

# Теория вычислительных процессов

## Process calculus

### Сети Петри

ИВТ и ПМ  
ЗабГУ

2021

# Outline

## Дискретные системы

### Сети Петри

- Примеры

- Формальное описание

- Диаграммы маркировок

### Классификация сетей Петри

- Классификация по динамическим ограничениям

- Классификация по статическим ограничениям

### Дедлоки и ловушки

### Анализ диаграммы переходов: матричный подход

### || программирование и сети Петри

### Ссылки

# Дискретные системы

- ▶ *Дискретная динамическая система* – одно из наиболее общих понятий в теоретическом программировании.
- ▶ Примеры: компьютеры, их элементы и устройства, компьютерные сети; компьютерные программы и операционные системы; системы сбора и автоматической обработки цифровой информации; системы автоматического управления объектами и процессами; производственные системы дискретного характера (сборочные линии); социально-экономические и другие.

- ▶ Приведенные примеры — сложные системы, имеющие сложную внутреннюю структуру.
- ▶ Эти системы дискретные:
  - ▶ в их внутренней структуре можно выделить счетное число состояний (в которых они могут пребывать в некоторые моменты времени)
  - ▶ а также переходить из состояния в состояние в некоторые моменты времени.
- ▶ множество может быть очень и очень большим, но чаще всего, оно конечно и счетно.

- ▶ Приведенные примеры — сложные системы, имеющие сложную внутреннюю структуру.
- ▶ Эти системы дискретные:
  - ▶ в их внутренней структуре можно выделить счетное число состояний (в которых они могут пребывать в некоторые моменты времени)
  - ▶ а также переходить из состояния в состояние в некоторые моменты времени.
- ▶ множество может быть очень и очень большим, но чаще всего, оно конечно и счетно.
- ▶ Многие непрерывные (или аналоговые) системы можно представить дискретными, вводя некоторые границы дискретизации. Например: звук.

- ▶ Автомат – математическая абстракция последовательной дискретной системы<sup>1</sup>.
- ▶ Постоянно появляется необходимость моделировать новые динамические дискретные системы.
- ▶ Например параллельные системы с недетерминированным поведением, в которых отдельные компоненты функционируют, в основном, независимо, взаимодействуя друг с другом время от времени.  
Примеры: многопроцессорные вычислительные системы;  
параллельные программы;  
многозадачные операционные системы;  
асинхронные электронные схемы и т.д.

---

<sup>1</sup>см. также автоматное программирование

- ▶ Системы с параллельно функционирующими и асинхронно (т.е. в произвольные моменты времени) взаимодействующими компонентами не описываются адекватно в терминах классической теории автоматов.
- ▶ Среди многих существующих методов описания и анализа дискретных параллельных систем выделился подход, который основан на сетевых моделях специального вида – сети Петри.

# Outline

Дискретные системы

**Сети Петри**

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

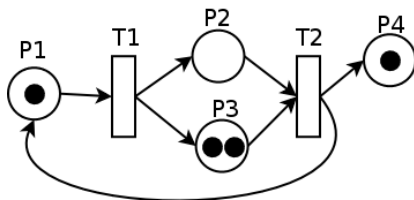
|| программирование и сети Петри

Ссылки



# Сети Петри

Сети Петри – это инструмент для математического моделирования и исследования сложных систем.



# Сети Петри

- ▶ Сеть Петри описывает *структуру* и *поведение* динамической системы.
- ▶ Идея Сети Петри впервые использована немецким математиком и информатиком Карлом Адамом Петри для описания химических процессов в первой половине XX века
- ▶ Формальное описание сети опубликовано в 1962 году
- ▶ Сети Петри позволили в том числе развить идеи из области параллельных и распределённых вычислений
- ▶ Business Process Model and Notation, диаграмма деятельности, событийная цепочка процессов – графический аналог сети Петри

# Сеть Петри

Определим сеть Петри как четвёрку:

$$N = (P, T, I, O)$$

- ▶  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  – конечное множество **позиций**;
- ▶  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  – конечное множество **переходов**;
- ▶  $I : T \rightarrow P$  – входная функция, сопоставляющая переходу  $T$  мультимножество<sup>2</sup> его входных позиций  $P$ ;
- ▶  $O : T \rightarrow P$  – выходная функция, сопоставляющая переходу мультимножество его выходных позиций  $P$ .

