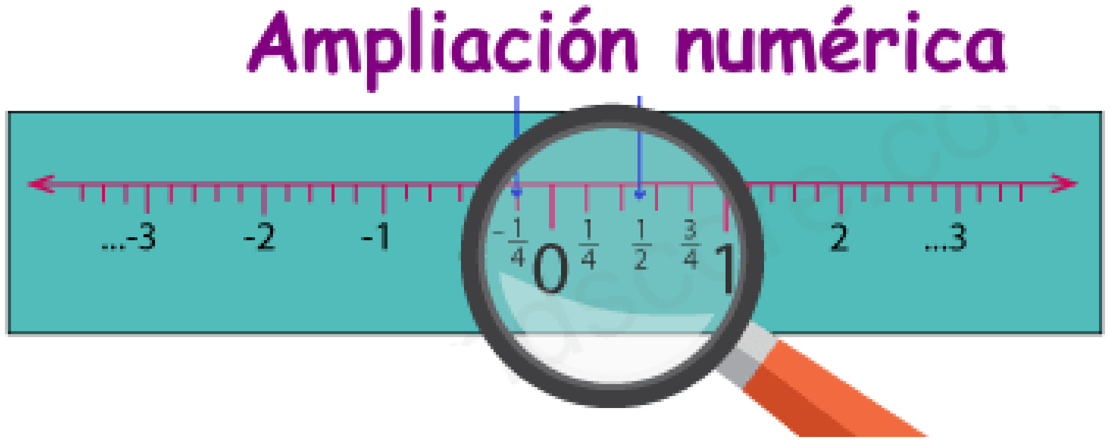
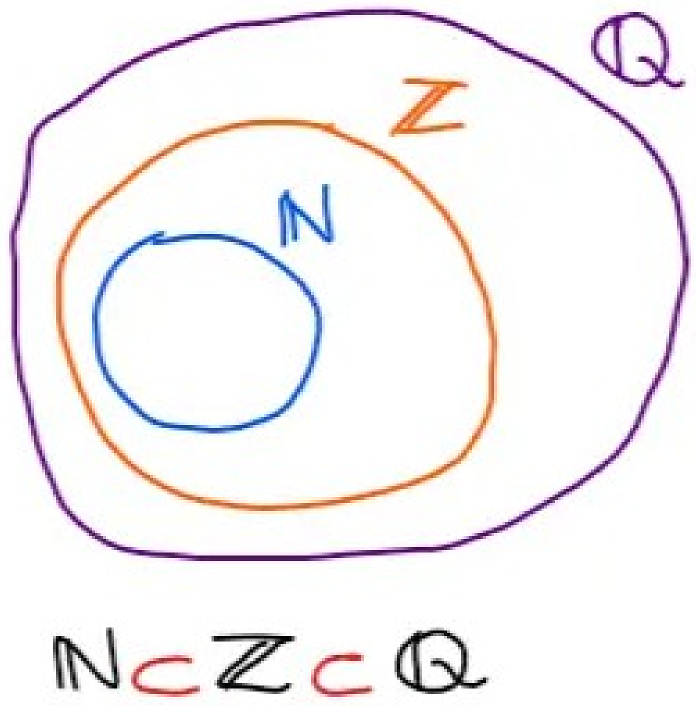
Números Racionales y sus usos



Matemáticas - Grado 8
2022

Contenidos



Los números decimales: ¿Por qué son útiles?

Corredores que participaron en la final 100 metros planos en los Juegos Olímpicos de Tokyo 2020.

- <u>Deporte: atletismo, 100 metros planos</u>

Posición	Atleta	País	Tiempo
1	Lamont Jacobs	Italia	9.80 segundos
2	Fred Kerley	Estados Unidos	9.84 segundos
3	Andre de Grasse	Canadá	9.89 segundos
4	Akani Simbine	Sudáfrica	9.93 segundos
5	Ronnie Baker	Estados Unidos	9.95 segundos
6	Bingtian Su	China	9.98 segundos
-	Enoch Adegoke	Nigeria	No finalizó
-	Zharnel Hughes	Gran Bretaña	Descalificado

Las actuales exigencias deportivas en medidas de tiempo requieren diferenciar tiempos cercanos muy estrechos.

