

Exercice 1

Calculer $\sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{k=n}^{+\infty} \frac{1}{k!} > 0$

Exercice 2

Calculer $\sum_{p=1}^{+\infty} \sum_{q=p}^{+\infty} \frac{(-1)^p}{q^3}$ en fonction de $\zeta(3)$.

Exercice 3

On pose $a_{n,p} = \frac{1}{n^2 - p^2}$ si $n \neq p$ et $a_{n,n} = 0$.

(1) Justifier rapidement que la famille $(a_{n,p})$ n'est pas sommable.

(2) Calculer $\sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{p=0}^{+\infty} a_{n,p}$ et $\sum_{p=0}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} a_{n,p}$.

Exercice 4

Calculer les sommes suivantes.

$$(1) A = \sum_{(p,q) \in (\mathbb{N}^*)^2} \frac{1}{p^2 q^2}, > 0$$

$$(2) B = \sum_{(p,q) \in (\mathbb{N}^*)^2; p|q} \frac{1}{p^2 q^2}, > 0$$

$$(3) C = \sum_{(p,q) \in (\mathbb{N}^*)^2; p \wedge q = 1} \frac{1}{p^2 q^2}, > 0$$

Exercice 5

On réordonne les termes de la série harmonique alternée en prenant tour à tour p termes positifs puis q termes négatifs, $p, q > 1$. Calculer la somme de la série correspondante