Exercice 1

Soit F le sous-ensemble de $\mathbb{R}^3$ d'équations
$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+y+z=1 \end{cases}$$
Montrer que F est un sous-espace affine de $\mathbb{R}^3$ et déterminer sa direction.

Exercice 2

Soit E un espace affine de dimension 2, $\mathscr{R}=(O,i,j)$ et $\mathscr{R}'=(O',u,v)$ deux repères. On pose $O'=O+ai+bj$ et $u=xi+yj, v=x'i+y'j$.

Soit M un point de coordonnées de (α,β) dans $\mathscr{R}$ et de coordonnées (α',β') dans $\mathscr{R}'$. Exprimer α' et β' en fonction de $\alpha,\beta,a,b,x,y,x',y'$.

Exercice 3

Soit E un espace vectoriel de dimension 3 muni d'un repère affine $R=(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. Soient A le point de coordonnées $(1,-1,1)$ et D la droite d'équations $x-3y+2z-1=2x+y-3z+1=0$. Donner l'équation du plan passant par A et D.

Exercice 4

Soient D et D' les droites de $\mathbb{R}^3$ données par les équations
$$D:\begin{cases} x-2z=1 \\ y-z=2 \end{cases} \quad D':\begin{cases} x+y+z=1 \\ x-2y+2z=a \end{cases}$$

(1) Pour quelles valeurs de a les droites D et D' sont-elles coplanaires ?

(2) Donner alors l'équation du plan contenant D et D'.

Exercice 5

Soient n points $A_i=(x_i,y_i,z_i)\in\mathbb{R}^3$ $(1\leq i\leq n)$. Déterminer une condition nécessaire et suffisante portant sur la matrice $\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & z_n & 1 \end{pmatrix}$ pour que ces n points soient sur un même plan.