Universidad Nacional del Litoral

Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas

Departamento de Informática

Introducción a la Robótica

Octubre, 2017

Trabajo Práctico Integrador Nº 1

Desarrollo de un sistema de navegación de seguimiento de objetivos utilizando un robot de par diferencial Lego Mindstorms NXT

Alumno:

Debus, Alejandro

Cuerpo Docente:

Murillo, Marina

Sánchez, Guido

1. Introducción

El presente trabajo práctico tiene como objetivo el desarrollo de software de navegación para un robot de par diferencial Lego Mindstorms, el cual en su recorrido pueda pasar por una lista de puntos dada.

2. Desarrollo del sistema de navegación

2.1. Composición de un sistema de navegación

Un sistema de navegación de un robot posee tres componentes principales que son:

a - El seguimiento del objetivo: esto es poder determinar un conjunto de direcciones deseadas a partir de la posición actual del robot (x_r, y_r) y la posición objetivo del mismo (x_t, y_t).
b - Poder evitar los obstáculos que se le presenten delante a partir de la información que se pueda extraer de los diferentes sensores del robot.
c - Poder obtener la dirección posible a partir de la información dada por los componentes *a* y *b*. Se debe destacar que dependiendo de las características que estén presentes en el entorno y sensores, puede suceder que no haya una dirección posible que permita llegar al objetivo, por lo que se debe incluir un procedimiento para intentar garantizar la existencia de una solución.

En el presente trabajo, el sorteo de obstáculos queda fuera del alcance del mismo.

2.2. Controlador Diferencial de Dirección

El control diferencial de dirección está compuesto por dos ruedas principales las cuales están sobre un mismo eje, pero cada una posee motor propio. Dichas ruedas en conjunto pueden dar las funciones de tracción y dirección del robot. De la variación de las velocidades de cada motor, depende el tipo de movimiento del robot diferencial. En la configuración de control diferencial, el robot rota alrededor de un punto que se encuentra en la intersección de la proyección de los ejes de las ruedas motrices y se denomina Eje de Rotación Instantánea (ICR). Si las velocidades de ambas ruedas son iguales en magnitud y sentido, el robot tendrá un desplazamiento en línea recta. Si una posee mayor velocidad que otra, el movimiento descrito será una circunferencia. Si las velocidades son iguales en magnitud pero diferente sentido, el robot rotará alrededor de un punto y si una rueda tiene velocidad angular cero, el robot girará sobre el punto de apoyo correspondiente a la rueda con velocidad angular cero. Estas especificaciones pueden apreciarse en la figura 2.

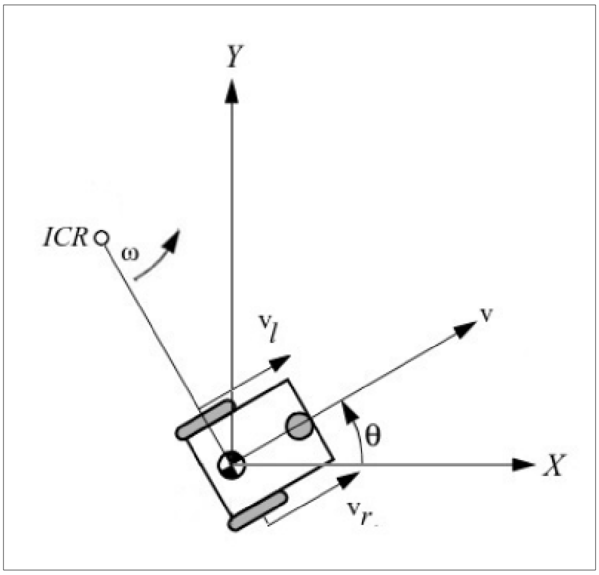

Figura 1. Parámetros de un robot de control de dirección diferencial.