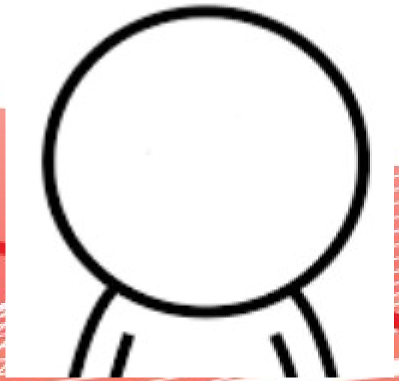
Los números decimales: ¿Por qué son útiles?

- Sistema GPS: programación y eficiencia

Las estimaciones numéricas de georreferenciación requeridos por dispositivos celulares y de escritorio son desarrollados para ser eficientes y rápidos. Ejemplo. Ubicación geográfica del Colegio.

Lat.: 4°33'24"
Long.: -74°5'38"

Así lo ves tu....



Lat.: 4.5565980369

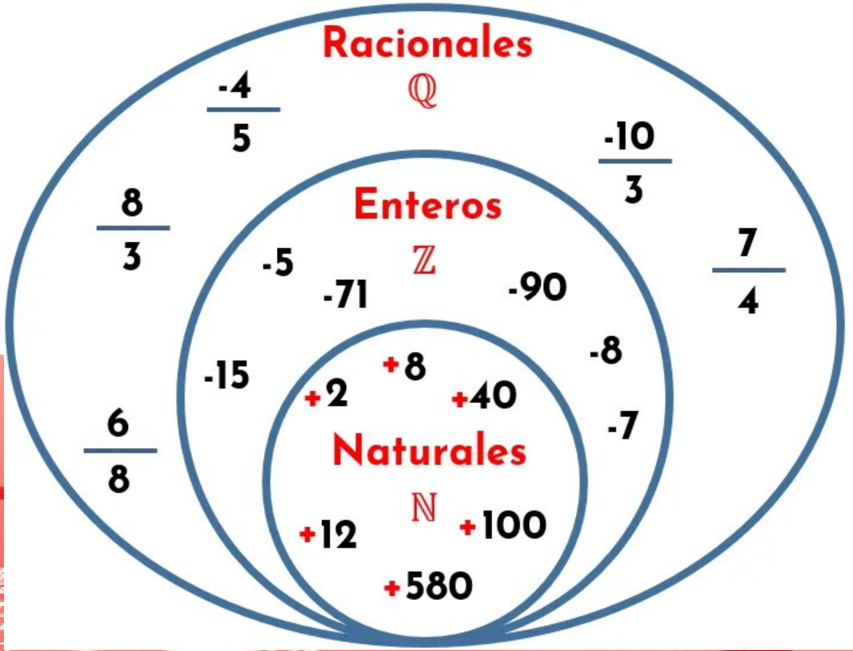
Long.: -74.0939724644

Así lo ve él ...

Los números racionales: conceptos

- La teoría: ¿Qué son?

Es el conjunto de todas las fracciones irreducibles (que están simplificadas) y equivalentes positivas y negativas.



- La práctica: ¿Cuáles son?

