



IEL – protokol k projektu

Michal, Ľaš
xlasmi00

14. decembra 2021

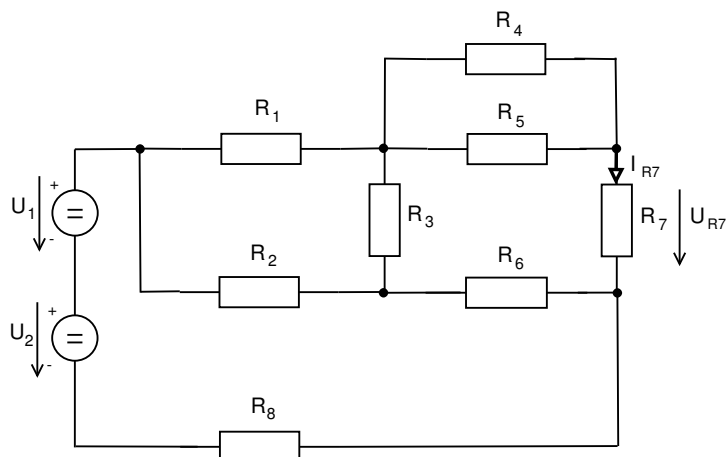
Obsah

1	Příklad 1	2
2	Příklad 2	6
3	Příklad 3	9
4	Příklad 4	11
5	Příklad 5	13
6	Shrnutí výsledků	16

Příklad 1

Stanovte napětí U_{R7} a proud I_{R7} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

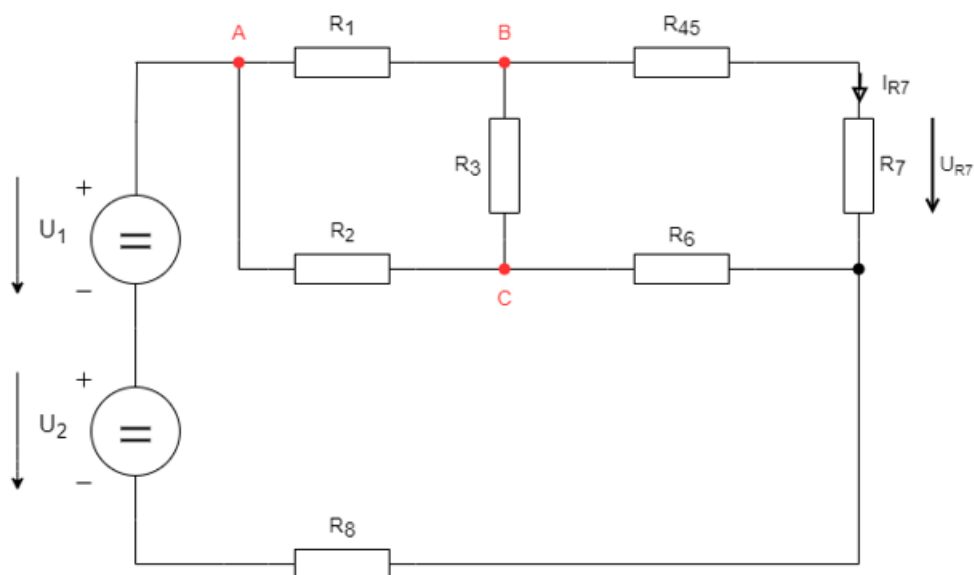
sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
E	115	55	485	660	100	340	575	815	255	225



Riešení pomocou zjednodušovania:

Krok 1: Paralelne sčítame R_4 a R_5

$$R_{45} = \frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5} = \frac{340 \times 575}{340 + 575} = 213.6612 \, \Omega$$

