

Contenidos

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

División de
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6

1 Metas

2 Suma coeficientes fraccionarios

3 Producto de polinomios

4 División de polinomios

5 Actividades

- Actividad 3
- Actividad 4
- Actividad 6

Metas de la temática

Operaciones algebraicas

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

División de
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6

Propósitos

- Comprender y aplicar los algoritmos de las las operaciones algebraicas.
- Realizar apropiadamente las operaciones algebraicas.

Desempeños

- Reconoce la utilidad de las operaciones con expresiones algebraicas.
- Conoce y aplica correctamente los algoritmos de las operaciones algebraicas para resolver problemas de situaciones particulares.

Suma de polinomios coeficientes fraccionarios

Método

En estas situaciones se recomienda:

- I) Usar el método de selección por columnas.
- II) Por aparte, extraer los coeficientes y realizar operaciones con fracciones.
- III) Escribir el resultado final.

Ejemplo 1

Resolver la suma de polinomios:

$$\begin{aligned} &\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 \\ &-\frac{2}{5}xy + \frac{1}{6}y^2 \\ &\frac{1}{10}xy + \frac{1}{3}y^2 \end{aligned}$$

Suma de polinomios coeficientes fraccionarios

Usando el método

Solución. Siguiendo el método,

$$\begin{array}{r} \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 \\ + \frac{1}{6}y^2 - \frac{2}{5}xy \\ + \frac{1}{3}y^2 + \frac{1}{10}xy \\ \hline \frac{3}{2}x^2 + 0 - \frac{3}{10}xy \end{array}$$

■ Términos y^2 ,

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = -\frac{3}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = 0$$

$$\text{mcm}(2, 6, 3) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 6 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

■ Términos xy ,

$$\begin{aligned} -\frac{2}{5} + \frac{1}{10} &= \frac{-2 \cdot 10 + 5 \cdot 1}{5 \cdot 10} \\ &= \frac{-20 + 5}{50} = -\frac{15}{50} = -\frac{3}{10} \end{aligned}$$



Producto de polinomios

Los fundamentos

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

División de
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6

- Su objetivo es operar dos o más expresiones algebraicas llamadas *factores* para obtener un resultado llamado *producto*, siguiendo el producto de números reales y producto de potencias [Baldor, 1980].
- El resultado de esta operación (puede) origina una expresión algebraica de grado mayor a los factores.

Ley de los coeficientes

El producto de la parte numérica de una expresión algebraica obedece al producto de números reales con su respectivo signo (ley de signos). P. ej., $(-3) \cdot (2) \cdot (-4) = 24$.

Ley de los exponentes

Cuando se multiplican bases iguales, la base permanece y los exponentes se suman [Guanajuato, 2021]. P. ej.,
 $a^2 \cdot a^3 \cdot a = a^{2+3+1} = a^6$.

Producto de polinomios

Producto de expresiones algebraicas

Producto de monomios

Se multiplican los coeficientes y las letras se multiplican de acuerdo a la ley de exponentes [Baldor, 1980].

Ejemplo 1

Resolver los productos de monomios,

- 1 $2x^2$ por $-5x$.
- 2 $5a^3$ por $7z^4$.
- 3 $\frac{1}{2}b^3$ por $-\frac{2}{3}w^2b$ por $\frac{3}{5}w^4c$.

Solución.

- 1 $(2x^2) \cdot (-5x) = (2) \cdot (-5)x^{2+1} = -10x^3$.
- 2 $(5a^3) \cdot (7z^4) = (5) \cdot (7)a^3z^4 = 35a^3z^4$.
- 3 $(\frac{1}{2}) \cdot (-\frac{2}{3}) \cdot (\frac{3}{5})b^{3+1}w^{2+4}c = -\frac{6}{30}b^4w^6c$.

Producto de polinomios

Producto de expresiones algebraicas

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

División de
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6

Producto de un monomio por un polinomio

Se multiplica el monomio por todos y cada uno de los monomios que forman el polinomio, teniendo en cuenta la regla de los signos así como su escritura [**Baldor, 1980**].

