

Aplicaciones de la geometría plana y espacial

Geometría
Grado 9
2023





Contenido

01

Generalidades

Herramientas y pre-
conceptos

02

Metas

Propósitos y
desempeños

03

Sobre la longitud

Longitud, sistema
métrico y perímetro

04

Figuras básicas

Descripción y
elementos

05

Área figuras 2D

Conceptos y cálculos



Contenido

06

Volumen figuras 3D

Conceptos y
estrategias

s.s.n

Actividades

Ejercicios y tareas

Fin

Referencias

Más información





01

Generalidades

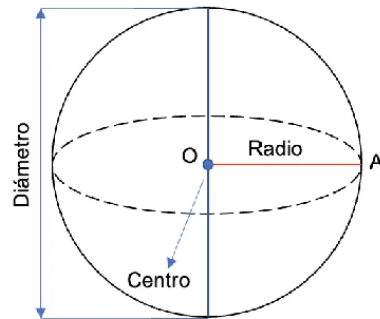
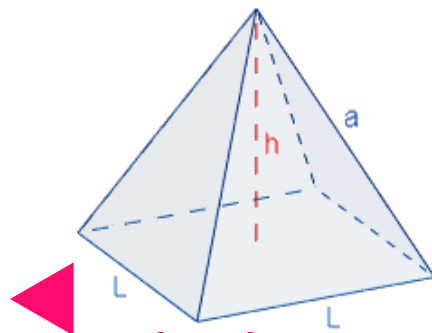
Generalidades del curso

Herramientas

- Medidas: regla, transportador

Pre-conceptos

- Comprensión lectora
- Identificación de elementos particulares
- Manejo de Fórmulas (valor numérico) y despeje variables
- Verificación/Estimación de resultados





02

Metas



Propósito

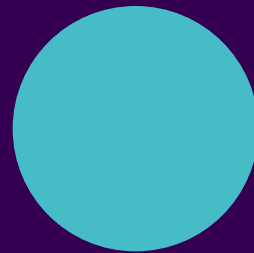
- Conocer las propiedades de perímetro y área de figuras 2D, así como las propiedades de volumen y superficie de figuras 3D elementales para realizar aplicaciones cotidianas.
- Aplicaré las propiedades de perímetro y área (figuras 2D), como las de volumen y superficie (figuras 3D) para resolver situaciones cotidianas.



Desempeño

03

Sobre la longitud



Sobre la longitud

Conceptos y precisiones

- **Concepto.** Es una medida unidimensional (1D) sobre un objeto (recto o curvo).
- **Segmento (Euclides).** Porción delimitada de una línea recta.
- **Distancia.** Asignar un valor numérico (real positivo) a la longitud de un segmento.
- **Resumen (Postulado).** *La medición de la longitud asigna un número positivo a un segmento.*

Sistema de medición, usos

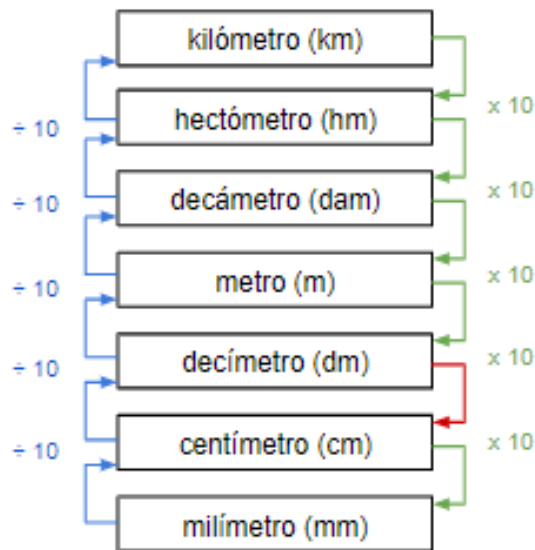
- **Origen.** Requiere un patrón universal.
- **Unidad de longitud.** El metro (SI). La pulgada (sistema anglosajón o inglés).
- **Sub/Múltiplos.** De mayor a menor
SI: km, dam, dm, cm, mm
s. inglés: milla, yarda, pie
- **Perímetro.** Distancia 1D alrededor de un contorno abierto (segmento) o cerrado (figura).
- En problemas, todas las medidas se expresan en una misma unidad.

$$\text{distancia: } 10 - 8 = 2$$



Sobre la longitud: ejemplos

Ejemplo 1. Conversión de unidades



Ejemplo 2. Distancia

Un segmento tiene una distancia de 4,3 dm. Si su extremo final coincide con la marca 85 cm de una regla de un metro, ¿Qué medida marca en cm el extremo inicial?