Son todos los números que pueden representarse como el cociente de dos números enteros. El cociente puede ser...

$$\frac{9}{5} \text{ es lo mismo que } 9 \div 5$$

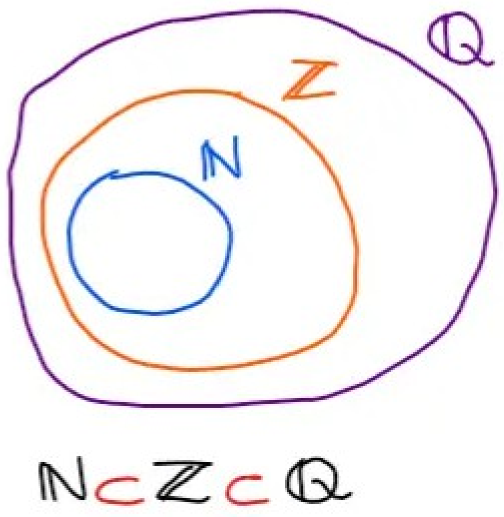
$$\begin{array}{r|l} 9 & 5 \\ \hline 4\,0 & 1{,}8 \\ 0 & \end{array}$$

Los números racionales: generalidades

- Para tener en cuenta:
- Racional fraccionario. Escritos en forma fraccionaria. Muestra una división incompleta. Clases de fracciones: propias, impropias, mixtas.
- Racional decimal (número decimal). Muestra una división completa. Consta de

Parte entera ∪ Separador decimal ∪ Parte fraccionaria

-4,1239



- Todo racional fraccionario se puede escribir como racional decimal usando la división (lo contrario..., más adelante).

Los números decimales: clases

- Según la clase de fraccionario, existe una clase de decimal.
- En resumen:

- Número decimal
  - Racional (Fracción)
    - Exacto
      Ej. 5,21
    - Periódico
      - Puro
        Ej. 5, 11111…
      - Mixto
        Ej. 5,211111…

Conversiones entre racionales

$$\frac{1}{8} = 0,125$$

$$0.354 = \frac{354}{1000} = \frac{177}{500}$$

- Habitualmente se manejan fórmulas o “trucos de memoria” (nemotecnia) para facilitar la conversión.
- En general, la estrategia consiste en ajustar la fracción y luego realizar simplificación.
- Uso separador decimal. Depende del contexto o del país. Para Colombia se recomienda la coma ",".

Conversiones entre racionales:
1. fracción a decimal

- Basta con realizar la división entre numerador y denominador de la fracción (Si! Dejar la pereza y *realizarla*).
- El algoritmo concluye cuando el residuo es cero o las cifras del cociente se repiten de nuevo.
- Ver ejemplo,

$$\frac{1072}{495} \longrightarrow$$

1 0 7 2	4 9 5
8 2 0	2,1 6 5 6 5 6
3 2 5 0	
2 8 0 0	
3 2 5 0	
2 8 0 0	
3 2 5 0	
2 8 0	

$$1072 \div 495 = 2{,}1\overline{65}$$

Imagen tomada de *Convertir fracciones en decimales.*

Conversiones entre racionales:
2. decimal a fracción

- Basta con poner mucha atención… a los siguientes algoritmos nemotécnicos.
- Requiere conocimiento de la clase de decimal: exacto, periodico, periodico no-puro.

- A continuación se menciona algoritmo nemotécnico con ejemplos.

Imagen tomada de *Convertir decimales en fracciones.*

Conversiones entre racionales:
2. decimal a fracción

- Para decimales exactos. Regla:

$$\frac{\text{Numero sin coma}}{\text{1 y tantos 0 como cifras decimales}}$$

- Para decimales periodicos. Regla:

$$\frac{\text{Parte entera y periodo-parte entera}}{\text{Tantos 9 como cifras del periodo}}$$

- Para decimales periodicos no-puros (mixtos). Regla:

$$\frac{\text{Parte entera, anteperiodo y periodo-parte entera, anteperiodo}}{\text{Tantos 9 cifras del periodo, Tantos 0 cifras anteperiodo}}$$

- Realizar simplificación si es posible.

