

Теория вычислительных процессов

Process calculus

Сети Петри

ИВТ и ПМ
ЗабГУ

2021

Outline

Дискретные системы

Сети Петри

- Примеры

- Формальное описание

- Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

- Классификация по динамическим ограничениям

- Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

Дискретные системы

- ▶ *Дискретная динамическая система* – одно из наиболее общих понятий в теоретическом программировании.
- ▶ Примеры: компьютеры, их элементы и устройства, компьютерные сети; компьютерные программы и операционные системы; системы сбора и автоматической обработки цифровой информации; системы автоматического управления объектами и процессами; производственные системы дискретного характера (сборочные линии); социально-экономические и другие.

- ▶ Приведенные примеры — сложные системы, имеющие сложную внутреннюю структуру.
- ▶ Эти системы дискретные:
 - ▶ в их внутренней структуре можно выделить счетное число состояний (в которых они могут пребывать в некоторые моменты времени)
 - ▶ а также переходить из состояния в состояние в некоторые моменты времени.
- ▶ множество может быть очень и очень большим, но чаще всего, оно конечно и счетно.

- ▶ Приведенные примеры — сложные системы, имеющие сложную внутреннюю структуру.
- ▶ Эти системы дискретные:
 - ▶ в их внутренней структуре можно выделить счетное число состояний (в которых они могут пребывать в некоторые моменты времени)
 - ▶ а также переходить из состояния в состояние в некоторые моменты времени.
- ▶ множество может быть очень и очень большим, но чаще всего, оно конечно и счетно.
- ▶ Многие непрерывные (или аналоговые) системы можно представить дискретными, вводя некоторые границы дискретизации. Например: звук.

- ▶ Автомат – математической абстракцией последовательной дискретной системы.
- ▶ Постоянно появляется необходимость моделировать новые динамические дискретные системы.
- ▶ Например параллельные системы с недетерминированным поведением, в которых отдельные компоненты функционируют, в основном, независимо, взаимодействуя друг с другом время от времени.
примеры: многопроцессорные вычислительные системы;
параллельные программы;
многозадачные операционные системы;
асинхронные электронные схемы и т.д.

- ▶ Системы с параллельно функционирующими и асинхронно (т.е. в произвольные моменты времени) взаимодействующими компонентами не описываются адекватно в терминах классической теории автоматов.
- ▶ Среди многих существующих методов описания и анализа дискретных параллельных систем выделился подход, который основан на сетевых моделях специального вида – сети Петри.

Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

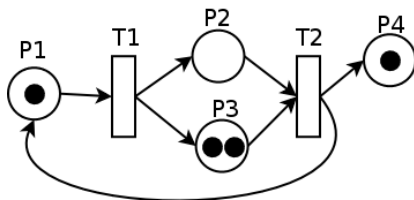
Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

Сети Петри

Сети Петри – это инструмент для математического моделирования и исследования сложных систем.



Сети Петри

- ▶ Сеть Петри описывает *структуру* и *поведение* динамической системы.
- ▶ Идея Сети Петри впервые использована немецким математиком и информатиком Карлом Адамом Петри для описания химических процессов в первой половине XX века
- ▶ Формальное описание сети опубликовано в 1962 году
- ▶ Сети Петри позволили в том числе развить идеи из области параллельных и распределённых вычислений
- ▶ Business Process Model and Notation, диаграмма деятельности, событийная цепочка процессов – графические аналоги сети Петри

Сеть Петри

Определим сеть Петри как четвёрку:

$$N = (P, T, I, O)$$

- ▶ $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ – конечное множество **позиций**;
- ▶ $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ – конечное множество **переходов**;
- ▶ $I : T \rightarrow P$ – входная функция, сопоставляющая переходу T мультимножество¹ его входных позиций P ;
- ▶ $O : T \rightarrow P$ – выходная функция, сопоставляющая переходу мультимножество его выходных позиций P .

¹множество, которое может содержать несколько экземпляров одного и того же объекта

Сеть Петри

Пример

$$P = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$T = \{t_1, t_2\}$$

$$I(t_1) = \{p_1, p_1, p_2\}; O(t_1) = \{p_3\}$$

$$I(t_2) = \{p_1, p_2, p_2\}; O(t_2) = \{p_3\}$$

Сеть Петри

Наглядное представление сети Петри – двудольный, ориентированный мультиграф.

