

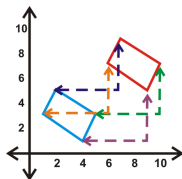
Transformaciones sobre un plano

Geometría

Grado 6

Área de Matemáticas y Estadística

Semestre II - 2022



Contenidos

1 Introducción

2 Metas

3 Plano cartesiano

4 Transformaciones

5 Actividades

- Actividad 24
- Actividad 25
- Actividad 28
- Actividad 30
- Actividad 33
- Actividad 35

Introducción

Cuando una figura cambia de algún modo se aprecia: *i)* la figura original, *ii)* el proceso y *iii)* la figura modificada.

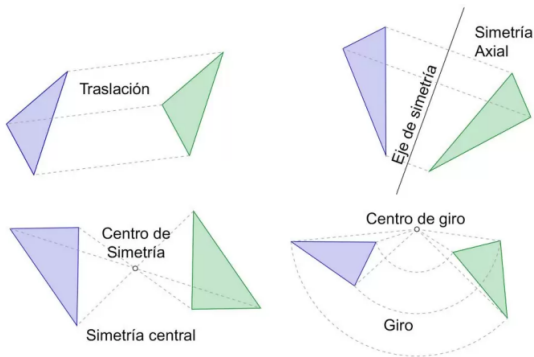


Figura 1: Las transformaciones elementales sobre el plano (2D).

Metas y Logros

Propósitos

- Reconocer el uso del plano cartesiano para la ubicación espacial de objetos planos.
- Aplicar las transformaciones (traslación, rotación y reflexión) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre objetos.

Desempeños

- Ubica las coordenadas en el plano cartesiano para representar objetos planos.
- Realiza transformaciones y homotecias de figuras.

Plano cartesiano

Definición

¿Qué es?

- Es una red del espacio 2D formado por dos rectas numéricas llamadas **ejes** (Wikipedia, [2022a](#)).
- Los ejes se intersecan formando un ángulo recto (90 grados).
- Habitualmente, cada eje es nombrado por letras x e y ,

$x \rightarrow$ eje horizontal

$y \rightarrow$ eje vertical

- Los ejes dividen el plano en cuatro partes llamadas cuadrantes: *SD*, *SI*, *ID*, *II*.

Nota: la numeración de cada recta puede tener diferentes números: naturales o decimales.

Plano cartesiano

Cuadrantes

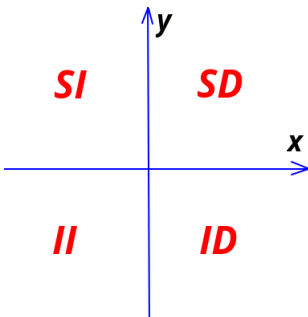


Figura 2: Cuadrantes del plano cartesiano.

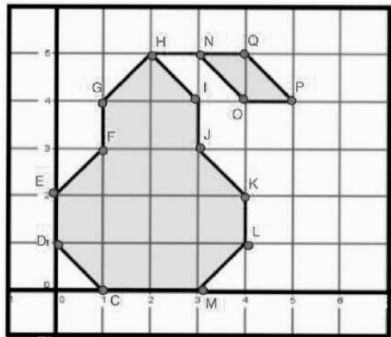
- Cada punto en el plano es representando con un par de números (N_x, N_y) llamados *coordenadas*.
- Coordenada N_x . Conocida como **abcisa**; denota movimiento horizontal: izquierda-derecha, oeste-este, ...
- Coordenada N_y . Conocida como **ordenada**; denota movimiento vertical: arriba-abajo, norte-sur, ...
- Punto origen. Denota el cruce de los ejes en $(0,0)$.
- A este nivel, se trabajará con el cuadrante *SD* y números naturales.

Plano cartesiano

Ejemplos

Ejemplo 1

Determinar las coordenadas de las letras de los vértices que conforman la figura de pera.



Solución. Las coordenadas son:

$$C(1,0) \quad L(4,1)$$

$$K(4,2) \quad J(3,3)$$

$$I(3,4) \quad H(2,5)$$

...

Transformaciones planas

Concepto general

Concepto de Transformación

Es aquel movimiento o cambio en una figura, por el cual se obtiene una nueva figura igual o similar (Torres y col., 2000).

- La figura inicial se denomina *primitiva*.
- La figura final se denomina *transformada*.