Ejemplo 3. Perímetro

Con un tubo cuadrado de 6 m de largo se necesita diseñar el marco de una ventana con altura 90 cm ¿Cuál es la anchura máxima de la ventana sin desperdiciar material?



An abstract geometric composition on the left side of the slide. It includes a large yellow circle in the top-left corner, a vertical white line to its right, and three small pink triangles stacked vertically to the right of the white line. Below these, there is a thick pink vertical bar and a yellow horizontal bar that overlaps it, with a thin white vertical line passing through the right end of the yellow bar.

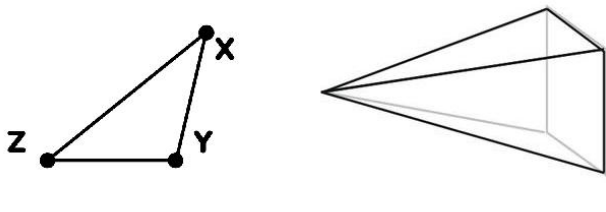
04

Figuras básicas

Figuras básicas

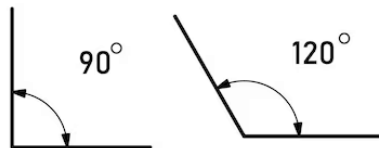
Definiciones

- **Concepto.** Colecciones de puntos continuos abiertos o cerrados.
- **Figura 2D.** Todos los puntos en un mismo plano, pero no todos en una recta.
- **Figura 3D.** No todos los puntos están en un mismo plano.
- **Características.** *Vértices, lados, aristas, caras.*
- **Perímetro.** Suma de la longitud de los lados.

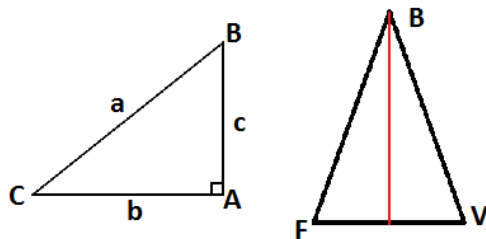


Las esenciales

- **Ángulo.** Unión de 2 semisegmentos en un mismo extremo; medida de la abertura. **Ejemplo:** el ángulo recto (90°).



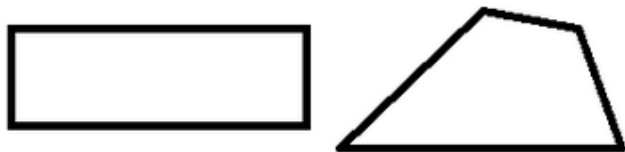
- **Triángulo.** Unión de 3 segmentos por 3 puntos no colineales. **Ejemplo:** el triángulo rectángulo, isósceles.



Figuras básicas

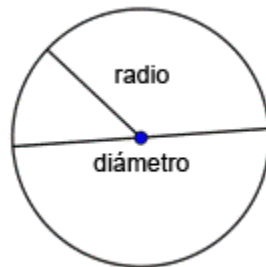
Las esenciales

▪ Cuadrilátero. Unión de 4 segmentos en 4 puntos, donde 3 de ellos no son colineales. **Ejemplo:** el rectángulo.

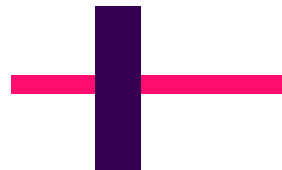
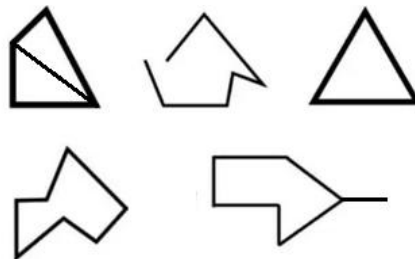


▪ Polígono. Unión de segmentos donde: (1) máximo 2 segmentos se encuentran en un punto y (2) cada segmento toca únicamente a otros 2. **Ejemplo:** el triángulo rectángulo, isósceles.

▪ Círculo. Conjunto de puntos que están a una distancia de un punto fijo (centro).



