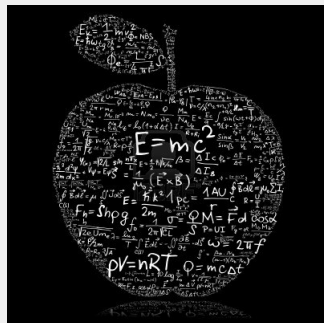


RESOLUCIÓN Y APLICACIONES

GRADO 10

2024



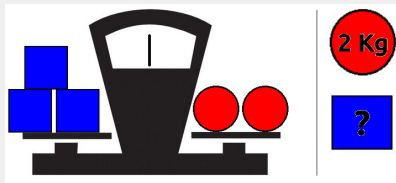
CONTENIDOS

- 1 Sección 1: introducción
- 2 Sección 2: aplicaciones de las ecuaciones
- 3 Sección 3: Metas
- 4 Sección 4: Partes y clases
- 5 Sección 5: solución de una ecuación
- 6 Sección 6: Propiedades de las igualdades en ecuaciones y consecuencias
- 7 Sección 7: Resolución de una ecuación de grado uno
- 8 Sección 8: Si Ud. desea saber más
- 9 Sección 9: Actividades
 - Actividad 3
 - Actividad 4
 - Actividad 5
 - Actividad 6

SECCIÓN 1: INTRODUCCIÓN

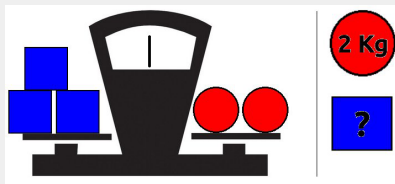
PARA PENSAR!

¿Cuál es el peso de un cubo azul para mantener la balanza en equilibrio?



PARA PENSAR!

¿Cuál es el peso de un cubo azul para mantener la balanza en equilibrio?



Una forma de resolver: pues ... El lado izquierdo numéricamente debe ser igual al lado derecho.

$$2 \times \text{2 Kg} \text{ debe ser igual } 3 \times ?$$

DEFINICIÓN: QUÉ ES UNA ECUACIÓN?

$$2 \times 2 = 3x$$

x = Peso de un cubo azul



Figura: Por costumbre se usa “ x ” para representar la incógnita.

- Una ecuación es una expresión que representa una igualdad entre valores conocidos y desconocidos.
- Las ecuaciones son de uso (muy) frecuente en ciencias y matemáticas.
- Los valores desconocidos se denomina incógnitas, usualmente representado por letras.

SECCIÓN 2: APLICACIONES DE LAS ECUACIONES

¿...Donde aparecen las ecuaciones?

APLICACIONES DE LAS ECUACIONES

¿...Donde aparecen las ecuaciones?

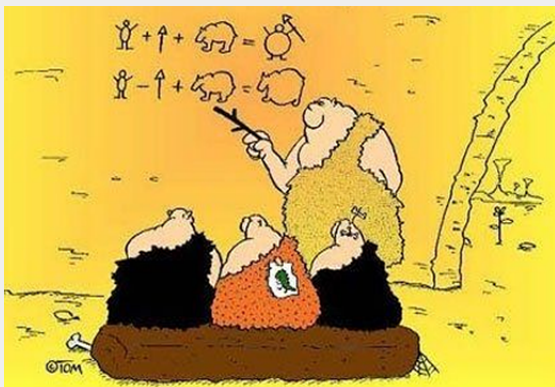


Figura: El propósito de una ecuación es encontrar los valores que satisfacen la igualdad.

APLICACIONES DE LAS ECUACIONES

■ Un simple problema de astronomía

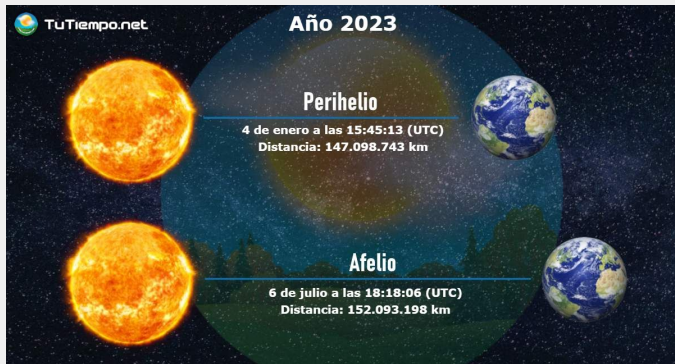


Figura: Las oscilaciones en la distancia de nuestro planeta con respecto al Sol presentan un mínimo y un máximo ¿Es posible observarlas o determinarlas?

Imagen tomada de <https://www.tutiempo.net/astronomia/afelio-perihelio/2023.html>.

