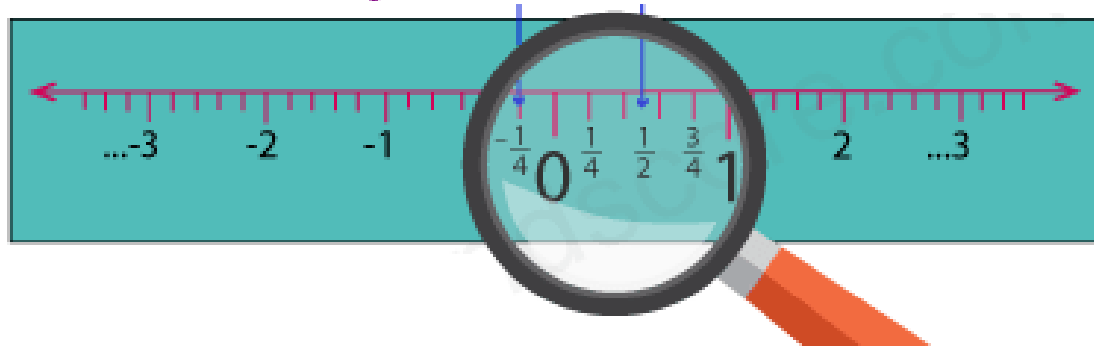


Números Racionales y sus usos

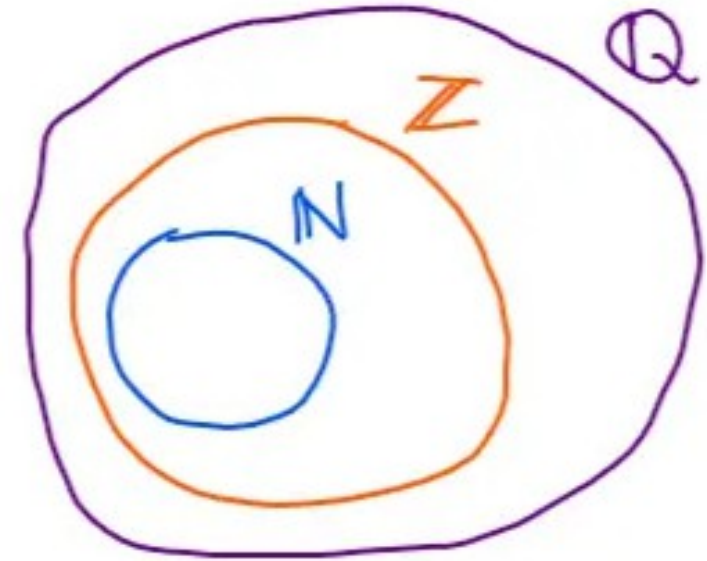
Ampliación numérica



Matemáticas - Grado 8
2022

Contenidos

- i. Introducción: utilidad de los números racionales
- ii. Conceptos números racionales
- iii. Generalidades números racionales
- iv. Los números decimales: clasificación
- v. Conversión entre racionales
- vi. Comparación entre racionales
- vii. Recta numérica
- viii. Operaciones con racionales
- ix. Actividad(es)



$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Los números decimales: ¿Por qué son útiles?

Corredores que participaron en la final 100 metros planos en los Juegos Olímpicos de Tokyo 2020.



➤ Deporte: atletismo, 100 metros planos

Posición	Atleta	País	Tiempo
1	Lamont Jacobs	Italia	9.80 segundos
2	Fred Kerley	Estados Unidos	9.84 segundos
3	Andre de Grasse	Canadá	9.89 segundos
4	Akani Simbine	Sudáfrica	9.93 segundos
5	Ronnie Baker	Estados Unidos	9.95 segundos
6	Bingtian Su	China	9.98 segundos
-	Enoch Adegoke	Nigeria	No finalizó
-	Zharnel Hughes	Gran Bretaña	Descalificado

Las actuales exigencias deportivas en medidas de tiempo requieren diferenciar tiempos cercanos muy estrechos.

