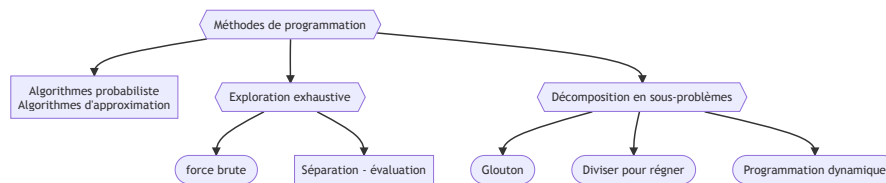


# Programmation dynamique

Objectifs du cours:

- Cadre pour les techniques de programmation
- Programmation dynamique

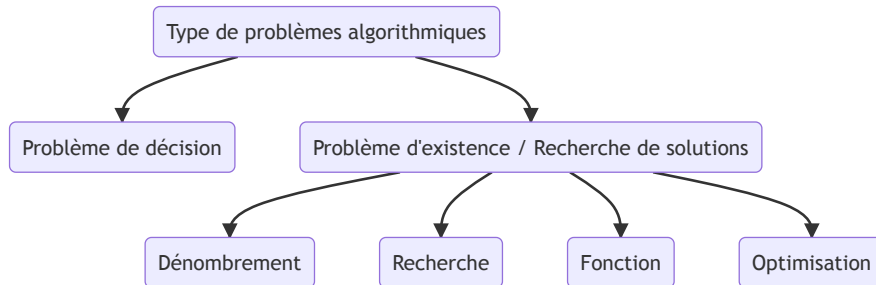
## I. Introduction - Cadre pour l'algorithmique



Formulation d'un problème en algorithmique:

- Soit  $P$  un problème quelconque
- Soit  $I$  une instance de  $P$
- Soit  $A$  un algorithme résolvant le problème  $P$

Quelles sont les familles de problèmes  $P$  ?

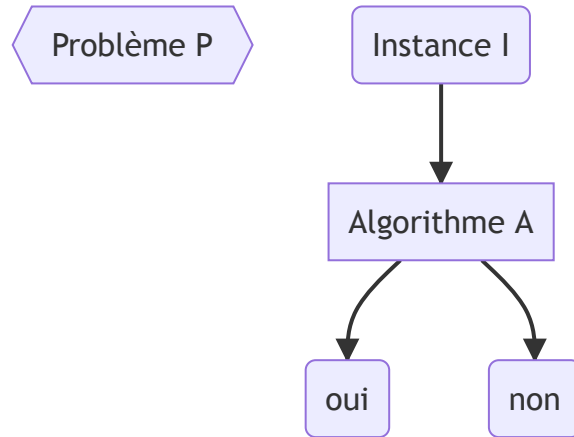


### Problème de décision (ou reconnaissance)

Objectif : validation de l'existence d'une solution

A chaque instance du problème  $P$ , la réponse apportée par l'algorithme est oui ou non (résultat binaire)

Problème de classification



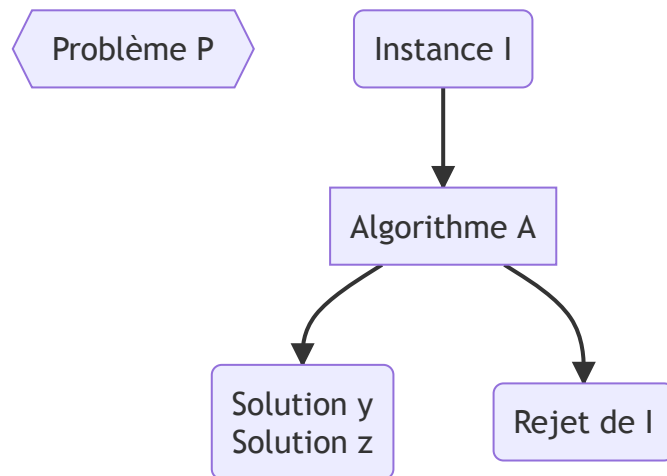
Exemple: soit  $n$  un entier naturel, déterminer si  $n$  est un nombre premier

### Problème de recherche

Objectif: trouver une solution lorsqu'un algorithme n'est pas écrit mais que la spécification de la solution est connue.

Trouver, si elle existe, une solution associée à une instance d'entrée grace à une relation figurant dans l'énoncé de la recherche.

Problème de décision : restriction d'un problème de recherche



Exemple : trouver les facteurs premiers d'un entier naturel  $n$

## Problème de dénombrement

Objectif : dénombrer les solutions

Déterminer le nombre de solutions à un problème de recherche

Sous-problème du problème de dénombrement et de décision :

- unicité d'une solution optimale
- énumération des solutions

Exemple: soit  $n$  un entier naturel, déterminer le nombre de facteurs premiers non triviaux de  $n$

## Problème d'optimisation

Objectif : recherche de la meilleure solution parmi toutes les solutions possibles d'un problème  $P$  sur une instance  $I$

Détermination d'un jeu de paramètres en entrée d'une fonction donnant à cette fonction la valeur maximale ou minimale

Optimisation sous contrainte ou sans contrainte (méthode de descente, programmation linéaire, ...)

Exemple: recherche du plus grand facteur premier non trivial d'un entier naturel  $n$

## Problème de fonction

Objectif : engendrer les solution

Un seul résultat attendu pour chaque entrée

Plus complexe que le problème de décision car le résultat est une valeur plutôt qu'un résultat binaire

Exemple: problème de régression  $\rightarrow$  prévision de valeur

# II. Programmation dynamique: exemple

## Découpe de barres d'acier

Entreprise  $\rightarrow$  achat et revente de barres d'acier

Coupe de barres d'acier pour optimiser les profits

Hypothèses:

- Découpe d'une barre en barres de  $i = 1, 2, \dots$  cm
- Prix des tronçons de  $i$  cm à la revente connus :

|                      |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
|----------------------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| Longueur $i$<br>(cm) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| Prix                 | 1 | 5 | 8 | 9 | 10 | 17 | 17 | 20 | 24 | 30 |