---

<sup>2</sup>множество, которое может содержать несколько экземпляров одного и того же объекта

# Сеть Петри

## Пример

$$P = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$T = \{t_1, t_2\}$$

$$I(t_1) = \{p_1, p_1, p_2\}; O(t_1) = \{p_3\}$$

$$I(t_2) = \{p_1, p_2, p_2\}; O(t_2) = \{p_3\}$$

# Сеть Петри

Наглядное представление сети Петри – двудольный, ориентированный мультиграф.

# Сеть Петри

Наглядное представление сети Петри – двудольный, ориентированный мультиграф.

*Двудольный граф* (биграф) – граф, множество вершин которого можно разбить на две части таким образом, что каждое ребро графа соединяет какую-то вершину из одной части с какой-то вершиной другой части. Т.е. то есть не существует рёбер между вершинами одной и той же части.

*Мультиграф* – граф, в котором разрешается присутствие кратных рёбер.

# Сеть Петри

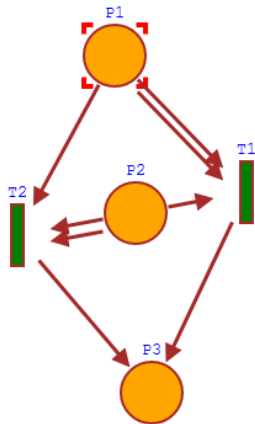
## Пример

$$P = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$T = \{t_1, t_2\}$$

$$I(t_1) = \{p_1, p_1, p_2\}; O(t_1) = \{p_3\}$$

$$I(t_2) = \{p_1, p_2, p_2\}; O(t_2) = \{p_3\}$$



Симуляция и задание сетей Петри: [petri.hp102.ru/pnet.html](http://petri.hp102.ru/pnet.html)

# Сеть Петри

## Пример

Задание в виде продукционных правил:

$$t_1 : \{p_3, p_1\} \rightarrow \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$t_2 : \{p_1\} \rightarrow \{p_1, p_2\}$$

аналогично

$$P = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$T = \{t_1, t_2\}$$

$$I(t_1) = \{p_3, p_1\}; \quad O(t_1) = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$I(t_2) = \{p_1\}; \quad O(t_2) = \{p_1, p_2\}$$



# Маркировка

- ▶ Маркировка – это размещение по позициям сети Петри фишек, изображаемых на графе сети Петри точками.
- ▶ Фишки используются для определения выполнения сети Петри. Количество фишек в позиции при выполнении сети Петри может изменяться от 0 до бесконечности.



# Маркировка сетей Петри

Выполнение сети Петри. Пример.

<http://petri.hp102.ru/pnet.html>

Для выполнения сети Петри на бумаге можно использовать монеты

# Правила выполнения Сети Петри

- ▶ Сеть Петри выполняется посредством *запусков переходов*.
- ▶ **Запуск перехода** управляется фишками в его входных позициях и сопровождается удалением фишек из этих позиций и добавлением новых фишек в его выходные позиции.
- ▶ Переход может запускаться только в том случае, когда он *разрешен*.
- ▶ Переход называется **разрешенным**, если каждая из его входных позиций содержит число фишек, не меньшее, чем число дуг, ведущих из этой позиции в переход (или кратности входной дуги).
- ▶ Разрешённые переходы можно запускать в произвольном порядке

# Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

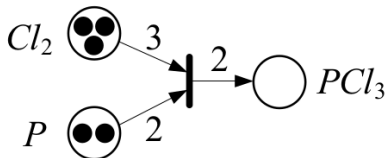
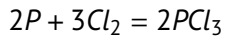
Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

