

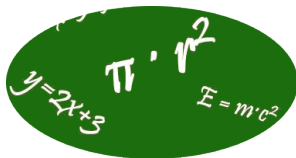
# Generalidades del Álgebra

Conceptos, expresiones y operaciones

Matemáticas

Grado 8

2022



# Contenidos

- 1 Introducción
- 2 Objetivos y Metas
- 3 La cantidad algebraica
- 4 Términos algebraicos
- 5 Términos semejantes
- 6 Actividades

# Introducción

## Reconocimiento de patrones y variables en algunas situaciones

Situación o Ejemplo	Descripción antigua	Descripción contemporánea
Tercera ley de Kepler	Los periodos de los planetas están en una proporción sesquiáltera con sus distancias al Sol (1619).	$T = a^{3/2}$
Indice de Quetelet o de masa corporal	Las características saludables del humano ideal deben tener en cuenta el peso corporal y la estatura (1835).	$IMC = \frac{m}{h^2}$

# Introducción

## Reconocimiento de patrones y variables en algunas situaciones

Situación o Ejemplo	Descripción antigua	Descripción contemporánea
Equivalencia entre masa y energía	La energía de un cuerpo en reposo se puede calcular como la masa multiplicada por la velocidad de la luz al cuadrado (1905).	$E = mc^2$
Nota área matemáticas	La nota del área es el 80 % de matemáticas sumado con el 20 % de geometría (semanas atrás).	$N = 0.8M + 0.2G$

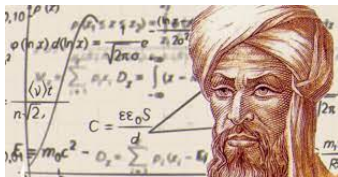
# Introducción

## Una connotación del Álgebra

- Proceso de pensamiento lógico:

Observación  $\rightarrow$  Patrones y variables  $\rightarrow$  Formulación

- La lógica, el reconocimiento de patrones, el razonamiento inductivo y deductivo son algunas de las capacidades mentales que requiere, fomenta y desarrolla una nueva rama de las matemáticas: *el Álgebra*.
- Desde su origen, ha tenido y seguirá teniendo un notable impacto en el desarrollo de la humanidad.



**Figura:** El término álgebra surgió de la palabra árabe *al-jabr*, como abreviación del nombre del libro *al-Kitab al-mukhtasar fi hisab al-jabr al-muqabala* (Manual de cálculo de restauración y balanceo) escrito por Al-Juarismi en el s. IX.

# Objetivos y Metas

Lo que pretende el tema

## Objetivos

- Reconocer las expresiones algebraicas como la manera de representar fenómenos donde intervienen algunas regularidades.
- Generalizar los fenómenos usando expresiones algebraicas, así como la relación entre sus variables.
- Identificar y clasificar expresiones algebraicas, así como aplicar sus algoritmos para operarlas.

## Desempeños

- Reconoce y construye la utilidad de las expresiones algebraicas para modelar fenómenos o situaciones.
- Identifica y clasifica expresiones algebraicas así como la relación de variación entre sus elementos.
- Aplica correctamente los algoritmos elementales para operar expresiones algebraicas.

# La cantidad algebraica

## Conceptos elementales

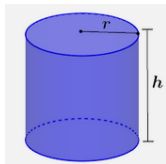


**Figura:** Una de las páginas de la obra de Al Juarismi.

- El álgebra es una rama de la matemáticas dedicada al estudio de objetos abstractos.
- Tales objetos están formados con patrones fijos y variables (des)conocidos, y dentro de cada objeto suele haber números, letras y operaciones concretas.
- Con estas estructuras se pueden realizar operaciones: suma, ...

Lo anterior, es el concepto de **cantidad algebraica**.

**Ejemplo.** La capacidad de cualquier cilindro depende del radio y la altura.



- Fórmula (cantidad algebraica):  $\pi r^2 h$
- Patrón fijo (número):  $\pi$
- Patrones variables:  $h$  (altura),  $r$  (radio)
- Operación: producto

# La cantidad algebraica

## Partes

En una *cantidad algebraica* (simple) se combinan letras y números entendidas como un producto (o división) [Baldor, 1980]. Se identifican las siguientes partes:

**Signo:** la cantidad puede ser positiva o negativa. Si no aparece, se asume positiva.

**Coeficiente:** el número que acompaña a la(s) variable(s).

**Parte literal/Variable:** las letras o símbolos de la cantidad.

**Grado:** el exponente a la que está elevada cada letra/variable. Si no aparece ningún exponente se entiende que es 1.

**Nota.** Si la cantidad algebraica aparece sin coeficiente, éste es 1.

## Ejemplo 1

Identificar las partes en la cantidad algebraica  $-\frac{1}{27}Mv^3$ .