Los números decimales: ¿Por qué son útiles?

➤ Sistema GPS: programación y eficiencia

Las estimaciones numéricas de georreferenciación requeridos por dispositivos celulares y de escritorio son desarrollados para ser eficientes y rápidos. Ejemplo. Ubicación geográfica del Colegio.

Lat.: $4^{\circ} 33' 24''$
Long.: $-74^{\circ} 5' 38''$
Así lo ves tu....



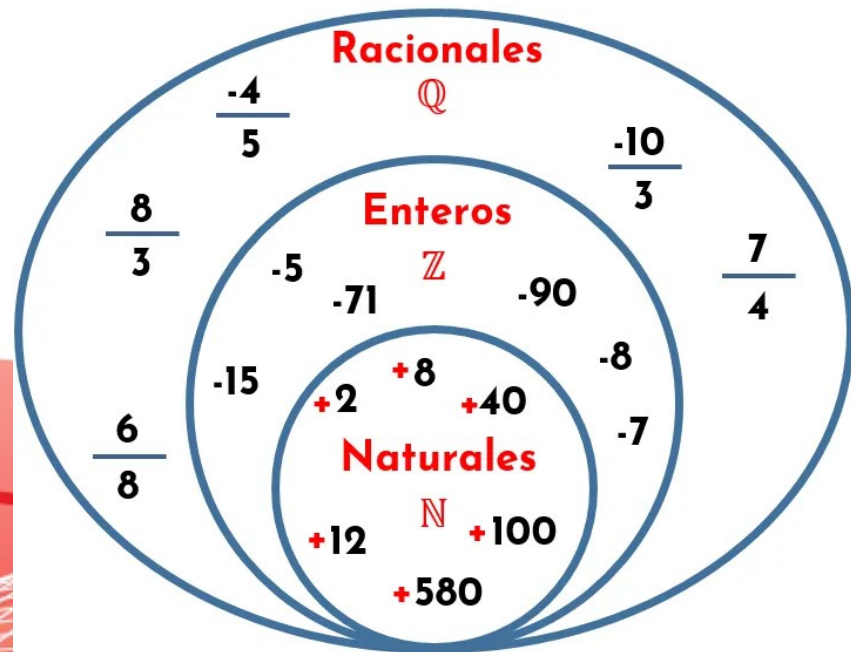
Lat.: 4.5565980369
Long.: -74.0939724644
Así lo ve él ...



Los números racionales: conceptos

- La teoría: ¿Qué son?

Es el conjunto de todas las fracciones irreducibles (que están simplificadas) y equivalentes positivas y negativas.



- La práctica: ¿Cuáles son?

Son todos los números que pueden representarse como el cociente de dos números enteros. El cociente puede ser...

$\frac{9}{5}$ es lo mismo que $9 \div 5$

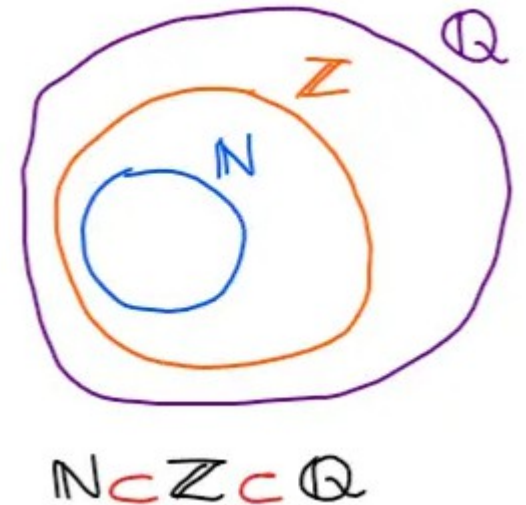
$$\begin{array}{r|l} 9 & 5 \\ 40 & 1,8 \\ 0 & \end{array}$$

Los números racionales: generalidades

- Para tener en cuenta:
- Racional fraccionario. Escritos en forma fraccionaria. Muestra una división incompleta. Clases de fracciones: propias, impropias, mixtas.
- Racional decimal (número decimal). Muestra una división completa. Consta de

