 - 1,25 = 1,25 \text{ m. Em nenhuma das equações acima entra a massa da bola.}$$

- b.  $\Delta E_C = E_{C \text{ final}} - E_{C \text{ inicial}} = 0 - (1/2)mv_0^2 = - (1/2)0,5 \times 5^2 = - 6,25 \text{ J}$   
c. Como  $T = \Delta E_C = - 6,25 \text{ J}$ .

Esse mesmo resultado pode ser obtido de:

$$T = F_{\text{peso}} \Delta x \cos\theta = - mgH_{\max} = - 0,5 \times 10 \times 1,25 \text{ m} = - 6,25 \text{ J}$$

### Exercício para resolver 3.10

Considere que uma bola de futebol com massa de 500 g foi solta (largada) de uma altura de 1,25 m por um jogador de futebol.

- i. Despreze a resistência do ar e calcule a velocidade da bola ao chegar ao solo.  
ii. Calcule a variação da energia cinética entre o instante final em que atinge o chão e o instante inicial.  
iii. Calcule o trabalho realizado pela força peso entre esses dois instantes.

### Exercício resolvido 3.11

Uma bola de futebol com massa de 500 g foi cabeceada verticalmente para cima por um jogador de futebol com velocidade inicial de 10 m/s.

- Calcule a energia cinética no instante em que a bola é cabeceada e na mesma altura, quando cai.
- Calcule a energia potencial máxima adquirida pela bola.
- Despreze a resistência do ar e calcule a altura máxima atingida pela bola.

### Resolução 3.11

- Vamos chamar de A a altura em que a bola é cabeceada (altura da cabeça do jogador); a velocidade da bola é de 10 m/s; B é a altura máxima atingida, e ali a velocidade da bola é 0; e D é a mesma altura que A, porém no instante da queda.

$E_{C,A} = (0,500 \times 10^2)/2 = 25 \text{ J} = E_{C,D}$ , uma vez que em A e em D os módulos das velocidades são iguais.

- Como a energia mecânica se conserva:

$$E_{C,A} + E_{P,A} = E_{C,B} + E_{P,B}$$

$$25 + 0 = 0 + E_{P,B}$$

Portanto,  $E_{P,B} = 25 \text{ J}$ .

Podemos escrever também que  $\frac{1}{2}(mv_A^2) = mgh_B$ , de onde obtemos que  $h_B = \frac{1}{2}(v_A^2)/g = 5 \text{ m}$ . Essa altura foi obtida considerando a conservação de energia mecânica. Observe que a altura máxima atingida não depende da massa do corpo, mas tão somente da velocidade inicial. Esse conceito é muito interessante e não intuitivo.

A altura máxima pode também ser obtida pela cinemática:

Lembramos que  $v_B = 0 = v_A - gt$ , e, portanto,  $t = v_A/g = 10/10 = 1 \text{ s}$ , que é o tempo gasto pela bola para atingir a altura máxima.

Por sua vez, lembramos que  $h_B = v_A t - (\frac{1}{2})gt^2 = 10 \times 1 - (\frac{1}{2})10 \times 1^2 = 10 - 5 = 5 \text{ m}$ . Esse resultado é o mesmo obtido acima, considerando a conservação de energia mecânica.

É importante frisar que, em qualquer posição da bola, sua energia mecânica é sempre igual a 25 J, uma vez que a energia se conserva. Na meia altura, isto é, na altura de 2,5 m, a energia cinética é exatamente igual à energia potencial = 12,5 J; abaixo dela, a energia cinética é maior que a potencial e, acima dela, o contrário, mantendo a soma delas sempre constante.

### Exercício para resolver 3.11

Refaça o Exercício resolvido 3.11 supondo agora que a bola ficou encharcada e enlaçada num dia de muita chuva, e que sua massa aumentou, ficando com 0,6 kg.

### Exercício resolvido 3.12

Um jogador de futebol com massa de 76 kg cabeceia a bola, dando um salto vertical com velocidade inicial de 3 m/s. Obtenha durante o salto:

- a energia cinética máxima do jogador;
- a energia potencial máxima do jogador;
- a energia cinética mínima do jogador;
- a variação na altura do centro de massa do jogador.