**Solución.** Signo: (-); coeficiente:  $-\frac{1}{27}$ ; letras:  $M$ ,  $v$ ; grados: 1 de  $M$ , 3 de  $v$ .

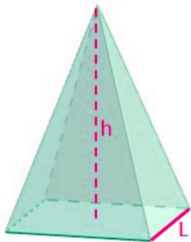


# La cantidad algebraica

## Ejemplos

### Ejemplo 2

La capacidad de una piramide de base cuadrada consta del producto de la tercera parte del cuadrado del lado y el producto de la altura. Escribir la cantidad algebraica y encontrar sus partes.



**Solución.** La cantidad algebraica y sus partes son:

$$\frac{1}{3}\ell^2 h$$

Signo: (+); coeficiente:  $\frac{1}{3}$ ; letras:  $\ell$ ,  $h$ ;  
grados: 2 de  $\ell$ , 1 de  $h$ .

# La cantidad algebraica

## Ejemplos

### Ejemplo 3

En química, una expresión para hallar la variable  $n$ , consta de la división del producto de las variables  $P$  y  $V$ , entre el producto de las variables  $R$  y  $T$ . Escribir la cantidad algebraica y encontrar sus partes.

**Solución.** La cantidad algebraica y sus partes son:

$$n = (P \times V) \div (R \times T) \quad \text{o también,} \quad n = \frac{PV}{RT}$$

Del lado derecho del igual, signo: (+); coeficiente: 1; letras:  $P$ ,  $V$ ,  $R$ ,  $T$ ; grados: 1 en todas las letras.

### Más ejemplos. . .

Escribir la cantidad algebraica y encontrar sus partes del producto de la dos terceras partes de la raíz cúbica de un número.

# La cantidad algebraica

## Clases de grado

En una cantidad algebraica se distinguen dos clases de grado [Baldor, 1980]:

### Absoluto

Es la suma de los exponentes de las partes literales.

### Relativo a una letra

Es el exponente de dicha letra.

## Ejemplo 4

Analizar los grados en la cantidad algebraica  $-\frac{1}{27}Mv^3$ .

**Solución.** Grados relativos:  $M$  es 1,  $v$  es 3. Grado absoluto: es 4, pues  $1+3=4$ ,

**Nota.** Dos o más cantidades son *homogéneas* si tienen el mismo grado absoluto.

P. ej.,  $-\frac{1}{27}Mv^3$  y  $-\frac{1}{27}M^3v$  son cantidades homogéneas.

# Expresiones algebraicas

## El concepto

Es la unión de dos o más cantidades algebraicas mediante adición o sustracción. Así, ejemplos de expresiones algebraicas son:

$$0.8M + 0.2G, \quad -a + b - c, \quad \frac{3a^2x - 2b^4y}{5}, \quad 1 + 2k + 3k^2 + 4k^3$$

- Cada cantidad se denomina **término**.
- La(s) letra(s) representa una variable según el contexto.

Las expresiones algebraicas se clasifican por [Suárez et al., 2006]:

- La cantidad de términos.
- El grado mayor de uno de los términos.

### Ejemplo 1

En medicina, la presión arterial media se obtiene como la suma del doble de la presión diastólica más la presión sistólica, dividida en 3. Analizar la expresión.

**Solución.**  $\frac{2D+S}{3}$ , 2 términos, 2 variables.

# Expresiones algebraicas

## Clasificación

### Por cantidad de términos

**Monomio.** Un sólo término.

**Binomio.** Dos términos.

**Trinomio.** Tres términos.

**Polinomio.** Dos o más términos.

### Por el grado mayor

**Absoluto.** El grado de su término de mayor grado.

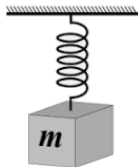
**Relativo a una letra.** El mayor exponente de dicha letra.

## Ejemplo 2

Analizar la expresión para describir el movimiento de un objeto colgado de un caucho elástico,

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kz^2 - mgz$$

**Solución.** Trinomio; variables:  $m$ ,  $v$ ,  $k$ ,  $z$  y  $g$ ; grado absoluto: 3; grado relativo a  $z$ : 2; grado relativo a  $m$ : 1. Coeficientes en su orden:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$  y  $-1$ .



# Términos semejantes

## Su definición

Son términos algebraicos que tienen **las mismas partes literales y mismos grados**, siendo su coeficiente diferente [Guanajuato, 2021, p. 32]. Algunos ejemplos a continuación,

### Son términos semejantes

1)  $3x^2, -2x^2, -7.89x^2, -\pi x^2$

2)  $\frac{1}{2}r^3t, \sqrt{35}r^3t$

3)  $\frac{3GM}{r^3}, 0.000589\frac{GM}{r^3}$

### No son términos semejantes

1)  $3x^2yz, -4xy^2z, 1.6123xyz^2$

2)  $4\pi g^3f^2, -34af^2$

Esta distinción se suele realizar individualmente, aunque también se puede realizar en expresiones compuestas. Por ejemplo, en la siguiente expresión hay términos semejantes:

$$7a^3t^3 + 8.6bt^3 - \frac{23}{5}a^3t^3 + 32a^2t^3 + a^3t^3 - 67bt^3$$

# Actividad 15

## Pre-concepto de expresión algebraica

Ver actividad “Taller: pre-concepto de expresión algebraica”.

