

Reconstruction de la densité d'un domaine par un Vnet

Étudiant

Desmond Roussel NGUEGUIN

Superviseurs

Vincent VIGON – Emmanuel FRANCK – Laurent NAVORET

Année universitaire 2020/2021

Sommaire

1 Le projet MOCO

2 Le transfert radiatif

3 Le Vnet

Le projet MOCO

Un résumé du stage

Ce projet s'inscrit dans la suite du stage de M1 "**Simulation 2D de léquation du transfert radiatif et reconstruction de la densité par un réseau de neurones**".

Quelques améliorations faites:

- Code volume finis 1D simple → 2D simple → 2D avec entrées Numpy
- CNN → Vnet
- On reconstruit la totalité de la densité du domaine, et non des créniaux

[Lien vers le rapport de stage.](#)

Un résumé du stage

Ce projet s'inscrit dans la suite du stage de M1 **"Simulation 2D de léquation du transfert radiatif et reconstruction de la densité par un réseau de neurones"**.

Quelques améliorations faites:

- Code volume finis 1D simple → 2D simple → 2D avec entrées **Numpy**
- CNN → Vnet
- On reconstruit la totalité de la densité du domaine, et non des créniaux

[Lien vers le rapport de stage.](#)

Un résumé du stage

Ce projet s'inscrit dans la suite du stage de M1 **"Simulation 2D de léquation du transfert radiatif et reconstruction de la densité par un réseau de neurones"**.

Quelques améliorations faites:

- Code volume finis 1D simple → 2D simple → 2D avec entrées **Numpy**
- CNN → Vnet
- On reconstruit la totalité de la densité du domaine, et non des créneaux

[Lien vers le rapport de stage.](#)

Un résumé du stage

Ce projet s'inscrit dans la suite du stage de M1 "**Simulation 2D de léquation du transfert radiatif et reconstruction de la densité par un réseau de neurones**".

Quelques améliorations faites:

- Code volume finis 1D simple \rightarrow 2D simple \rightarrow 2D avec entrées **Numpy**
- CNN \rightarrow Vnet
- On reconstruit la totalité de la densité du domaine, et non des créneaux

[Lien vers le rapport de stage.](#)

Un résumé du stage

Ce projet s'inscrit dans la suite du stage de M1 **"Simulation 2D de léquation du transfert radiatif et reconstruction de la densité par un réseau de neurones"**.

Quelques améliorations faites:

- Code volume finis 1D simple \rightarrow 2D simple \rightarrow 2D avec entrées **Numpy**
- CNN \rightarrow Vnet
- On reconstruit la totalité de la densité du domaine, et non des créneaux

[Lien vers le rapport de stage.](#)

Pour situer le stage (et ce projet)

- 1 Explosion du Deep Learning
- 2 Application du Machine Learning en imagerie médicale
- 3 Réévaluation des méthodes de résolution des problèmes inverses

Pour situer le stage (et ce projet)

- 1 Explosion du Deep Learning
- 2 Application du Machine Learning en imagerie médicale
- 3 Réévaluation des méthodes de résolution des problèmes inverses

Pour situer le stage (et ce projet)

- 1 Explosion du Deep Learning
- 2 Application du Machine Learning en imagerie médicale
- 3 Réévaluation des méthodes de résolution des problèmes inverses**

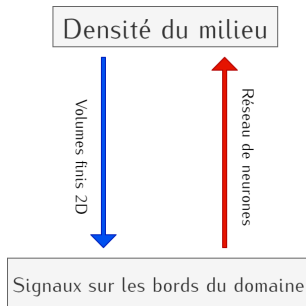
Le(s) problème(s) à résoudre

Problème direct

(Résolution de l'ETR par un schéma de "splitting")

Problème inverse

(Reconstruction de la densité par un réseau de neurones)



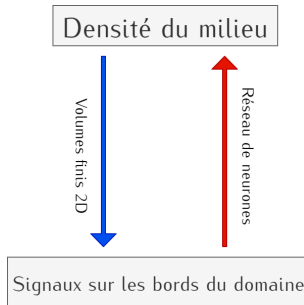
Le(s) problème(s) à résoudre

Problème direct

(Résolution de l'ETR par un schéma de "splitting")