¿Cuáles son polígonos?

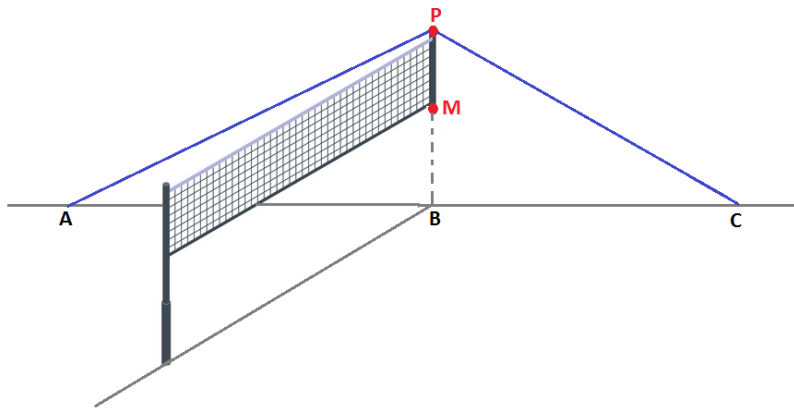


Figuras básicas

Ejemplos de Aplicación.

▪ **Ejemplo 2.** ¿Qué letras del alfabeto pueden dibujarse como un polígono?

▪ **Ejemplo 3.** Dibujar un cuadrilátero inscrito en un círculo con pares de líneas paralelas ¿Qué figura se forma?

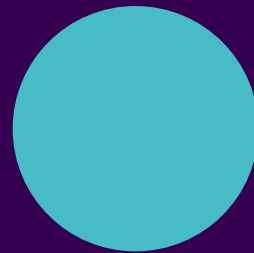


▪ **Ejemplo 4.** El extremo de una red de voleibol está sujeto a la pared en los puntos P y M . La distancia reglamentaria $AC=18$ m; el alto de la red es 1 m y $PB=2,24$ m para mujeres.

- ¿Qué figuras se identifica?
- ¿Porqué PM es perpendicular a AC ?
- ¿Es la distancia PA igual la distancia PC ?
- ¿Cuánto vale la distancia AB ?
- ¿Cuánto vale la distancia MB ?

05

Área de figuras 2D



Área de figuras planas

Conceptos generales

- **Pre-Definición: la región plana.**

Aquella figura de 2D cerrada y delimitada por un polígono o curva.

- **Concepto de área (postulado).** Es un número positivo que se le asigna a una región plana con un sistema de unidades de longitud (área patrón).

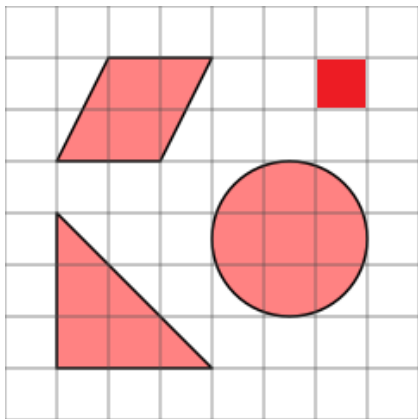
- **Ejemplo.**

Cuadrado

Rojo es un

Área patrón:

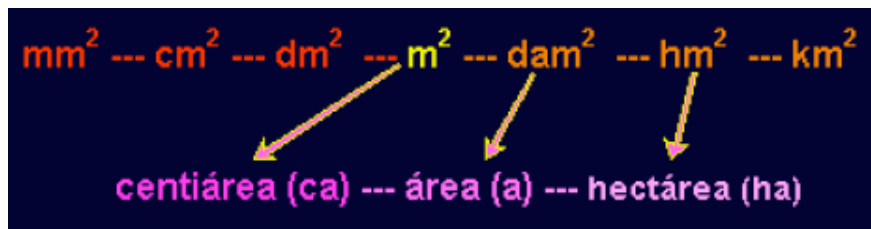
1 u²



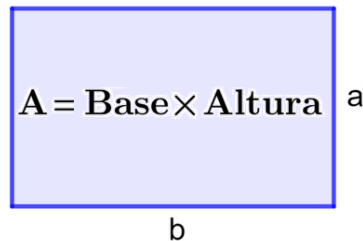
- **Unidades SI.** Es el metro cuadrado: m².

- Las unidades varían de 100 en 100.