Ejemplo 2

Multiplicar $-5bx^2$ por $4x^2 - 7x + 9$.

Solución. Dos esquemas del producto de polinomios:

$$\begin{array}{ccccccc} -5bx^2 & (4x^2 & - & 7x & + & 9) \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ & -20bx^4 & + & 35bx^3 & - & 45bx^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 7x + 9 \\ - 5bx^2 \\ \hline -20bx^4 + 35bx^3 - 45bx^2 \end{array}$$

Producto de polinomios

Producto de expresiones algebraicas

Producto de un polinomio por un polinomio

Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los términos del segundo polinomio, teniendo en cuenta los signos y **luego se reducen los términos semejantes** [Baldor, 1980].

Nota. En lo posible redactar los polinomios ordenados en forma descendente para facilitar la reducción de términos semejantes por columnas.

Ejemplo 3

Sean los polinomios $P = 2x^3 - 3x^2 + 4x$ y $Q = 2x^2 + x - 3$.
Encontrar $P \times Q$.

Solución. Usando columnas de TS, la operación se escribe así,

$$2x^3 - 3x^2 + 4x$$

$$\underline{2x^2 + x - 3}$$

Producto de polinomios

Producto de expresiones algebraicas

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

División de
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6

Una vez ordenados los polinomios, se efectúa el producto y la RTS,

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x \\ 2x^2 + x - 3 \\ \hline 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 \\ 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 \\ -6x^3 + 9x^2 - 12x \\ \hline 4x^5 - 4x^4 - x^3 + 13x^2 - 12x \end{array}$$

En el producto de polinomios también pueden intervenir varios factores polinomiales. ■

División de polinomios

Las bases

- La operación tiene por objetivo hallar uno de los *factores algebraicos* de la multiplicación a partir del resultado de un producto [Baldor, 1980].
- Demanda mayores recursos cognitivos, pues en ella se usan “a la vez” las tres anteriores operaciones: $+$, $-$, \times .

Ley de los coeficientes

El coeficiente del cociente es el resultado de la división de los coeficiente del dividendo y divisor. Aquí aplica la división de números reales, mientras que la ley de signos es similar a la usada en el producto: $20 \div (-5) = -4$; $2.678 \div 1.3 = ?$; $(-3/5) \div (-20) = ?$.

Ley de los exponentes

Si se dividen bases iguales, la base permanece y los exponentes del numerador y denominador se restan [Guanajuato, 2021]. P. ej.,
 $a^7 \div a^3 = a^{7-3} = a^4$.

División de polinomios

Las bases

Algunas recomendaciones de la división algebraica:

- Es frecuente el uso de fraccionarios en lugar del símbolo \div . Así,
 $a \div b \Rightarrow \frac{a}{b}$.
- El exponente puede ser negativo, en cuyo caso p. ej.: $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$.
Si es cero, entonces $a^0 = 1$.
- Para la división entre polinomios, es indispensable la ordenación descendente de las expresiones.

La división es desarrollada:

- 1 Entre monomios.
- 2 Entre un polinomio y un monomio.
- 3 Entre polinomios.

La División es usada como último recurso en los procesos de *factorización*.

División de polinomios

División de expresiones algebraicas

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

División de
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6

División de dos monomios

Se dividen los coeficiente de cada monomio y luego las letras mediante la ley de los exponentes; para las letras se sugiere una ordenación alfabética [Baldor, 1980].