Disponible en página web <https://github.com/mikemolina/repoedu/raw/gh-pages/share/repo/8/2022/act15-ExpAlg-t1.pdf>

# Actividad 16

## La cantidad algebraica

- 1 En cada una de las siguientes expresiones, encontrar cada una de las partes de la cantidad algebraica.

a)  $5b^3$

b)  $-\frac{2}{3}m^2n^4$

c)  $-\frac{x^2y}{4n^3}$

d)  $\frac{2\pi^5}{15} \frac{k^4}{h^3c^2}$

e)  $-0.673z^3\sqrt{u}$

f)  $ML^3\frac{\sqrt{2}}{3}$

- 2 La capacidad de una esfera es el producto de los cuatro tercios de  $\pi$  con el producto del radio elevado al cubo. Escribir la cantidad algebraica y encontrar sus partes.
- 3 En física se denomina *ley inversa al cuadrado* a la cantidad correspondiente a la división del producto de dos variables entre otra variable elevada al cuadrado. Escribir la cantidad algebraica y encontrar sus partes.
- 4 Escribir una cantidad algebraica con un coeficiente real y cuatro factores, tres de ellos multiplicando y uno dividiendo; uno de ellos debe tener un grado 4 y otro grado 7 (Nota: no se aceptan cantidades iguales).



# Actividad 18

## Expresiones algebraicas

- 1 Analizar y clasificar cada expresión algebraica (clase, letras, grado absoluto, grado relativo a todas las letras y coeficientes).

a)  $-\frac{x}{3}$

b)  $3m^2 - h$

c)  $z^2 - z + 1$

d)  $6s^3 - 4s^2t + 3st^2 - 7t^3$

e)  $-9x^3y^2 + 4.78x^2y^4$

f)  $\frac{3d^2 - 5fd^7}{-5}$

- 2 Del punto 1, indique cuáles expresiones son homogéneas.
- 3 Escribir un trinomio de grado absoluto 3, letras  $a$  y  $b$ , y uno de sus términos negativo con coeficientes reales.
- 4 Escribir un polinomio de cuatro términos de grado relativo 8 respecto a la letra  $m$  y coeficientes reales.
- 5 La *ordenación algebraica* se refiere al proceso de escribir los términos de modo que los exponentes de una letra escogida queden en orden ascendente o descendente. Escribir en orden ascendente el siguiente polinomio:

$$y^{12} + 2y^4 - 6y + 3y^2 + 12y^3 - 9y^9$$

# Actividad 19

## Términos semejantes

- ① Organizar (o colorear) los términos que sean semejantes en la siguiente tabla.

$-43.2cd^2$	$-7m^3nw^2$	$9p^xq^2$
$\frac{5}{9}p^xq^2$	$1.5p^xq^2$	$\frac{Qq}{d^2}$
$8m^3nw^2$	$-14m^3wn^2$	$19.3m^3nw^2$
$5m^3wn^2$	$-17\frac{Qq}{d^2}$	$\frac{11}{3}cd^2$
$-7\frac{Qq}{d^2}$	$-\frac{1}{4}cd^2$	$10m^3wn^2$

- ② Caracterizar cada cantidad de la tabla anterior: coeficientes, grado absoluto y descripción de la parte literal de cada conjunto de términos semejantes de la tabla anterior. V. g., en el conjunto  $\{7u^2v, -2.5u^2v, \pi u^2v\}$  se tiene

Parte literal	Coeficientes	G. Absoluto	Descripción
$u^2v$	7, -2.5, $\pi$	3	Cuadrado de una variable multiplicada por otra variable

# Referencias I



Baldor, A. (1980).

*Álgebra.*

Ediciones y Distribuciones CODICE S.A., Madrid, España.



Guanajuato, U. (2021).

Unidad 1: Operaciones con números reales, complejos y expresiones algebraicas.

<https://nodo.ugto.mx/wp-content/uploads/2017/03/>

[Unidad-1-Operacion-con-Numeros-Reales-Complejos-y-Expresiones-A.pdf](#).

Curso Matemáticas (Homologación). Consultado Jul 2022.



Suárez, A., Beltrán, L., and Rodríguez, B. (2006).

*Matemáticas 8.*

Fondo Educativo Panamericano, Bogotá D.C., Colombia.

# Apéndice 1

## Apéndice 1.1