### Resolução 3.12

- a.  $E_{\text{Cmáx}} = (76 \times 3^2)/2 = 342 \text{ J}$
- b.  $E_{\text{Pmáx}} = E_{\text{Cmáx}} = 342 \text{ J}$
- c.  $E_{\text{Cmín}} = 0 \text{ J}$
- d.  $t = v_0/g = 3/10 = 0,3 \text{ s}$  e  $H_{\text{máx}} = v_0 t - (1/2)gt^2 = 3 \times 0,3 - (1/2)10 \times 0,3^2 = 0,45 \text{ m}$

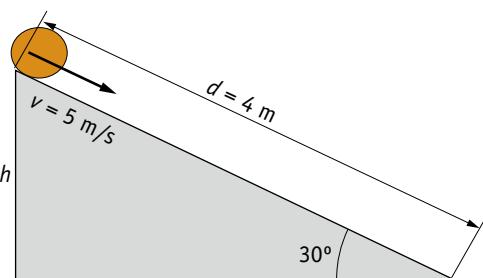
### Exercício para resolver 3.12

Um jogador de futebol com massa de 76 kg cabeceia a bola, dando um salto vertical, subindo seu centro de massa de 0,50 m. Durante o salto, quando seu centro de massa sobe de 0,25 m, sua energia mecânica total é de 342 J. Obtenha durante o salto:

- i. a energia cinética máxima do jogador;
- ii. a energia potencial máxima do jogador;
- iii. a energia cinética mínima do jogador.

### Exercício resolvido 3.13

Uma bola com massa de 450 g desce uma ladeira de 4 m de comprimento com velocidade inicial de 5 m/s. A ladeira tem uma inclinação de  $30^\circ$  com a horizontal. Despreze o atrito da ladeira. Calcule a velocidade da bola quando alcança o fim da ladeira.



### Resolução 3.13

Considera-se conservação de energia mecânica.

A altura  $h$  do plano inclinado pode ser calculada por:  $h = 4 \sin 30^\circ = 2 \text{ m}$ .

No topo do plano inclinado, a energia mecânica total de bola é a soma da energia potencial com a energia cinética =  $0,45 \times 10 \times 2 + (1/2)0,45 \times 5^2 = 14,62 \text{ J}$ .

No fim da ladeira, a energia mecânica =  $0 + (1/2)0,45 \times v^2 = 14,62 \text{ J}$ .

$$v = 8,06 \text{ m/s}$$

### Exercício para resolver 3.13

Uma bola com massa de 450 g desce uma ladeira de 4 m de comprimento (figura do Exercício resolvido 3.13) com velocidade inicial de 0 m/s. A ladeira tem uma inclinação de  $30^\circ$  com a horizontal. Agora considere que haja um atrito cujo coeficiente de atrito cinético entre a bola e o plano inclinado é de 0,20. Calcule a velocidade da bola quando alcança o fim da ladeira. Note que a força de atrito realiza um trabalho negativo, pois ela tem direção contrária ao movimento da bola e não há conservação de energia.

### Exercício resolvido 3.14

Um juiz de futebol com 100 kg de massa gasta por dia, em média,  $10^7 \text{ J}$  de energia para suas atividades do dia a dia.

- a. Calcule a potência mecânica desenvolvida pelo corpo desse juiz.
- b. Durante uma partida de futebol, considerando os dois tempos e o intervalo, ele chega a gastar  $3,6 \times 10^6 \text{ J}$  de energia. Determine a potência mecânica do corpo do juiz.

### Resolução 3.14

- a. Como a unidade de potência é  $W = \text{J/s}$ , temos que calcular o intervalo de tempo em segundos. O dia tem  $24 \text{ h} \times 60 \text{ min/h} \times 60 \text{ s/min} = 86.400 \text{ s}$ .

$$P = \Delta E / \Delta t = 10^7 / 86.400 = 115,7 \text{ W}$$

- b. Cada tempo de partida é de 45 min e o intervalo, de 15 min, totalizando 105 min = 6.300 s.

$$P = 3,6 \times 10^6 / 6.300 = 571,4 \text{ W}$$

### Exercício para resolver 3.14

Numa partida de futebol mata-mata, deu empate. Houve prorrogação e decisão por pênaltis. Descubra o tempo total de duração do jogo e a potência mecânica desenvolvida pelo corpo de um jogador de futebol, considerando que ele gastou um total de energia de  $6,0 \times 10^6 \text{ J}$ .