Conversiones entre racionales:
2. decimal a fracción

- Para decimales exactos. Ejemplo:

$$0.32 = \frac{32}{100} = \frac{8}{25}$$

- Para decimales periodicos. Ej.:

$$9.\overline{28} = \frac{928 - 9}{99} = \frac{919}{99}$$

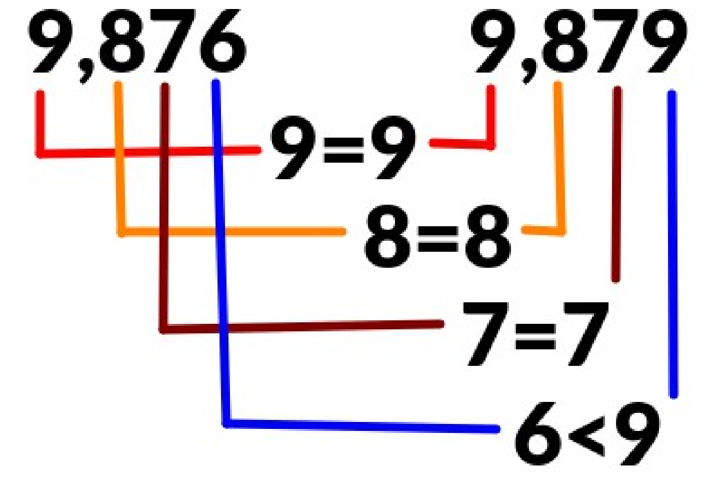
- Para decimales periodicos no-puros (mixtos). Ejemplo:

$$4.15\overline{07} = \frac{41507 - 415}{9900} = \frac{41092}{9900}$$

- Realizar simplificación si es posible.

Comparación de racionales

- Para comparar racionales decimales. Se comparan partes enteras: si resultan iguales se empiezan a comparar las cifras decimales siguientes de la misma posición, de izquierda a derecha hasta que una de ellas sea mayor o menor que otra.
- Ejemplo.



- Para comparar racionales fraccionarios. Hay diversos modos. i) Convertir a decimal y comparar. ii) Efectuar un producto cruz y comparar sus resultados.
- Ejemplo.

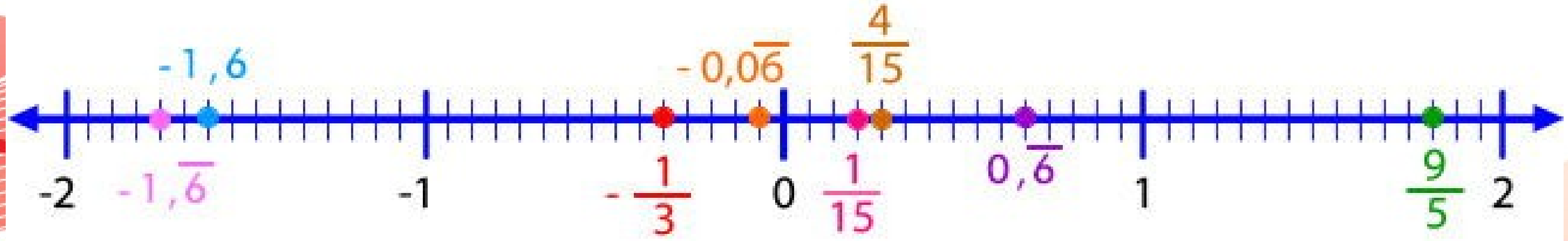
$$\frac{4}{3} \quad \square \quad \frac{33}{25}$$