Problème inverse

(Reconstruction de la densité par un réseau de neurones)



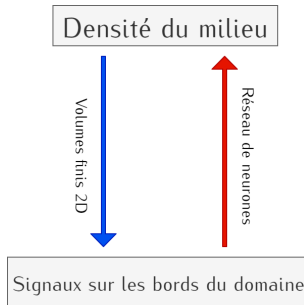
Le(s) problème(s) à résoudre

Problème direct

(Résolution de l'ETR par un schéma de "splitting")

Problème inverse

(Reconstruction de la densité par un réseau de neurones)



Rappel des prédictions obtenues durant le stage (CNN)

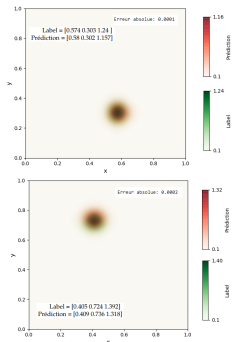


Figure: Les meilleures prédictions

Rappel des prédictions obtenues durant le stage (CNN)

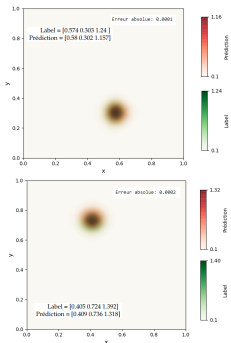


Figure: Les meilleures prédictions

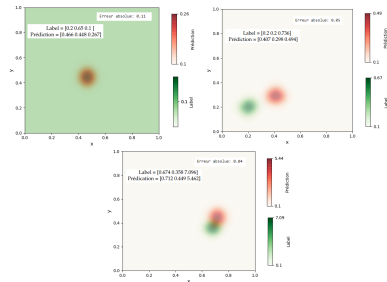


Figure: Les pires prédictions

Les scores obtenus par le CNN

Nom du score	Valeur
R2	98.81 %
Personnalisé	93.50 %

Les scores obtenus par le CNN

Nom du score	Valeur
R2	98.81 %
Personnalisé	93.50 %

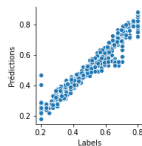


Figure: Corrélation des abscisses

Les scores obtenus par le CNN

Nom du score	Valeur
R2	98.81 %
Personnalisé	93.50 %

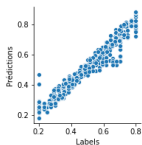


Figure: Corrélation des abscisses

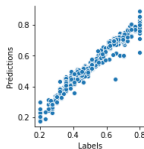


Figure: Corrélation des ordonnées

Les scores obtenus par le CNN

Nom du score	Valeur
R2	98.81 %
Personnalisé	93.50 %

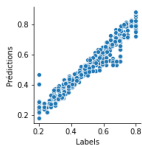


Figure: Corrélation des abscisses

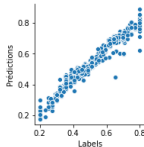


Figure: Corrélation des ordonnées

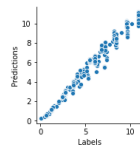


Figure: Corrélation des hauteurs

Quelques mots sur la régression par le CNN

Détection de toutes les variables :

- L'abscisse, l'ordonnée, et la hauteur sont relativement bien prédits
- La valeur de la densité en dehors du créneau est fixée :
⇒ pas vraiment une reconstruction complète de la densité du milieu

Quelques mots sur la régression par le CNN

Détection de toutes les variables :

- L'abscisse, l'ordonnée, et la hauteur sont relativement bien prédits
- La valeur de la densité en dehors du créneau est **fixée** :
⇒ **pas vraiment une reconstruction complète de la densité du milieu**