Parte entera **U** Separador decimal **U** Parte fraccionaria

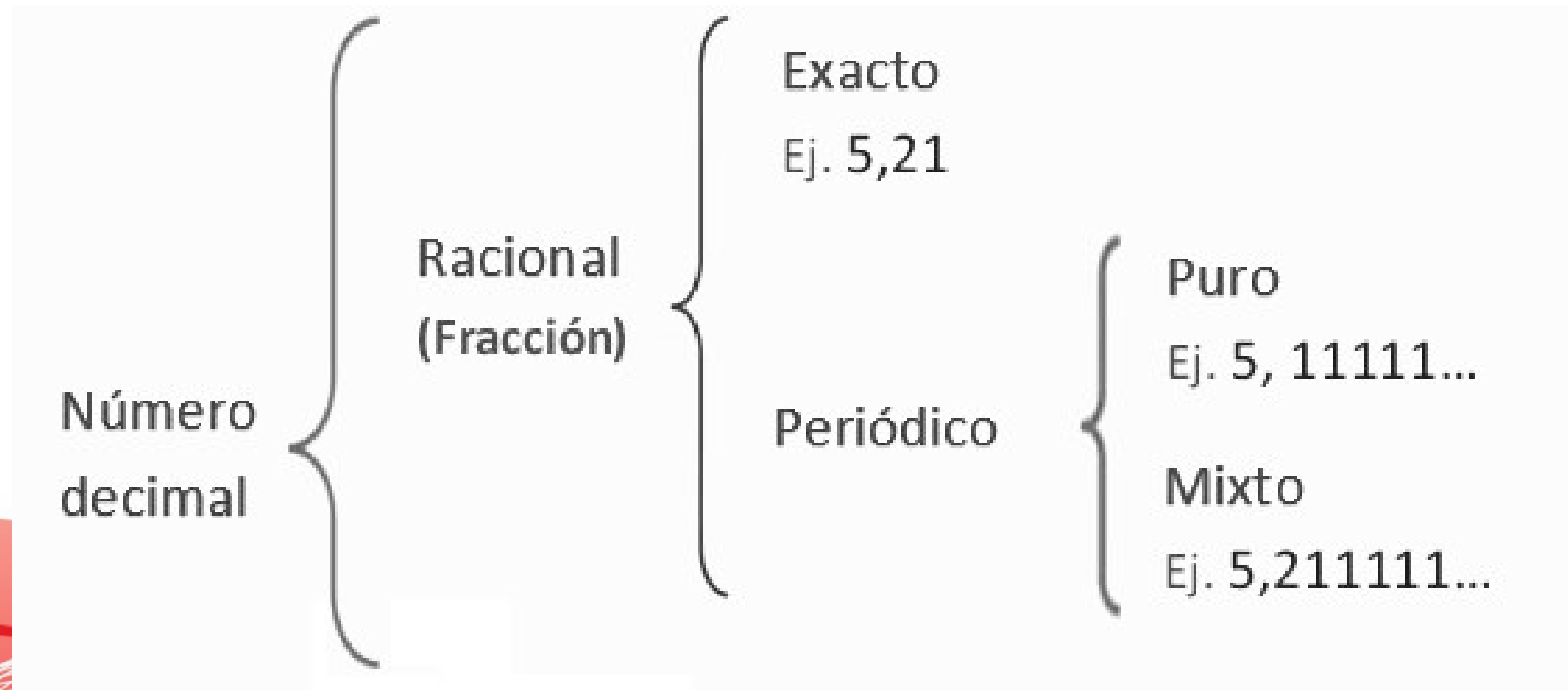
-4,1239



- Todo racional fraccionario se puede escribir como racional decimal usando la división (lo contrario..., más adelante).

