

Las Proposiciones



Matemáticas

Grado 6

2018

Para pensar 1 ...

- Es posible conseguir medir 4 litros exactos con estos recipientes?



Para pensar 2 ...

- Son “lógicas” estas operaciones?

$$\begin{array}{l} 3+1 = 24 \\ 5+2 = 37 \\ 7+2 = 59 \\ 8+1 = 79 \\ 7+5 = 212 \\ 15+3 = 1218 \end{array}$$

Periodo 1: Proposiciones

- Propósitos

- Conocer las características y propiedades de la lógica proposicional.
- Expresar matemáticamente las operaciones entre enunciados haciendo uso de la lógica de proposiciones.

- Desempeños

Clasificaras enunciados en proposiciones simples y compuestas, determinando el valor de verdad.

Determinaras enunciados lógicos y utilizaras sus propiedades para resolver situaciones problema del entorno.

Proposiciones

- Qué es una proposición?
- Es un *enunciado* que puede ser evaluado de forma lógica.
- Clases
- Simples: un enunciado.
- Compuestas: más de un enunciado con conectores lógicos.
- Valor de las proposiciones
- Sólo puede ser verdadero (V) o falso (F).
- Lenguaje
- Palabras clave: todos, algunos, ningún.



Notación de las proposiciones

Se denotan con letras minúsculas

$\underbrace{\text{Selección Colombia sub-20 gano campeonato suramericano.}}_p$	$\underbrace{(F)}_F$
$\underbrace{\text{Selección Colombia sub-20 NO gano campeonato suramericano.}}_{\sim p}$	$\underbrace{(V)}_V$

Proposiciones compuestas

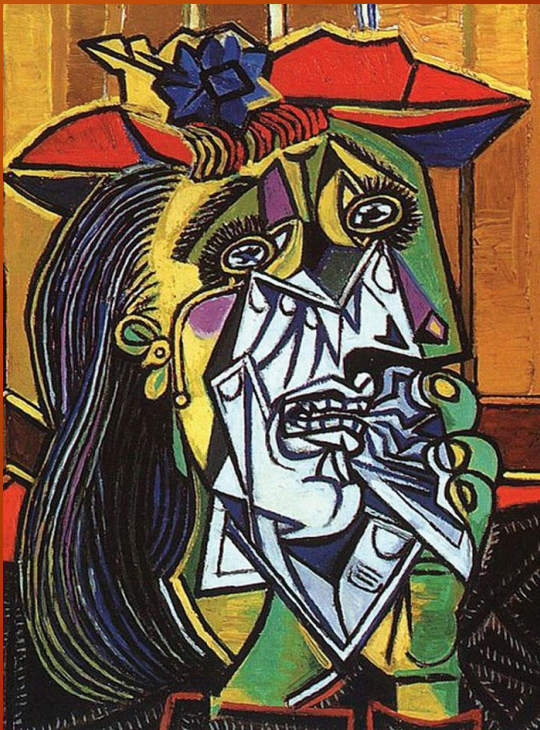
Es la unión de dos o más proposiciones simples.

Las palabras que permiten unir las se llaman conectores lógicos:

“y” “o” “si, entonces” “si y solo si”

Valor de proposiciones compuestas

El valor depende de cada proposición simple y del conector usado. El manejo de posibilidades se hace en una *tabla de verdad*.



La imagen contiene una cara $\underbrace{\text{y}}_{\text{conector}}$ dos bocas.

p q

p	q	Valor conector
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

La conjunción: “y”

La proposición compuesta es verdadera solo si cada proposición simple es verdadera; en cualquier otro caso es falsa.

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

La disyunción: “o”

La proposición compuesta formada por la disyunción siempre es verdadera, excepto cuando todas las proposiciones simples son falsas.

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

La condicional: “si, entonces”

El valor de la proposición compuesta por el condicional depende del valor que tenga la condición; sólo es falsa si el antecedente es verdadero y el consecuente falso.