A partir de la figura 1, se puede escribir las ecuaciones (1) y (2)

$$\omega\left(\rho-\frac{w}{2}\right)=v_l \tag{1}$$

$$\omega\left(\rho+\frac{w}{2}\right)=v_r \tag{2}$$

donde w es la distancia del eje que une las ruedas, v_l y v_r son las velocidades de las ruedas izquierda y derecha respectivamente y ρ es la distancia desde el Eje de Rotación Instantánea (ICR) al punto medio entre las ruedas.
Para cualquier instante se puede resolver para ρ, ω y *v*

$$\rho=\frac{w}{2}\frac{(v_r+v_l)}{(v_r-v_l)} \tag{3}$$

$$w=\frac{v_r-v_l}{w} \tag{4}$$

$$v=\omega\rho=\frac{1}{2}(v_r+v_l) \tag{5}$$

Cuando $v_l = v_r$, el radio ρ es infinito y el robot se mueve en línea recta.
Si $v_l = -v_r$, entonces el radio es cero y el robot gira sobre su eje de rotación vertical.
Para diferentes valores de vl y vr, el robot describe una trayectoria curva alrededor de un punto a distancia ρ del centro del robot, cambiando tanto la posición como la orientación del robot, tal como se muestra en la figura 2.

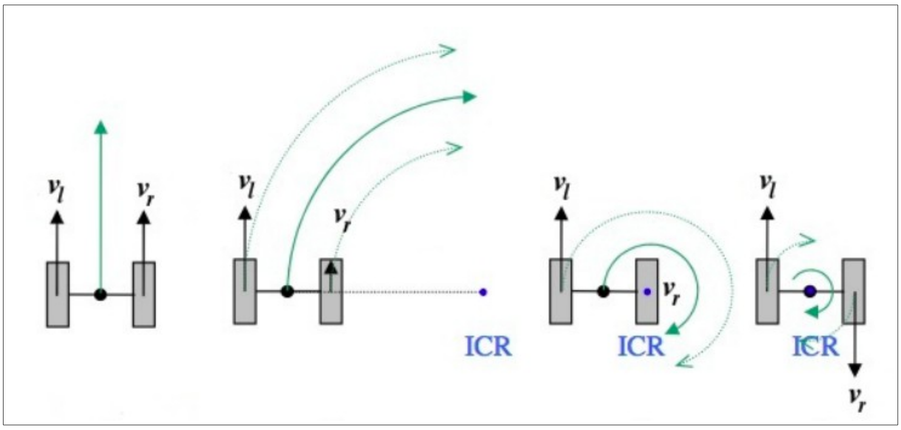

Figura 2. Tipo de movimiento según la velocidad de cada rueda del robot.

2.3. Cinemática del robot

Sea el robot un cuerpo libre moviéndose en el plano **xy**. Las coordenadas *(x, y)* definen la posición global del robot con respecto al sistema de coordenadas. Considérese una línea perpendicular al eje de las ruedas y que pasa por el punto (*x*, *y*) como una referencia para la orientación del robot. El ángulo que tiene esta línea con el eje positivo *x*, *θ*, representa la orientación del robot. Las tres variables que definen la configuración geométrica del robot en cualquier momento están dadas por la expresión (6)

$$\xi=\begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} \tag{6}$$

Ahora supongamos que el punto (*x, y*) en el robot se mueve a una velocidad lineal *v*, mientras que el robot tiene una velocidad angular de *ω*. Ahora, puede utilizarse el primer resultado de haber asumido que no hay desplazamientos y escribir los componentes de velocidad del punto (*x, y*) en el marco inercial como las expresiones (7) y (8).

$$\dot{x}=v\cos(\theta) \tag{7}$$
$$\dot{y}=v\sin(\theta) \tag{8}$$

De la misma forma, la orientación del robot queda dada por la expresión (9)

$$\dot{\theta}=\omega \tag{9}$$

Utilizando las expresiones (3), (4), (5), (7), (8) y (9) se obtienen las ecuaciones que describen la cinemática del robot, tal como muestra las expresiones (10), (11) y (12)

$$\dot{x}(t)=\frac{r}{2}[\omega_r(t)+\omega_l(t)]\cos(\theta(t)) \tag{10}$$

$$\dot{y}(t)=\frac{r}{2}[\omega_r(t)+\omega_l(t)]\sin(\theta(t)) \tag{11}$$

$$\dot{\theta}(t)=\frac{r}{w}[\omega_r(t)-\omega_l(t)] \tag{12}$$

donde *r* es el radio de las ruedas del robot. De esta forma, queda expresada el movimiento del robot diferencial en función de las velocidades angulares ω_l y ω_r de las ruedas.