Classification par CNN

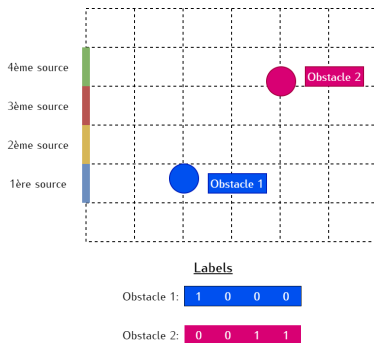


Figure: Labels pour la classification

Classification par CNN

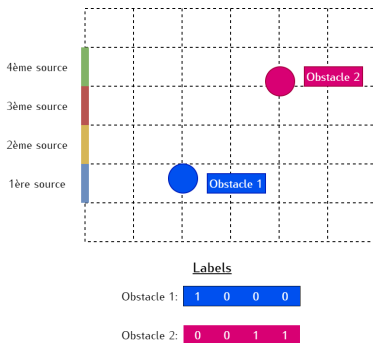


Figure: Labels pour la classification

Table: Les scores obtenus

Nom	Valeur
Bin. Acc.	98.86 %
Pers. Sév.	95.45 %

Le transfert radiatif

Le phénomène du transfert radiatif

Lorsque les photons se trouvent en présence de la matière, trois phénomènes majeurs (caractérisés par leurs opacités) se produisent :

- **Émission** (σ_e) : des photons sont émis en réponse aux électrons excités descendants à des niveaux d'énergie plus bas. Plus la température matière est élevée, plus l'émission est importante
- **Absorption** (σ_a) : à l'inverse, certains photons sont absorbés, les électrons deviennent plus excités (ou se libèrent complètement de leurs atomes), et la matière se réchauffe. À l'équilibre thermique, $\sigma_a = \sigma_e$
- **Dispersion** (σ_c) : certains photons sont déviés de leur trajectoire originale par la matière. Il faut aussi tenir compte de la fonction de distribution angulaire de "scattering" $p(\Omega' \rightarrow \Omega)$ (Reference3).

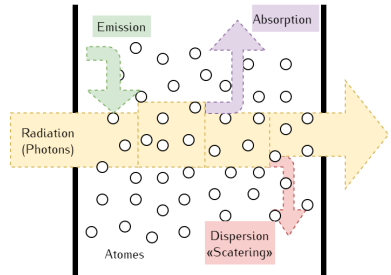


Figure: Interaction entre matière et radiation

Le phénomène du transfert radiatif

Lorsque les photons se trouvent en présence de la matière, trois phénomènes majeurs (caractérisés par leurs opacités) se produisent :

- Émission (σ_e) : des photons sont émis en réponse aux électrons excités descendants à des niveaux d'énergie plus bas. Plus la température matière est élevée, plus l'émission est importante
- Absorption (σ_a) : à l'inverse, certains photons sont absorbés, les électrons deviennent plus excités (ou se libèrent complètement de leurs atomes), et la matière se réchauffe. À l'équilibre thermique, $\sigma_a = \sigma_e$
- Dispersion (σ_c) : certains photons sont déviés de leur trajectoire originale par la matière. Il faut aussi tenir compte de la fonction de distribution angulaire de "scattering" $p(\Omega' \rightarrow \Omega)$ (Reference3).

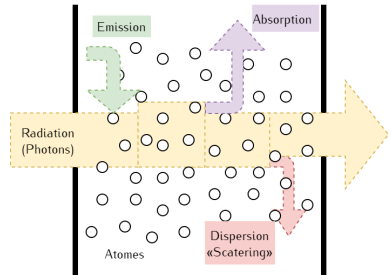


Figure: Interaction entre matière et radiation

Le phénomène du transfert radiatif

Lorsque les photons se trouvent en présence de la matière, trois phénomènes majeurs (caractérisés par leurs opacités) se produisent :

- Émission (σ_e) : des photons sont émis en réponse aux électrons excités descendants à des niveaux d'énergie plus bas. Plus la température matière est élevée, plus l'émission est importante
- Absorption (σ_a) : à l'inverse, certains photons sont absorbés, les électrons deviennent plus excités (ou se libèrent complètement de leurs atomes), et la matière se réchauffe. À l'équilibre thermique, $\sigma_a = \sigma_e$
- Dispersion (σ_c) : certains photons sont déviés de leur trajectoire originale par la matière. Il faut aussi tenir compte de la fonction de distribution angulaire de "scattering" $p(\Omega' \rightarrow \Omega)$ (Reference3).