### Exercício resolvido 3.15

Calcule o trabalho realizado por um jogador de futebol com massa de 70 kg para subir, com velocidade constante, uma escadaria com 50 degraus de 20 cm de altura cada um. Calcule a potência média desenvolvida nessa atividade considerando que o jogador gasta 20 s para chegar no topo.

### Resolução 3.15

$$\text{Altura a ser vencida} = 50 \times 0,2 = 10 \text{ m.}$$

$$P = mg \times 10/20 = 70 \times 10 \times 10/20 = 7 \times 10^3/20 = 350 \text{ W}$$

### Exercício para resolver 3.15

Considere que o trabalho realizado por um gandula para transportar um saco cheio de bolas de futebol por uma ladeira íngreme seja de 18.000 J, e que o tempo gasto para isso é de 5 minutos. Entretanto, se o caminho escolhido for uma ladeira não íngreme, mas longa, o tempo gasto passa a ser de 10 minutos. Calcule a potência desenvolvida pelo gandula nos dois casos.

### Exercício resolvido 3.16

Um jogador de futebol que está parado recebe um safanão de outro, que lhe aplica nas costas uma força de 500 N. O corpo do jogador desloca-se de 2,0 m em 1,0 s. Determine a potência média dessa força.

### Resolução 3.16

$$P = \text{trabalho/unidade de tempo} = F\Delta x \cos\theta / \Delta t$$

Considerando  $\theta = 0^\circ$ ,  $P = 500 \times 2,0 / 1 = 1.000 \text{ W}$ .

### Exercício para resolver 3.16

Calcule a força aplicada durante um choque por um jogador de futebol em outro jogador parado, sabendo que a potência da força aplicada é de 3.000 W e que seu corpo se deslocou de 1,0 m em 30 s.

### Exercício resolvido 3.17

Um jogador de futebol chuta para o gol uma bola com massa de 0,44 kg, com uma velocidade de 20 m/s. Essa bola chega com velocidade de 15 m/s nas mãos do goleiro. Calcule o trabalho realizado pela força de resistência do ar.

### Resolução 3.17

$$\Delta E_C = (1/2)0,44[15^2 - 20^2] = -38,5 \text{ J} = \text{trabalho realizado pela força de resistência do ar. A força de resistência do ar se opõe ao movimento.}$$

### Exercício para resolver 3.17

Um jogador de futebol vem correndo e desenvolve uma velocidade de 10 m/s para cabecear uma bola. Se toda a energia cinética desenvolvida pudesse ser utilizada para o salto, calcule qual seria a altura máxima que o jogador atingiria.

### Exercício resolvido 3.18

O tendão de aquiles sofre uma deformação máxima de 1,0 cm quando armazena uma energia de 30 J. Calcule a constante elástica do tendão e a força que causa essa deformação.

### Resolução 3.18

$$E_p = (1/2)Kx^2$$

$$K = 2 \times 30 / (10^{-2})^2 = 6 \times 10^5 \text{ N}$$

$$F = -Kx = -6 \times 10^5 \times 10^{-2} = -6 \times 10^3 \text{ N}$$

### Exercício para resolver 3.18

Uma bola de futebol com peso de 6 N e velocidade de 5 m/s se choca com uma mola de constante elástica de  $3 \times 10^3 \text{ N/m}$ . A bola comprime a mola até parar.

- Calcule a energia potencial armazenada na mola;
- Calcule a variação de comprimento da mola.

### Exercício resolvido 3.19

O coeficiente de restituição de uma bola é de 0,87.

- Calcule a altura atingida após o primeiro quique se ela for abandonada de uma altura igual a 2,0 m.
- Calcule a velocidade com que a bola atinge o solo de ladrilho e, logo após, o quique.

### Resolução 3.19

Sendo  $h/H = r^2$ ,  $h = Hr^2 = 2,0 \times 0,87^2 = 1,51 \text{ m}$ .

$$v_1 = \sqrt{2gH} = (2 \times 10 \times 2,0)^{1/2} = 6,32 \text{ m/s.}$$

$$v_2 = rv_1 = 0,87 \times 6,32 = 5,50 \text{ m/s.}$$

### Exercício para resolver 3.19

Uma bola de futebol com massa de 0,44 kg é solta de uma altura de 5,0 m sobre um gramado duro. No choque com o gramado, a bola perde 60% de energia. Calcule a altura atingida após o rebote e o coeficiente de restituição.