# Химическая реакция



# Примеры моделирования сетями Петри

- ▶ Простой процесс с двумя состояниями
- ▶ Запуск параллельных процессов
- ▶ Запуск одного из параллельных процессов
- ▶ || процесс с общим ресурсом
- ▶ deadlock

## Пример

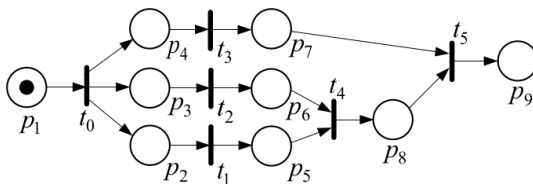
Как можно распараллелить вычисление арифметического выражения?

$$z = (a + b) \cdot (c - d) - \frac{e}{f}$$

## Пример

Как можно распараллелить вычисление арифметического выражения?

$$z = (a + b) \cdot (c - d) - \frac{e}{f}$$



Вычисление арифметического выражения



# Примеры моделирования сетями Петри

Последовательная обработка запросов сервером

Опишем обработку как набор состояний. Сами состояния будем обозначать позициями

- ▶ s1 – сервер ждёт
- ▶ s2 – запрос поступил и ждёт
- ▶ s3 – запрос обрабатывается
- ▶ s4 – запрос обработан

Смену состояний будем называть событиями. События обозначим переходами

- ▶ t1 – поступил запрос
- ▶ t2 – сервер начал обработку
- ▶ t3 – сервер закончил обработку
- ▶ t3 – результат отправлен клиенту

# Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

**Формальное описание**

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

# Переходы

- ▶  $\hat{\#}: T \times P \rightarrow \mathbb{N}_0$
- ▶  $\hat{\#}(t, p)$  – кратность дуги из  $t$  в  $p$
- ▶  $\hat{\#}: P \times T \rightarrow \mathbb{N}_0$
- ▶  $\hat{\#}(p, t)$  – кратность дуги из  $p$  в  $t$
- ▶  $\mathbb{N}_0$  – множество натуральных чисел и 0
- ▶  $\mu(p)$  – число фишек в позиции  $p$

# Расширенные входные и выходные функции

- ▶ Расширенная входная функция:  $I : P \rightarrow T^*$
- ▶ Расширенная входная функция:  $O : P \rightarrow T^*$
- ▶  $T^*$  – мультимножество

# Переходы

- ▶ Переход  $t$  **разрешён** если  $\forall p \in I(t)$  справедливо  $\mu(p) \geq \hat{\#}(p, t)$
- ▶ **Запуск** перехода

$$\mu'(p) = \mu(p) - \hat{\#}(p, t) + \#(t, p)$$

- ▶ Сеть можно запускать до тех пор, пока в ней есть разрешённые переходы
- ▶ Порядок запуска переходов не определён

# Переходы

- ▶  $\mu = \langle 5, 1 \rangle$
- ▶  $\mu' = \langle 3, 2 \rangle$
- ▶ Запуск  $\mu \rightarrow \mu'$

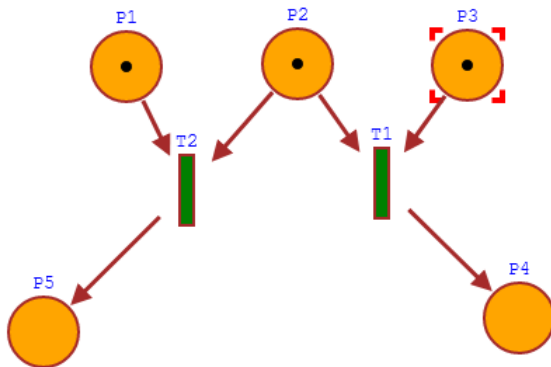


- ▶ Фишки обычно означает: в буфере есть запись, переменная доступна
- ▶ место – переменная буфер
- ▶ переход – функция устройство