Ejemplo 1

Resolver cada división de monomios.

$$\text{I)} \quad \frac{-18x^4y^5z^2}{2z^2y^3x^3}$$

$$\text{II)} \quad 0.0245b^{2.6}m^{1.25} \div 0.5m^{0.2}b^{1.8} \text{ (con procedimiento)}$$

$$\text{III)} \quad \text{Verificar } \left(-\frac{4x^2}{3a}\right) \div \left(-\frac{10x^4}{7a^3}\right) = \frac{14a^4}{15x^2}$$

Solución.

$$\text{I)} \quad \frac{-18}{2}x^{4-3}y^{5-3}z^{2-2} = -9xy^2$$

$$\text{II)} \quad 0.0245b^{2.6}m^{1.25} \div 0.5m^{0.2}b^{1.8} = 0.049b^{0.8}m^{1.05}$$

$$\text{III)} \quad \dots ?$$

División de polinomios

División de expresiones algebraicas

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

División de
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6

División polinomio entre monomio

Cada uno de los elementos del polinomio se divide por el monomio [Guanajuato, 2021]. El divisor es **distribuido** entre los términos del polinomio según la ley de signos.

Ejemplo 2

Dividir $-20bx^4 + 35bx^3 - 45bx^2$ entre $-5bx^2$.

Solución. Distribuyendo el divisor,

$$\begin{array}{ccccccc} (-20bx^4 & + & 35bx^3 & - & 45bx^2) & \div & (-5bx^2) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 4x^2 & - & 7x & + & 9 & & \end{array}$$

División de polinomios

División de expresiones algebraicas

Ejemplo 3

Resolver:

$$\frac{15x^4y^5 - 10x^3y^6}{-5x^2y^2}$$

Solución. Distribuyendo el divisor con su signo como fracción,

$$\frac{15x^4y^5}{-5x^2y^2} - \frac{10x^3y^6}{-5x^2y^2} = -3x^2y^3 + 2xy^4$$

Example 4

The volume of a Postal Box Retro can be represented by the expression $30x^3y + 10x^2y - 20xy$. The length of box is the expression $5x$, while height can be represented by $2y$. ¿Which is the other dimension? **Solution.** Obviously, Dividing!!!



División de expresiones algebraicas

División de expresiones algebraicas

16/23

División de polinomios

División de expresiones algebraicas

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

División de
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6

Desarrollo de la división entre polinomios [Baldor, 1980],

- I) Si el polinomio es incompleto se dejan huecos en los lugares que correspondan.
- II) Verificar que el grado del divisor sea mayor al del dividendo.
- III) Realizar la división entre el primer monomio del dividendo y el primer monomio del divisor.
- IV) Multiplicar cada término del polinomio divisor por el resultado anterior y restarlo (cambiar signo) del polinomio dividendo.
- V) Volver hacer las mismas operaciones hasta hallar el residuo (polinomio de grado menor al divisor).
- VI) Verificación: $\text{cociente} \times \text{divisor} + \text{residuo} = \text{dividendo}$.

En seguida un **ejemplo** (se requiere su concentración).

División de polinomios

División de expresiones algebraicas

Ejemplo 5

Resolver la división de $x^3 + 4x^2 + 12$ entre $x - 4$.

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 4x^2 & + 12 \\ -x^3 + 4x^2 & \\ \hline 8x^2 & \\ -8x^2 + 32x & \\ \hline 32x + 12 & \\ -32x + 128 & \\ \hline +140 & \end{array}$$

(Note: The original image contains a typo in the final remainder line, which should be 140, not 128.)

cociente: $x^2 + 8x + 32$, residuo: 140.

Ejemplo 6

Hallar el residuo de la división de $2a^3 + 3a^2 - 5a + 7$ entre $a^2 - a + 1$.

Actividad 3-a

Producto de polinomios

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

División de
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6

1 Resolver:

a) $(8b) \cdot (-3b) \cdot (b^2)$

b) $(-m^2n) \cdot (-5m^2) \cdot (-5m^3n^4)$

c) $(-3.1m) \cdot (-2.8mn) \cdot (0.3mp) \cdot (-mq)$

d) $(-\frac{3}{5}x^2y) \cdot (-\frac{7}{3}xy^2) \cdot (-\frac{10}{3}x^3) \cdot (-\frac{9}{11}x^2y)$

2 Multiplicar el monomio $-3a^2x^2$ por el polinomio

$\square x^4 - \triangle ax^3 + 9a^2x + \square a^3$. Aquí \square es su código de lista y \triangle es su código complementario de la lista.