$$4 \times 25 \quad \square \quad 3 \times 33$$

$$100 \quad > \quad 99$$

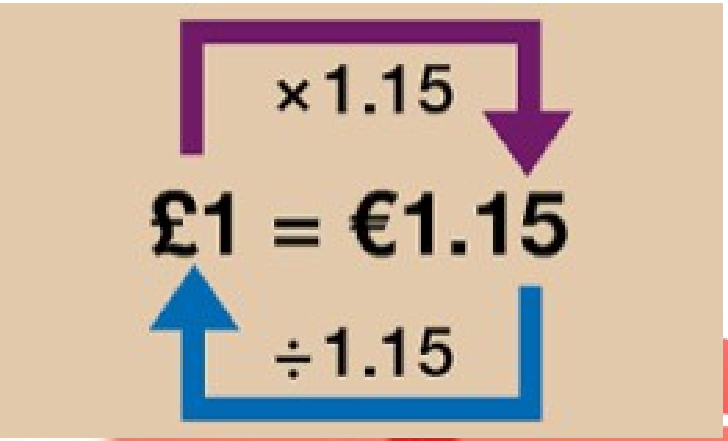
La recta numérica para racionales

- Recta numérica para los racionales. *Cada número racional se puede asociar con un único punto en la recta numérca.*
- Fracciones propias. El número está entre -1 y 1 según el signo. Se divide la unidad en tantas partes como indica el denominador y se toman tantas como indica el numerador.
- Fracciones impropias. Se recomienda convertir a mixta mediante división natural.
- Fracciones mixtas. La parte entera da la ubicación inicial; la parte fraccionaria se ubica como una fracción propia en la unidad contigua (hacia la derecha si es “+”; hacia la izquierda si es “-”).
- Ejemplo.



Operaciones con números racionales

- Operaciones básicas. Los algoritmos para +, -, x, ÷ dependen de la clase de racional.
- Entre racionales decimales. El manejo está muy relacionado con el separador decimal y la cantidad de cifras decimales requeridas del contexto.
- Entre racionales fraccionarios. El manejo está centrado en los “algoritmos clásicos” deducidos desde la recta numérica o procesos geométricos.
- Situaciones de uso:



Racionales decimales: adición (suma/resta)

- Números alineados por el separador decimal. En ocasiones, a un número decimal se le agregan ceros (resta) hacia la derecha.
- La suma (resta) sigue la misma regla de suma (resta) de números enteros.
- El resultado acumula cifras decimales de aquel número con más cifras decimales
- Ejemplos.

$71{,}56 + 8{,}4233 =$

$$\begin{array}{r} 71{,}56 \\ +\ \ 8{,}4233 \\ \hline 79{,}9833 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8{,}4233 \\ +\ 71{,}56 \\ \hline 79{,}9833 \end{array}$$

$71{,}56 + 8{,}4233 = 79{,}9833$

$0{,}888 + (-1) =$

$$\begin{array}{r} 1{,}000 \\ -\ 0{,}888 \\ \hline 0{,}112 \end{array}$$

Se hace una resta pero el resultado es negativo. Por qué?

$0{,}888 + (-1) = \ -0{,}112$

Racionales decimales: producto

- Es similar al producto de números naturales.
- El separador decimal del resultado es ubicado hacia la izquierda según la cantidad total de cifras decimales de los factores.
- El producto sigue la misma regla del producto de signos de los enteros.
- Ejemplos.

$$0{,}0183 \times 0{,}31 =$$

$$\begin{array}{r} 0{,}0\;1\;8\;3 \\ \times \quad 0{,}3\;1 \\ \hline 1\;8\;3 \\ 0\;0\;5\;4\;9\;\; \\ 0\;0\;0\;\;\;\; \\ \hline 0{,}0\;0\;5\;6\;7\;3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0{,}0\;1\;8\;3 \\ \times \quad 0{,}3\;1 \\ \hline 1\;8\;3 \\ 0\;0\;5\;4\;9\;\; \\ \hline 0{,}0\;0\;5\;6\;7\;3 \end{array}$$

$$3.2 \times 1.04 =$$

$$\begin{array}{r} 3.2 \\ \times \quad 1.0\;4 \\ \hline 1\;2\;8 \\ 0\;0\;0\;0\;\; \\ 3\;2\;\;\;\; \\ \hline 3.3\;2\;8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3.2 \\ \times \quad 1.0\;4 \\ \hline 1\;2\;8 \\ 3\;2\;\cdot\;\; \\ \hline 3.3\;2\;8 \end{array}$$