### Exercício resolvido 3.20

Considere o Exemplo 1.8 do livro *Física do futebol*. Um artilheiro tenta fazer um gol chutando a bola a uma velocidade de 16 m/s. A bola sobe até uma altura máxima de 9,6 m. Calcule a velocidade da bola quando atinge a altura máxima.

### Resolução 3.20

$$E_{C\max} = (1/2)m16^2$$

Na altura máxima, a energia mecânica total da bola é igual à  $E_{C\max}$ .

$$(1/2)m16^2 = mg9,6 + (1/2)mv_x^2$$

$$16^2 = 2 \times 10 \times 9,6 + v_x^2$$

$v_x = 8 \text{ m/s}$ , como já havíamos obtido no Exemplo 1.8.

### Exercício para resolver 3.20

Ao ser usada num dia de chuva, uma bola defeituosa absorveu lama e água, e sua massa passou a ser de 1,0 kg. Ela foi chutada obliquamente, com velocidade inicial  $\vec{v}_0$ , que forma um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal. O módulo da velocidade inicial foi de 10 m/s. Calcule:

- a energia cinética da bola ao atingir a altura máxima;
- a altura máxima atingida pela bola;
- a energia mecânica total da bola na altura máxima.

# EXERCÍCIOS

CAPÍTULO 4



## Exercício resolvido 4.1

Considere um jogador de futebol cuja massa é de 80 kg. A densidade média do corpo desse futebolista é de 0,93 g/cm<sup>3</sup>.

- Calcule o volume do corpo desse jogador.
- Calcule o raio da esfera considerando que esse jogador fica em forma fetal, como se fosse uma esfera.

### Resolução 4.1

- Como densidade ( $d$ ) é igual à massa ( $m$ ) dividida pelo volume ( $V$ ),  $V = m/d$ :

$$V = (80 \text{ kg} \times 1000) / 0,93 \text{ g/cm}^3 = 86.022 \text{ cm}^3 = 0,086 \text{ m}^3$$

- O volume de uma esfera de raio  $r$  é dado por  $V = (4/3)\pi r^3$ . Igualando-se o lado direito dessa equação ao volume calculado no item anterior, tem-se:

$$r^3 = \left(\frac{3}{4}\right) \frac{0,086}{3,14} = 0,0205 \text{ m}^3$$

Extraindo a raiz cúbica obtemos que  $r = 0,27 \text{ m}$

## Exercício para resolver 4.1

A massa corporal de um jogador de futebol é de 70 kg. A massa total dos ossos é de 15% da massa corporal. Calcule a densidade dos ossos desse jogador, considerando que o volume total dos ossos é de  $7 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ .

## Exercício resolvido 4.2

Considere uma bola de futebol oficial com circunferência de 68 cm e pressão de 1,0 atm à temperatura de 27°C. Calcule o volume dessa bola, o número de mols do gás e o número de moléculas nesse volume.

### Resolução 4.2

$V = (4/3)\pi r^3$ . A circunferência = 68 cm =  $2\pi r$ . Assim,  $r = 68/6,28 = 10,83 \text{ cm}$ .

$$V = (4/3)3,14 \times 10,83^3 = 5.316 \text{ cm}^3 = 5,316 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$n = PV/RT = (1,013 \times 10^5)(5,316 \times 10^{-3})/(8,314)(273 + 27) = 0,216 \text{ mol}$$

$$N = nN_A = 1,30 \times 10^{23} \text{ moléculas}$$

## Exercício para resolver 4.2

Uma bola de futebol, obedecendo às regras da FIFA, tem pressão absoluta de 1,6 atm em La Paz. Lá, a pressão atmosférica é de 0,6 atm e a temperatura é de 5°C. Calcule o volume dessa bola, o número de mols do gás e o número de moléculas nesse volume.

## Exercício resolvido 4.3

A pressão de uma bola de futebol foi calibrada em Salvador (BA) como sendo de 1,0 atm, onde a temperatura local era de 40°C. Essa bola foi levada para um campo de futebol em Porto Alegre (RS), onde a temperatura local era de 5°C. Considerando que o volume se manteve, calcule a pressão da bola em Porto Alegre.