- Es común usar la **hectárea**: región plana cuadrada con 100 m de lado.



- **Área del rectángulo (postulado).** Es el producto de las medidas del largo y el ancho.

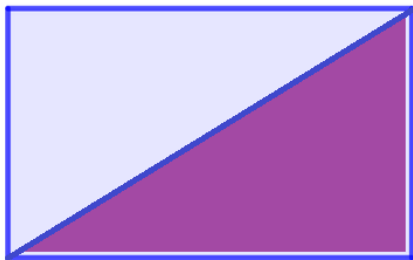


Área de figuras planas

Métodos de cálculo

- **Suma de áreas.** Si una región plana es la unión de X regiones planas que no se solapan, su área es la suma de las X regiones.

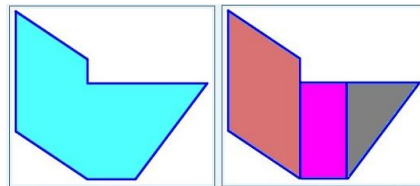
- **Área del triángulo.** Es la mitad del área del área del rectángulo.



$$A = \frac{\text{Base} \times \text{Altura}}{2}$$

- **1) Descomposición en triángulos o cuadriláteros.**

Usado en figuras irregulares que permiten descomponer y obtener las medidas necesarias de un triángulo o cuadrilátero. A veces ...



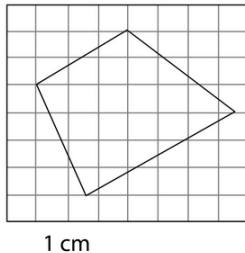
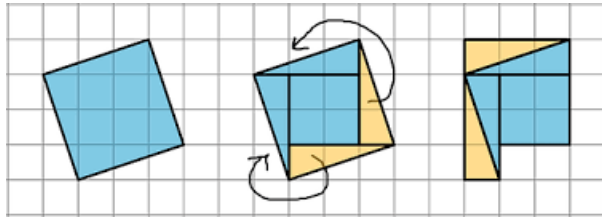
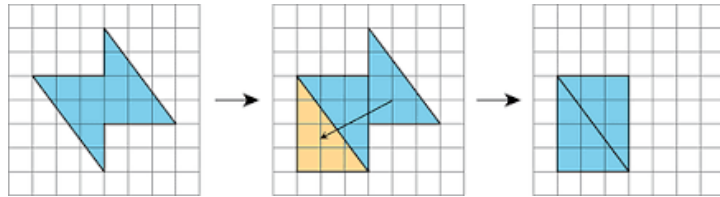
- **2) Mediante tablas.** Usada en figuras regulares donde se conocen las longitudes características (puede requerir conocimientos adicionales: trigonometría).

Formulas de Figuras y Áreas				
Figura	Nombre	Formulas	Área	Perímetro
	Triángulo	$P = L + l + L$	$A = \frac{B \times H}{2}$	
	Cuadrado	$P = 4L$	$A = L^2$	
	Rectángulo	$P = 2L + 2l$	$A = L \times l$	
	Círculo	$P = 2 \times \pi \times r$	$A = \pi \times r^2$	
	Elipse	$P = 4a$	$A = \pi \times a \times b$	
	Pentágono	$P = 5L$	$A = \frac{L^2}{4}$	
	Hexágono	$P = 6L$	$A = \frac{3\sqrt{3}}{2} L^2$	
	Octágono	$P = 8L$	$A = 2\sqrt{2} L^2$	
	Dodecágono	$P = 12L$	$A = 3\sqrt{3} L^2$	

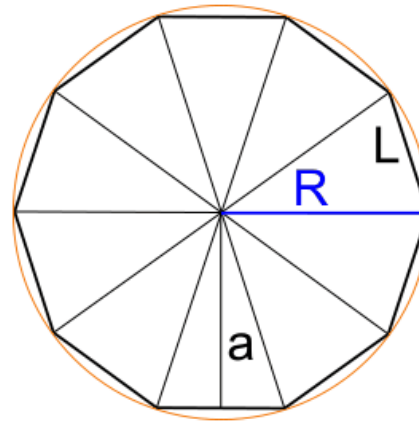
Área de figuras planas

Ejemplos de cálculo

■ **Ejemplo 1.** Hallar el área exacta de cada figura por descomposición.