# Одновременность и конфликт

- ▶ Сети Петри – асинхронны
- ▶ Не измеряем время
- ▶ Переход – примитивное событие, не занимающее времени
- ▶ Но различаем порядок событий
- ▶ В один и тот же момент времени может быть запущен только один переход

# Конфликт



При данной маркировке разрешены оба перехода, но запуск любого из них деактивирует другой переход



# Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

# Диаграммы маркировок

**Диаграмма маркировок** – оргграф, вершинами которого являются маркировки из множества  $M$  достижимых маркировок, а дуги направлены из маркировки  $\mu^a$  в маркировку  $\mu^b$ , если  $\mu^a, \mu^b \in M$  и существует непосредственный переход  $\mu^a \rightarrow \mu^b$

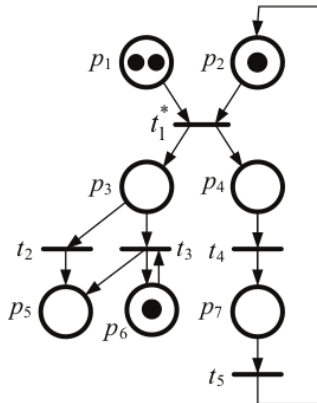
Каждая дуга – запуск перехода.

$\mu^a \rightarrow \mu^a$  – петля в вершине диаграммы маркировок

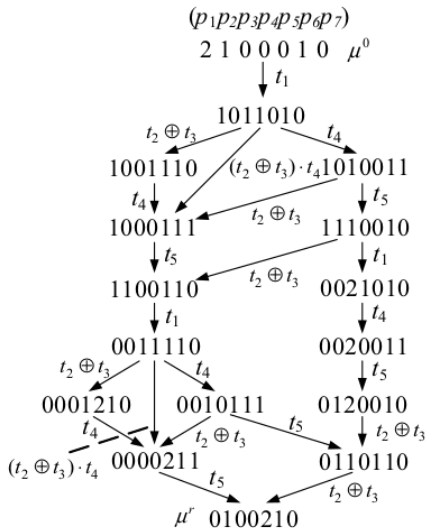
Пометка дуг вида  $(t_i \oplus t_k) \cdot t_k$  – срабатывание переходов  $t_i, t_k$  или  $t_{,t_k}$

# Диаграммы маркировок

Построим диаграмму маркировок для сети



# Диаграммы маркировок



# Диаграммы маркировок

- ▶ В примере выше получилась всего одна конечная маркировка: 0100210
- ▶ В общем случае одной начальной маркировке могут соответствовать несколько результирующих маркировок.
- ▶ Выполнение модели *асинхронно*
- ▶ Порядок срабатывания переходов неопределён

# Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

**Классификация сетей Петри**

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

# Классификация сетей Петри

- ▶ Различные СП могут отличаться друг от друга не только структурами графов, но и диаграммами смены маркировок.
- ▶ Как правило одной модели соответствует несколько одинаковых сетей Петри с разными маркировками
- ▶ Классифицируем сети Петри по динамическим (зависящих от маркировок) и по статическим (зависящим только от конфигурации сети, но не от маркировки)

# Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки



# Классификация по динамическим ограничениям

- ▶ **k-ограниченной** ( $k \geq 1$  – целое число), если на множестве ее достижимых состояний не найдется ни одной позиции  $p_i \in P$ , для которой  $\mu(p_i) > k$  (в которой при функционировании сети Петри появилось бы более  $k$  маркеров);
- ▶ **безопасной**, если она 1-ограничена (ни в одной ее позиции не может появиться более одного маркера);
- ▶ **ограниченной**, если найдется такое  $k$ , для которого она  $k$ -ограничена;

Свойство ограниченности СП отражает конечность информации, хранимой в «памяти» СП