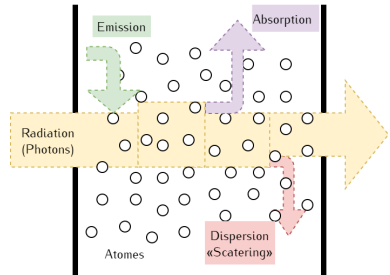


Figure: Interaction entre matière et radiation

L'ETR

L'équation du transfert radiatif (ETR) est un bilan d'énergie lié au rayonnement au niveau mésoscopique (dans la direction Ω).

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu) + \Omega \cdot \nabla_{\mathbf{x}} I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu) \\ = \sigma_a(\rho, \Omega, \nu) (B(\nu, T) - I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu)) \\ + \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_{S^2} \sigma_c(\rho, \Omega, \nu) p(\Omega' \rightarrow \Omega) (I(t, \mathbf{x}, \Omega', \nu) - I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu)) d\Omega' d\nu \end{aligned}$$

où :

- $I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu)$ désigne l'intensité radiative spécifique
- $B(\nu, T)$ la fonction de Planck, caractérise l'émission à l'ETL
- $\oint p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' = 1$

L'ETR

L'équation du transfert radiatif (ETR) est un bilan d'énergie lié au rayonnement au niveau mésoscopique (dans la direction Ω).

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu) + \Omega \cdot \nabla_{\mathbf{x}} I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu) \\ = \sigma_a(\rho, \Omega, \nu) (B(\nu, T) - I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu)) \\ + \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_{S^2} \sigma_c(\rho, \Omega, \nu) p(\Omega' \rightarrow \Omega) (I(t, \mathbf{x}, \Omega', \nu) - I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu)) d\Omega' d\nu \end{aligned}$$

où :

- $I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu)$ désigne l'intensité radiative spécifique
- $B(\nu, T)$ la fonction de Planck, caractérise l'émission à l'ETL
- $\oint p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' = 1$

L'ETR

L'équation du transfert radiatif (ETR) est un bilan d'énergie lié au rayonnement au niveau mésoscopique (dans la direction Ω).

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu) + \Omega \cdot \nabla_{\mathbf{x}} I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu) \\ = \sigma_a(\rho, \Omega, \nu) (B(\nu, T) - I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu)) \\ + \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_{S^2} \sigma_c(\rho, \Omega, \nu) p(\Omega' \rightarrow \Omega) (I(t, \mathbf{x}, \Omega', \nu) - I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu)) d\Omega' d\nu \end{aligned}$$

où :

- $I(t, \mathbf{x}, \Omega, \nu)$ désigne l'intensité radiative spécifique
- $B(\nu, T)$ la fonction de Planck, caractérise l'émission à l'ETL
- $\oint p(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' = 1$

Le modèle P1

Le modèle P1 donne une simplification de l'ETR en vue des simulations.

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} \mathbf{F} = c \sigma_a (a T^4 - E) \\ \partial_t \mathbf{F} + c \nabla E = -c \sigma_c \mathbf{F} \\ \rho C_v \partial_t T = c \sigma_a (E - a T^4) \end{cases}$$

où :

- Energie des photons : $E(t, \mathbf{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} I(t, \mathbf{x}, \boldsymbol{\Omega}, \nu) d\boldsymbol{\Omega} d\nu$
- Flux des photons : $\mathbf{F}(t, \mathbf{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} \boldsymbol{\Omega} I(t, \mathbf{x}, \boldsymbol{\Omega}, \nu) d\boldsymbol{\Omega} d\nu$

Ce modèle est :

- Linéaire et hyperbolique
- Macroscopique aux moments (d'ordre 2), dit "gris"
- Moins précis qu'un modèle résolu par la méthode de Monte-Carlo
- Peu coûteux et rapide à implémenter

Le modèle P1

Le modèle P1 donne une simplification de l'ETR en vue des simulations.