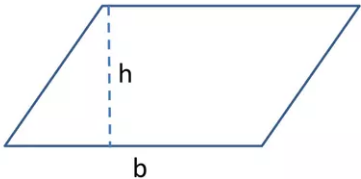
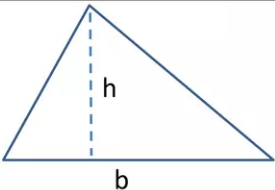
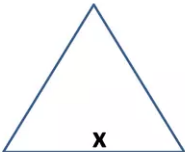


■ **Ejemplo 2.** Una empresa fabrica sombrillas para la playa. Para ello usa tela cortada en forma de polígono regular de 10 lados. Calcular la cantidad de tela necesaria para fabricar una sombrilla si se sabe que el lado mide 173 cm y su apotema mide 2.66 m.



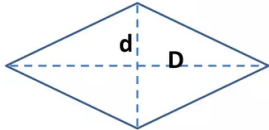
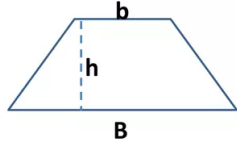
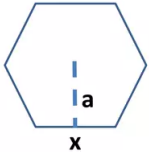
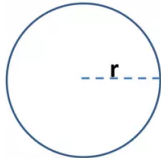
Área de figuras planas

Tabla de formulas

CUADRO DE FÓRMULAS DE ÁREA Y PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS				
NOMBRE	FIGURA	ELEMENTOS	AREA	PERIMETRO
PARALELOGRAMO		b= base h = altura	$A = b \cdot h$	P = suma de lados
TRIANGULO		b= base h = altura	$A = \frac{b \cdot h}{2}$	P = suma de lados
TRIÁNGULO EQUILÁTERO		x = lado	$A = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$	P = 3x

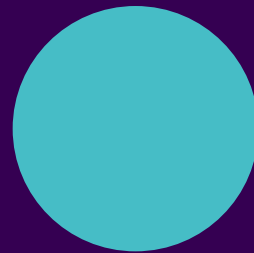
Área de figuras planas

Tabla de formulas

CUADRO DE FÓRMULAS DE ÁREA Y PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS				
NOMBRE	FIGURA	ELEMENTOS	AREA	PERIMETRO
ROMBO		D = diagonal mayor d = diagonal menor	$A = \frac{D \cdot d}{2}$	P = suma de lados
TRAPECIO		B = base mayor b = base menor h = altura	$A = \left(\frac{B + b}{2}\right) h$	P = suma de lados
POLÍGONO REGULAR		a = apotema x = lado n = N° lados p = perímetro	$A = \frac{P \cdot a}{2}$	P = n . x
CÍRCULO		r = radio C = longitud de circunferencia o perímetro	$A = \pi r^2$	$C = 2\pi r$

06

Volumen y figuras 3D



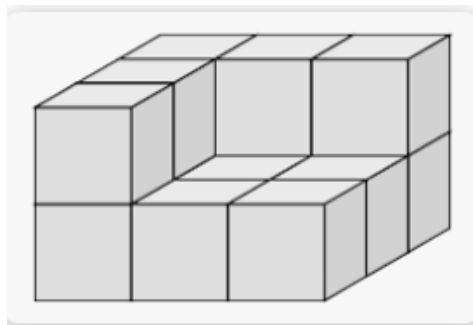
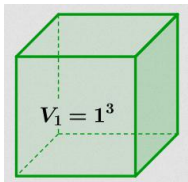
Volumen y figuras 3D

Conceptos generales

- **Pre-Definición figura 3D:** Aquella figura de **3D** con forma definida (plana o curva). Conocida como Sólido.

- **Concepto de Volumen.** Es la capacidad que ocupa un sólido en el espacio 3D. Para su medida requiere un sistema de unidades (volumen patrón): metro cúbico.

- **Ejemplo.** “Cubito patrón”, volumen: 1 u^3

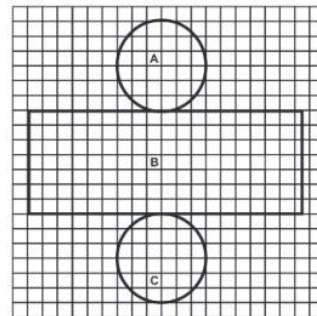
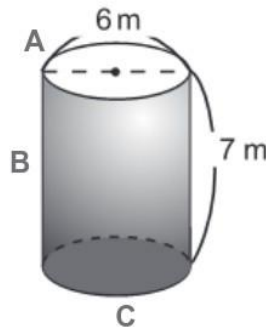


- **Unidades SI.** Es el metro cuadrado: m^3 .

