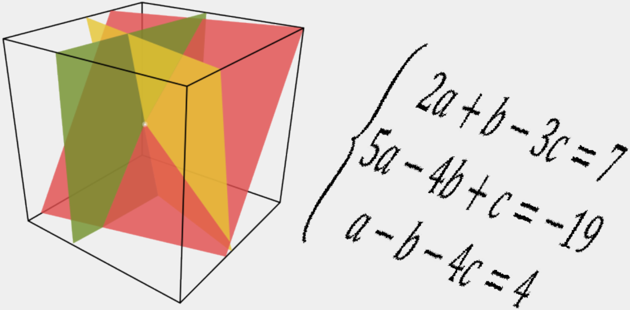
Ahora son más! Sistemas de Ecuaciones:

Métodos de resolución

Grado 9

2021



Contenidos

Sección 1: Método por determinantes

- Una alternativa de resolución de sistemas de ecuaciones.
- Ventaja: un menor tratamiento algebraico en su desarrollo.
- Desventaja: un tratamiento computacional costoso en sistemas grandes. P. ej.: 5×5.
- Herramientas requeridas del método: (son intuitivas) razonamiento espacial y multiplicación.
- También conocido como *Regla de Cramer*.

Figura: Gabriel Cramer publicó la regla en 1750.

Antes del método: definiciones

Matriz cuadrada

Aquel arreglo de números u objetos distribuidos en filas y columnas, de igual número.

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \text{rojo} & \text{verde} \\ \text{azul} & \text{opacidad} \end{pmatrix}$$

Determinante

Aquel número que se le asigna a una matriz obtenido mediante la resta del producto de diagonales (sólo 2×2).

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Tener en cuenta que los productos diagonales inician desde el número superior izquierdo del arreglo.

Algunos ejemplos

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = 3(-2) - 1(-1) = -6 - (-1) = -6 + 1 = -5$$

$$\begin{vmatrix} 9 & 11 \\ 6 & -5 \end{vmatrix} = -45 - 66 = -111$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 7 \end{vmatrix} = (5)(7) - (-2)(-3) = 29$$

Procedimiento

1. Escribir en orden (letras) las ecuaciones como una matriz cuadrada y una columna; la matriz se llama **A** y la columna como **b**.
2. Hallar el determinante de **A**: det **A**.
3. Hallar det $\mathbf{A}_x$. La matriz $\mathbf{A}_x$ es similar a **A**, con la diferencia que la primera columna es reemplazada por la columna **b**.
4. Hallar det $\mathbf{A}_y$. La matriz $\mathbf{A}_y$ es similar a **A**, con la diferencia que la segunda columna es reemplazada por la columna **b**.
5. Las soluciones del sistema son las fracciones:

$$x = \frac{\det \mathbf{A}_x}{\det \mathbf{A}}, \quad y = \frac{\det \mathbf{A}_y}{\det \mathbf{A}}$$

6. Verificar las soluciones halladas [3].

Problema. Hallar las soluciones del conjunto de ecuaciones:

$$\begin{cases} -5x + 7y & = -7 \\ 2x - 3y & = 2 \end{cases}$$

Solución. El sistema en forma de matrices se escribe:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} -7 \\ 2 \end{pmatrix}}_{\mathbf{b}}$$

Hallar los respectivos determinantes manejando con atención las cantidades negativas y los productos diagonales.

Ejemplo de la regla de Cramer

$$\det \mathbf{A} = \begin{vmatrix} -5 & 7 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 15 - 14 = 1$$

$$\det \mathbf{A}_x = \begin{vmatrix} -7 & 7 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 21 - 14 = 7$$

$$\det \mathbf{A}_y = \begin{vmatrix} -5 & -7 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -10 + 14 = 4$$

Finalmente las soluciones son:

$$x = \frac{\det \mathbf{A}_x}{\det \mathbf{A}} = \frac{7}{1} = 7, \quad y = \frac{\det \mathbf{A}_y}{\det \mathbf{A}} = \frac{4}{1} = 4$$

Este método se puede extender a sistemas 3×3 modificando la forma de evaluar los determinantes.

Sección 2: Actividad 9

Actividad 9

Aún en preparación.

Thanks!

Referencias

J. A. Baldor.
Algebra.
Grupo Editorial Patria, 1983.

J. M. Gutiérrez.
Supermat 9.
Editorial Voluntad, 2000.

Wikipedia.
Regla de cramer.
https://es.wikipedia.org/wiki/Regla_de_Cramer, 2021.
Consultado 7 ago 2021.

Backup frame

This is a backup frame, useful to include additional material for questions from the audience.