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} \mathbf{F} = c \sigma_a (a T^4 - E) \\ \partial_t \mathbf{F} + c \nabla E = -c \sigma_c \mathbf{F} \\ \rho C_V \partial_t T = c \sigma_a (E - a T^4) \end{cases}$$

où :

- Energie des photons : $E(t, \mathbf{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} I(t, \mathbf{x}, \boldsymbol{\Omega}, \nu) d\boldsymbol{\Omega} d\nu$
- Flux des photons : $\mathbf{F}(t, \mathbf{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} \boldsymbol{\Omega} I(t, \mathbf{x}, \boldsymbol{\Omega}, \nu) d\boldsymbol{\Omega} d\nu$

Ce modèle est :

- Linéaire et hyperbolique
- Macroscopique aux moments (d'ordre 2), dit "gris"
- Moins précis qu'un modèle résolu par la méthode de Monte-Carlo
- Peu coûteux et rapide à implémenter

Le modèle P1

Le modèle P1 donne une simplification de l'ETR en vue des simulations.

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} \mathbf{F} = c \sigma_a (a T^4 - E) \\ \partial_t \mathbf{F} + c \nabla E = -c \sigma_c \mathbf{F} \\ \rho C_v \partial_t T = c \sigma_a (E - a T^4) \end{cases}$$

où :

- Energie des photons : $E(t, \mathbf{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} I(t, \mathbf{x}, \boldsymbol{\Omega}, \nu) d\boldsymbol{\Omega} d\nu$
- Flux des photons : $\mathbf{F}(t, \mathbf{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} \boldsymbol{\Omega} I(t, \mathbf{x}, \boldsymbol{\Omega}, \nu) d\boldsymbol{\Omega} d\nu$

Ce modèle est :

- Linéaire et hyperbolique
- Macroscopique aux moments (d'ordre 2), dit "gris"
- Moins précis qu'un modèle résolu par la méthode de Monte-Carlo
- Peu coûteux et rapide à implémenter

Le modèle P1

Le modèle P1 donne une simplification de l'ETR en vue des simulations.

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} \mathbf{F} = c \sigma_a (a T^4 - E) \\ \partial_t \mathbf{F} + c \nabla E = -c \sigma_c \mathbf{F} \\ \rho C_V \partial_t T = c \sigma_a (E - a T^4) \end{cases}$$

où :

- Energie des photons : $E(t, \mathbf{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} I(t, \mathbf{x}, \boldsymbol{\Omega}, \nu) d\boldsymbol{\Omega} d\nu$
- Flux des photons : $\mathbf{F}(t, \mathbf{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} \boldsymbol{\Omega} I(t, \mathbf{x}, \boldsymbol{\Omega}, \nu) d\boldsymbol{\Omega} d\nu$

Ce modèle est :

- Linéaire et hyperbolique
- Macroscopique aux moments (d'ordre 2), dit "gris"
- Moins précis qu'un modèle résolu par la méthode de Monte-Carlo
- Peu coûteux et rapide à implémenter

Le modèle P1

Le modèle P1 donne une simplification de l'ETR en vue des simulations.

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} \mathbf{F} = c \sigma_a (a T^4 - E) \\ \partial_t \mathbf{F} + c \nabla E = -c \sigma_c \mathbf{F} \\ \rho C_v \partial_t T = c \sigma_a (E - a T^4) \end{cases}$$

où :

- Energie des photons : $E(t, \mathbf{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} I(t, \mathbf{x}, \boldsymbol{\Omega}, \nu) d\boldsymbol{\Omega} d\nu$
- Flux des photons : $\mathbf{F}(t, \mathbf{x}) = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \int_{S^2} \boldsymbol{\Omega} I(t, \mathbf{x}, \boldsymbol{\Omega}, \nu) d\boldsymbol{\Omega} d\nu$

Ce modèle est :

- Linéaire et hyperbolique
- Macroscopique aux moments (d'ordre 2), dit "gris"
- Moins précis qu'un modèle résolu par la méthode de Monte-Carlo
- Peu coûteux et rapide à implémenter

Le schéma de "splitting"

Le principe :

- 1 On sépare le problème en temps en deux

Le schéma de "splitting"

Le principe :