2.4. Movimiento rotacional y motores de corriente continua

Tanto la modelización matemática comportamiento de las ruedas del robot como de los motores de corriente continua, fueron proporcionados por la cátedra.

2.5. Representación de la posición del robot

El robot se modela como un cuerpo rígido el cual vive en el plano Cartesiano en R^2. La posición del cuerpo del robot se especifica estableciendo una relación entre el marco de referencia global del plano y el marco de referencia local del robot. Para especificar la posición del robot, elegimos como punto de referencia un punto P ubicado en el chasis del robot. Las bases X_R y Y_R definen dos ejes relativos al punto P y por lo tanto, es el marco de referencia local del robot, tal como muestra la figura 3.

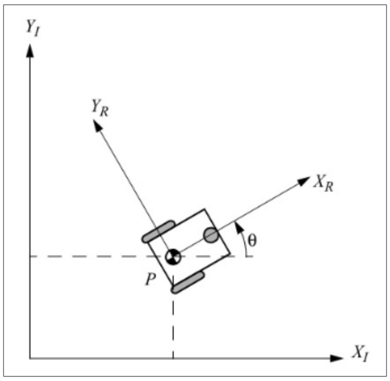

Figura 3.

Utilizando la matriz de rotación sobre un punto arbitrario (x, y), el cual en la figura 3 corresponde al punto P, es posible describir el movimiento del robot. Para realizar la rotación de un punto (x, y) cualesquiera alrededor de un punto arbitrario (p_x, p_y), primero se debe restar (p_x, p_y) de las coordenadas (x, y), y de esta manera lograr la rotación sobre el origen, tal como muestra la expresión (13)

$$\begin{aligned} x_1 &= (x - p_x) \\ y_1 &= (y - p_y) \end{aligned} \tag{13}$$

Luego se realiza la rotación respecto al origen, tal como muestra (14)

$$\begin{aligned} x_2 &= (x - p_x)\cos(\theta) - (y - p_y)\sin(\theta) \\ y_2 &= (x - p_x)\sin(\theta) + (y - p_y)\cos(\theta) \end{aligned} \tag{14}$$

Finalmente se suma (p_x, p_y) para compensar la primer resta, quedando la expresión (15)

$$\begin{aligned} x' &= x\cos(\theta) - y\sin(\theta) + p_x(1 - \cos(\theta)) + p_y\sin(\theta) \\ y' &= x\sin(\theta) - y\cos(\theta) + p_y(1 - \cos(\theta)) + p_x\sin(\theta) \end{aligned} \tag{15}$$

2.6. Seguimiento del objetivo

Para ir de un punto a otro, se debe poder determinar el conjunto de direcciones deseadas a partir de la posición actual del robot (x_r, y_r) y la posición del punto objetivo. A partir de esta información, se calcula el ángulo θ_g entre el robot y el punto objetivo, que luego se utilizará como guía para determinar cuanto debe girar el robot para poder alinearse con el objetivo. Para calcular θ_g se utiliza la función atan2 (ver [2]).

Para poder conocer el ángulo θ_r que representa el ángulo desde el punto en que se encuentra el robot hacia el origen de coordenadas, se calcula:

$$\theta_r(y, x) = \left\{ \begin{matrix} \pi + \theta_g, & \theta_g < 0 \\ -\pi + \theta_g, & \theta_g \geq 0 \end{matrix} \right\} \tag{16}$$

de esta manera, θr nos dice qué tanto debe girar el robot para que su orientación esté alineada con el centro de coordenadas.