3 Multiplicar los polinomios usando el modo de columnas de TS (tener en cuenta el orden de la expresión).

a) $(3w^2 - 5w)$ y $(-w + 4w^2 + 2w^3 + 2)$

b) $(2 - 2p^2 + p^4)$ y $(p^2 + 3 - 2p)$

Actividad 3-b

Producto de polinomios

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

División de
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6

1 Resolver los productos de monomios:

- a) $(3x^3yz) \cdot (-9x^2y^2z) \cdot (2xyz^2)$
- b) $(-\frac{1}{2}abc) \cdot (\frac{3}{4}a^2b^2c^2) \cdot (-\frac{8}{5}a^3b^3c^3)$
- c) $(-0.5xny) \cdot (1.23x^3my^2)$
- d) $(-\frac{4}{7}h^3k) \cdot (14h^2k^2f) \cdot (2.1fhk^3)$

2 Resolver los productos de polinomios:

- a) $(2xy) \cdot (-2x + 3y - 5x^2y)$
- b) $(1 - 2x) \cdot (1 - 2x + 4x^2 - 8x^3 + 16x^4)$

3 Hallar el factor(es) faltante en cada producto para que la operación sea correcta.

- a) $(3abc^3) \cdot (____) \cdot (7ac^4) \cdot (____) = -252a^2b^5c^{11}$
- b) $(-5a^3 + 7abc - 2bc^3) \cdot (____) = 25a^4bc^4 - 35a^2b^2c^5 + 10ab^2c^7$
- c) $(-----) \cdot (3x^2y) = 6x^5y + 12x^4y^3 - 3x^3y + 6x^2y$

Actividad 4

División de polinomios

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

División de
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6

En esta actividad hacer evidente los procedimientos de la división donde sea requerida.

1 Resolver la división entre monomios:

a) $(986a^7b^6c^8) \div (-34b^6c^8)$

b) $(1.288m^4n^5p) \div (-0.23n^3m^8p)$

c) $(-\frac{75}{4}a^{25}z^{35}) \div (\frac{84}{3}a^{12}z^{22})$

2 Resolver la división $21a^5b^2 + 14a^2b^3 - 7ab$ entre $7ab$.

3 Brando's father is building her a box in the backyard. The volume of box, in meters, can be represented by the polynomial $0.16x^3 + 16x^5 - 4x^7 + 12x^9$. If the length measure is the expression $\frac{8}{5}x$ and the height is $0.1x^2$,

a) ¿Which is the width of the box?

b) Draw the box with the respective algebraic measures.

Actividad 6

División de polinomios

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

División de
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6

- 1 Tener los apuntes completos del desarrollo de la división entre polinomios, incluyendo ejemplos.
- 2 Hallar la división entre $6z^3 + 13z^2 + 13z + 4$ y $2z + 1$.
- 3 Hallar el residuo de la división de $17y^3 + y^5 - 17 - y^2$ entre $y^3 - 1$. Realizar la verificación de la división.
- 4 Hallar el residuo de la división de $22 - 12w^3 + 18w^5 - 33w^2$ entre $3w^2 - 2$. Realizar la verificación de la división.

Nota: el orden y procedimientos serán evaluados en esta actividad.

Referencias I

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G9

Metas

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

División de
polinomios

Actividades

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6



Baldor, A. (1980).

Álgebra.

Ediciones y Distribuciones CODICE S.A., Madrid, España.



Guanajuato, U. (2021).

Unidad 1: Operaciones con números reales, complejos y expresiones algebraicas.

<https://nodo.ugto.mx/wp-content/uploads/2017/03/Unidad-1-Operacion-con-Numeros-Reales-Complejos-y-Expresiones-Algebraicas.pdf>.

Curso Matemáticas (Homologación). Consultado Jul 2022.