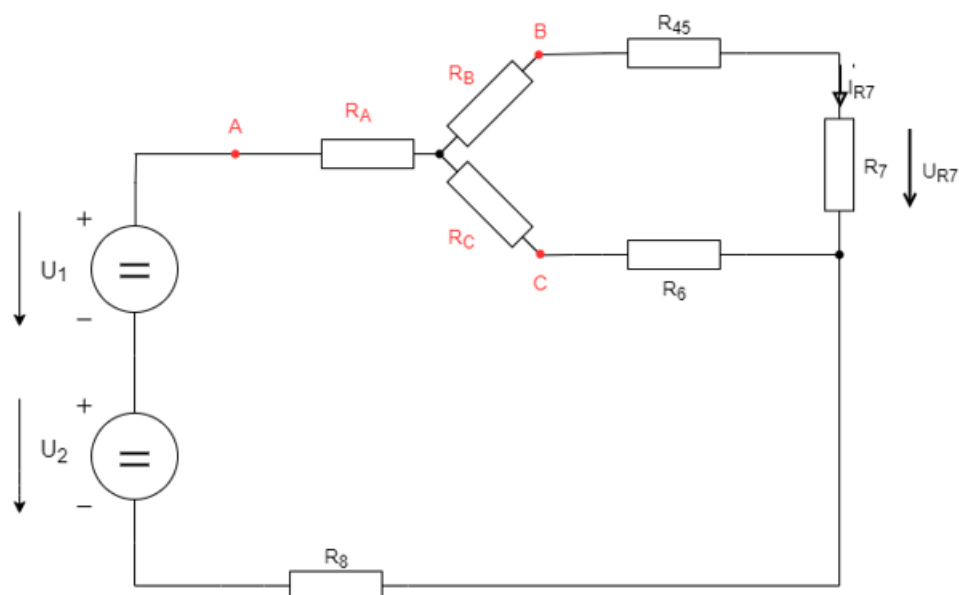


Krok 2: Transfigurácia trojúholník \Rightarrow hviezda

$$R_A = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{485 \times 660}{485 + 660 + 100} = 292.3288 \, \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{485 \times 100}{485 + 660 + 100} = 44.2922 \, \Omega$$

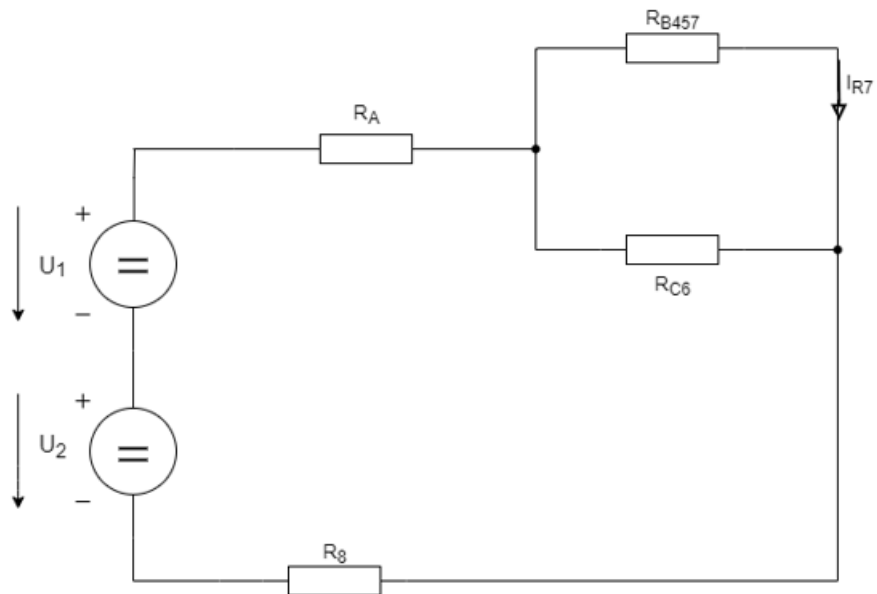
$$R_C = \frac{R_2 \times R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{660 \times 100}{485 + 660 + 100} = 60.2740 \, \Omega$$