- Las unidades varían de 1000 en 1000.

- **Otras de uso común:** el litro (equivale a 1000 c m^3); galón, onza, pinta (s. inglés).

- **Superficie de un sólido.** Es la suma de las áreas de cada una de las caras del sólido (desarrollo de sólido). **Ejemplo.** Desarrollo del cilindro.

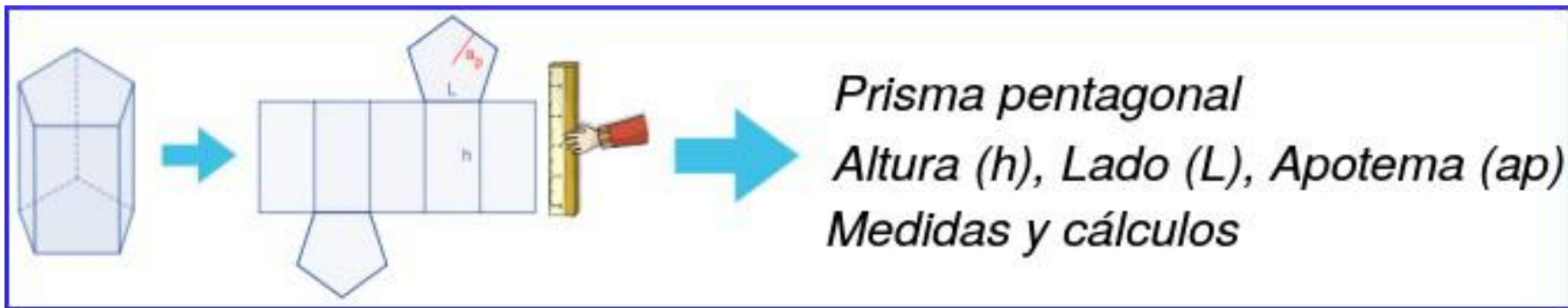


Mediciones en un sólido

Estrategia práctica para calcular volumen y superficie

1. Identificación y visualización del sólido.
2. Búsqueda de fórmula de volumen y/o superficie.
3. Identificar parámetros geométricos requeridos por la fórmula y reemplazarlos en ella.
4. Desarrollar operaciones (y verificación).

▪Ejemplo. Prisma pentagonal.



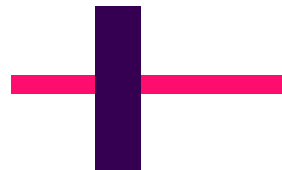
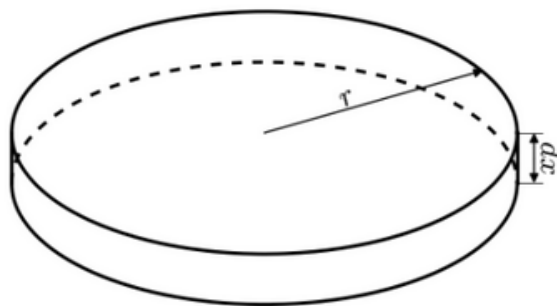
Mediciones en un sólido

Ejemplos

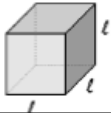
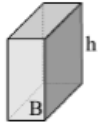
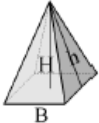
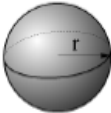


■ **Ejemplo 1.** Encontrar el volumen de un balón de fútbol de 70 cm de circunferencia (medida reglamentaria). Asumir que es una esfera.



■ **Ejemplo 2.** Se tiene un disco de 3 cm de espesor y 15 cm de radio. A) ¿Qué sólido se obtiene si se apilan 5 discos iguales? B) Hallar el volumen del sólido formado.