- 1 On sépare le problème en temps en deux
- 2 On résout l'étape 1 (réglage de la température) : sur une maille, schéma d'Euler implicite et méthode du point fixe

$$\begin{cases} \partial_t E + \underbrace{c \operatorname{div} \mathbf{F}}_{=0} = c \sigma_a (a T^4 - E) \\ \rho C_v \partial_t T = c \sigma_a (E - a T^4) \end{cases}$$

Le schéma de "splitting"

Le principe :

- 1 On sépare le problème en temps en deux
- 2 On résout l'étape 1 (réglage de la température) : sur une maille, schéma d'Euler implicite et méthode du point fixe

$$\begin{cases} \partial_t E + \underbrace{c \operatorname{div} \mathbf{F}}_{=0} = c \sigma_a (a T^4 - E) \\ \rho C_v \partial_t T = c \sigma_a (E - a T^4) \end{cases}$$

- 3 On résout l'étape 2 (partie hyperbolique) : volume finis 2D

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} \mathbf{F} = \underbrace{c \sigma_a (a T^4 - E)}_{=0} \\ \partial_t \mathbf{F} + c \nabla E = -c \sigma_c \mathbf{F} \end{cases}$$

Le schéma de "splitting"

Le principe :

- 1 On sépare le problème en temps en deux
- 2 On résout l'étape 1 (réglage de la température) : sur une maille, schéma d'Euler implicite et méthode du point fixe

$$\begin{cases} \partial_t E + \underbrace{c \operatorname{div} \mathbf{F}}_{=0} = c \sigma_a (a T^4 - E) \\ \rho C_v \partial_t T = c \sigma_a (E - a T^4) \end{cases}$$

- 3 On résout l'étape 2 (partie hyperbolique) : volume finis 2D

$$\begin{cases} \partial_t E + c \operatorname{div} \mathbf{F} = \underbrace{c \sigma_a (a T^4 - E)}_{=0} \\ \partial_t \mathbf{F} + c \nabla E = -c \sigma_c \mathbf{F} \end{cases}$$

- 4 Tout ceci se fait sur le meme pas de temps!

Le schéma de "splitting" : Étape 1

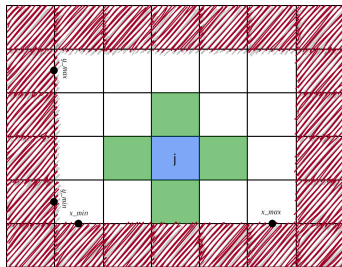
À l'itération n , on pose $\Theta = aT^4$

$$\begin{cases} E_j^{q+1} = \frac{\alpha E_j^n + \beta \gamma \Theta_j^n}{1 - \beta \delta} \\ \Theta_j^{q+1} = \frac{\gamma \Theta_j^n + \alpha \delta E_j^n}{1 - \beta \delta} \end{cases}$$

Où $\mu_q = \frac{1}{T^{3,n} + T^n T^{2,q} + T^q T^{2,n} + T^{3,q}}$

$$\alpha = \frac{1}{\Delta t \left(\frac{1}{\Delta t} + c\sigma_a \right)}, \quad \beta = \frac{c\sigma_a}{\frac{1}{\Delta t} + c\sigma_a}, \quad \gamma = \frac{\rho_j C_V \mu_q}{\Delta t \left(\frac{\rho_j C_V \mu_q}{\Delta t} + c\sigma_a \right)}, \quad \delta = \frac{c\sigma_a}{\frac{\rho_j C_V \mu_q}{\Delta t} + c\sigma_a}.$$

Itération sur q ; convergence vers E_j^* et Θ_j^* ; $F_j = F_j^*$ constant.