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p : antecedente, q : consecuente

Ejemplos - condicional

- Si $1+1 = 2$, entonces el sol sale por el oriente.
- Si llueve, entonces llevo un paraguas.
- Si la luna es hecha de queso verde, entonces soy el Profesor de recreo.
- Si mi abuela tuviera ruedas, entonces ella sería un autobús.

La bicondicional: “si y sólo si”

El valor de la proposición compuesta con bicondicional sólo depende del valor de las proposiciones simples.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ejemplos - bicondicional

- Enseño matemáticas si y solo si me pagan una suma de dinero.
- El Sol es una estrella si y sólo si $1+2=4$.
- La Tierra es cúbica si y sólo si $2+2=4$.
- $1+1=3$ si y solo si Marte es una estrella.

Tablas de verdad

- Es la representación de los valores de proposiciones compuestas con uno o más conectores.
- La elaboración se inicia desde los conectores fundamentales hasta los complejos.

Ejemplo. Resolver

$$\sim (p \wedge q)$$

Tablas de verdad

- Es la representación de los valores de proposiciones compuestas con uno o más conectores.
- La elaboración se inicia desde los conectores fundamentales hasta los complejos.

Ejemplo. Resolver

$$\begin{array}{c} \sim (p \wedge q) \\ \sim (p \wedge q) \\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_1 \\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_2 \end{array}$$

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Tablas de verdad

- *Ejemplo.* Resolver y analizar el resultado. En electrónica F->0, V->1.

$$(p \vee q) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow p)$$

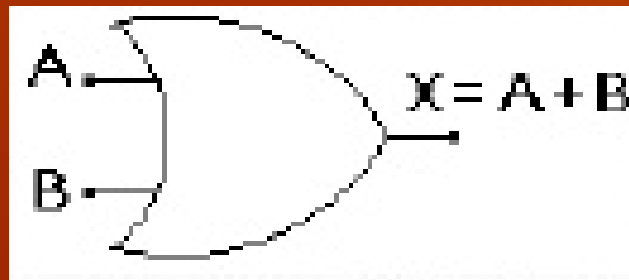
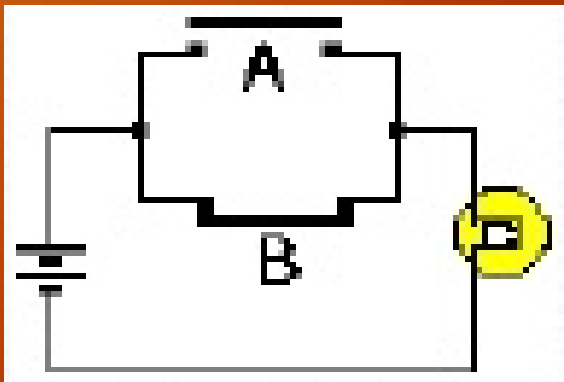
$$\underbrace{(p \vee q)}_3 \Rightarrow \underbrace{(\underbrace{\sim q}_1 \Rightarrow p)}_2$$

4

p	q	$\sim q$	$\sim q \Rightarrow p$	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow p)$
1	1				
1	0				
0	1				
0	0				

Tablas de verdad

- *Ejemplo de aplicación.* En circuitos electrónicos las proposiciones se denominan *compuertas lógicas*.



A	B	$X = A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Actividad

1) Resolver $(p \wedge \sim q) \wedge q$ y analizar su resultado.

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$(p \wedge \sim q) \wedge q$
1	1			
1	0			
0	1			
0	0			

2) Dada los valores de cada letra hallar el valor en cada proposición

p	V
q	F
r	F
s	V

- $(p \wedge q) \Rightarrow (s \vee r)$
- $(p \Leftrightarrow s) \vee (r \wedge q)$
- $(r \vee s) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$
- $(s \Rightarrow r) \Rightarrow q$