Volumen y superficie de algunos sólidos

Sólido	Figura	Parámetros	Volumen (V)	Superficie (S)
Cubo		$l = \text{lado}$	l^3	$6l^2$
Prisma		$B = \text{área base}$ $P = \text{perímetro base}$ $h = \text{altura}$	Bh	$2B + Ph$
Pirámide		$B = \text{área base}$ $P = \text{perímetro base}$ $H = \text{altura}$ $h = \text{apotema}$	$\frac{1}{3}BH$	$\frac{1}{2}Ph + B$
Esfera		$r = \text{radio}$	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$4\pi r^2$
Cono		$r = \text{radio}$ $H = \text{altura}$ $g = \text{generatriz}$	$\frac{1}{3}\pi Hr^2$	$\pi r^2 + \pi rg$
Cilindro		$r = \text{radio}$ $H = \text{altura}$	πHr^2	$2\pi r^2 + 2\pi rH$

Actividades



Comprensión



Identificación



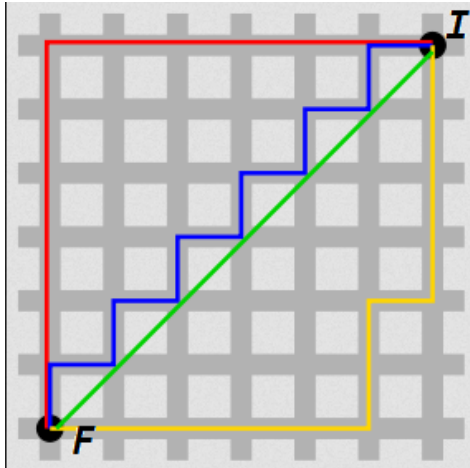
Formulación



Verificación

Actividad 2

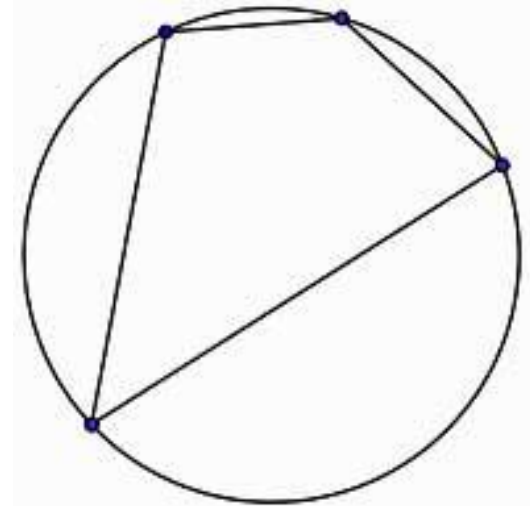
1. En la figura cada cuadrado es una manzana residencial de una ciudad delimitada con carreras (líneas horizontales) y calles (líneas verticales). A) Asumiendo que un lado del cuadrado vale 1 unidad de longitud, estime la distancia desde I hasta F por las rutas de color rojo, azul y amarillo. B) Si cada lado equivale a 80 m, estime la distancia en km. ¿cuál es la ruta más corta?



2. Sobre una vía vehicular se va delimitar con color amarillo la acera para la zona de parada de los buses SITP. La vía de esquina a esquina mide 96 m y la franja tiene un perímetro de 1,2 dam. Si la franja debe iniciar en la tercera parte de la vía ¿a que distancia inicia y finaliza la franja desde una esquina?

Actividad 5

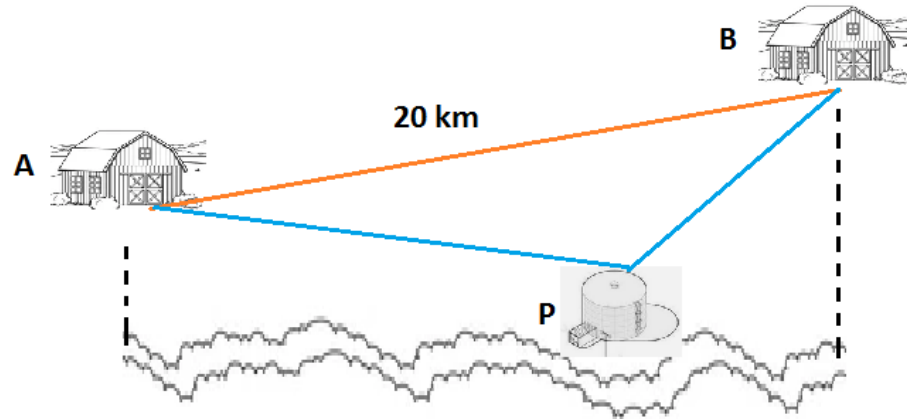
1. Dibujar en un círculo inscrito de diámetro de 10 cm un pentágono (polígono de 5 lados) con la condición, de que según la medida del primer lado, la medida del segundo lado debe ser del doble del primero y el tercer lado debe ser el triple del primero; el resto de lados de medida libre. Encontrar la medida del perímetro del pentágono en milímetros.



