

Teoretická informatika (TIN) – 2024/2025

Úkol 1

(max. zisk 7 bodů – 10 bodů níže odpovídá 1 bodu v hodnocení předmětu)

1. Uvažujme abecedu $\Sigma = \{a, b\}$ a jazyk $L_1 = \{w \in \Sigma^* : |w| \bmod 2 = 1\}$. Sestrojte relaci pravé kongruence \sim , která splňuje následující tři podmínky: (1) L_1 je sjednocením některých tříd rozkladu Σ^*/\sim , (2) index \sim je konečný a soudělný s indexem \sim_{L_1} a (3) jedna ze tříd rozkladu Σ^*/\sim má právě dva prvky.

15 bodů

2. Uvažte následující operaci na jazycích nad abecedou Σ :

$$\square L = \{w \in L \mid \forall u, v \in \Sigma^* : w = uv \Rightarrow u \in L\},$$

Rozhodněte a dokažte, zda jsou následující třídy jazyků uzavřeny na operaci \square :

- (a) třída regulárních jazyků a
- (b) třída rekurzivně vyčíslitelných jazyků.

15 bodů

3. Uvažujte následující jazyk nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$:

$$L_3 = \{a^k b^\ell \mid \ell = k^2\}$$

Dokažte, že jazyk L_3 není bezkontextový.

15 bodů

4. Navrhněte algoritmus, který pro bezkontextovou gramatiku $G = (N, \Sigma, P, S)$ spočítá množinu

$$N_{abc} = \{A \in N \mid \exists u, v \in \Sigma^* : A \Rightarrow_G^* uabcv\}.$$

V algoritmu můžete využít množiny $N_\epsilon = \{A \in N \mid A \Rightarrow_G^+ \epsilon\}$ a $N_t = \{A \in N \mid \exists w \in \Sigma^* : A \Rightarrow_G^+ w\}$. Doporučujeme nadefinovat si další vhodné množiny neterminálů a algoritmicky popsat jejich výpočet (u N_ϵ a N_t popis výpočtu není potřeba).

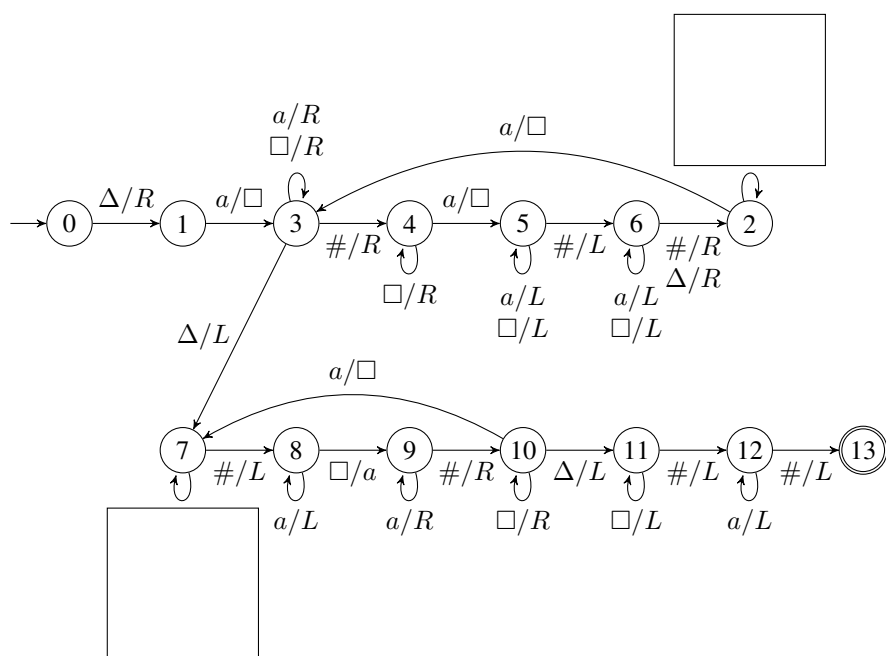
Ilustrujte použití algoritmu na příkladě gramatiky nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ s pravidly

$$S \rightarrow V \mid caUca \mid RTcU \quad V \rightarrow Vabc \quad U \rightarrow b \mid \epsilon \quad R \rightarrow Uca \quad T \rightarrow W \mid aU \quad W \rightarrow UbU$$

15 bodů

5. Doplňte do rámečků v přechodovém diagramu Turingova stroje M_5 s páskovou abecedou $\Gamma = \{a, \#, \square, \Delta\}$ v Obrázku 1 chybějící popisky přechodů tak, aby platilo, že $L(M_5) = \{a^{\ell_1} \# a^{\ell_2} \# a^{\ell_3} \mid 1 \leq \ell_1 \leq \ell_2 \leq \ell_3 \wedge \ell_2 - \ell_1 = \ell_3 - \ell_2\}$. V jednom popisku může být i více operací. Nic jiného nepřidávejte.

10 bodů



Obrázek 1: Přejchodový diagram Turingova stroje M_5