

Grado 9

Matemáticas



Factorización algebraica

Técnicas de Factorización

2023

Contenidos

- 1 Metas
- 2 Introducción
- 3 Concepto
- 4 P. Notables
- 5 Técnicas
- 6 Metodología
- 7 Actividades
 - Actividad 9
 - Actividad 10

Metas a desarrollar

Propósito

- Reconocer las técnicas de factorización de expresiones algebraicas y comprender su procedimiento.

Desempeños

- Reconoce y caracteriza los distintos casos de factorización de expresiones algebraicas.
- Descompone expresiones algebraicas por medio de la factorización.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

La factorización: una herramienta algebraica

Hechos y apuntes



- ❖ Una herramienta como el destornillador: “si no se tiene. . .”
- ❖ Una analogía de su propósito: $120 = 12 \times 10 = 60 \times 2 = \dots$
- ❖ Usada en el ámbito científico puro
- ❖ Complemento para el desarrollo de expresiones algebraicas
- ❖ En Física: permite interpretar las expresiones que surgen de un modelo
- ❖ En Matemáticas: permite resolver (manualmente) algunos problemas
- ❖ Y que otro apunte. . .

La factorización: una herramienta algebraica

Descubrimiento de la antimateria

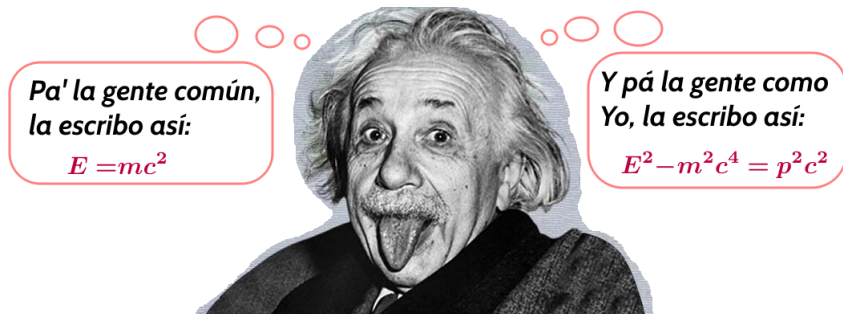


Figura: Albert Einstein y su famosa fórmula (1905) [Wikipedia, 2023].

La factorización: una herramienta algebraica

Descubrimiento de la antimateria

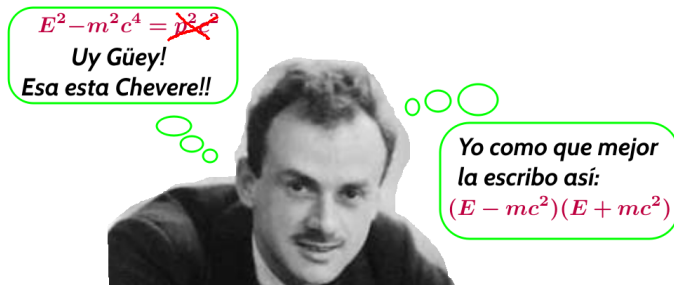


Figura: Paul Dirac, el físico que “profetizo” la antimateria (1928) [Wikipedia, 2022].

Según Dirac,

- ❖ La anti-materia es la misma materia pero con carga eléctrica opuesta.
- ❖ En contacto, anti-materia y materia se aniquilan mutuamente transformandose a otras formas de energía (luz, calor).

La factorización: una herramienta algebraica

Descubrimiento de la antimateria

$$\underbrace{(E - mc^2)}_{\text{Materia}} \underbrace{(E + mc^2)}_{\text{Antimateria}}$$

“Toda ley física ha de tener belleza matemática”, Paul Dirac

- ❖ En 1932, fue descubierto el *positrón*, la antipartícula del electrón.
- ❖ En la actualidad, ya se han sintetizado algunos anti-átomos.

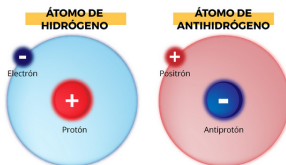


Figura: El átomo y anti-átomo de hidrógeno.

El Concepto

- ❖ Factorizar una expresión algebraica (ExpAl), es el procedimiento que permite escribirla como un producto de factores [Baldor, 1980].
- ❖ Requiere el conocimiento/dominio de operaciones algebraicas (especial producto y división).
- ❖ Según la “forma” de la ExpAl se tienen técnicas o recetas para realizar la factorización [Baldor, 1980].
- ❖ En forma generalizada la secuencia del proceso es: *i)* observación, *ii)* verificación, *iii)* ajuste de factores y *iv)* escritura.



