

Análisis de un simple modelo epidemiológico de la pandemia del COVID-19 para la localidad de Ciudad Bolívar

Taller de evaluación
Matemáticas - Grado 11

2020

Resumen

La actividad presente está relacionada con la temática del grado, con el objetivo de aplicar las Matemáticas en un enfoque crítico ante las actuales circunstancias. No es posible apartar la materia al momento de realizar análisis razonables para evaluar si las decisiones individuales y colectivas adoptadas hasta a la fecha han sido apropiadas o no. Por el contrario, es una de las herramientas básicas del conocimiento que nos permite construir argumentos sólidos y coherentes para la resolución de problemas y toma de decisiones. La metodología inicia con los conceptos básicos para el desarrollo del taller, una lectura de contexto para ubicar una situación específica y finalmente una actividad matemática donde se evalúa la comprensión lectora para un análisis crítico y matemático. Al final del documento se mencionan las condiciones de entrega. Por último, se aclara que esta actividad es equivalente a una evaluación (bimestral).

1. Conceptos teóricos

- **Sucesión.** Es un conjunto (finito o infinito) de elementos numéricos obtenidos desde una regla o *función* cuyo dominio o variable de entrada es un *número natural o entero*. Normalmente se simboliza en la forma S_n donde la S denota la sucesión y el subíndice n el orden cardinal o el término [4].
- **Función exponencial.** Es una clase general de funciones que tienen por potenciación como operación de referencia (p. ej. $2^3 = 8$), en donde el argumento o variable independiente se ubica en el exponente, manteniéndose la base con un número fijo o conocido. Por ejemplo, la función $y = 2^x$ pertenece a esta clase de funciones pues la base es 2 y en el exponente se encuentra la variable independiente x [2].
La forma general de esta clase de funciones es $y = Ab^x$. Aquí A es un parámetro que amplifica o reduce la potencia y b es la base de la función; estos parámetros o números quedan determinados según su uso. Una base muy usada en esta clase de funciones es el número irracional $e = 2,71828\dots$ llamado número de Neper. Las funciones exponenciales son ampliamente usadas en el campo científico y económico. Aquí se mencionara su uso en la rama epidemiológica.

2. Contexto: análisis de un simple modelo epidemiológico de la pandemia del COVID-19 para la localidad de Ciudad Bolívar

Desde el 19 de Marzo del 2020 la ciudadanía Bogotana inició una etapa de aislamiento preventivo y muy entre comillas obligatoria para contener la propagación de la pandemia del coronavirus. Un hecho no antes sucedido en la ciudad ni en el territorio nacional, pero según los reportes de prensa internacional y comunicados de la Organización Mundial de la Salud (OMS) era una situación en la que los colombianos tendríamos que asumir y enfrentar, en un mundo muy interconectado como el de hoy.

La determinación de una medida de aislamiento o cuarentena es sopesada desde un ente social (un municipio, una empresa privada, un gobierno por citar) por decisiones bien sea de fondo político y económico, o bien por

preservación sanitaria y humanitaria; aunque se suele “entender” que lo segundo es un disfraz de lo primero. Un componente presente en la determinación de la decisión reposa en los denominados *modelos epidemiológicos* que son modelos matemáticos ajustados a una población que presenta síntomas debidos a algún agente infeccioso cuyo objeto es diagnosticar y pronosticar la evolución de los síntomas al interior de sus individuos. En lo posible, el resultado del modelo es obtener una función que relacione el tiempo (variable independiente) con el número de individuos infectados (variable dependiente), una labor ardua y nada sencilla. El “primer intento matemático” o modelo epidemiológico simple es ajustar la situación a una función exponencial de la forma [6]

$$I = I_0 R_0^{t/P} \quad (1)$$

en ella I y t denotan las variables dependiente e independiente respectivamente; I mide el número de individuos contagiados (o casos positivos) y t el tiempo en que ocurre la evolución medido en días, semanas o meses según el modo de propagación. El símbolo I_0 denota la cantidad de individuos infectados en el inicio de la evolución (es decir $t = 0$) o comúnmente llamado el número de *pacientes cero* y que se suele estimar $I_0 = 1$, pues la infección inicia con un individuo infectado. El parámetro P es una estimación del periodo de incubación del agente infeccioso en un individuo que puede ser de días o semanas y finalmente R_0 -esto es, la base de la función- es un indicador del modo de contagio dentro la población. De los parámetros mencionados uno de los más importantes es R_0 y se conoce como el *número básico de reproducción* [6]. Es a partir de este parámetro en el cual las entidades sanitarias evalúan la decisión de aislamiento (cuarentena) de una población.

Para profundizar en el número básico de reproducción, conviene cambiar la función exponencial a una *sucesión exponencial* puesto que el tiempo avanza en forma entera (por ejemplo, día 1, día 2, ...). Así, R_0 se entiende como el número (promedio) de individuos que pueden ser infectados desde un individuo infectado por algún medio de propagación (aérea o por fluidos). Por ejemplo, una población que sufre una infección con un periodo de incubación de 1 día y número básico de reproducción 2, la sucesión del modelo es sencillamente $I_t = 2^t$ y se interpreta que cada persona infectada llega infectar a dos más. Un diagrama de árbol como de la figura permite visualizar este fenómeno.

