

# ABECÉ DEL LÍMITE DE UNA FUNCIÓN

Matemáticas

Grado 11

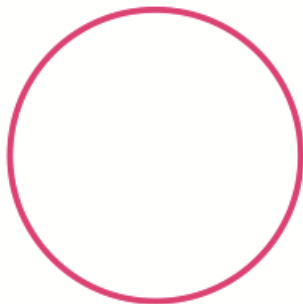
2021

# CONTENIDOS

- 1 UNA INTRODUCCIÓN AL LÍMITE
- 2 CONCEPTO DE LÍMITE
- 3 CARACTERIZACIÓN DEL LÍMITE
- 4 EVALUACIÓN DE UN LÍMITE
- 5 ACTIVIDADES

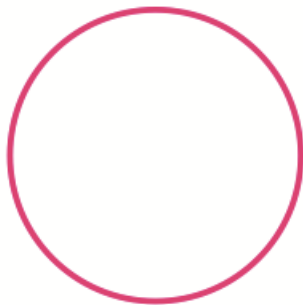
# ACTIVIDAD INICIAL

Responde muy brevemente:  
**¿Qué es la circunferencia?**



# ACTIVIDAD INICIAL

Responde muy brevemente:  
**¿Qué es la circunferencia?**



¿La circunferencia se puede considerar un polígono?

# EL CONCEPTO DE LÍMITE: PRIMERA NOCIÓN

El concepto aparece en las siguientes “acciones matemáticas”:

- Hay una tendencia a ...
- La variable ... se acerca a ...
- La ... tiene un límite cuando ...

## PRIMERA NOCIÓN

Tomar el *límite de una función* consiste en analizar la función en las vecindades de un punto definido [5].

**Ejemplo 1.** Analizar la función  $f(x) = 2 + 5x - 2x^2$  en las vecindades próximas de  $x \rightarrow 2$ .

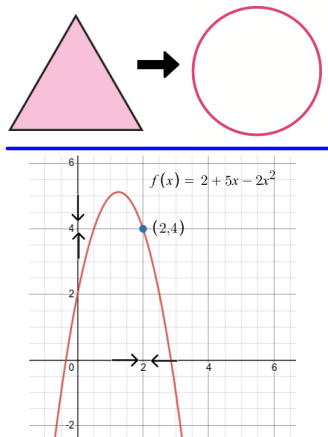


FIGURA: Un sinónimo de “límite matemático” es *tendencia a*.

# EL CONCEPTO DE LÍMITE: DEFINICIÓN

## DEFINICIÓN INFORMAL: PRÁCTICO

Se denomina límite de una función en un punto, al valor que toma la función cuando  $x$  se aproxima a ese punto [3].

## DEFINICIÓN FORMAL: A. CAUCHY

Cuando los valores que toma una función  $f(x)$  se aproximan a un único valor fijo, de manera que terminan por diferir tan poco como se quiera, a ese valor fijo se le llama el límite de la función cuando la variable  $x$  tiende a un valor fijo [1].

## DEFINICIÓN MODERNA: K. WEIERSTRASS

Click aquí! [4]



FIGURA: Izq.: Augustin Cauchy (Francés) desarrolló el primer concepto de límite, principios s. XIX. Der.: Karl Weierstrass (Alemán) formalizó el concepto moderno de límite, finales s.XIX.

# EL CONCEPTO DE LÍMITE: DEFINICIÓN

Si el límite corresponde con un único valor fijo  $L$  cuando  $x$  tiende a un valor fijo  $a$ , la anterior afirmación se escribe:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

**Ejemplo 1.** Encontrar el límite de la función  $f(x) = 2 + 5x - 2x^2$  cuando  $x \rightarrow 2$ .

$$\lim_{x \rightarrow 2} 2 + 5x - 2x^2 = 4$$

# CARACTERÍSTICAS DEL LÍMITE DE UNA FUNCIÓN

Se habla propiamente de límite cuando [2]:

- 1 El límite existe y es único.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L, \quad L \text{ es un número finito}$$

- 2 Los límites laterales son iguales. Esto es, que los límites a la izquierda y derecha del punto  $a$  deben ser iguales.

$$\text{izquierda: } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L, \quad \text{derecha: } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$$



# CÁLCULO DEL LÍMITE: CÓMO PRODECER

En principio, hay dos modos de calcular un límite:

- Para calcular el límite de una función en un punto simplemente tenemos que sustituir el valor de ese punto en la función.
- Si el resultado del límite no es coherente, se busca alguna estrategia de solución: análisis gráfico, factorización, re-escritura de la función, herramientas de software.

Algunos ejemplos de <https://www.funciones.xyz/limite-de-una-funcion/>

# CÁLCULO DEL LÍMITE: ANÁLISIS

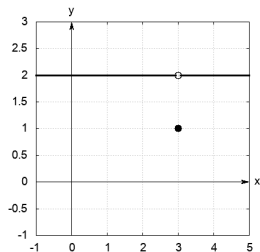


FIGURA: Límite de función a trozos.

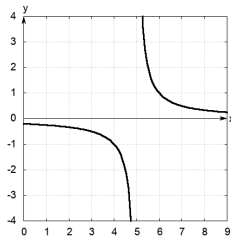


FIGURA: Límite en una función racional.

**Ejemplo 2.** Analizar el límite de la función  $g(x)$  cuando  $x$  tiende a 3.

$$g(x) = \begin{cases} 2, & x \neq 3 \\ 1, & x = 3 \end{cases}$$

**Ejemplo 3.** Analizar el límite de la función  $h(x)$  cuando  $x$  tiende a 5.

$$h(x) = \frac{1}{x-5}$$

## ACTIVIDAD 8

Redactar en el cuaderno el contenido de las diapositivas 6 y 8, sobre el concepto y características de un límite, que se encuentran en este documento.

# REFERENCIAS I



Víctor Espíritu Montiel and Catalina Navarro Sandoval.  
Límites indeterminados mediante el uso de tablas de valores y gráficas.

*Revista de Didáctica de las Matemáticas Números*, 88:31–53, mar 2015.



Roland Larson and Robert Hostetler.  
*Cálculo y Geometría Analítica*.  
McGraw-Hill, third edition, jan 1989.



Funciones matemáticas.  
Límite de una función.  
<https://www.funciones.xyz/limite-de-una-funcion/>, 2021.  
Consultado 1 ago 2021.

## REFERENCIAS II



Wikipedia.

Límite de una función.

[https:](https://es.wikipedia.org/wiki/L%C3%ADmite_de_una_funci%C3%B3n)

[//es.wikipedia.org/wiki/L%C3%ADmite\\_de\\_una\\_funci%C3%B3n](https://es.wikipedia.org/wiki/L%C3%ADmite_de_una_funci%C3%B3n),  
2021.

Consultado 1 ago 2021.



Doris Álvarez et al.

*Proyecto sé Matemáticas 11: libro del estudiante.*

Ediciones SM, 2012.