Krok 4: Sériovo sčítame rezistory R_A a R_{45} a R_7 a rezistory R_C a R_6

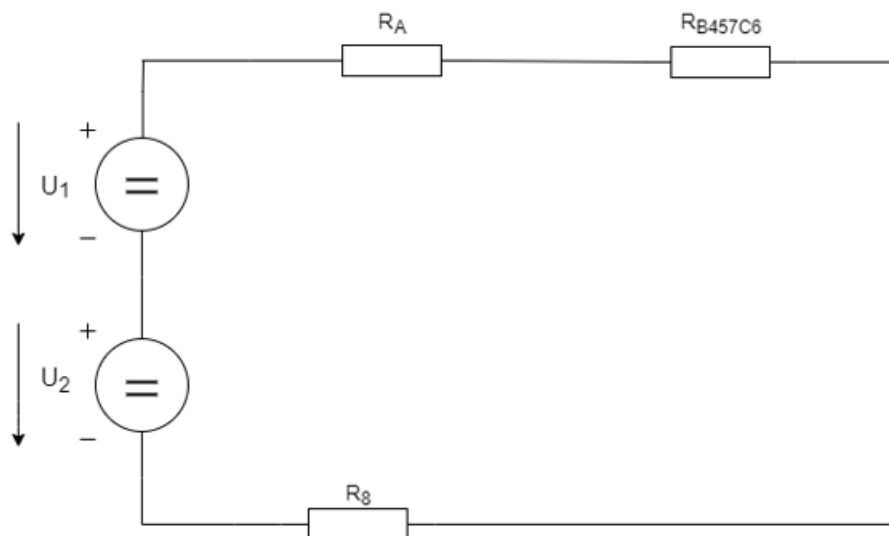
$$R_{B457} = R_B + R_{45} + R_7 = 44.2922 + 213.6612 + 255 = 512.9534 \, \Omega$$

$$R_{C6} = R_C + R_6 = 60.2740 + 815 = 875.2740 \, \Omega$$



Krok 5: Paralelne sčítame rezistory R_{B457} a R_{C6}

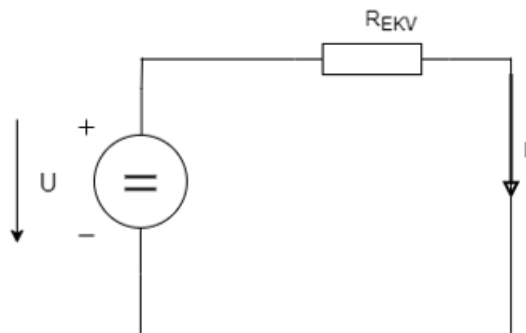
$$R_{B457C6} = \frac{R_{B457} \times R_{C6}}{R_{B457} + R_{C6}} = \frac{512.9534 \times 875.2740}{512.9534 + 875.2740} = 323.4159 \, \Omega$$



Krok 6: Sériovo sčítame rezistory R_{B457C6} a R_A a R_8 a sčítame zdroje U_1 a U_2

$$R_{EKV} = R_{B457C6} + R_A + R_8 = 323.4159 + 292.3288 + 225 = 840.7447 \, \Omega$$

$$U = U_1 + U_2 = 115 + 55 = 170 \, V$$



Krok 7: Vypočítame prúd I

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{170}{840.7447} = 0.2022 \, A$$

Krok 8: Vypočítame napätie $U_{RB457C6}$

$$U_{RB457C6} = I \times R_{B457C6} = 65.3952 \, V$$

Krok 8: Vypočítame prúd I_{B457}

$$I_{B457} = \frac{U_{RB457C6}}{R_{B457}} = \mathbf{0.1275 \, A = I_{R7}}$$

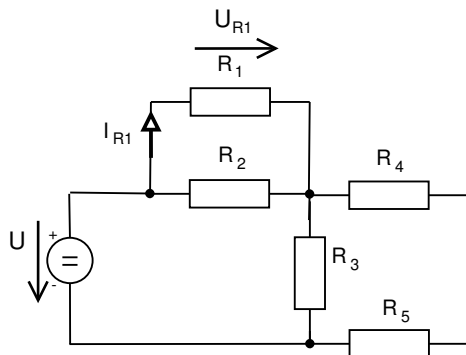
Krok 9: Vypočítame napätie U_{R7}

$$\mathbf{U_{R7} = I_{B457} \times R_7 = 0.1275 \times 255 = \mathbf{32.5125 \, V}}$$

Příklad 2

Stanovte napětí U_{R1} a proud I_{R1} . Použijte metodu Théveninovy věty.