# Классификация по динамическим ограничениям

- ▶ **1-консервативной**, если в процессе функционирования сети Петри общее число маркеров в ней остается постоянным, т.е. для любого  $t_r \in T$  имеет место

$$\sum_{p_i \in I(t_r)} \mu(p_i) = \sum_{p_j \in I(t_r)} \mu(p_j)$$

- ▶ **Консервативной** если существует положительная целочисленная функция  $f : PBN$  такая, что для любого перехода  $t_r \in T$  имеет место

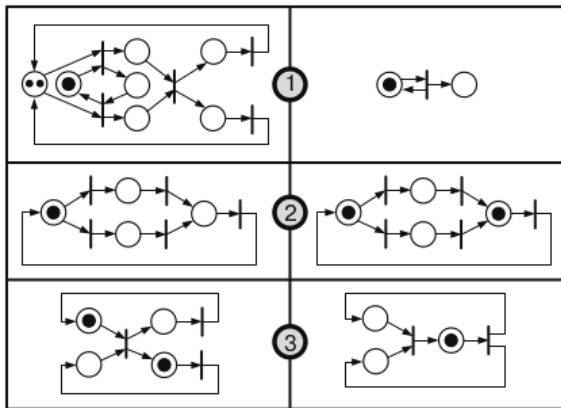
$$\sum_{p_i \in I(t_r)} f(p_i) = \sum_{p_j \in I(t_r)} f(p_j)$$

# Классификация по динамическим ограничениям

- ▶ Консервативность СП может, например, показывать, что в моделируемой системе ограничен объем ресурсов.
- ▶ В современных постановках задач часто необходимо моделировать потоки потребляемой энергии (важнейшего ресурса в мобильных системах с ограниченной емкостью батарейки). Моделируя маркерами кванты энергии, выделяемой на выполнение операций (переходов СП), таким образом можно связать ограничения по энергии со свойствами модели системы.

# Примеры

Слева приведён пример, справа – контрпример



ограниченные (1)

безопасные (2)

1-консервативные (3)

# Классификация по динамическим ограничениям

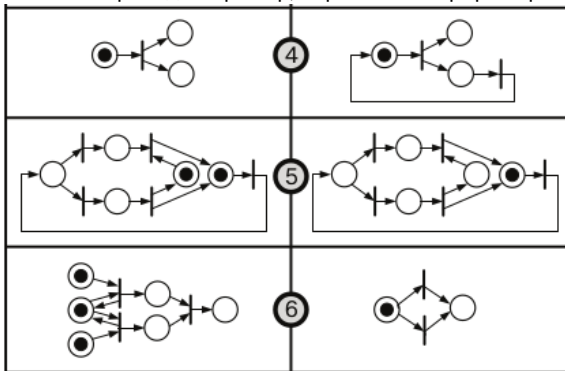
- ▶ **живой** ( активной), если каждый переход  $t \in T$  является потенциально срабатывающим при любой маркировке из  $M$ ;
- ▶ **устойчивой**, если для всех пар  $t_i, t_j \in T, i \neq j$  и любой допустимой маркировки, при которой  $t_i$  и  $t_j$  возбуждены, срабатывание одного из них не может снять возбуждения другого.

# Классификация по динамическим ограничениям

- ▶ если мы хотим, чтобы все органы в моделируемой системе оставались активными в течение всего цикла ее работы, соответствующая сеть Петри должна быть живой.
- ▶ В системе с нарушением устойчивости в ее модели возможны поведенческие конфликты

# Примеры

Слева приведён пример, справа – контрпример



консервативные (4)

живые (5)

устойчивые (6)

# Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

**Классификация сетей Петри**

Классификация по динамическим ограничениям

**Классификация по статическим ограничениям**

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки



# Классификация по статическим ограничениям

Смысл следующей классификации связан с возможностью представления в поведении параллельных вычислительных процессов определенных черт: ветвлений, обусловленных выбором, и параллельных потоков, связанных с независимыми действиям на разных ресурсах.