Сеть Петри

Наглядное представление сети Петри – двудольный, ориентированный мультиграф.

Двудольный граф (биграф) – граф, множество вершин которого можно разбить на две части таким образом, что каждое ребро графа соединяет какую-то вершину из одной части с какой-то вершиной другой части. Т.е. то есть не существует рёбер между вершинами одной и той же части.

Мультиграф – граф, в котором разрешается присутствие кратных рёбер.

Сеть Петри

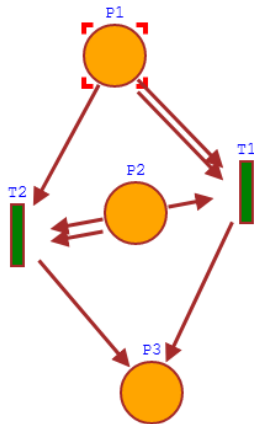
Пример

$$P = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$T = \{t_1, t_2\}$$

$$I(t_1) = \{p_1, p_1, p_2\}; O(t_1) = \{p_3\}$$

$$I(t_2) = \{p_1, p_2, p_2\}; O(t_2) = \{p_3\}$$



Симуляция и задание сетей Петри: petri.hp102.ru/pnet.html

Сеть Петри

Пример

Задание в виде продукционных правил:

$$t_1 : \{p_3, p_1\} \rightarrow \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$t_2 : \{p_1\} \rightarrow \{p_1, p_2\}$$

аналогично

$$P = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$T = \{t_1, t_2\}$$

$$I(t_1) = \{p_3, p_1\}; \quad O(t_1) = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$I(t_2) = \{p_1\}; \quad O(t_2) = \{p_1, p_2\}$$

Маркировка

- ▶ Маркировка – это размещение по позициям сети Петри фишек, изображаемых на графе сети Петри точками.
- ▶ Фишки используются для определения выполнения сети Петри. Количество фишек в позиции при выполнении сети Петри может изменяться от 0 до бесконечности.



Маркировка сетей Петри

Выполнение сети Петри. Пример.

<http://petri.hp102.ru/pnet.html>

Для выполнения сети Петри на бумаге можно использовать монеты

Правила выполнения Сети Петри

- ▶ Сеть Петри выполняется посредством *запусков переходов*.
- ▶ **Запуск перехода** управляется фишками в его входных позициях и сопровождается удалением фишек из этих позиций и добавлением новых фишек в его выходные позиции.
- ▶ Переход может запускаться только в том случае, когда он *разрешен*.
- ▶ Переход называется **разрешенным**, если каждая из его входных позиций содержит число фишек, не меньшее, чем число дуг, ведущих из этой позиции в переход (или кратности входной дуги).
- ▶ Разрешённые переходы можно запускать в произвольном порядке

Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

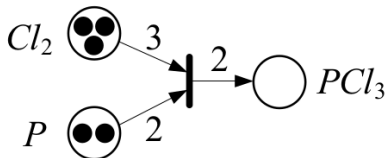
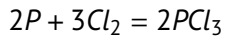
Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

Химическая реакция



Примеры моделирования сетями Петри

- ▶ Простой процесс с двумя состояниями
- ▶ Запуск параллельных процессов
- ▶ Запуск одного из параллельных процессов
- ▶ || процесс с общим ресурсом
- ▶ deadlock

Пример

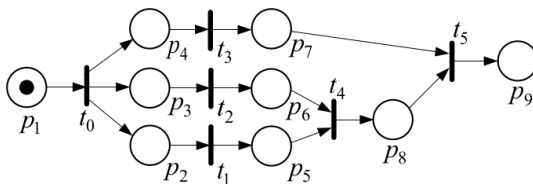
Как можно распараллелить вычисление арифметического выражения?

$$z = (a + b) \cdot (c - d) - \frac{e}{f}$$

Пример

Как можно распараллелить вычисление арифметического выражения?