Para el caso general en el que el robot esté orientado un ángulo φ y deba dirigirse a un punto (x_t,y_t) distinto al origen de coordenadas, se debe realizar una traslación de coordenadas tal como muestran las expresiones dadas por (17)

$$\begin{aligned} x' &= x_r - x_t \\ y' &= y_r - y_t \end{aligned} \tag{17}$$

lo que define como centro de coordenadas al punto O:{x_t, y_t}. Finalmente, para calcular la dirección θ_r' para el caso que el robot esté orientado un ángulo φ, se calcula:

$$\theta_r' = \theta_r - \varphi \tag{18}$$

Teniendo en cuenta que el robot puede girar tanto a la derecha como a la izquierda, debemos calcular el ángulo correspondiente a cada sentido de giro. Si consideramos el par de ángulos θ_{d1} y θ_{d2} como los ángulos correspondientes a cada sentido de giro, tenemos las expresiones dadas en (19) y (20).

$$\theta_{d1} = \theta_r' \tag{19}$$

$$\theta_{d2} = \left\{ \begin{matrix} \theta_{d1} + 2\pi, & \theta_{d1} < 0 \\ \theta_{d2} - 2\pi, & \theta_{d1} \geq 0 \end{matrix} \right\} \tag{20}$$

Una vez obtenida el par de ángulos para los posibles sentidos de giro, se utiliza como ángulo de giro deseado el de menor valor absoluto.

2.7. Controlador PID y su estructura

Un controlador PID es un mecanismo de control por realimentación ampliamente usado en sistemas de control industrial. Este calcula la desviación o error entre un valor medido y un valor deseado.

Los miembros de la familia de controladores PID, incluyen tres acciones: proporcional (P), integral (I) y derivativa (D). Estos controladores son los denominados P, I, PI, PD y PID.

El valor Proporcional depende del error actual. El Integral depende de los errores pasados y el Derivativo es una predicción de los errores futuros. En el robot, la suma de estas tres acciones es utilizada para controlar la velocidad angular de lo motores, la dirección y la velocidad lineal del robot.

Componente Proporcional

La parte proporcional consiste en el producto entre la señal de error y la constante proporcional para lograr que el error en estado estacionario se aproxime a cero, pero en la mayoría de los casos, estos valores solo serán óptimos en una determinada porción del rango total de control, siendo distintos los valores óptimos para cada porción del rango.

$$P(t)=K_p e(t) \tag{21}$$

Componente Integral

El modo de control Integral tiene como propósito disminuir y eliminar el error en estado estacionario, provocado por perturbaciones exteriores y los cuales no pueden ser corregidos por el control proporcional. El error es integrado, lo cual tiene la función de promediarlo o sumarlo por un período determinado. Luego es multiplicado por una constante K_i.

$$I(t)=K_i \int_0^t e(\tau)\, d\tau \tag{22}$$

Componente Derivativa

La función de la acción derivativa es mantener el error al mínimo corrigiéndolo proporcionalmente con la misma velocidad que se produce; de esta manera evita que el error se incremente.

Se deriva con respecto al tiempo y se multiplica por una constante K_d y luego se suma a las señales anteriores (P+I). Es importante adaptar la respuesta de control a los cambios en el sistema ya que una mayor derivativa corresponde a un cambio más rápido y el controlador puede responder acordemente.

$$D(t)=K_d \frac{de}{dt} \tag{23}$$

Si a estos tres términos los sumamos, obtenemos la salida del controlador PID, dado por la ecuación (4)

$$y(t)=K_p e(t)+K_i \int_0^t e(\tau)\, d\tau+K_d \frac{de}{dt} \tag{24}$$

Todos los parámetros de los tres controladores utilizados fueron obtenidos de forma experimental. En 1er lugar se pusieron a cero las componentes integrales y derivativas y se fueron incrementando los parámetros proporcionales hasta que se logró un resultado aceptable. Finalmente se incrementaron lentamente las componentes integrales y derivativas para lograr reducir el error.