Actividad 5

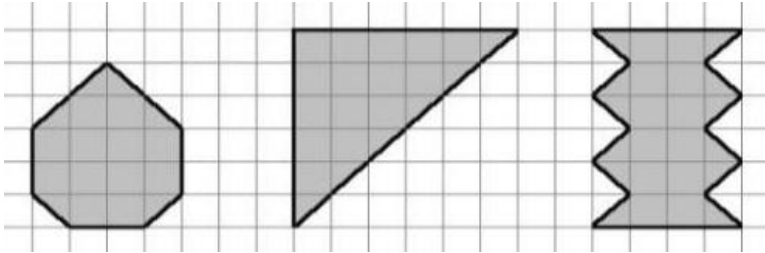
2. Dos ciudades necesitan un servicio adicional de agua. Ellas decidieron construir una planta purificadora junto a un río cercano y canalizar el agua a cada ciudad con el acuerdo que cada ciudad financiara equitativamente los gastos; esto implica que la longitud de la tubería debe ser la misma y la planta debe ubicarse a la misma distancia entre ciudades, a pesar que una ciudad está más cerca del río que la otra.

- a) Dibuje una mapa de la situación y halle la ubicación más idónea de la planta.
- b) Halle la distancia de la planta a cada ciudad en cm usando una regla.
- c) Plantee una estrategia de conversión de cm a km junto con la medida de distancia entre ciudades (ver figura).

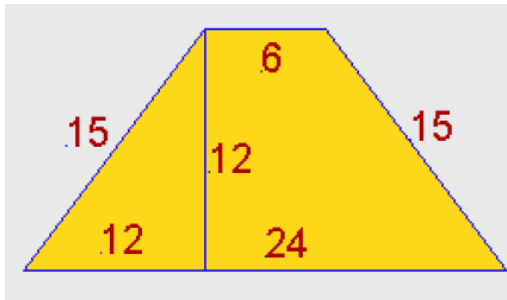


Actividad 8

1. Hallar el área y perímetro exactos de cada figura plana. Asumir que cada cuadrito tiene 1 cm de lado.



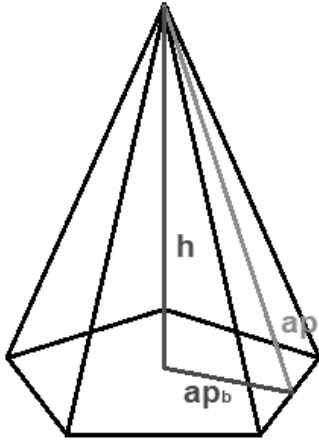
2. Calcular el área y perímetro del cuadrilátero de la figura de abajo; medidas en mm.



3. Se tiene que embaldosar el patio interior de un edificio con baldosas cuadradas de 30 cm de lado. El patio es rectangular y sus medidas son 10 m por 12 m. ¿Cuántas baldosas se necesitarán?
4. Una vela triangular de una barca se ha estropeado y hay que sustituirla por otra. Para confeccionar la nueva vela se cobran 45 euros por m². ¿Cuánto costará esa nueva vela si debe tener 8.5 m de alto y 4.25 m de base?

Actividad 11

1. Calcular el volumen de la pirámide con base pentagonal regular, cuyas medidas son 4 cm de lado y 3 cm de apotema. La altura desde la base hasta la punta es de 9 cm.



2. Calcular la superficie en mm^2 de una esfera con diámetro de 12 mm.
3. Consultar la equivalencia en metros cúbicos y litros de las siguientes unidades de volumen del sistema inglés: onza (líquida), galón, barril.



Referencias

- Clemens S., O'Daffer P. y Cooney T.. (1998). *Geometría*. México D.F.: Addison Wesley.
- Ramos, J., Peña, Á., Franco, L., & Paéz, N. (2000). *Supermat 9*. Bogotá: Voluntad.
- Wikipedia. (2023). *Longitud*. Recuperado (2023, Febrero 6) de <https://es.wikipedia.org/wiki/Longitud>

***Thanks
Class!***