$$z = (a + b) \cdot (c - d) - \frac{e}{f}$$



Вычисление арифметического выражения

Примеры моделирования сетями Петри

Последовательная обработка запросов сервером

Опишем обработку как набор состояний. Сами состояния будем обозначать позициями

- ▶ s1 – сервер ждёт
- ▶ s2 – запрос поступил и ждёт
- ▶ s3 – запрос обрабатывается
- ▶ s3 – запрос обработан

Смену состояний будем называть событиями. События обозначим переходами

- ▶ t1 – поступил запрос
- ▶ t2 – сервер начал обработку
- ▶ t3 – сервер закончил обработку
- ▶ t3 – результат отправлен клиенту

Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

Переходы

- ▶ $\hat{\#}: T \times P \rightarrow \mathbb{N}_0$
- ▶ $\hat{\#}(t, p)$ – кратность дуги из t в p
- ▶ $\hat{\#}: P \times T \rightarrow \mathbb{N}_0$
- ▶ $\hat{\#}(p, t)$ – кратность дуги из p в t
- ▶ \mathbb{N}_0 – множество натуральных чисел и 0
- ▶ $\mu(p)$ – число фишек в позиции p

Расширенные входные и выходные функции

- ▶ Расширенная входная функция: $I : P \rightarrow T^*$
- ▶ Расширенная входная функция: $O : P \rightarrow T^*$
- ▶ T^* – мультимножество

Переходы

- ▶ Переход t **разрешён** если $\forall p \in I(t)$ справедливо $\mu(p) \geq \hat{\#}(p, t)$
- ▶ **Запуск** перехода

$$\mu'(p) = \mu(p) - \hat{\#}(p, t) + \#(t, p)$$

- ▶ Сеть можно запускать до тех пор, пока в ней есть разрешённые переходы
- ▶ Порядок запуска переходов не определён

Переходы

- ▶ $\mu = \langle 5, 1 \rangle$
- ▶ $\mu' = \langle 3, 2 \rangle$
- ▶ Запуск $\mu \rightarrow \mu'$

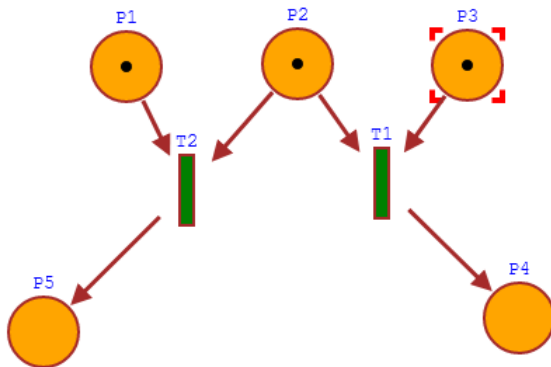


- ▶ Фишки обычно означает: в буфере есть запись, переменная доступна
- ▶ место – переменная буфер
- ▶ переход – функция устройство

Одновременность и конфликт

- ▶ Сети Петри – асинхронны
- ▶ Не измеряем время
- ▶ Переход – примитивное событие, не занимающее времени
- ▶ Но различаем порядок событий
- ▶ В один и тот же момент времени может быть запущен только один переход

Конфликт



При данной маркировке разрешены оба перехода, но запуск любого из них деактивирует другой переход

Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

Диаграммы маркировок

Диаграмма маркировок – оргграф, вершинами которого являются маркировки из множества M достижимых маркировок, а дуги направлены из маркировки μ^a в маркировку μ^b , если $\mu^a, \mu^b \in M$ и существует непосредственный переход $\mu^a \rightarrow \mu^b$

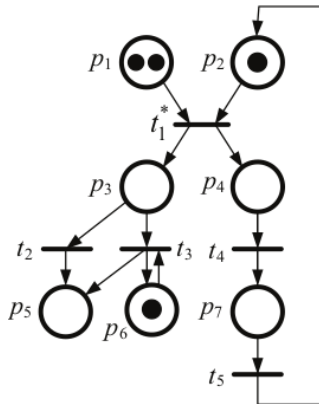
Каждая дуга – запуск перехода.

