

10/8/2020

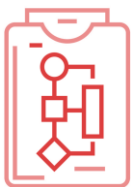


Homework 1

Chapter 1, 2, 3 CLRS



ALGORITHM DESIGN



۱) تابع $f(n) = n^{(2+\sin(n\pi/2))}$ را در نظر بگیرید. می‌دانیم که $f(n) = \Omega(n^a)$ و $f(n) = O(n^b)$. کمترین مقدار طبیعی برای b و بیشترین مقدار طبیعی برای a را بدست بیاورید و ثابت کنید که این دو بهترین مقادیر ممکن هستند. (دقت کنید که هم باید برای درستی جواب خود اثبات بیاورید هم باید ثابت کنید که مقدار بهتری وجود ندارد. در مجموع چهار اثبات باید انجام بدهید. از تعریف هر دو نماد کمک بگیرید.)
(اثبات درست بودن اعداد بدست آمده هر کدام ۰.۷۵ نمره، اثبات نبود جواب بهتر هر کدام ۰.۵ نمره. در مجموع ۲.۵ نمره)

۲) عبارت زیر را ثابت کنید. (تابع $F(n)$ همان فیبوناچی n ام است؛ یعنی $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$ و $F(1)=F(2)=1$) (۱ نمره)

$$F(n) = O((\sqrt{3})^n)$$

۳) ثابت کنید: به ازای همه مقادیر $a > 0$ داریم: $a^n \in o(n!)$. (یعنی $n!$ از هر تابع پیچیدگی نمایی بدتر است.) (۱ نمره)

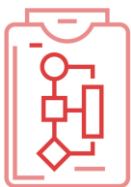
۴) ثابت کنید: $g(n) = \Omega(f(n)) \Rightarrow g(n) = \Omega(O(f(n)))$ (۱ نمره)

۵) به ازای دو عدد حقیقی a و b به طوری که $a > b > 1$ ثابت کنید: $(n > 1)$ (۰.۵ نمره)

$$n * \log(n, b) = \theta(n * \log(n, a))$$

۶) توابع زیر برابر با چه θ (theta) ای هستند؟ (اثبات لازم نیست. استفاده از درخت تصمیم‌گیری می‌تواند در حل سوالات کمک کند.) (هر مورد ۰.۵ نمره)

- 1) $T(n) = T(n/2) + 1, T(1) = 1$
- 2) $T(n) = 3T(n/2) + 1, T(1) = 1$
- 3) $T(n) = T(n-1) + n, T(1) = 1$



۷) شبه کدی با مرتبه زمانی دلخواه بنویسید که تعداد Inversion یک آرایه ورودی را محاسبه کند. (نوشتن قسمت گرفتن ورودی الزامی نیست) (۰.۵ نمره)

۸) شبه کدی بنویسید که تعدادی عدد بگیرد و تمامی اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۰۰ را محاسبه کند که بر تمامی اعداد ورودی بخش پذیر باشد. مرتبه زمانی کد خود را بر حسب تعداد اعداد ورودی (N) تحلیل کنید. (نوشتن قسمت گرفتن ورودی الزامی نیست) (شبه کد ۰.۵ نمره، تحلیل مرتبه زمانی ۰.۵ نمره)

پی نوشت: لینک سوال عملی برای علاقه مندان 😊

۹) کامپیوتری داریم که در هر ثانیه 10^{12} عملیات انجام می دهد. دو الگوریتم داریم که به ازای ورودی n ، به ترتیب n^2 و 2^n مرحله اجرایشان طول می کشد. به ازای هر الگوریتم مشخص کنید که اگر بخواهیم اجرا ۱ ثانیه و یا ۱۰۲۴ ثانیه طول بکشد، باید چه مقداری به ورودی آن بدهیم. (برای راحتی بیشتر می توانید فرض کنید که 2^{40} با 10^{12} تقریباً برابر است.) (هر مورد ۰.۲۵، در مجموع ۱ نمره)

- مهلت ارسال تمرین ساعت ۲۳.۵۵ روز جمعه دوم آبان می باشد.
- سوالات خود را می توانید از طریق ایمیل زیر از تدریس یارن بپرسید.
 - parsa.abdollahi.pa@gmail.com
- ارائه پاسخ تمرین به دو روش ممکن است:
 - ۱) تایپ داخل همین فایل و ارائه فایل Pdf
 - ۲) پاسخ دهی به صورت دستنویس خوانا
- ارائه تمرین به روش اول شامل ۵٪ نمره امتیازی می گردد.
- فایل پاسخ تمرین را تنها با قالب **Algo-HW1-9531***.pdf** در مدل بارگزاری کنید.
- فایل زیبای ارسال نکنید.