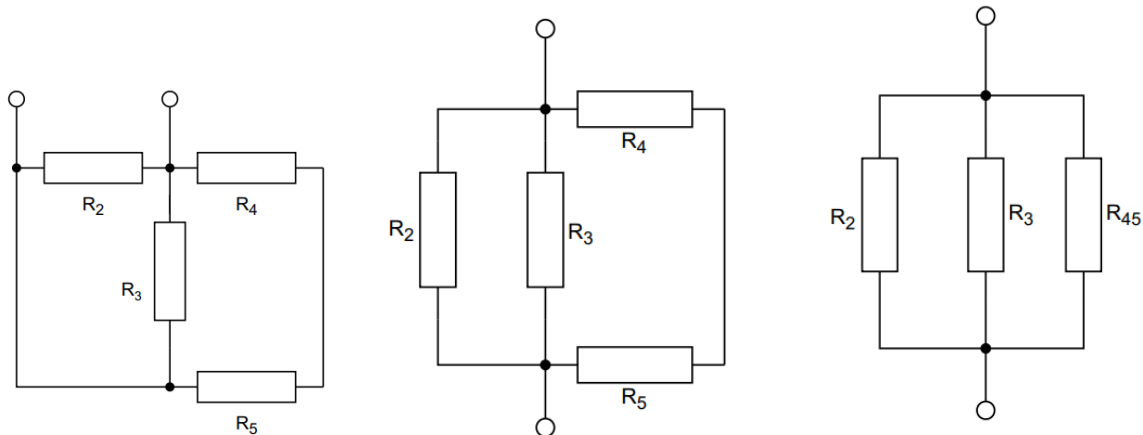
sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
H	220	190	360	580	205	560



Riešenie pomocou Theveninovej vety

Krok 1: odpojíme rezistor R_1 a vypočítame odpor R_i

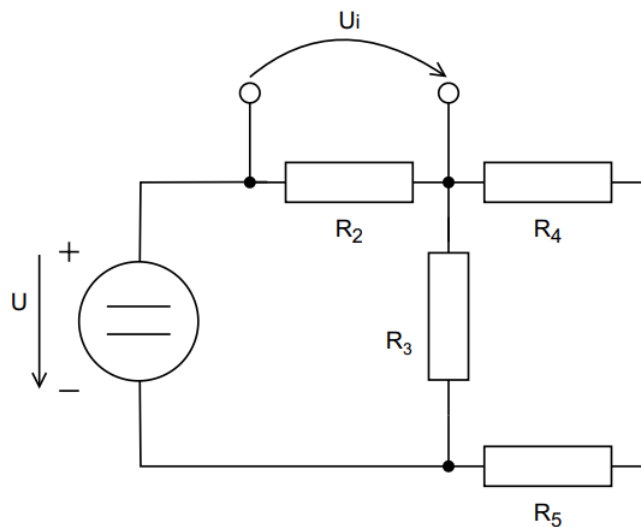
Upravíme obvod



$$R_{345} = \frac{(R_4 + R_5) \times R_3}{(R_4 + R_5) + R_3} = \frac{(205 + 560) \times 580}{(205 + 560) + 580} = 329.8885 \, \Omega$$

$$R_i = \frac{R_2 \times R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{360 \times 329.8885}{360 + 329.8885} = 172.1436 \, \Omega$$