$\mu^a \rightarrow \mu^a$ – петля в вершине диаграммы маркировок

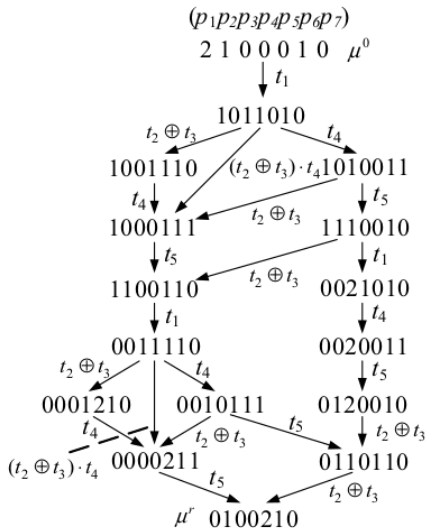
Пометка дуг вида $(t_i \oplus t_k) \cdot t_k$ – срабатывание переходов t_i, t_k или $t_{,t_k}$

Диаграммы маркировок

Построим диаграмму маркировок для сети



Диаграммы маркировок



Диаграммы маркировок

- ▶ В примере выше получилась всего одна конечная маркировка: 0100210
- ▶ В общем случае одной начальной маркировке могут соответствовать несколько результирующих маркировок.
- ▶ Выполнение модели *асинхронно*
- ▶ Порядок срабатывания переходов неопределён

Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

Классификация сетей Петри

- ▶ Различные СП могут отличаться друг от друга не только структурами графов, но и диаграммами смены маркировок.
- ▶ Как правило одной модели соответствует несколько одинаковых сетей Петри с разными маркировками
- ▶ Классифицируем сети Петри по динамическим (зависящих от маркировок) и по статическим (зависящим только от конфигурации сети, но не от маркировки)

Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

Классификация по динамическим ограничениям

- ▶ **k-ограниченной** ($k \geq 1$ – целое число), если на множестве ее достижимых состояний не найдется ни одной позиции $p_i \in P$, для которой $\mu(p_i) > k$ (в которой при функционировании сети Петри появилось бы более k маркеров);
- ▶ **безопасной**, если она 1-ограничена (ни в одной ее позиции не может появиться более одного маркера);
- ▶ **ограниченной**, если найдется такое k , для которого она k -ограничена;

Свойство ограниченности СП отражает конечность информации, хранимой в «памяти» СП

Классификация по динамическим ограничениям

- ▶ **1-консервативной**, если в процессе функционирования сети Петри общее число маркеров в ней остается постоянным, т.е. для любого $t_r \in T$ имеет место

$$\sum_{p_i \in I(t_r)} \mu(p_i) = \sum_{p_j \in I(t_r)} \mu(p_j)$$

- ▶ **Консервативной** если существует положительная целочисленная функция $f : PBN$ такая, что для любого перехода $t_r \in T$ имеет место

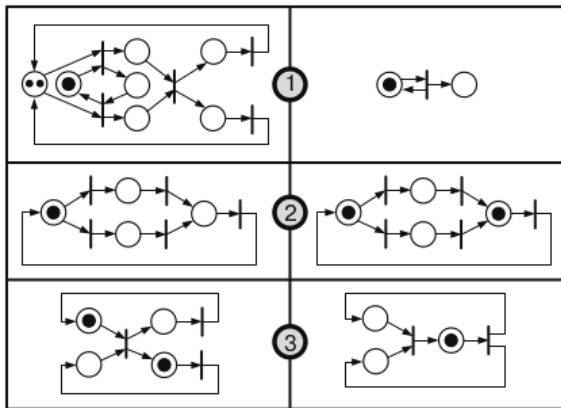
$$\sum_{p_i \in I(t_r)} f(p_i) = \sum_{p_j \in I(t_r)} f(p_j)$$

Классификация по динамическим ограничениям

- ▶ Консервативность СП может, например, показывать, что в моделируемой системе ограничен объем ресурсов.
- ▶ В современных постановках задач часто необходимо моделировать потоки потребляемой энергии (важнейшего ресурса в мобильных системах с ограниченной емкостью батарейки). Моделируя маркерами кванты энергии, выделяемой на выполнение операций (переходов СП), таким образом можно связать ограничения по энергии со свойствами модели системы.