APLICACIONES DE LAS ECUACIONES

■ Un simple problema de astronomía

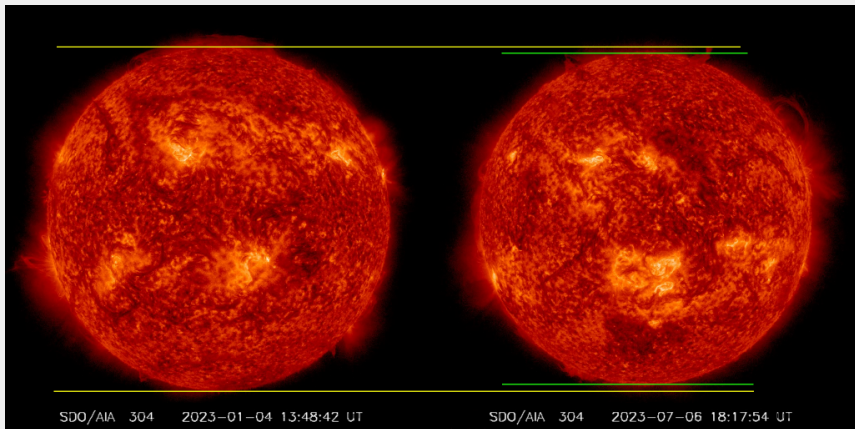


Figura: Observaciones del Sol desde el satélite científico SDO.

APLICACIONES DE LAS ECUACIONES

■ Un simple problema de astronomía

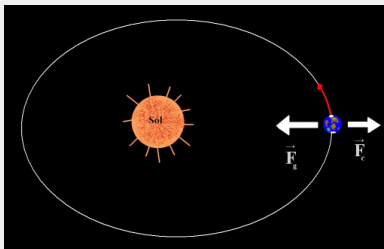


Figura: La atracción entre cuerpos celestes.

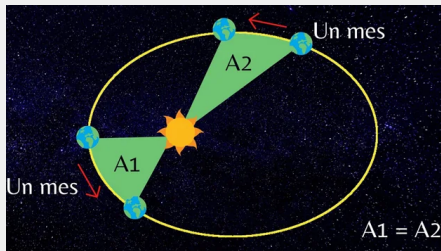
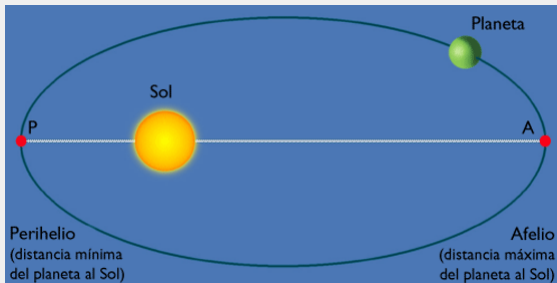


Figura: En su movimiento, áreas iguales se “barren” en tiempos iguales.

Las causas del afelio y perihelio para determinar las distancias.

APLICACIONES DE LAS ECUACIONES

■ Un simple problema de astronomía



La ecuación para determinar las distancias,

$$r^2 - 2r + 0.999721 = 0$$

$$(r - 1.0167)(r - 0.9833) = 0$$

Perihelio: 0.9833 UA

Afelio: 1.0167 UA

SECCIÓN 3: METAS

Propósito

Entender el manejo de los diferentes métodos de solución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales, desarrollando apropiadamente sus algoritmos en la resolución de problemas.

Desempeños

Resuelve algebraicamente ecuaciones de primer y segundo grado.



SECCIÓN 4: PARTES Y CLASES

Ecuación numérica

$$\underbrace{2x + 3}_{\text{1er miembro}} = \underbrace{8 + 5x}_{\text{2do miembro}}$$

Partes

1. Miembros: expresiones algebraicas a la izquierda o derecha del “=”.
2. Términos: cantidades conectadas por un signo.

Ecuación literal

$$E = \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{GMm}{r}$$

Clases

Según su forma y grado:

1. Numérica: aparecen una(s) letra(s) cuyo resultado es numérico.
2. Literal: aparecen de forma mixta (letras y números) cuyo resultado es una expresión.

El grado es determinado por el grado mayor de la incógnita.

Ejemplo 1

$$5x^3 - 8x^2 + 2x - 2 = 0$$

grado 3, numérica

Ejemplo 2

$$x = \frac{1}{2}at^2 + vt + s$$

respecto a t: grado 2, literal

Ejemplo 3

$$3q^2 - 4q - 5q^2 + 7q + 2q^2 = 3q^3 - 5 - 2q^3 + 12 - q^3$$

$$\cancel{3q^2} - 4q - \cancel{5q^2} + 7q + \cancel{2q^2} = \cancel{3q^3} - 5 - \cancel{2q^3} + 12 - \cancel{q^3}$$

$$3q = 7$$

grado 1, numérica

SECCIÓN 5: SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN

SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN

La solución de una(s) ecuación(es) consiste en hallar el(los) valor(es) numérico(s) de la(s) incógnita(s) que verifican y hacen verdadera la igualdad. En resumen, los miembros de la ecuación deben ser idénticamente iguales.