## Resolução 4.3

Considerando que  $PV = nRT$ , e como  $n$ ,  $R$  e  $V$  não se alteram, tem-se:

Para Salvador:  $1,0 \text{ atm} \times V_{SA} = nR(40+273)$ ;

$$V_{SA} = nR \times 313/1,0$$

Para Porto Alegre:  $P_{POA}V_{POA} = nR(5+273) = nR \times 278$

Como o volume da bola não foi alterado ( $V_{SA} = V_{POA}$ ), podemos substituir o  $V_{SA}$  na última equação acima:

$$P_{POA} = nR \times 278/nR \times 313/1,0 = 0,89 \text{ atm}$$

Podemos também resolver este exercício usando o fato de  $PV/T = \text{constante}$

Isto é:  $P_{SA}V_{SA}/T_{SA} = P_{POA}V_{POA}/T_{POA}$ . Como os volumes se mantêm, eles se cancelam.

$$P_{POA} = P_{SA}T_{POA}/T_{SA} = 1,0 \text{ atm} \times 278/313 = 0,89 \text{ atm}$$

### Exercício para resolver 4.3

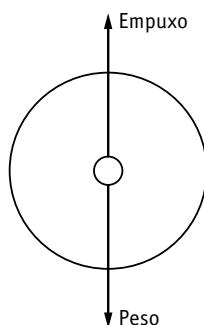
Calcule a energia cinética média das moléculas do gás dentro da bola de futebol do exercício para resolver 4.2 usando a Eq. (4.5) e compare com o valor obtido por meio da Eq. (4.6). Compare essa energia cinética com a de uma bola de futebol oficial quando sua velocidade for de 30 km/h.

### Exercício resolvido 4.4

Caiu uma chuva muito forte durante um jogo de futebol e a bola, com massa de 0,44 kg e circunferência de 68 cm, caiu numa poça muito grande de água e ficou flutuando. Calcule a força de empuxo e faça um esboço das forças que agem na bola. Calcule o volume de água deslocado considerando que a densidade da água é de  $1.000 \text{ kg/m}^3$ .

### Resolução 4.4

Como a bola está parada (sem aceleração), flutuando na poça d'água, isso significa que a soma das forças é igual a zero, como mostrado na figura abaixo.



Na direção vertical significa que a força peso sobre a bola é igual à força empuxo sobre a bola, e sabemos que não há nenhuma força na direção horizontal.

O módulo da força empuxo é definido como o peso do volume de água deslocado.

Como a bola pesa  $P = mg = 4,4 \text{ N}$ , esse é o valor do módulo do empuxo, isto é, foram deslocados 0,44 kg de água, cujo volume ( $V = m/\rho$ ) é:

$$V = 0,44/(1.000 \text{ kg/m}^3) = 0,00044 \text{ m}^3 = 440\text{cm}^3$$

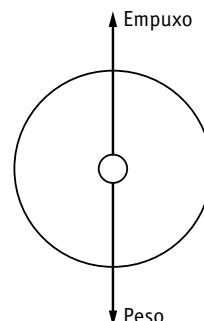
### Exercício para resolver 4.4

A pressão de uma bola de futebol foi calibrada em La Paz como sendo de 1,0 atm, onde a temperatura local era de  $5^\circ\text{C}$ . Essa bola foi levada para um campo de futebol em Natal, onde a temperatura local era de  $40^\circ\text{C}$ . Considerando que o volume se manteve constante, calcule a pressão da bola em Natal.

### Exercício resolvido 4.5

Uma enorme poça d'água ficou misturada com barro e sua densidade passou a  $2 \text{ g/cm}^3$ . Uma bola de futebol não oficial, com raio de 10 cm, foi colocada nessa poça e ficou totalmente submersa, em equilíbrio, no meio do líquido onde foi colocada. Calcule a densidade da bola e desenhe as forças que agem nela. Calcule o valor do empuxo que age na bola.

### Resolução 4.5



Como a bola está parada, as forças que agem sobre ela são similares às do exercício anterior. Como a bola está totalmente submersa, o empuxo, que é igual ao peso do volume de água deslocado, é igual ao peso de um volume de água igual ao volume da bola.

O volume da bola é igual a:  $V = (4/3)\pi r^3 = 4.187 \text{ cm}^3$ . A massa da poça d'água mais o

barro é, então,  $m = \rho V = 2 \times 4.187 = 8.373 \text{ g}$ , e o peso dessa massa é 83,7 N.

Como a bola está totalmente submersa, sua massa é igual à massa da água deslocada, e, como tanto a bola como a massa de água deslocada têm o mesmo volume, a densidade da bola é igual à densidade da poça d'água misturada com barro, isto é, 2 g/cm<sup>3</sup>.