



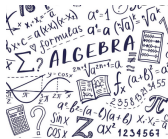
# Operaciones con expresiones algebraicas

## Algoritmos de las Operaciones

## Matemáticas

(Re-edición) Grado 9

2023



# Contenidos

Operaciones con  
expresiones  
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes  
fraccionarios

Producto de  
polinomios

División de  
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

- 1 Metas
- 2 Suma coeficientes fraccionarios
- 3 Producto de polinomios
- 4 División de polinomios
- 5 Actividades
  - Actividad 3
  - Actividad 4

# Metas de la temática

## Operaciones algebraicas

Operaciones con  
expresiones  
algebraicas

MAT G9

### Metas

Suma coeficientes  
fraccionarios

Producto de  
polinomios

División de  
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

### Propósitos

- Comprender y aplicar los algoritmos de las las operaciones algebraicas.
- Realizar apropiadamente las operaciones algebraicas.

### Desempeños

- Reconoce la utilidad de las operaciones con expresiones algebraicas.
- Conoce y aplica correctamente los algoritmos de las operaciones algebraicas para resolver problemas de situaciones particulares.

# Suma de polinomios coeficientes fraccionarios

## Método

En estas situaciones se recomienda:

- I) Usar el método de selección por columnas.
- II) Por aparte, extraer los coeficientes y realizar operaciones con fracciones.
- III) Escribir el resultado final.

### Ejemplo 1

Resolver la suma de polinomios:

$$\begin{aligned} &\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 \\ &-\frac{2}{5}xy + \frac{1}{6}y^2 \\ &\frac{1}{10}xy + \frac{1}{3}y^2 \end{aligned}$$

# Suma de polinomios coeficientes fraccionarios

Usando el método

**Solución.** Siguiendo el método,

$$\begin{array}{r} \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 \\ + \frac{1}{6}y^2 - \frac{2}{5}xy \\ + \frac{1}{3}y^2 + \frac{1}{10}xy \\ \hline \frac{3}{2}x^2 + 0 - \frac{3}{10}xy \end{array}$$

■ Términos  $y^2$ ,

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = -\frac{3}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = 0$$

$$\text{mcm}(2, 6, 3) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 6 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

■ Términos  $xy$ ,

$$\begin{aligned} -\frac{2}{5} + \frac{1}{10} &= \frac{-2 \cdot 10 + 5 \cdot 1}{5 \cdot 10} \\ &= \frac{-20 + 5}{50} = -\frac{15}{50} = -\frac{3}{10} \end{aligned}$$



# Producto de polinomios

## Los fundamentos

Operaciones con  
expresiones  
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes  
fraccionarios

Producto de  
polinomios

División de  
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

- Su objetivo es operar dos o más expresiones algebraicas llamadas *factores* para obtener un resultado llamado *producto*, siguiendo el producto de números reales y producto de potencias [Baldor, 1980].
- El resultado de esta operación (puede) origina una expresión algebraica de grado mayor a los factores.

### Ley de los coeficientes

El producto de la parte numérica de una expresión algebraica obedece al producto de números reales con su respectivo signo (ley de signos). P. ej.,  $(-3) \cdot (2) \cdot (-4) = 24$ .

### Ley de los exponentes

Cuando se multiplican bases iguales, la base permanece y los exponentes se suman [Guanajuato, 2021]. P. ej.,  
 $a^2 \cdot a^3 \cdot a = a^{2+3+1} = a^6$ .

# Producto de polinomios

## Producto de expresiones algebraicas

### Producto de monomios

Se multiplican los coeficientes y las letras se multiplican de acuerdo a la ley de exponentes [Baldor, 1980].

### Ejemplo 1

Resolver los productos de monomios,

- 1  $2x^2$  por  $-5x$ .
- 2  $5a^3$  por  $7z^4$ .
- 3  $\frac{1}{2}b^3$  por  $-\frac{2}{3}w^2b$  por  $\frac{3}{5}w^4c$ .

**Solución.**

- 1  $(2x^2) \cdot (-5x) = (2) \cdot (-5)x^{2+1} = -10x^3$ .
- 2  $(5a^3) \cdot (7z^4) = (5) \cdot (7)a^3z^4 = 35a^3z^4$ .
- 3  $(\frac{1}{2}) \cdot (-\frac{2}{3}) \cdot (\frac{3}{5})b^{3+1}w^{2+4}c = -\frac{6}{30}b^4w^6c$ .

# Producto de polinomios

## Producto de expresiones algebraicas

Operaciones con  
expresiones  
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes  
fraccionarios

Producto de  
polinomios

División de  
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

### Producto de un monomio por un polinomio

Se multiplica el monomio por todos y cada uno de los monomios que forman el polinomio, teniendo en cuenta la regla de los signos así como su escritura [Baldor, 1980].

### Ejemplo 2

Multiplicar  $-5bx^2$  por  $4x^2 - 7x + 9$ .

