

Diseño y análisis de experimentos



Universidad Nacional de Colombia
Sede Medellín
Kenneth Roy Cabrera Torres

22 de febrero de 2016



Tabla de contenido

Tabla de contenido

Experimento con un solo factor

Comparación de rangos múltiples

Diseño en bloques completos al azar

Tabla de contenido

Experimento con un solo factor

Un factor

Familia de diseños

Modelos

Supuestos

Comparación de rangos múltiples

Prueba de Hipótesis

Contrastes

Diseño en bloques completos al azar

Característica

Modelo

Cuadrado latino

Grecolatino



Tabla de contenido

Experimento con un solo factor

Un factor

Familia de diseños

Modelos

Supuestos

Comparación de rangos múltiples

Diseño en bloques completos al azar

Experimento con un solo factor

- Tabla de contenido
- Experimento con un solo factor
- Un factor**
- Familia de diseños
- Modelos
- Supuestos
- Comparación de rangos múltiples
- Diseño en bloques completos al azar

El interés del experimentador se centra en comparar los tratamientos en cuanto a sus medias poblacionales, sin olvidar que también es importante compararlos en relación a sus varianzas.

Modelo:

$$y_{ij} = \mu_i + e_{ij} \text{ para } i = 1, \dots, k \text{ y } j = 1, \dots, n$$

Donde:

$$e_{ij} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \text{ i.i.d.}$$

Hipótesis estadística:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu$$

$$H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j$$

Tabla de contenido

Experimento con un solo factor

Un factor

Familia de diseños

Modelos

Supuestos

Comparación de rangos múltiples

Diseño en bloques completos al azar

Si consideramos que

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_i^k \mu_i$$

Entonces podemos pensar que cada μ_i se diferencia del promedio total μ en $\alpha_i = \mu_i - \mu$, al cual se le denomina efecto.

Luego la hipótesis se puede plantear como:

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0$$

$$H_1 : \alpha_i \neq 0 \text{ para algún } i$$



Familia de diseños de un solo factor

[Tabla de contenido](#)

[Experimento con un solo factor](#)

[Un factor](#)

[Familia de diseños](#)

[Modelos](#)

[Supuestos](#)

[Comparación de rangos múltiples](#)

[Diseño en bloques completos al azar](#)

Los más usuales son:

- Diseño completamente al azar (DCA).
- Diseño en bloque completamente al azar (DBCA).
- Diseño en cuadrado latino (DCL).
- Diseño en cuadrado grecolatino (DCGL).

Tabla de contenido

Experimento con un solo factor

Un factor

Familia de diseños

Modelos

Supuestos

Comparación de rangos múltiples

Diseño en bloques completos al azar

| Diseño | Bloques | Modelo |
|--------|---------|--|
| DCA | 0 | $y_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}$ |
| DBCA | 1 | $y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ijk}$ |
| DCL | 2 | $y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + e_{ijkl}$ |
| DCGL | 3 | $y_{ijklm} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \delta_l + e_{ijklm}$ |



Supuestos

[Tabla de contenido](#)

[Experimento con un solo factor](#)

[Un factor](#)

[Familia de diseños](#)

[Modelos](#)

[Supuestos](#)

[Comparación de rangos múltiples](#)

[Diseño en bloques completos al azar](#)

- Aditividad.
- Linealidad.
- Independencia.
- Distribución gaussiana de los errores.
- Homocedasticidad. (igualdad de varianzas)
- No interacción con el bloque.



Tabla de contenido

Experimento con un
solo factor

**Comparación de
rangos múltiples**

Prueba de Hipótesis
Contrastes

Diseño en bloques
completos al azar

Comparación de rangos múltiples

Tabla de contenido

Experimento con un solo factor

Comparación de rangos múltiples

Prueba de Hipótesis

Contrastes

Diseño en bloques completos al azar

Si se rechaza la hipótesis principal sobre los niveles del factor, entonces se quiere saber si:

$$H_0 : \mu_i = \mu_j$$

$$H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ para toda } i \neq j$$

Se destacan los siguientes métodos:

1. LSD (Diferencia mínima significativa).
2. HSD (Tukey) Sólo comparaciones pareadas.
3. Scheffe. muchos contrastes.
4. Bonferroni. Corrige falsos positivos.
5. Duncan. (Un poco más sensible. Exige normalidad).
6. Dunnett. (Con un control)



Comparación por contrastes

Tabla de contenido

Experimento con un
solo factor

Comparación de
rangos múltiples

Prueba de Hipótesis

Contrastes

Diseño en bloques
completos al azar

No siempre es de interés todas las posibles comparaciones, sino algunas de ellas.