Krok 2: Namiesto rezistora R_1 dáme voltmeter a vypočítame napätie U_i



Vypočítame R_{EKV} obvodu

$$R_{EKV} = R_{345} + R_2 = 329.8885 + 360 = 689.8885 \, \Omega$$

Vypočítame celkový prúd I v obvode

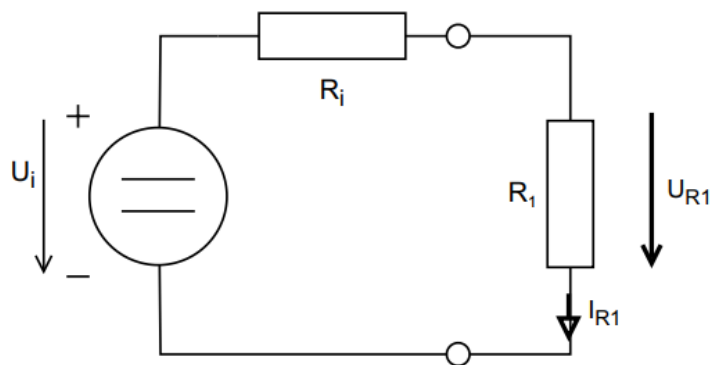
$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{220}{689.8885} = 0.3189 \, A$$

Pomocou Ohmovho zákona vypočítame napätie na U_{R2}

$$U_{R2} = R_2 \times I = 360 \times 0.3189 = 114.8012 \, V$$

Napätie na R_2 = napätie U_i

Krok 3: Zjednodušený obvod - na svorky pripojíme rezistor R_1



Pomocou Ohmovho zákona vypočítame napätie a prúd na rezistore R_1

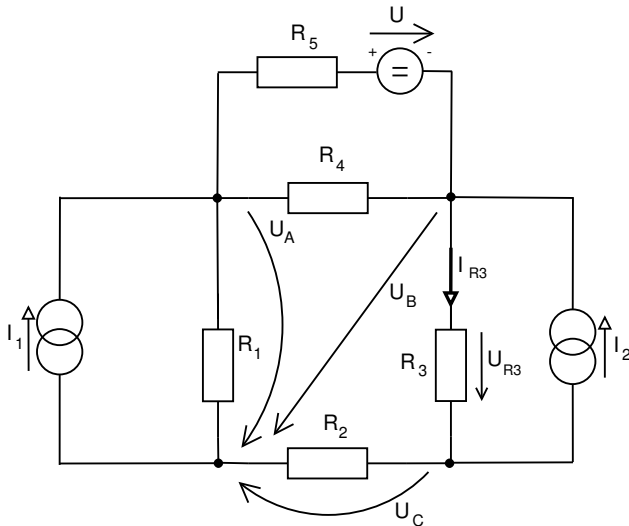
$$I_{R1} = \frac{U_i}{R_i + R_1} = \frac{114.8012}{172.1436 + 190} = \mathbf{0.3170 \text{ A}}$$

$$U_{R1} = R_1 \times I_{R1} = 190 \times 0.3170 = \mathbf{60.2309 \text{ V}}$$

Příklad 3

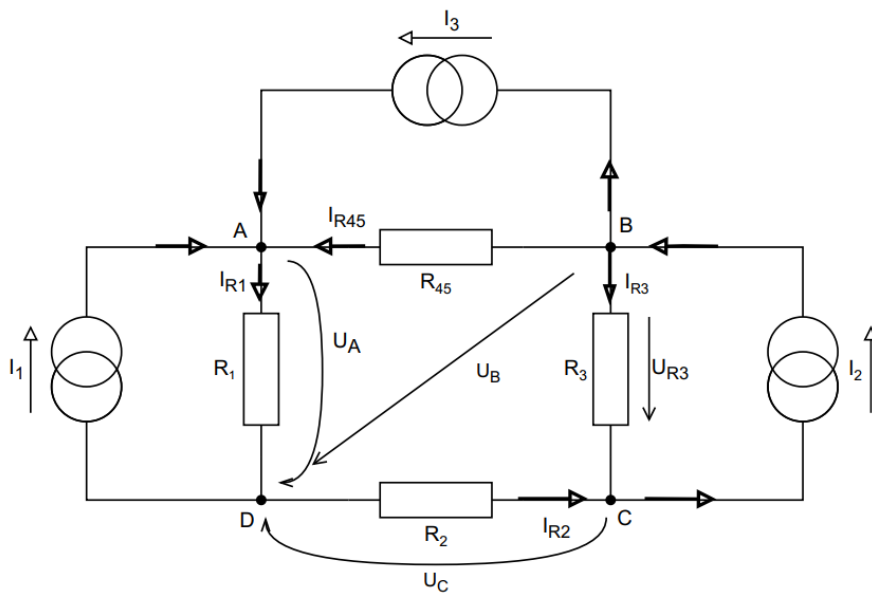
Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
G	160	0.65	0.45	46	41	53	33	29