**Solución.** Dos esquemas del producto de polinomios:

$$\begin{array}{ccccccc} -5bx^2 & (4x^2 & - & 7x & + & 9) \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ & -20bx^4 & + & 35bx^3 & - & 45bx^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 7x + 9 \\ - 5bx^2 \\ \hline -20bx^4 + 35bx^3 - 45bx^2 \end{array}$$



# Producto de polinomios

## Producto de expresiones algebraicas

### Producto de un polinomio por un polinomio

Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los términos del segundo polinomio, teniendo en cuenta los signos y **luego se reducen los términos semejantes** [Baldor, 1980].

**Nota.** En lo posible redactar los polinomios ordenados en forma descendente para facilitar la reducción de términos semejantes por columnas.

### Ejemplo 3

Sean los polinomios  $P = 2x^3 - 3x^2 + 4x$  y  $Q = 2x^2 + x - 3$ .  
Encontrar  $P \times Q$ .

**Solución.** Usando columnas de TS, la operación se escribe así,

$$2x^3 - 3x^2 + 4x$$

$$\underline{2x^2 + x - 3}$$

# Producto de polinomios

## Producto de expresiones algebraicas

Operaciones con  
expresiones  
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes  
fraccionarios

Producto de  
polinomios

División de  
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Una vez ordenados los polinomios, se efectúa el producto y la RTS,

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x \\ 2x^2 + x - 3 \\ \hline 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 \\ 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 \\ -6x^3 + 9x^2 - 12x \\ \hline 4x^5 - 4x^4 - x^3 + 13x^2 - 12x \end{array}$$

En el producto de polinomios también pueden intervenir varios factores polinomiales. ■

# División de polinomios

## Las bases

- La operación tiene por objetivo hallar uno de los *factores algebraicos* de la multiplicación a partir del resultado de un producto [Baldor, 1980].
- Demanda mayores recursos cognitivos, pues en ella se usan “a la vez” las tres anteriores operaciones:  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ .

### Ley de los coeficientes

El coeficiente del cociente es el resultado de la división de los coeficiente del dividendo y divisor. Aquí aplica la división de números reales, mientras que la ley de signos es similar a la usada en el producto:  $20 \div (-5) = -4$ ;  $2.678 \div 1.3 = ?$ ;  $(-3/5) \div (-20) = ?$ .

### Ley de los exponentes

Si se dividen bases iguales, la base permanece y los exponentes del numerador y denominador se restan [Guanajuato, 2021]. P. ej.,  
 $a^7 \div a^3 = a^{7-3} = a^4$ .

# División de polinomios

## Las bases

### Algunas recomendaciones de la división algebraica:

- Es frecuente el uso de fraccionarios en lugar del símbolo  $\div$ . Así,  
 $a \div b \Rightarrow \frac{a}{b}$ .
- El exponente puede ser negativo, en cuyo caso p. ej.:  $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ .  
Si es cero, entonces  $a^0 = 1$ .
- Para la división entre polinomios, es indispensable la ordenación descendente de las expresiones.

### La división es desarrollada:

- 1 Entre monomios.
- 2 Entre un polinomio y un monomio.
- 3 Entre polinomios.

La División es usada como último recurso en los procesos de *factorización*.

# División de polinomios

## División de expresiones algebraicas

Operaciones con  
expresiones  
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes  
fraccionarios

Producto de  
polinomios

División de  
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

### División de dos monomios

Se dividen los coeficiente de cada monomio y luego las letras mediante la ley de los exponentes; para las letras se sugiere una ordenación alfabética [**Baldor, 1980**].

### Ejemplo 1

Resolver cada división de monomios.

I)  $\frac{-18x^4y^5z^2}{2z^2y^3x^3}$

II)  $0.0245b^{2.6}m^{1.25} \div 0.5m^{0.2}b^{1.8}$  (con procedimiento)

III) Verificar  $(-\frac{4x^2}{3a}) \div (-\frac{10x^4}{7a^3}) = \frac{14a^4}{15x^2}$

### Solución.

I)  $\frac{-18}{2}x^{4-3}y^{5-3}z^{2-2} = -9xy^2$

II)  $0.0245b^{2.6}m^{1.25} \div 0.5m^{0.2}b^{1.8} = 0.049b^{0.8}m^{1.05}$

III) ...?

# División de polinomios

## División de expresiones algebraicas

Operaciones con  
expresiones  
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes  
fraccionarios

Producto de  
polinomios

División de  
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

### División polinomio entre monomio

Cada uno de los elementos del polinomio se divide por el monomio [Guanajuato, 2021]. El divisor es **distribuido** entre los términos del polinomio según la ley de signos.

### Ejemplo 2

Dividir  $-20bx^4 + 35bx^3 - 45bx^2$  entre  $-5bx^2$ .