Примеры

Слева приведён пример, справа – контрпример



ограниченные (1)

безопасные (2)

1-консервативные (3)

Классификация по динамическим ограничениям

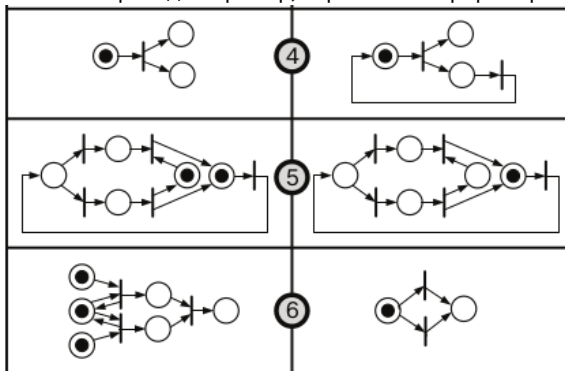
- ▶ **живой** (активной), если каждый переход $t \in T$ является потенциально срабатывающим при любой маркировке из M ;
- ▶ **устойчивой**, если для всех пар $t_i, t_j \in T, i \neq j$ и любой допустимой маркировки, при которой t_i и t_j возбуждены, срабатывание одного из них не может снять возбуждения другого.

Классификация по динамическим ограничениям

- ▶ если мы хотим, чтобы все органы в моделируемой системе оставались активными в течение всего цикла ее работы, соответствующая сеть Петри должна быть живой.
- ▶ В системе с нарушением устойчивости в ее модели возможны поведенческие конфликты

Примеры

Слева приведён пример, справа – контрпример



консервативные (4)

живые (5)

устойчивые (6)

Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

Классификация по статическим ограничениям

Смысл следующей классификации связан с возможностью представления в поведении параллельных вычислительных процессов определенных черт: ветвлений, обусловленных выбором, и параллельных потоков, связанных с независимыми действиям на разных ресурсах.

Классификация по статическим ограничениям

- ▶ **сеть свободного выбора** , если для любых $t_j \in T$ и $p_i \in I(t_j)$ позиция p_i является либо единственной входной позицией перехода t_j , т.е. $|O(p_i)| = 1$, либо этот переход имеет единственную входную позицию, т.е. $|I(t_j)| = 1$

другими словами, если два перехода имеют общую входную позицию, то эта позиция единственна для каждого перехода

Классификация по статическим ограничениям

- ▶ **маркированный граф**, если каждая позиция имеет в точности по одному входному и выходному переходу, т.е. если $|O(pi)| = |I(pi)| = 1$

Маркированные графы – это класс СП, в которых невозможен выбор по условиям. В них может лишь присутствовать параллельность. Полезны при моделировании не меняющихся (от данных) последовательностями инструкций, например, в конвейерах.

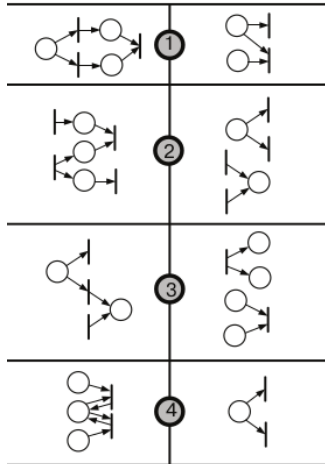
Классификация по статическим ограничениям

- ▶ **автоматной**, если каждый переход $t \rightarrow j$ имеет не более одного входа и не более одного выхода, т.е. если $|O(tj)| = |I(tj)| = 1$

В автоматной СП, напротив, не может быть параллельности, зато может быть выбор. Эти классы в принципе дуальны, и дополняют друг друга, что отражено в сетях свободного выбора, которые покрывают оба этих класса по своим возможностям

Примеры

Слева допустимые фрагменты, справа недопустимые



- СП свободного выбора (1)
- СП - маркированный граф (2)
- автоматная СП (3)
- бесконфликтная СП (4)

Классификация по статическим ограничениям

- ▶ **бесконфликтной** , если либо для каждой ее позиции $p_i \in P$ существует не более одной исходящей дуги, т.е. $|O(p_i)| \leq 1$, либо для всех $t_j \in O(p_i)$ выполняется $t_j \in I(p_i)$ (любая позиция, являющаяся входной для более, чем одного перехода, является одновременно и выходной для каждого такого перехода).

Бесконфликтные СП устойчивы, хотя обратное справедливо не всегда.

Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

Взаимная блокировка (deadlock) – ситуация в многозадачной среде или СУБД, при которой несколько процессов находятся в состоянии ожидания ресурсов, занятых друг другом, и ни один из них не может продолжать свое выполнение.

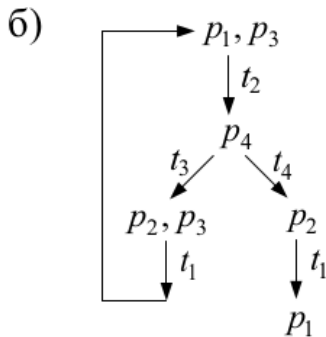
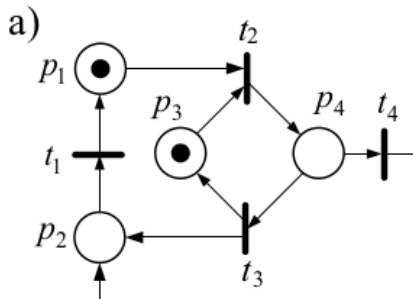
Шаг	Процесс 1	Процесс 2
0	Хочет захватить A и B, начинает с A	Хочет захватить A и B, начинает с B
1	Захватывает ресурс A	Захватывает ресурс B
2	Ожидает освобождения ресурса B	Ожидает освобождения ресурса A
3	Взаимная блокировка	

Дедлоком в сети Петри – подмножество позиций D , обуславливающих попадание сети в тупиковое состояние (маркировку), в котором не возбуждается ни один переход.

$D \subseteq P$ такое, что $I(D) \subseteq O(P)$.

Дедлок – это не обязательно тупиковая маркировка, скорее это потенциальный тупик, т.е. маркировка, обещающая стать тупиковой вследствие возможного дефицита маркеров

Дедлок



Какие позиции образуют дедлок?

Дедлок

$$D = \{p_3, p_4\}.$$

Дедлок

$$D = \{p_3, p_4\}.$$

Докажем это

$$I(p_3) = \{t_3\}, I(p_4) = \{t_2\},$$

Тогда

$$I(p_3, p_4) = I(p_3) \cup I(p_4) = \{t_2, t_3\},$$

$$O(p_3) = t_2, O(p_4) = \{t_3, t_4\},$$

$$O(\{p_3, p_4\}) = O(p_3) \cup O(p_4) = \{t_2, t_3, t_4\},$$

откуда

$I(p_3, p_4) \subset O(p_3, p_4)$, так что позиции p_3 и p_4 образуют дедлок.

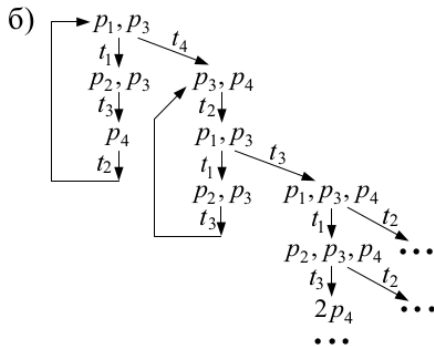
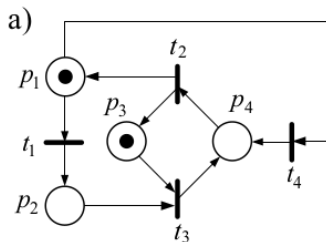
Ловушка

Ловушкой в сети Петри называется такое множество позиций L , что каждый переход, входом для которого является одна из позиций множества, имеет выходом другую позицию этого же множества.

Ловушка – цикл в сети Петри, из которого нет выхода.

$L \subseteq P$ такое, что $O(L) \subseteq I(L)$.

Ловушка



$$L = p_3, p_4$$

Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

С ростом размерности сети сложность выявления таких фундаментальных свойств, как ограниченность и живость путём построения диаграммы маркировок становится слишком большой.