Riešenie pomocou MUN

Krok 1: Napäťový zdroj prevedieme na prúdový, paralelne sčítame rezistory R_4 a R_5 a určíme smer prúdov



$$I_3 = \frac{U}{R_5} = \frac{160}{29} = 5.5172 \text{ A}$$

$$R_{45} = \frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5} = \frac{33 \times 29}{33 + 29} = 15.4355 \text{ } \Omega$$

Krok 2: Napíšeme rovnice pre jednotlivé uzly

$$A : I_1 + I_3 + I_{R45} - I_{R1} = 0$$

$$B : I_2 - I_{R45} - I_{R3} - I_3 = 0$$

$$C : I_{R3} + I_{R2} - I_2 = 0$$

$$\begin{aligned} A : I_1 + I_3 + \frac{U_B - U_A}{R_{45}} - \frac{U_A - U_D}{R_1} &= 0.65 + 5.5172 + \frac{U_B - U_A}{15.4355} - \frac{U_A}{46} = 0 \\ B : I_2 - \frac{U_B - U_A}{R_{45}} - \frac{U_B - U_C}{R_3} - I_3 &= 0.45 - 5.5172 - \frac{U_B - U_A}{15.4355} - \frac{U_B - U_C}{53} = 0 \\ C : \frac{U_B - U_C}{R_3} + \frac{U_D - U_C}{R_2} - I_2 &= \frac{U_B - U_C}{53} - \frac{U_C}{41} - 0.45 = 0 \end{aligned}$$

Z rovníc vypočítame U_B a U_C

$$U_B = -23.9924 \text{ V}$$

$$U_C = -20.8674 \text{ V}$$

Krok 3: Vypočítame napätie a prúd na rezistore R_3

$$\mathbf{U_{R3}} = U_B - U_C = -23.9924 - (-20.8674) = \mathbf{3.125 \text{ V}}$$

$$\mathbf{I_{R3}} = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{3.125}{53} = \mathbf{0.0590 \text{ A}}$$

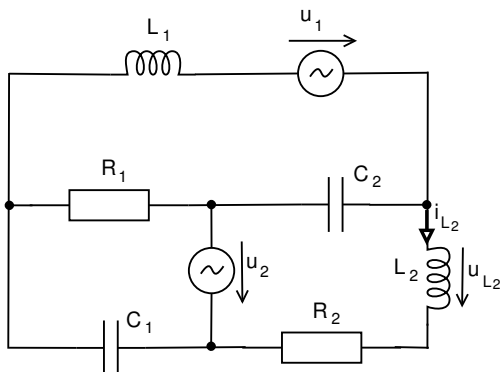
Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$ určete $|U_{L_2}|$ a φ_{L_2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
E	5	3	14	13	130	60	100	65	90



Riešenie pomocov metódy slučkových prúdov

Krok 1: Vypočítame si uhlovú rýchlosť ω a impedancie na jednotlivých cievkach a kondenzátoroch.