# Классификация по статическим ограничениям

- ▶ **сеть свободного выбора** , если для любых  $t_j \in T$  и  $p_i \in I(t_j)$  позиция  $p_i$  является либо единственной входной позицией перехода  $t_j$  , т.е.  $|O(p_i)| = 1$ , либо этот переход имеет единственную входную позицию, т.е.  $|I(t_j)| = 1$

другими словами, если два перехода имеют общую входную позицию, то эта позиция единственна для каждого перехода

# Классификация по статическим ограничениям

- ▶ **маркированный граф**, если каждая позиция имеет в точности по одному входному и выходному переходу, т.е. если  $|O(pi)| = |I(pi)| = 1$

Маркированные графы – это класс СП, в которых невозможен выбор по условиям. В них может лишь присутствовать параллельность. Полезны при моделировании не меняющихся (от данных) последовательностями инструкций, например, в конвейерах.

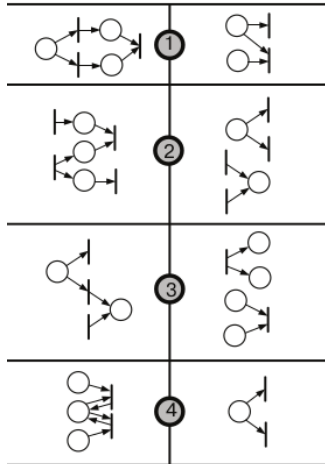
# Классификация по статическим ограничениям

- ▶ **автоматной**, если каждый переход  $t \rightarrow j$  имеет не более одного входа и не более одного выхода, т.е. если  $|O(tj)| = |I(tj)| = 1$

В автоматной СП, напротив, не может быть параллельности, зато может быть выбор. Эти классы в принципе дуальны, и дополняют друг друга, что отражено в сетях свободного выбора, которые покрывают оба этих класса по своим возможностям

# Примеры

Слева допустимые фрагменты, справа недопустимые



- СП свободного выбора (1)
- СП - маркированный граф (2)
- автоматная СП (3)
- бесконфликтная СП (4)

# Классификация по статическим ограничениям

- ▶ **бесконфликтной** , если либо для каждой ее позиции  $p_i \in P$  существует не более одной исходящей дуги, т.е.  $|O(p_i)| \leq 1$ , либо для всех  $t_j \in O(p_i)$  выполняется  $t_j \in I(p_i)$  (любая позиция, являющаяся входной для более, чем одного перехода, является одновременно и выходной для каждого такого перехода).

Бесконфликтные СП устойчивы, хотя обратное справедливо не всегда.

# Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

**Дедлоки и ловушки**

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

**Взаимная блокировка** (deadlock) – ситуация в многозадачной среде или СУБД, при которой несколько процессов находятся в состоянии ожидания ресурсов, занятых друг другом, и ни один из них не может продолжать свое выполнение.

Шаг	Процесс 1	Процесс 2
0	Хочет захватить A и B, начинает с A	Хочет захватить A и B, начинает с B
1	Захватывает ресурс A	Захватывает ресурс B
2	Ожидает освобождения ресурса B	Ожидает освобождения ресурса A
3	Взаимная блокировка	

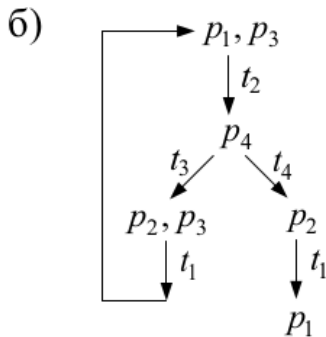
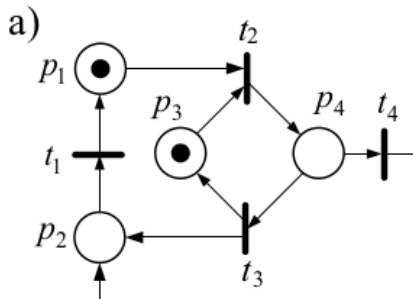


**Дедлоком** в сети Петри – подмножество позиций  $D$ , обуславливающих попадание сети в тупиковое состояние (маркировку), в котором не возбуждается ни один переход.