En particular en una comparación que se puede escribir como un contraste:

$$C = \sum_{i=1}^k c_i \mu_i \text{ es contraste si } \sum_{i=1}^k c_i = 0.$$

Si se construyen contrastes ortogonales, se garantiza la independencia de los resultados de cada contraste.

El método de Scheffe está diseñado para probar varios contrastes simultáneos, sin necesidad de ser independientes.



Tabla de contenido

Experimento con un
solo factor

Comparación de
rangos múltiples

**Diseño en bloques
completos al azar**

Característica

Modelo

Cuadrado latino

Grecolatino

Diseño en bloques completos al azar



Caracterización del DBCA

Tabla de contenido

Experimento con un solo factor

Comparación de rangos múltiples

Diseño en bloques completos al azar

Característica

Modelo

Cuadrado latino

Grecolatino

La regla general es:

“Bloquee lo que pueda, y aleatorice lo que no”.

Se utiliza para aislar el efecto de factores que de antemano se sabe que influyen en mi respuesta y que no interactúan con el factor de análisis.

Su ventaja está en que se reduce el número de réplicas.

Su desventaja es que no permite estadísticamente establecer la significancia de la interacción.

Se denomina completo porque la aleatorización se hace dentro de cada bloque y se experimenta todos los niveles del factor en cada nivel del bloque.

Ejemplo de bloques usuales: turno, lote, día, tipo de material, línea de producción, operador, máquina, método.

Tabla de contenido

Experimento con un solo factor

Comparación de rangos múltiples

Diseño en bloques completos al azar

Característica

Modelo

Cuadrado latino

Grecolatino

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \epsilon_{ij}; \begin{cases} i = 1, 2, \dots, k \\ j = 1, 2, \dots, b \end{cases}$$

Donde los α_i son los efectos del factor y los β_j son los efectos de los bloques y ϵ_{ij} es el error.

El número de experimentos totales es kb .

La hipótesis a probar es:

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0$$

$$H_1 : \text{Alguno diferente de } 0$$

La hipótesis del bloque sirve de verificación sobre la influencia del bloque.

- Tabla de contenido
- Experimento con un solo factor
- Comparación de rangos múltiples
- Diseño en bloques completos al azar
- Característica
- Modelo
- Cuadrado latino**
- Grecolatino

En este caso se tienen dos bloques y un factor, todos con el mismo número de niveles.

Se denomina cuadrado latino, porque se utilizan las letras latinas para designar los niveles del tratamiento el cuál se se realiza una sola vez por cada combinación de los bloques:

Un ejemplo de un cuadrado latino es:

| | | |
|---|---|---|
| A | B | C |
| B | C | A |
| C | A | B |

El modelo es:

$$Y_{ijl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_l + \epsilon_{ijl}; \begin{cases} i = 1, 2, \dots, k \\ j = 1, 2, \dots, k \\ l = 1, 2, \dots, k \end{cases}$$

En este caso hay 3 bloques con el mismo número de niveles cada bloque que el factor.

El modelo en este caso es:

$$Y_{ijlm} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_l + \tau_m + \epsilon_{ijlm}; \begin{cases} i = 1, 2, \dots, k \\ j = 1, 2, \dots, k \\ l = 1, 2, \dots, k \\ m = 1, 2, \dots, k \end{cases}$$

Un ejemplo de una tabla de distribución de un cuadrado grecolatino es:

| | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $A\alpha$ | $B\beta$ | $C\gamma$ | $D\delta$ |
| $B\gamma$ | $A\delta$ | $D\alpha$ | $C\beta$ |
| $C\delta$ | $D\gamma$ | $A\beta$ | $B\alpha$ |
| $D\beta$ | $C\alpha$ | $B\delta$ | $A\gamma$ |