Las transformaciones (en el plano 2D) principales son:

- Traslación
- Reflexión
- Rotación
- Homotecia

Transformaciones planas

Traslación

Es la transformación de una figura en la cual (Wikipedia, 2022b):

- Todos sus puntos se mueven en la misma dirección, sentido y distancia o magnitud.
- Conserva la forma original (primitiva es igual a la transformada).

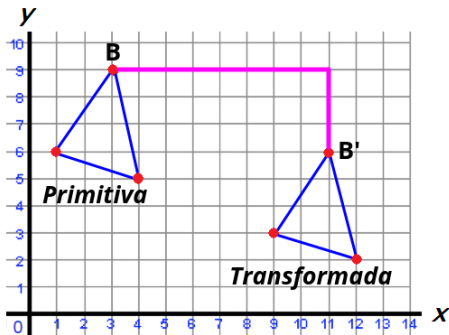


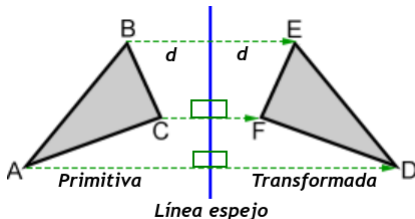
Figura 3: Ejemplo. Traslación horizontal de 8 unidades hacia la derecha y vertical de 3 unidades hacia abajo.

Transformaciones planas

Reflexión

Es la transformación de una figura, en la cual cada punto de la primitiva se le asocia un “punto reflejado” a través de una “línea-espejo” llamada **eje de simetría** (Andrade & Ulloa, 2010). En una reflexión se cumple:

- La distancia de un punto (primitiva) y su imagen (transformada) al eje de simetría, es la misma.
- El segmento que une un punto con su imagen, es perpendicular al eje de simetría.
- La figura no cambia su forma ni su tamaño, pero se invierte.



Transformaciones planas

Reflexión

En modo simple, la reflexión se determina por la ubicación del eje de simetría (espejo):

- horizontal: las abscisas (puntos x) no cambian y las ordenadas se modifican.
- vertical: las ordenadas (puntos y) no cambian y las abscisas se modifican.

En el plano cartesiano, la reflexión se realiza así:

- espejo horizontal, de abajo a arriba a cada punto y se suma el doble de la distancia del punto al “espejo”. Viceversa, se resta.
- espejo vertical, de izquierda a derecha a cada punto x se suma el doble de la distancia del punto al “espejo”. Viceversa, se resta.

Transformaciones planas

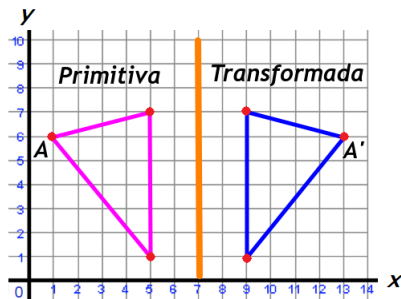
Reflexión

Ejemplo de reflexión

Realizar la reflexión de la figura primitiva para un eje de simetría vertical ubicado en $x = 7$.

x_o	y_o	d	Suma $x + 2d$
1	6	6	13
5	7	2	9
5	1	2	9

Tabla 1: Procedimiento de la reflexión. d es la distancia del punto x al espejo.



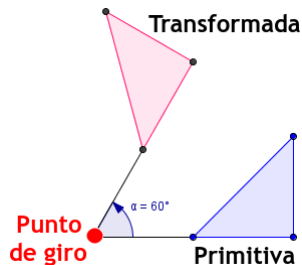
Transformaciones planas

Rotación

Es la transformación de una figura, en la cual cada punto de la primitiva “gira” un ángulo dado respecto a un punto denominado **punto de giro** manteniendo la misma distancia entre puntos (Lazcano, 2016). Una rotación cumple:

- La distancia entre un punto de la primitiva (o transformada) al punto de giro es igual.
- La figura rotada conserva su forma original (congruencia ángulos y lados).

Se aclara que el punto de giro puede estar fuera o sobre o dentro de la figura.



Transformaciones planas

Rotación

Requisitos de una rotación

- Debe tener un punto de giro.
- La amplitud del ángulo (35° , 77° , etc).
- Sentido de giro: horario (-) o antihorario (+).

Rotación en el plano cartesiano

Requiere regla y compás.

- 1 Trazar una recta desde el punto de giro hasta el punto de la primitiva y medir su distancia.
- 2 Medir la amplitud del ángulo respecto a la recta según el sentido de giro.
- 3 Trazar la recta “girada” desde el punto de giro y ubicar el punto transformado a distancia del paso 1.

