

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = \text{const}$$

Si $Q \gg 1$,

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \text{const}$$

$$(\text{EH}) : \ddot{s} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{s} + \omega_0^2 s = 0$$

$$(\text{EC}) : r^2 + \frac{\omega_0}{Q}r + \omega_0^2 = 0$$

On a :
$$\begin{cases} \text{Apériodique si } Q < \frac{1}{2} \\ \text{Critique si } Q = \frac{1}{2} \\ \text{Pseudo périodique si } Q > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$Q < \frac{1}{2} \implies \Delta > 0 \text{ avec les racines } r_{\pm} < 0$$

$$Q > \frac{1}{2} \implies \Delta < 0$$

$$Q = \frac{1}{2} \implies \Delta = 0$$

Pour $Q < \frac{1}{2}$

$$\underbrace{\tau_+ = -\frac{1}{r_+}}_{\text{Temps caractéristique}} = \frac{2Q}{\omega_0} \times \frac{1}{1 + \sqrt{1 - 4Q^2}}$$

$$\tau_- = -\frac{1}{r_-}$$

Solution générale :

$$s(t) = \lambda e^{t \times r_+} + \mu e^{t \times r_-}$$

Pour $Q = \frac{1}{2}$,

$$r = -\omega_0$$

Solution générale :

$$s(t) = (\mu + \lambda t)e^{rt}$$

Temps caractéristique : $\tau = -\frac{1}{r} = \frac{1}{\omega_0}$. C'est le plus rapide des régimes apériodiques à atteindre le régime permanent.

Pour $Q > \frac{1}{2}$,

$$r_{\pm} = -\frac{\omega_0}{2Q} \left(1 \pm j\sqrt{4Q^2 - 1} \right)$$

On a $\Im(r_-) = \frac{\omega_0}{2Q} \sqrt{4Q^2 - 1} = \Omega$: la pseudo pulsation