3. Resultados

En esta sección se muestran los resultados obtenidos utilizando el sistema de navegación desarrollado. Se realizaron dos pruebas. Una donde el robot debe pasar por dos puntos, y otra donde debe pasar por tres puntos de plano, siempre con punto inicial (0, 0).

Para cada punto hay un radio de tolerancia de 5 cm, es decir que mientras el robot pase por el círculo definido por el punto de la lista y el radio, se toma como que efectivamente pasó por ese punto.

Prueba 1:

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 & ;\ 0.9 \\ 0.0 & ;-0.9 \end{bmatrix}$$

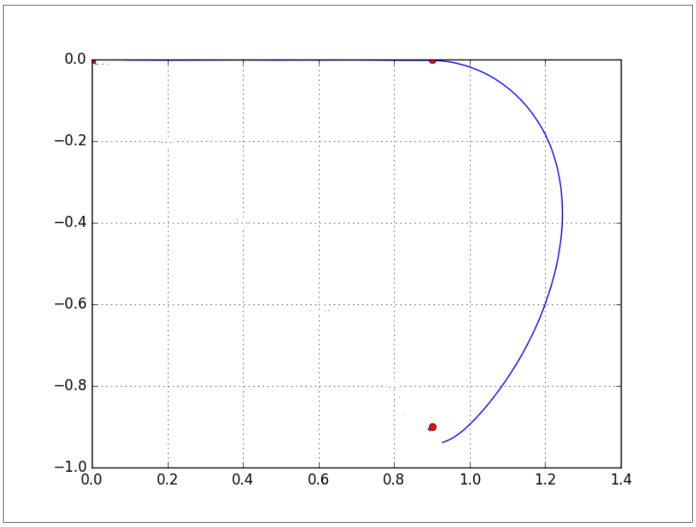

Figura 4. Lista de puntos recorridos en el plano.