Ejemplo inicial: la balanza

$$3x = 4, \quad \text{solución: } x = \frac{4}{3} \text{ porque } 3 \times \frac{4}{3} = 4$$

La solución de una ecuación también es llamada **raíz**[1].

SECCIÓN 6: PROPIEDADES DE LAS IGUALDADES EN ECUACIONES Y CON-SECUENCIAS

PROPIEDADES

- I. Si a los dos miembros de una ecuación se suma o se resta una cantidad positiva o negativa, la igualdad se mantiene.

Ejemplo

$$x + 8 = 10, \quad x + 8 - 8 = 10 - 8, \quad x = 10 - 8 = 2$$

- II. Si a los dos miembros de una ecuación se multiplica o se divide una cantidad positiva o negativa, la igualdad se mantiene.

Ejemplo

$$3x = 4, \quad \frac{3x}{3} = \frac{4}{3}, \quad x = \frac{4}{3}$$

CONSECUENCIAS: TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS

De lo anterior se obtiene como consecuencia:

- I. Cualquier término puede cambiar de miembro, cambiando el signo.

$$x + 8 = 10 \Rightarrow x = 10 - 8$$

- II. Cualquier término que multiplique (divida) la incógnita, cambia de miembro a dividir (a multiplicar).

$$3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}; \quad \frac{y}{8} = 5 \Rightarrow y = 5 \cdot 8 = 40$$

Estas consecuencias sencillas permiten resolver una ecuación [2].

SECCIÓN 7: RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN DE GRADO UNO

RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN GRADO 1

Procedimiento para resolver una **ec. de grado 1 y una incógnita**:

- i) Realizar operaciones, si las hay (productos, eliminar paréntesis, etc.).
- ii) Realizar transposición de términos reuniendo en un miembro las cantidades incógnitas y en el otro las cantidades conocidas.
- iii) Reducir términos semejantes.
- iv) Aislar la incógnita mediante división o multiplicación (consecuencia II).
- v) Verificar la solución reemplazando el valor hallado en la ecuación.

EJEMPLO

Resolver la ecuación

$$10x - 90 - 45 + 54x = 8x - 2 + 5 + 10x$$

EJEMPLO

Resolver la ecuación

$$10x - 90 - 45 + 54x = 8x - 2 + 5 + 10x$$

$$\text{paso ii) } 10x - 10x - 8x + 54x = -2 + 5 + 90 + 45$$

EJEMPLO

Resolver la ecuación

$$10x - 90 - 45 + 54x = 8x - 2 + 5 + 10x$$

$$\text{paso ii) } 10x - 10x - 8x + 54x = -2 + 5 + 90 + 45$$

$$\text{paso iii) } 46x = 138$$

EJEMPLO

Resolver la ecuación

$$10x - 90 - 45 + 54x = 8x - 2 + 5 + 10x$$

$$\text{paso ii) } 10x - 10x - 8x + 54x = -2 + 5 + 90 + 45$$

$$\text{paso iii) } 46x = 138$$

$$\text{paso iv) } x = \frac{138}{46} = 3$$

EJEMPLO

Resolver la ecuación

$$10x - 90 - 45 + 54x = 8x - 2 + 5 + 10x$$

$$\text{paso ii) } 10x - 10x - 8x + 54x = -2 + 5 + 90 + 45$$

$$\text{paso iii) } 46x = 138$$

$$\text{paso iv) } x = \frac{138}{46} = 3$$

$$\text{paso v) } 10(3) - 90 - 45 + 54(3) = 8(3) - 2 + 5 + 10(3)$$

SECCIÓN 8: SI UD. DESEA SABER MÁS

- Algunas ecuaciones de grado superior pueden convertirse a una ecuación de grado uno (EG1) mediante *reducción de términos semejantes*.

Simplificación de una ecuación de grado superior

$$(5z^2 + z^3 + 3z - 2) - (z - 6 - 2z^2 - z^3) - (2z^3 + 7z^2) = 0$$
$$4 + 2z = 0$$

ANEXOS: SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE GRADO 1

- ¡Ecuaciones con coeficientes fraccionarios! La conversión de fracción a número decimal es una opción. Sin embargo, usar el *mínimo común múltiplo* de los denominadores y la consecuencia II puede evitar el uso de números decimales.

Uso del m.c.m.

$$\frac{1}{5}k + \frac{k}{3} - 1 = \frac{k}{2} \rightarrow \text{mcm}(5, 3, 2) = 30$$

$$\text{Multiplicar por } 30 \rightarrow 6k + 10k - 30 = 15k$$

ANEXOS: SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE GRADO 1

- Aplicaciones y planteamiento de ecuaciones. No es tan fácil, aunque...la comprensión lectora puede ser esencial.
 - ▶ El problema de Diofanto (un clásico!).