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

Будем задавать сеть Петри так: $N = \langle P, T, \alpha, \beta \rangle$

- ▶ P – непустое множество позиций
- ▶ T – непустое множество переходов
- ▶ $\alpha : P \times T \rightarrow \mathbb{N}_0$ – функция инцидентности по входу
- ▶ $\beta : T \times P \rightarrow \mathbb{N}_0$ – функция инцидентности по выходу

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

Тогда сеть N можно описать матрицей инцидентности, где

$$c_{ij} = \begin{cases} \beta(t_j, p_i), & \text{если } \beta(t_j, p_i) \neq 0 \\ -\alpha(p_i, t_j), & \text{если } \alpha(p_i, t_j) \neq 0 \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

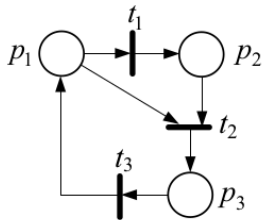
Тогда запуск перехода t_j можно записать так:

$$\mu' = \mu + C_j$$

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

- ▶ Матрица входной функции $D^- = ||d_{ij}||$, где $d_{ij} = \alpha(p_j, t_j)$
- ▶ Матрица выходной функции $D^+ = ||d_{ij}||$, где $d_{ij} = \beta(p_j, t_j)$

Анализ диаграммы переходов: матричный подход



	p_1	p_2	p_3
t_1	-1	1	0
t_2	-1	-1	1
t_3	1	0	-1

Сеть Петри и её матрица инцидентности

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

Введём дополнительные обозначения:

- ▶ $\sigma = t_{j_1} t_{j_2} \dots t_{j_k}$ – последовательность срабатывания k переходов, приводящая к маркировке μ^k

Для этой последовательности можно записать вектор

- ▶ $\bar{\sigma} = (\sigma_1, \dots, \sigma_1)$,
каждая компонента равна числу вхождений t_j в σ

Тогда

$$\mu^k = \mu^0 + \sigma C$$

Это уравнение фундаментальное уравнением СП

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

Пример выполнения сети

Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

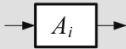
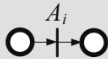
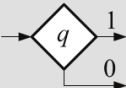
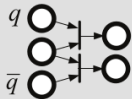





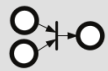
Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

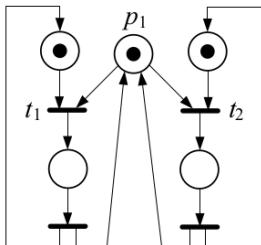
Ссылки

|| программирование и сети Петри

Номер рис.	Тип вершины в ПАБС	Название вершины	Фрагмент сети Петри
а)		Оператор	
б)		Условный переход	
в)		Сборка	
г)		Бифуркатор	
д)		Синхронизатор	

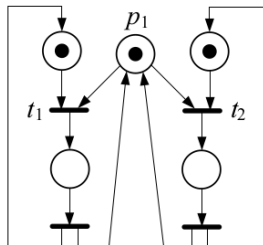
ПАБС – параллельная асинхронная блок-схема

|| программирование и сети Петри



p_1 – общий для двух процессов ресурс

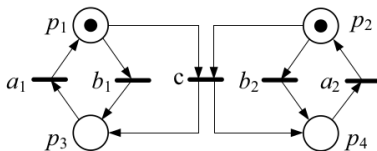
|| программирование и сети Петри



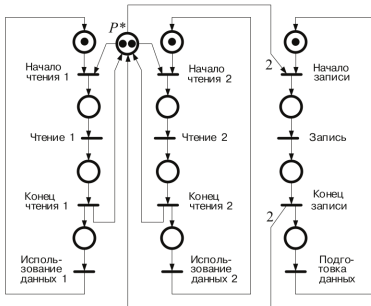
p_1 – общий для двух процессов ресурс

Будет ли выполнение || алгоритма эффективным, если один из процессов выполняется быстрее?

|| программирование и сети Петри



|| программирование и сети Петри



Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

- ▶ Моделирование параллельных процессов. Сети Петри. Мараховский В. Б., Розенблюм Л. Я., Яковлев А. В. — СПб.: Профессиональная литература, 2014. – 400 с
- ▶ Теория сетей Петри и моделирования систем, Питерсон Дж. 1984
- ▶ petri.hp102.ru/pnet.html – создание и запуск сетей Петри
- ▶ apo.adrian-jagus.de – создание и анализ сетей Петри

Материалы дисциплины
github.com/ivtipm/ProcessCalculus