Le schéma de "splitting" : Étape 2

$$\begin{cases} E_j^{n+1} = E_j^* + \alpha \sum_k (F_{jk}, n_{jk}) \\ F_j^{n+1} = \beta F_j^* + \gamma E_j^n + \delta \sum_k E_{jk} n_{jk} \end{cases}$$

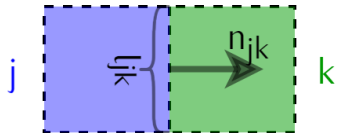
Avec :

$$\alpha = -\frac{c\Delta t}{|\Omega_j|},$$

$$\beta = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{1}{\Delta t} + c \sum_k M_{jk} \sigma_{jk} \right)^{-1},$$

$$\gamma = \frac{c}{|\Omega_j|} \left(\frac{1}{\Delta t} + c \sum_k M_{jk} \sigma_{jk} \right)^{-1} \left(\sum_k l_{jk} M_{jk} n_{jk} \right)$$

$$\delta = -\frac{c}{|\Omega_j|} \left(\frac{1}{\Delta t} + c \sum_k M_{jk} \sigma_{jk} \right)^{-1}$$



$$(F_{jk}, n_{jk}) = l_{jk} M_{jk} \left(\frac{F_j^n \cdot n_{jk} + F_k^n \cdot n_{jk}}{2} - \frac{E_k^n - E_j^n}{2} \right)$$

$$E_{jk} n_{jk} = l_{jk} M_{jk} \left(\frac{E_j^n + E_k^n}{2} - \frac{F_k^n \cdot n_{jk} - F_j^n \cdot n_{jk}}{2} \right) n_{jk}$$

$$M_{jk} = \frac{2}{2 + \Delta x \sigma_{jk}}$$

$$\sigma_{jk} = \frac{1}{2} \left(\sigma_c(\rho_j, T_j^n) + \sigma_c(\rho_k, T_k^n) \right)$$

Implémentation C++

- Temps final = 0.01 sh
- $c = 299$ [cm/sh]
- $a = 0.01372$ [g/cm/sh²/keV]
- $C_v = 0.14361$ [Jerk/g/keV]
- La densité ρ est un signal complet [g cm⁻³]
- $\sigma_a = \rho T$ [cm⁻¹]
- $\sigma_c = \rho T$ [cm⁻¹]
- $T_0, T_{gauche} = 5$ [keV]
- $E_0 = aT_0^4$ [g/cm/sh²]
- $E_{gauche}^* = aT_0^4 + 5 \sin(2k\pi t)$ [g/cm/sh²]
- $F_0, F_{gauche} = 0$ [g/sh²]
- Sorties libres sur les autres bords

```
x_min 0
x_max 1

c 299
a 0.01372
C_v 0.14361

CFL 0.5
precision 1e-6
t_0 0
t_f 0.01

rho numpy.data/forwardPB/inputs/2743.npy
sigma_a rho*T
sigma_c rho*T

E_0 0.01372*(5^4)
F_0_x 0
F_0_y 0
T_0 5

E_u neumann
F_u_x neumann
F_u_y neumann
T_u neumann

E_d neumann
F_d_x neumann
F_d_y neumann
T_d neumann

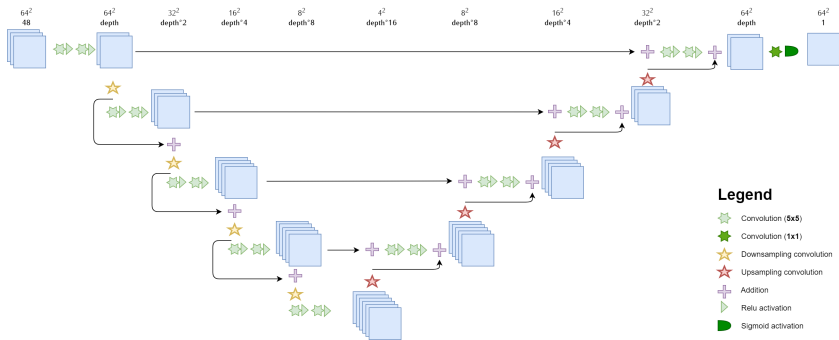
E_l ponctuel(0,1)
F_l_x 0
F_l_y 0
T_l 5

E_r neumann
F_r_x neumann
F_r_y neumann
T_r neumann

export_file data/df_simu.csv
export_mode dataframe
write_mode truncate
```

Figure: Exemple de fichier configuration

Le Vnet



Merci pour votre attention durant cette mini-partie. La suite dans le notebook...