Figura: Ilustración de la factorización de un trinomio.

Productos notables

- ❖ Son productos algebraicos cuyo resultado se obtiene desde una fórmula.
- ❖ Su uso simplifica y agiliza algunas multiplicaciones habituales.
- ❖ Cada producto notable corresponde a una técnica de factorización.
- ❖ Estos son resumidos en tablas, como aparece a continuación.

Productos notables

Resumen de productos notables [Baldor, 1980, pág. 97]

Producto notable		Expresión algebraica	Nombre
$(a + b)^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$	Binomio al cuadrado
$(a + b)^3$	=	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	Binomio al cubo
$a^2 - b^2$	=	$(a + b)(a - b)$	Diferencia de cuadrados
$a^3 - b^3$	=	$(a - b)(a^2 + b^2 + ab)$	Diferencia de cubos
$a^3 + b^3$	=	$(a + b)(a^2 + b^2 - ab)$	Suma de cubos
$a^4 - b^4$	=	$(a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$	Diferencia cuarta
$(a + b + c)^2$	=	$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$	Trinomio al cuadrado

Técnicas de factorización

Número	Técnica factorización
I	$ax + bx + cx = x(a + b + c)$
II	$a(x + b) + y(x + b) = (x + b)(a + y)$
III	$ab + ay + xb + xy = (a + x)(b + y)$
IV	$ax^2 + bx + c = (mx + n)^2$
V	$ax^2 - by^2 = (mx + n)(mx - n)$
VI	$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$
VII	$ax^2 + bx + c = (kx + m)(lx + n)$
VIII	$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = (x + y)^3$

Tabla: Las técnicas más usadas en forma generalizada. x, y son las letras del problema; a, b, c, m, n, k, l son números enteros.

- ❖ En las ExpAl a factorizar, los números son enteros.
- ❖ Según la situación, las técnicas se pueden combinar.

Circuitos de enseñanza

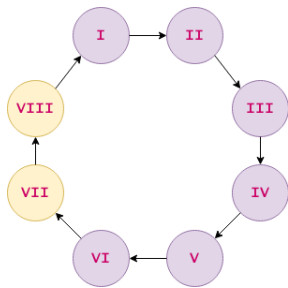


Figura: Grupos del circuito.

Circuito	Técnica
I	común monomio
II	común polinomio
III	común por agrupación de términos
IV	trinomio cuadrado perfecto
V	diferencia de cuadrados
VI	trinomio completo forma a igual 1 ($x^2 + bx + c$)
VII	trinomio completo forma a distinto 1 ($ax^2 + bx + c$)
VIII	cubo perfecto de binomios

Metodología de enseñanza: individual, cooperativo, par a par (P2P).

Actividad 9

1. De acuerdo a la exposición, responder:
 - a) ¿Qué interpreta la famosa fórmula de Einstein, $E = mc^2$?
 - b) ¿Qué interpreta la fórmula masa-energía completa de Einstein?
 - c) ¿Qué es la antimateria?
2. Resolver los productos notables.
 - a) $(3p + 4q)^2$
 - b) $(8 - 2y)^2$
 - c) $(x + 2y + z)^2$
 - d) $(5m + 3q)^3$
 - e) $(13h + 11k)(-11k + 13h)$

Actividad 10

1. Realizar una síntesis verbal y escrita sobre la técnica elegida. Ésta debe constar de su *i)* objetivo, *ii)* requisitos y/o condiciones, *iii)* desarrollo y *iv)* algunos ejemplos. Consultar la documentación suministrada.
2. Elaborar la siguiente tabla en su cuaderno

1	2	3	4	5	6

Esta tabla será diligenciada por el Profesor.

Nota. El Contenido escrito no debe superar los $3/4$ de una página.

Referencias I



Baldor, A. (1980).

Álgebra.

Ediciones y Distribuciones CODICE S.A., Madrid, España.



Wikipedia (2022).

Paul dirac.

https://es.wikipedia.org/wiki/Paul_Dirac.

Consultado Abr 2023.



Wikipedia (2023).

Albert einstein.

https://es.wikipedia.org/wiki/Albert_Einstein.

Consultado Abr 2023.