

CHAPITRE 14



Hugo SALOU MP2I

Dernière mise à jour le 2 février 2022

Table des matières

I	Exercice 1	1
II	Exercice 5	1

Première partie

Exercice 1

Soit f la fonction donnant la distance parcourue (en km) en fonction du temps t (en heure).

Comme la personne ne se téléporte pas, f est continue et croissante.

On pose

$$g : \left[0, \frac{1}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$t \mapsto f\left(t + \frac{1}{2}\right) - f(t)$$

$$g(0) = f\left(\frac{1}{2}\right) - f(0) = f\left(\frac{1}{2}\right) \geq 0$$

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = f(1) - f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 - f\left(\frac{1}{2}\right) \leq 4$$

On pose $k = f\left(\frac{1}{2}\right) \in [0, 4]$

On sait que $[k, 4 - k] \cup [4 - k, k] \ni 2$. Si $k < 2$, $4 - k > 2 > k$. Si $k > 2$, $4 - k < 2 < k$.

On sait que g est continue donc il existe $x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ tel que

$$g(x) = 2$$

Donc, il existe $x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ tel que

$$f\left(x + \frac{1}{2}\right) = f(x) + 2$$

Deuxième partie**Exercice 5**

On pose $g : x \mapsto f(x) - x$. On sait que $g(0) \geq 0$ et $g(1) \leq 0$
 g est continue donc il existe $a \in [0, 1]$, tel que

$$g(a) = 0 \iff f(a) - a = 0 \iff f(a) = a$$