Transformaciones planas

Rotación

Ejemplo de rotación de una figura

Un triángulo se ubica en los puntos $(1,9)$, $(1,6)$, $(5,9)$. Rotar la figura 45° en sentido horario; punto de giro en $(1,2)$.

Actividad 24

Plano cartesiano - introducción

- 1 Realiza un dibujo en el plano cartesiano SD e identifica las coordenadas de por lo menos 8 vértices. **Recomendación:** realizar una figura simple unida con líneas rectas.
- 2 Ubicar los siguientes puntos en el plano cartesiano y unir los puntos con líneas rectas

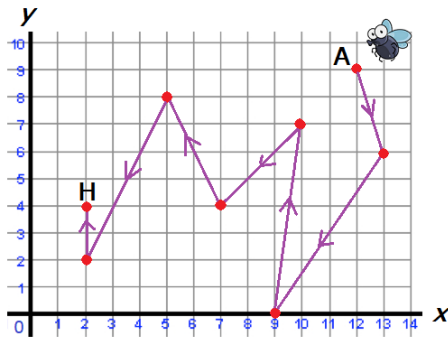
$$\begin{array}{lll} A(1, 1) & B(1, 7) & C(6, 11) \\ D(14, 7) & E(14, 1) & F(11, 1) \\ G(8, 1) & H(8, 4) & I(11, 4) \end{array}$$

¿Cuál es la figura que se forma?

Actividad 25

Plano cartesiano - inversión

- 1 **El recorrido de Moskus.** La mosca Moskus realiza un recorrido en el plano cartesiano SD, según el sentido de las flechas pasando por 8 puntos (en color rojo).



Actividad 25

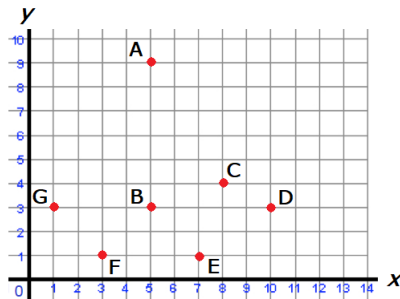
Plano cartesiano - inversión

- a) Escribir las coordenadas de cada uno de los puntos iniciando por el punto A y finalizando en H .
- b) Si la ubicación fue correcta, la suma de todas las abscisas tiene por resultado 60; realizar la suma de abscisas.
- c) Si la ubicación fue correcta, la suma de todas las ordenadas tiene por resultado 40; realizar la suma de ordenadas.

Actividad 28

Plano cartesiano - ubicación

- 1 Escribir las coordenadas cartesianas de la figura de un barco en una tabla según orden alfabético de cada punto que se encuentra en el siguiente plano cartesiano SD. El barco es simple: consta de casco y vela. Unir con trazos los puntos y colorear la figura. *Este esquema será importante para posteriores clases.*



Actividad 30

Transformaciones: traslación

- 1 Realizar la traslación del barco de la *Actividad 28* usando el plano cartesiano, en dirección horizontal 5 cuadrados hacia la derecha y en dirección vertical 10 cuadrados hacia arriba.

Actividad 33

Transformaciones: reflexión

- 1 Realizar la reflexión del barco de la *Actividad 28* usando el plano cartesiano. El espejo está ubicado en dirección horizontal, en $y = 10$.

Actividad 35

Transformaciones: rotación

- 1 Realizar la rotación del barco de la *Actividad 28* usando el plano cartesiano. La amplitud del giro es de 60° en sentido horario y el punto de giro se encuentra en $(10,3)$. ¿En donde se encuentra el punto de giro? Explique.

Lista de Referencias

- Andrade, R. & Ulloa, M. (2010). Simetría o reflexión, isometría. Recuperado el 19 de octubre de 2022, desde <https://sites.google.com/site/isometria123/simetria-o-reflexion>
- Lazcano, P. (2016). Rotación. Recuperado el 27 de octubre de 2022, desde <https://www.geogebra.org/m/WedFs95B>
- Torres, B. y col. (2000). *Supermat 7*. Bogotá, Colombia: Voluntad.
- Wikipedia. (2022a). Coordenadas cartesianas. Recuperado el 29 de agosto de 2022, desde https://es.wikipedia.org/wiki/Coordenadas_cartesianas
- Wikipedia. (2022b). Traslación (geometría). Recuperado el 29 de septiembre de 2022, desde [https://es.wikipedia.org/wiki/Traslaci%C3%B3n_\(geometr%C3%ADa\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Traslaci%C3%B3n_(geometr%C3%ADa))

Thank You So Much!