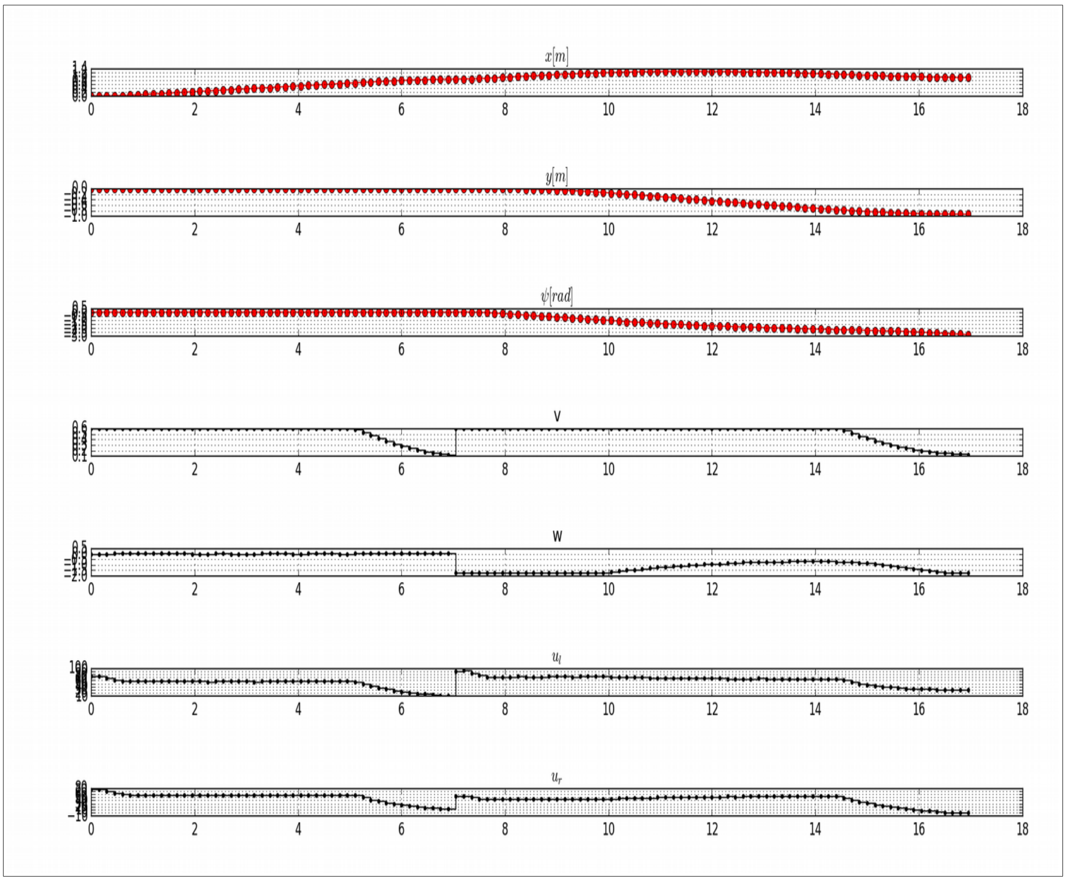

Figura 5. Variables controladas en cada iteración.

Prueba 2:

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 \;\; ; & 0.9 \;\; ; & 0 \\ 0.0 \; ; & -0.9 \; ; & -0.9 \end{bmatrix}$$

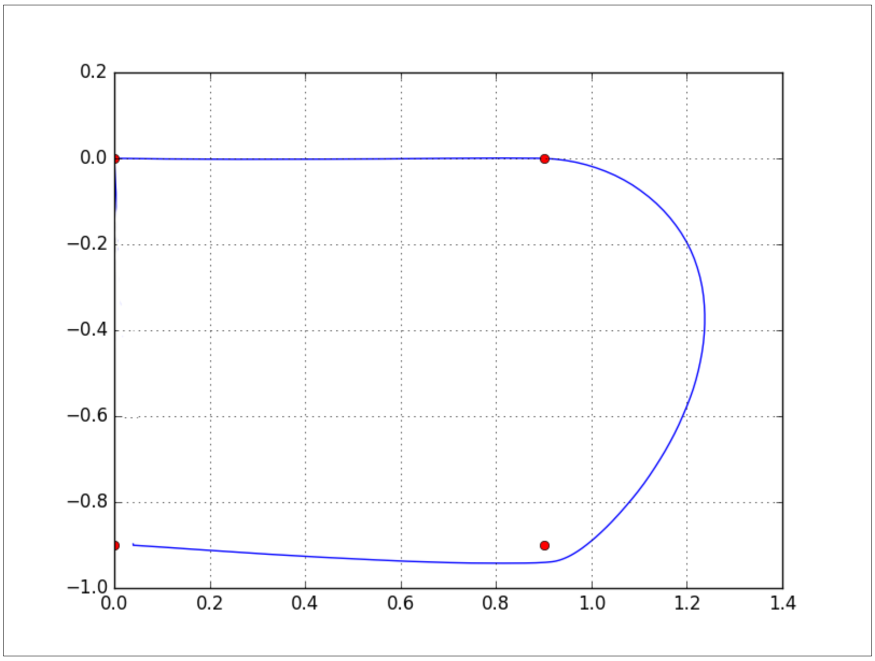

Figura 6. Lista de puntos recorridos en el plano.