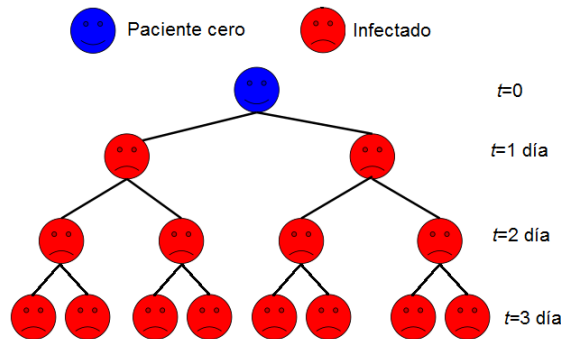


Figura 1: Evolución de una infección con número básico de reproducción 2.

Al cabo de 3 días el total acumulado de infectados es la suma infectados en cada día

$$\begin{aligned} T &= 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 \\ &= 1 + 2 + 4 + 8 \\ &= 15 \text{ individuos infectados} \end{aligned}$$

3. Análisis crítico

Dada la importancia del número básico de reproducción en la determinación de decisiones de aislamiento preventivo, la decisión se evalúa a partir del siguiente procedimiento [5]:

- Para R_0 menor a uno ($R_0 < 1$), la propagación de la infección es lenta en la población con la esperanza de que pueda desaparecer.
- Para R_0 mayor a uno ($R_0 > 1$), la propagación de la infección es rápida con posibilidades de infectar a toda la población.

Con los datos del Observatorio de Salud de Bogotá para la localidad de Ciudad Bolívar se estima en forma simple¹ $R_0 = 1,72$ para el periodo comprendido entre el 15 de Marzo a 16 de Mayo del año presente, esto es 9 semanas, asumiendo que el virus SARS-CoV-2 tiene un periodo de incubación de 1 semana en población humana [1]. En dicho periodo de tiempo la localidad registró un total acumulado de 315 casos positivos.

Para desarrollar el análisis, a partir de la sucesión epidemiológica $I_t = 1,72^t$ con tiempo en semanas realizar lo siguiente.

1. Calcular la sucesión epidemiológica para los nueve primeros términos (9 semanas de evolución) en la tabla de abajo y calcule el total acumulado de casos positivos según el modelo usado. Use una cifra decimal en sus resultados (no olvide identificar el separador decimal en su dispositivo de cálculo).

Semana (t)	Casos positivos (I_t)
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
Total acumulado	

Ayuda de computo. En una calculadora científica por ejemplo I_{10} , la sucesión se evalúa así:

$$1,72 \quad x^y \quad 10$$

su resultado debe ser 226,6. Si se dispone el programa EXCEL[3], el computo rápido se realiza con la instrucción

POTENCIA(número base; número variable)

2. Según sus habilidades sociales y matemáticas ¿Qué opinión expone Usted ante los resultados obtenidos para la localidad frente a la medida de aislamiento? ¿Es o no es acertada la medida? ¿Aprecia una evolución de la pandemia favorable o desfavorable? Sea breve en su respuesta.

4. Entrega

Esta actividad debe desarrollarse completamente en el cuaderno, marcando debidamente el nombre completo y la numeración usada en cada página, sin estos requisitos su trabajo no será revisado y se devolverá para su posterior corrección; esto para evitar el fraude electrónico de la actividad. Por tanto, poner atención a este requisito para evitar el desperdicio de recursos. Si existen inconvenientes para cumplir este requisito, reportar la novedad a su Dir. de Grupo. Entregar por correo electrónico, escribiendo en asunto de correo:

¹Una estimación más refinada deja la función exponencial $I = 1,37 \cdot 1,62^{t/1,33}$ con t en semanas.

Para agilizar el desarrollo, proceder inmediatamente con la solución. No es necesario re-escribir el contenido de la misma, ya que no influye en la revisión del trabajo.

Referencias

- [1] Observatorio de Salud de Bogotá, *Datos de salud enfermedades transmisibles*, <http://saludata.saludcapital.gov.co/osb/index.php/datos-de-salud/enfermedades-trasmisibles/covid19/>, 2020, Consultado 16 may 2020.
- [2] Miguel Angel G., *Función exponencial desde cero*, <https://www.youtube.com/watch?v=xo1gjiz9LDA>, 2020, Consultado 18 may 2020.
- [3] Microsoft, *función potencia*, <https://support.office.com/es-es/article/potencia-funci%C3%B3n-potencia-d3f2908b-56f4-4c3f-895a-07fb519c362a>, 2020, Consultado 21 may 2020.
- [4] Miguel Molina, *Sucesiones y aplicaciones*, <https://github.com/mikemolina/repoedu/raw/gh-pages/share/repo/11/sucesiones.pdf>, 2020, Consultado 7 may 2020.
- [5] B. Ridenhour, J. M. Kowalik, and D. K. Shay, *Unraveling r_0 : Considerations for public health applications*, American Journal of Public Health **108**(Suppl 6) (2018), S445–S454.
- [6] Wikipedia, *Basic reproduction number*, https://en.wikipedia.org/wiki/Basic_reproduction_number, 2020, Consultado 21 may 2020.