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 90 = 180\pi \text{ rad s}^{-1}$$

$$Z_L = j\omega L$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

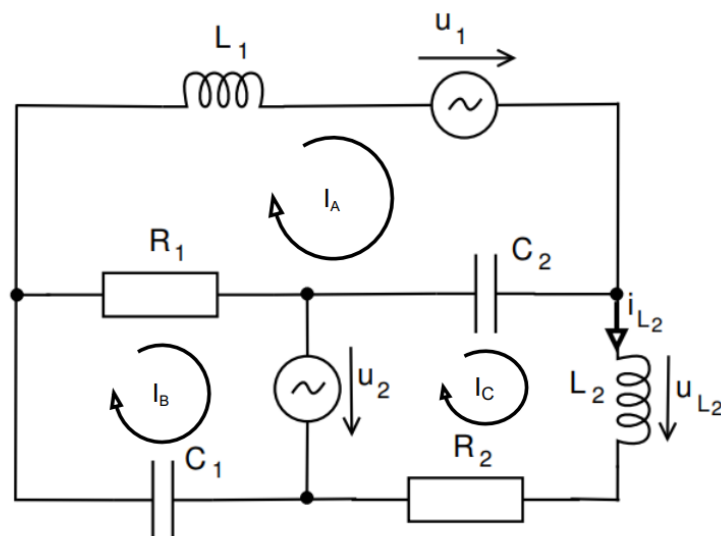
$$Z_{L1} = j73.5133 \Omega$$

$$Z_{L2} = j33.9292 \Omega$$

$$Z_{C1} = -j17.6839 \Omega$$

$$Z_{C2} = -j27.2060 \Omega$$

Krok 2: Určíme slučkové prúdy a zostavíme rovnice



$$I_A : Z_{C2} \times (I_A - I_C) + R_1 \times (I_A - I_B) + Z_{L1} \times I_A + U_1 = 0$$

$$I_B : Z_{C1} \times I_B + R_1(I_B - I_A) + U_2 = 0$$

$$I_C : Z_{C2} \times (I_C - I_A) + (Z_{L2} + R_2) \times I_C - U_2 = 0$$

Zostavíme maticu

$$\begin{pmatrix} Z_{C2} + R_1 + Z_{L2} & -R_1 & -Z_{C2} \\ -R_1 & Z_{C1} + R_1 & 0 \\ -Z_{C2} & 0 & Z_{C2} + R_2 + Z_{L2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_1 \\ -U_2 \\ U_2 \end{pmatrix}$$

Pomocou Cramerového a Sarussového pravidla vypočítame prúd I_C

$$I_C = 0.2315 + j0.2620 \text{ A}$$

Vypočítame napätie U_{L2}

$$\mathbf{U_{L2}} = I_C \times Z_{L2} = (0.2315 + j0.2620) \times (j33.9292) = -\mathbf{8.8907} + \mathbf{j7.8556 \text{ V}}$$

Vypočítame $|U_{L2}|$ a φ_{L2}

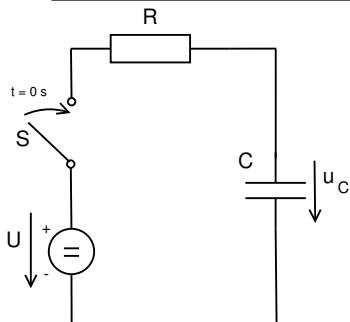
$$|\mathbf{U_{L2}}| = \sqrt{\text{Re}(U_{L2})^2 + \text{Im}(U_{L2})^2} = \sqrt{(-8.8907)^2 + (7.8556)^2} = \mathbf{11.864 \text{ V}}$$

$$\varphi_{\mathbf{L2}} = \arctan \frac{\text{Im}(U_{L2})}{\text{Re}(U_{L2})} = \arctan \frac{7.8556}{-8.8907} = \mathbf{138.537^\circ}$$

Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0$ [s] sepne spínač S . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_C = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

sk.	U [V]	R [Ω]	C [F]	$u_C(0)$ [V]
H	8	50	40	4



Krok 1: Napíšeme rovnici pomocí Ohmovho zákona

$$i = \frac{U_R}{R}$$

Napíšeme rovnici podľa II. Kirchhoffového zákona

$$u_R + u_C - U = 0$$

Zostavíme rovnici pre u' - vytvoríme diferencialnu rovnici

$$u' = \frac{i}{C}, \quad u_C(0) = u_{CP}$$

Dosadíme prvú rovniciu do tretej, z druhej rovnice vyjadríme u_R a dosadíme do prvej rovnice

$$u' + \frac{u_C}{RC} = \frac{U}{RC}, \quad u_C(0) = u_{CP}$$

$$u' + \frac{u_C}{2000} = \frac{8}{2000}, \quad u_C(0) = u_{CP}$$

Krok 2: Vypočítame λ

$$\lambda + \frac{1}{RC} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{50 \times 40} = -\frac{1}{2000}$$