Problema

Ver aquí

- ▶ Después de caminar 1500 metros, aún me falta $\frac{3}{5}$ del camino para llegar al colegio. Hallar la distancia para ir al colegio.

Problema

$$1500 + \frac{3}{5}d = d$$

- ▶ La suma de cuatro números consecutivos es 398. Hallar los números.

Problema

$$n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) = 398$$

SECCIÓN 9: ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 3

De acuerdo a la exposición, redactar cada pregunta con su respuesta.

1. ¿Qué es una ecuación? ¿Qué son las incógnitas? ¿Cuál es su propósito?
2. ¿Cuál es el valor de x del problema $4 = 3x$?
3. ¿Qué es el perihelio y el afelio?
4. Redacte brevemente con sus palabras (NO chat GPT o motores IA) las causas del perihelio y el afelio.
5. ¿Cuál es el valor de una (1) unidad astronómica (UA) en km?
6. Use el resultado anterior para obtener las distancias de Perihelio (0.9833 UA) y Afelio (1.0167 UA) en km. Resultados con dos cifras decimales por redondeo.
7. Redactar las metas del periodo (ver diapositiva 9).

ACTIVIDAD 4

- Redactar la diapositiva 15 sobre la resolución de una ecuación de grado 1.
- Resolver las ecuaciones con su procedimiento (escrito) y verificación:

1. $5x=8x-15$, $x \rightarrow 5$

2. $4x+1=2$, $x \rightarrow \frac{1}{4}$

3. $y-5=3y-25$, $y \rightarrow 10$

4. $5x+6=10x+5$, $x \rightarrow \frac{1}{5}$

5. $9y-11=-10+12y$, $y \rightarrow -\frac{1}{3}$

6. $8x-4+3x=7x+x+14$, $x \rightarrow 6$

7. $8x+9-12x=4x-13-5x$, $x \rightarrow \frac{22}{3}$

8. $5y+6y-81=7y+102+65y$, $y \rightarrow -3$

9. $16+7x-5+x=11x-3-x$, $x \rightarrow 7$

10. $3x+101-4x-33=108-16x-100$,
 $x \rightarrow -4$

Finalizada la actividad una nota complementaria (Quiz) sera evaluada.

ACTIVIDAD 5

Resolver con procedimiento las siguientes ecuaciones de productos entre paréntesis.

1. $3(t - 2) - t = 8$

2. $4(-v - 1) + 5v - 2 = -2v - v$

3. $3 + 2(4 + 2d) + 1 = 20 - 2(2 - d)$

4. $4(h - 3) - 5(h + 2) = 7(3h - 1) + 29h$

Solamente uno de los ejercicios propuestos sera revisado con un Quiz.

ACTIVIDAD 6 I

Resolver cada problema con su planteamiento y procedimiento.

1. Reducir y resolver $(r + 4)^2 = r(r - 14) + 192$.
2. Una varilla de 74 cm de longitud se ha pintado de azul y blanco. La parte pintada en azul excede en 14 cm al doble de la parte pintada de blanco. Hallar la longitud de la parte pintada de cada color.
3. El asta de una bandera de 6 metros de altura se ha partido en dos. Una de las partes separadas tiene 1200 milímetros menos que la otra parte. Hallar la longitud de ambas partes del asta en centímetros. Ayuda: manejar una sola unidad de medida de longitud.
4. Determinar tres números consecutivos que suman 1532.

ACTIVIDAD 6 II

5. Según el circuito eléctrico de la figura y teniendo en cuenta que la caída de voltaje de la fuente (pila) debe ser igual a la suma de las caídas de voltaje en los elementos (bombilla, resistencia), hallar la caída de voltaje en la bombilla. Ayuda: ley de Ohm, $V = IR$.

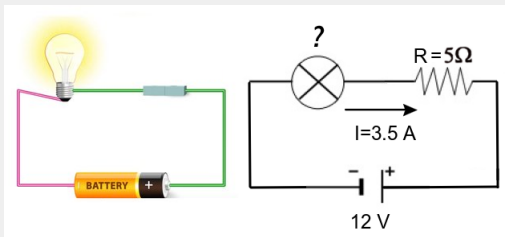


Figura: Circuito eléctrico de una malla + un tramo.

THANKS!

REFERENCIAS



J.A. BALDOR.

ALGEBRA.

Grupo Editorial Patria, 1983.



JESÚS RAMOS AND LUDWIG ORTIZ.

SUPERMAT 9.

Voluntad, 2000.

BACKUP FRAME

This is a backup frame, useful to include additional material for questions from the audience.