**Solución.** Distribuyendo el divisor,

$$\begin{array}{ccccccc} (-20bx^4 & + & 35bx^3 & - & 45bx^2) & \div & (-5bx^2) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 4x^2 & - & 7x & + & 9 & & \end{array}$$

# División de polinomios

## División de expresiones algebraicas

### Ejemplo 3

Resolver:

$$\frac{15x^4y^5 - 10x^3y^6}{-5x^2y^2}$$

**Solución.** Distribuyendo el divisor con su signo como fracción,

$$\frac{15x^4y^5}{-5x^2y^2} - \frac{10x^3y^6}{-5x^2y^2} = -3x^2y^3 + 2xy^4$$

### Example 4

The volume of a Postal Box Retro can be represented by the expression  $30x^3y + 10x^2y - 20xy$ . The length of box is the expression  $5x$ , while height can be represented by  $2y$ . ¿Which is the other dimension? **Solution.** Obviously, Dividing!!!



# Actividad 3-a

## Producto de polinomios

Operaciones con  
expresiones  
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes  
fraccionarios

Producto de  
polinomios

División de  
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

### 1 Resolver:

a)  $(8b) \cdot (-3b) \cdot (b^2)$

b)  $(-m^2n) \cdot (-5m^2) \cdot (-5m^3n^4)$

c)  $(-3.1m) \cdot (-2.8mn) \cdot (0.3mp) \cdot (-mq)$

d)  $(-\frac{3}{5}x^2y) \cdot (-\frac{7}{3}xy^2) \cdot (-\frac{10}{3}x^3) \cdot (-\frac{9}{11}x^2y)$

### 2 Multiplicar el monomio $-3a^2x^2$ por el polinomio

$\square x^4 - \triangle ax^3 + 9a^2x + \square a^3$ . Aquí  $\square$  es su código de lista y  $\triangle$  es su código complementario de la lista.

### 3 Multiplicar los polinomios usando el modo de columnas de TS (tener en cuenta el orden de la expresión).

a)  $(3w^2 - 5w)$  y  $(-w + 4w^2 + 2w^3 + 2)$

b)  $(2 - 2p^2 + p^4)$  y  $(p^2 + 3 - 2p)$



# Actividad 3-b

## Producto de polinomios

Operaciones con  
expresiones  
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes  
fraccionarios

Producto de  
polinomios

División de  
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

1 Resolver los productos de monomios:

- a)  $(3x^3yz) \cdot (-9x^2y^2z) \cdot (2xyz^2)$
- b)  $(-\frac{1}{2}abc) \cdot (\frac{3}{4}a^2b^2c^2) \cdot (-\frac{8}{5}a^3b^3c^3)$
- c)  $(-0.5xny) \cdot (1.23x^3my^2)$
- d)  $(-\frac{4}{7}h^3k) \cdot (14h^2k^2f) \cdot (2.1fhk^3)$

2 Resolver los productos de polinomios:

- a)  $(2xy) \cdot (-2x + 3y - 5x^2y)$
- b)  $(1 - 2x) \cdot (1 - 2x + 4x^2 - 8x^3 + 16x^4)$

3 Hallar el factor(es) faltante en cada producto para que la operación sea correcta.

- a)  $(3abc^3) \cdot (____) \cdot (7ac^4) \cdot (____) = -252a^2b^5c^{11}$
- b)  $(-5a^3 + 7abc - 2bc^3) \cdot (____) = 25a^4bc^4 - 35a^2b^2c^5 + 10ab^2c^7$
- c)  $(____) \cdot (3x^2y) = 6x^5y + 12x^4y^3 - 3x^3y + 6x^2y$

# Actividad 4

## División de polinomios

Operaciones con  
expresiones  
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes  
fraccionarios

Producto de  
polinomios

División de  
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

En esta actividad hacer evidente los procedimientos de la división donde sea requerida.

1 Resolver la división entre monomios:

a)  $(986a^7b^6c^8) \div (-34b^6c^8)$

b)  $(1.288m^4n^5p) \div (-0.23n^3m^8p)$

c)  $(-\frac{75}{4}a^{25}z^{35}) \div (\frac{84}{3}a^{12}z^{22})$

2 Resolver la división  $21a^5b^2 + 14a^2b^3 - 7ab$  entre  $7ab$ .

3 Brando's father is building her a box in the backyard. The volume of box, in meters, can be represented by the polynomial  $0.16x^3 + 16x^5 - 4x^7 + 12x^9$ . If the length measure is the expression  $\frac{8}{5}x$  and the height is  $0.1x^2$ ,

a) ¿Which is the width of the box?

b) Draw the box with the respective algebraic measures.

# Referencias I

Operaciones con  
expresiones  
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes  
fraccionarios

Producto de  
polinomios

División de  
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4



Baldor, A. (1980).

*Álgebra.*

Ediciones y Distribuciones CODICE S.A., Madrid, España.



Guanajuato, U. (2021).

Unidad 1: Operaciones con números reales, complejos y expresiones algebraicas.

<https://nodo.ugto.mx/wp-content/uploads/2017/03/Unidad-1-Operacion-con-Numeros-Reales-Complejos-y-Expresiones-Algebraicas.pdf>.

Curso Matemáticas (Homologación). Consultado Jul 2022.