Očakávaný tvar rovnice

$$u_C(t) = K(t)e^{\lambda t} = K(t)e^{-\frac{t}{2000}}$$

Zderivujeme u_C

$$u'_C = K'(t)e^{-\frac{t}{2000}} + K(t)\left(-\frac{1}{2000}\right)e^{-\frac{t}{2000}}$$

Dosadíme do rovnice

$$\begin{aligned} K'(t)e^{-\frac{t}{2000}} + K(t)\left(-\frac{1}{2000}\right)e^{-\frac{t}{2000}} + K(t)\left(\frac{1}{2000}\right)e^{-\frac{t}{2000}} &= \frac{8}{2000} \\ K'(t)e^{-\frac{t}{2000}} &= \frac{8}{2000} \end{aligned}$$

Zbavíme sa derivácie (integrujeme)

$$\begin{aligned} K'(t) &= \frac{8}{2000} e^{\frac{t}{2000}} \\ \int K'(t) &= \int \frac{8}{2000} e^{\frac{t}{2000}} dt \\ K(t) &= \frac{8}{2000} \int e^{\frac{t}{2000}} dt \\ K(t) &= \frac{8}{2000} \times \frac{1}{\frac{1}{2000}} e^{\frac{t}{2000}} + k \\ K(t) &= 8e^{\frac{t}{2000}} + k \end{aligned}$$

Dosadíme do očakávanej rovnice

$$\begin{aligned} u_c(t) &= (8e^{\frac{t}{2000}} + k) e^{-\frac{t}{2000}} \\ u_c(t) &= 8 + k e^{-\frac{t}{2000}} \end{aligned}$$

Vypočítame k pomocou počiatočnej podmienky $u_C(0) = 4 \text{ V}$

$$u_c(0) = 8 + k e^0$$

$$4 = 8 + k$$

$$k = -4$$

Krok 3: Skúška správnosti

Vyjadríme si u'_C

$$u'_C + \frac{u_C}{2000} = \frac{8}{2000}$$

$$u_c(t) = 8 - 4 e^{-\frac{t}{2000}}$$

$$u'_C + \frac{8}{2000} - \frac{4e^{-\frac{t}{2000}}}{2000} = \frac{8}{2000}$$

$$u'_C = \frac{4e^{-\frac{t}{2000}}}{2000}$$

Dosadíme do zostavenej diferenciálnej rovnice s hodnotami $k = -4$ a $t = 0$

$$u'_C + \frac{u_C}{2000} = \frac{8}{2000}$$

$$\frac{4e^{-\frac{t}{2000}}}{2000} + \frac{8 - 4 e^{-\frac{t}{2000}}}{2000} = \frac{8}{2000}$$

$$\frac{4e^0}{2000} + \frac{8 - 4 e^0}{2000} = \frac{8}{2000}$$

$$\frac{4}{2000} + \frac{4}{2000} = \frac{8}{2000}$$

$$\frac{8}{2000} = \frac{8}{2000}$$

$$\mathbf{0 = 0}$$

Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky
1	E	$U_{R7} = 32.5125 \text{ V}$ $I_{R7} = 0.1275 \text{ A}$
2	H	$U_{R1} = 60.2309 \text{ V}$ $I_{R1} = 0.3170 \text{ A}$
3	G	$U_{R3} = 3.125 \text{ V}$ $I_{R3} = 0.0590 \text{ A}$
4	E	$ U_{L2} = 11.864 \text{ V}$ $\varphi_{L2} = 138.537^\circ$
5	H	$u_C = 8 - 4 e^{-\frac{t}{2000}}$