$D \subseteq P$  такое, что  $I(D) \subseteq O(P)$ .

Дедлок – это не обязательно тупиковая маркировка, скорее это потенциальный тупик, т.е. маркировка, обещающая стать тупиковой вследствие возможного дефицита маркеров

# Дедлок



Какие позиции образуют дедлок?

# Дедлок

$$D = \{p_3, p_4\}.$$

# Дедлок

$$D = \{p_3, p_4\}.$$

Докажем это

$$I(p_3) = \{t_3\}, I(p_4) = \{t_2\},$$

Тогда

$$I(p_3, p_4) = I(p_3) \cup I(p_4) = \{t_2, t_3\},$$

$$O(p_3) = t_2, O(p_4) = \{t_3, t_4\},$$

$$O(\{p_3, p_4\}) = O(p_3) \cup O(p_4) = \{t_2, t_3, t_4\},$$

откуда

$I(p_3, p_4) \subset O(p_3, p_4)$ , так что позиции  $p_3$  и  $p_4$  образуют дедлок.

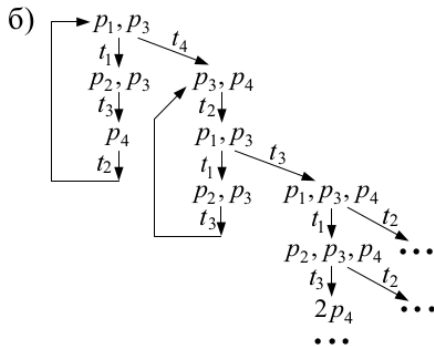
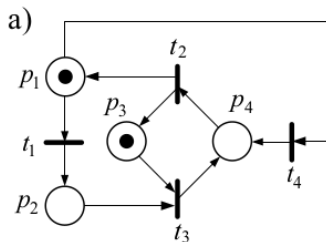
# Ловушка

**Ловушкой** в сети Петри называется такое множество позиций  $L$ , что каждый переход, входом для которого является одна из позиций множества, имеет выходом другую позицию этого же множества.

Ловушка – цикл в сети Петри, из которого нет выхода.

$L \subseteq P$  такое, что  $O(L) \subseteq I(L)$ .

# Ловушка



$$L = p_3, p_4$$

# Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

# Анализ диаграммы переходов: матричный подход

С ростом размерности сети сложность выявления таких фундаментальных свойств, как ограниченность и живость путём построения диаграммы маркировок становится слишком большой.



# Анализ диаграммы переходов: матричный подход

Будем задавать сеть Петри так:  $N = \langle P, T, \alpha, \beta \rangle$

- ▶  $P$  – непустое множество позиций
- ▶  $T$  – непустое множество переходов
- ▶  $\alpha : P \times T \rightarrow \mathbb{N}_0$  – функция инцидентности по входу
- ▶  $\beta : T \times P \rightarrow \mathbb{N}_0$  – функция инцидентности по выходу

# Анализ диаграммы переходов: матричный подход

Тогда сеть  $N$  можно описать матрицей инцидентности, где

$$c_{ij} = \begin{cases} \beta(t_j, p_i), & \text{если } \beta(t_j, p_i) \neq 0 \\ -\alpha(p_i, t_j), & \text{если } \alpha(p_i, t_j) \neq 0 \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

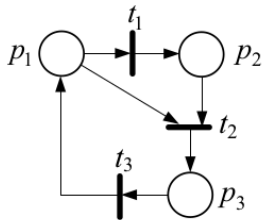
Тогда запуск перехода  $t_j$  можно записать так:

$$\mu' = \mu + C_j$$

# Анализ диаграммы переходов: матричный подход

- ▶ Матрица входной функции  $D^- = ||d_{ij}||$ , где  $d_{ij} = \alpha(p_j, t_j)$
- ▶ Матрица выходной функции  $D^+ = ||d_{ij}||$ , где  $d_{ij} = \beta(p_j, t_j)$