Racionales decimales: división

- La división se transforma en otra equivalente, multiplicando dividendo y divisor por múltiplos de 10 que tengan tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor.
- La división sigue la misma regla de la división de signos de los enteros.
- Ejemplos.

$$
\begin{array}{r|l} 185{,}4 & 8{,}32 \\ \hline & \end{array}
\quad \times 100 \quad
\begin{array}{r|l} 18540 & 832 \\ \cline{2-2} 1900 & 22{,}28 \\ 2360 & \\ 6960 & \\ 304 & \end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l} 18 & 0{,}45 \\ \hline & \end{array}
\quad \times 100 \quad
\begin{array}{r|l} 1800 & 45 \\ \cline{2-2} 180 & 40 \\ 0 & \end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l} 8{,}12 & 0{,}0004 \\ \hline & \end{array}
\quad \times 10000 \quad
\begin{array}{r|l} 81200 & 4 \\ \cline{2-2} 012 & 20300 \\ 0 & \end{array}
$$

Actividad 3

i. Pregunta introducción.

ii. Escribir la hora actual en notación fraccionaria impropia, mixta y decimal. Esto es, la parte entera es la hora y la parte fraccionaria es la fracción de hora.

iii. Convertir a decimal cada fracción y clasificar el decimal: a) 43/6 b) 2/11 c) 1/8 d) 1072/495

iv. Las fracciones con denominador 7, se pueden considerar como un racional. Justifque con uno o varios ejemplos.

- Procedimientos de división realizados en el cuaderno tendran valoración considerable.

Actividad 4

i. Convertir a racional fraccionario los siguientes decimales:

a) 1,333... b) 1,75 c) 0,123123123... d) 4,3858585...

ii. Esteban y su compañero necesitan realizar orificios con taladro sobre láminas de madeflex para una instalación de gas. Para ello, su compañero de trabajo le solicita unas brocas: "*Socio: alcanceme la de 0,125 y la de 0,16 pulgadas para ensayar*..."; Esteban observa en el manual del taladro la tabla adjunta. ¿Qué brocas le debe entregar a su compañero?

Nº broca	1	1,5	2	3,2	4
Diámetro (pulgadas)	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{25}$

- Procedimientos de división realizados en el cuaderno tendran valoración considerable.

Actividad 5

i. El número π (pi) de la geometría circular es un número que ha tenido diferentes aproximaciones como racional de acuerdo a la evolución histórica de las matemáticas. La cultura mesopotámica (1900 a.e.c.) lo expreso como 22/7; la egipcia (1800 a.e.c.) como 256/81; en el siglo II e.c., Claudio Ptolomeo (cultura griega) lo aproxima a 377/120; el matemático chino Zu Chongzhi (siglo V e.c.) como 355/113 siendo esta una de las mejores. Ordenar cada aproximación (fracción) de mayor a menor según la cultura.

ii. Ubicar en la recta numérica:

a) -13/5   b) -2/7   c) -0,8   d) -5,999...

Referencias

- Números racionales
https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_racional

- Conversión de racionales
https://es.calcuworld.com/calculadoras-matematicas/decimales-a-fracciones/
https://es.calcuworld.com/calculadoras-matematicas/fracciones-a-decimales/
https://www.universoformulas.com/matematicas/aritmetica/convertir-decimal-fraccion/

- Ejercicio de práctica
https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Matem%C3%A1ticas/Fracciones_y_n%C3%BAmeros_decimales/Conv

- Representación en la recta de los números racionales
http://clasesmatematicas.blogspot.com/2013/12/representacion-numeros-racionales-recta-numerica.html

- Operaciones con racionales
https://portalacademico.cch.unam.mx/alumno/matematicas1/unidad1/operacionesNumerosRacionales