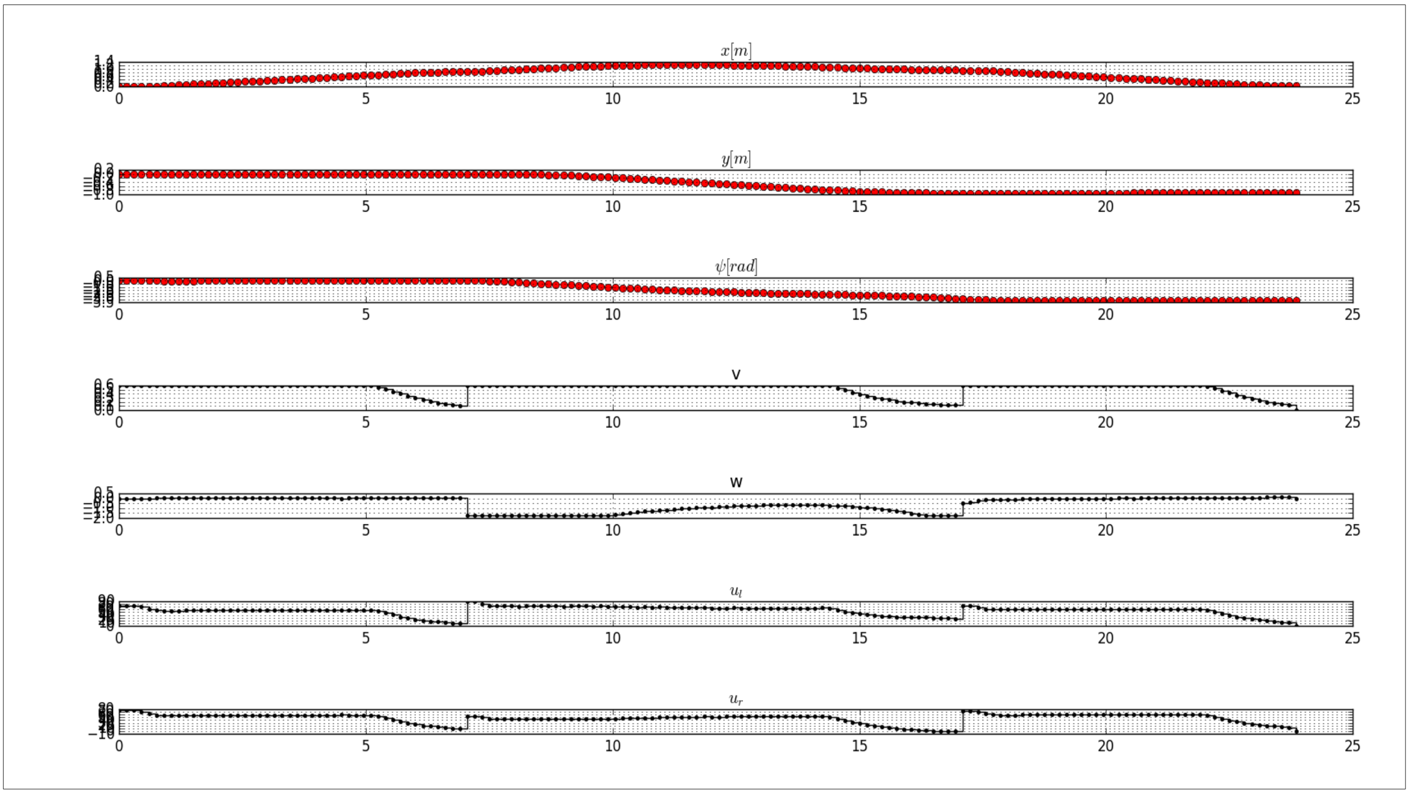

Figura 7. Variables controladas en cada iteración.

Robot utilizado

En la figura 8 se muestra el robot Lego Mindstorms NXT que se utilizó para realizar las pruebas del sistema de navegación desarrollado.

Figura 8. Robot utilizado para realizar las pruebas.

4. Conclusión

El desarrollo del presente trabajo sirvió de experiencia tanto en la complejidad de elegir los parámetros adecuados para los controladores PID, como en los modelos matemáticos que intervienen en el desarrollo del sistema de navegación, por mas simple que sea, como en este caso que solo hace un seguimiento de objetivos.

En las pruebas realizadas se pudo apreciar que a medida que la distancia recorrida aumenta el error se va incrementando, por lo tanto el estimador funciona bien para distancias cortas, en un radio de 2.5 m aproximadamente. Para obtener una mayor precisión hay que utilizar otro tipo de controladores donde los parámetros del mismo no sea necesario obtenerlos de forma experimental.

Referencias

[1] Modelado de vehículos móviles con control diferencial de dirección. Sánchez, Guido. 2017

[2] Wikipedia. 2017. Disponible en: https://en.wikipedia.org/wiki/Atan2