# Анализ диаграммы переходов: матричный подход



	$p_1$	$p_2$	$p_3$
$t_1$	-1	1	0
$t_2$	-1	-1	1
$t_3$	1	0	-1

Сеть Петри и её матрица инцидентности

# Анализ диаграммы переходов: матричный подход

Введём дополнительные обозначения:

- ▶  $\sigma = t_{j_1} t_{j_2} \dots t_{j_k}$  – последовательность срабатывания к переходов, приводящая к маркировке  $\mu^k$

Для этой последовательности можно записать вектор

- ▶  $\bar{\sigma} = (\sigma_1, \dots, \sigma_1)$ ,  
каждая компонента равна числу вхождений  $t_j$  в  $\sigma$

Тогда

$$\mu^k = \mu^0 + \sigma C$$

Это уравнение фундаментальное уравнением СП

# Анализ диаграммы переходов: матричный подход

Пример выполнения сети

# Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

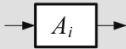
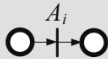
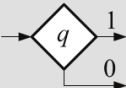
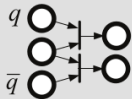





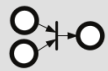
Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

**|| программирование и сети Петри**

Ссылки

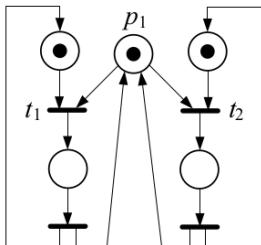
# || программирование и сети Петри

Номер рис.	Тип вершины в ПАБС	Название вершины	Фрагмент сети Петри
а)		Оператор	
б)		Условный переход	
в)		Сборка	
г)		Бифуркатор	
д)		Синхронизатор	

ПАБС – параллельная асинхронная блок-схема

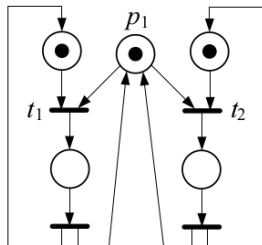


## || программирование и сети Петри



$p_1$  – общий для двух процессов ресурс

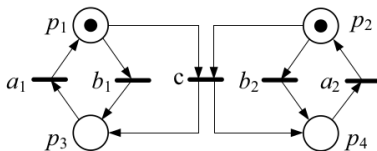
## || программирование и сети Петри



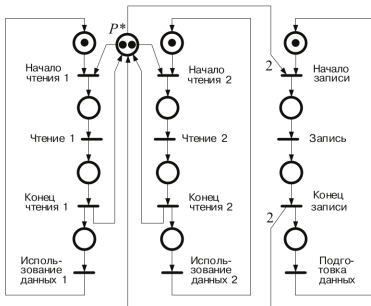
$p_1$  – общий для двух процессов ресурс

Будет ли выполнение || алгоритма эффективным, если один из процессов выполняется быстрее?

## || программирование и сети Петри



# || программирование и сети Петри



# Outline

Дискретные системы

Сети Петри

Примеры

Формальное описание

Диаграммы маркировок

Классификация сетей Петри

Классификация по динамическим ограничениям

Классификация по статическим ограничениям

Дедлоки и ловушки

Анализ диаграммы переходов: матричный подход

|| программирование и сети Петри

Ссылки

- ▶ Моделирование параллельных процессов. Сети Петри. Мараховский В. Б., Розенблюм Л. Я., Яковлев А. В. — СПб.: Профессиональная литература, 2014. – 400 с
- ▶ Теория сетей Петри и моделирования систем, Питерсон Дж. 1984
- ▶ [petri.hp102.ru/pnet.html](http://petri.hp102.ru/pnet.html) – создание и запуск сетей Петри
- ▶ [apo.adrian-jagus.de](http://apo.adrian-jagus.de) – создание и анализ сетей Петри

Материалы дисциплины  
[github.com/ivtipm/ProcessCalculus](https://github.com/ivtipm/ProcessCalculus)