Los números decimales: clases

- Según la clase de fraccionario, existe una clase de decimal.
- En resumen:



Conversiones entre racionales

$$\frac{1}{8} = 0,125$$



$$0.354 = \frac{354}{1000} = \frac{177}{500}$$

- Habitualmente se manejan fórmulas o “trucos de memoria” (nemotecnia) para facilitar la conversión.
- En general, la estrategia consiste en ajustar la fracción y luego realizar simplificación.
- Uso separador decimal. Depende del contexto o del país. Para Colombia se recomienda la coma ",".

Conversiones entre racionales:

1. fracción a decimal

- Basta con realizar la división entre numerador y denominador de la fracción (Si! Dejar la pereza y *realizarla*).
- El algoritmo concluye cuando el residuo es cero o las cifras del cociente se repiten de nuevo.
- Ver ejemplo,

$$\frac{1072}{495} \rightarrow$$

1 0 7 2		4 9 5
8 2 0		2,1 6 5 6 5 6
3 2 5 0		
2 8 0 0		
3 2 5 0		
2 8 0 0		
3 2 5 0		
2 8 0		

$$1072 \div 495 = 2,1\overline{65}$$



Imagen tomada de *Convertir fracciones en decimales*.

Conversiones entre racionales:

2. decimal a fracción

- Basta con poner mucha atención... a los siguientes algoritmos nemotécnicos.
- Requiere conocimiento de la clase de decimal: exacto, periodico, periodico no-puro.

$$4,62222 \dots = 4,6\hat{2}$$

Diagrama de etiquetado de la notación decimal:

- Parte entera: 4
- Anteperíodo: 6
- Período: 2 (indicado por el símbolo de sombrero)

- A continuación se menciona algoritmo nemotécnico con ejemplos.

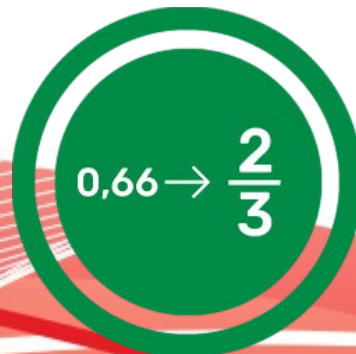

$$0,66 \rightarrow \frac{2}{3}$$

Imagen tomada de *Convertir decimales en fracciones*.

Conversiones entre racionales:

2. decimal a fracción

- Para decimales exactos. Regla:

$$\frac{\text{Numero sin coma}}{1 \text{ y tantos } 0 \text{ como cifras decimales}}$$

- Para decimales periodicos. Regla:

$$\frac{\text{Parte entera y periodo-parte entera}}{\text{Tantos } 9 \text{ como cifras del periodo}}$$

- Para decimales periodicos no-puros (mixtos). Regla:

$$\frac{\text{Parte entera, anteperiodo y periodo-parte entera, anteperiodo}}{\text{Tantos } 9 \text{ cifras del periodo, Tantos } 0 \text{ cifras anteperiodo}}$$

- Realizar simplificación si es posible.

Conversiones entre racionales:

2. decimal a fracción

- Para decimales exactos. Ejemplo:
- Para decimales periodicos. Ej.:

$$0.\textcolor{red}{32} = \frac{32}{\textcolor{red}{100}} = \frac{8}{25}$$

$$9.\overline{\textcolor{red}{28}} = \frac{9\textcolor{red}{28} - 9}{\textcolor{red}{99}} = \frac{919}{99}$$

- Para decimales periodicos no-puros (mixtos). Ejemplo:

$$4.\textcolor{blue}{15}\overline{\textcolor{red}{07}} = \frac{4\textcolor{blue}{15}\textcolor{red}{07} - 4\textcolor{blue}{15}}{\textcolor{red}{99}\textcolor{blue}{00}} = \frac{41092}{9900}$$

- Realizar simplificación si es posible.

Comparación de racionales

- Para comparar racionales decimales. Se comparan partes enteras: si resultan iguales se empiezan a comparar las cifras decimales siguientes de la misma posición, de izquierda a derecha hasta que una de ellas sea mayor o menor que otra.

➤ Ejemplo.

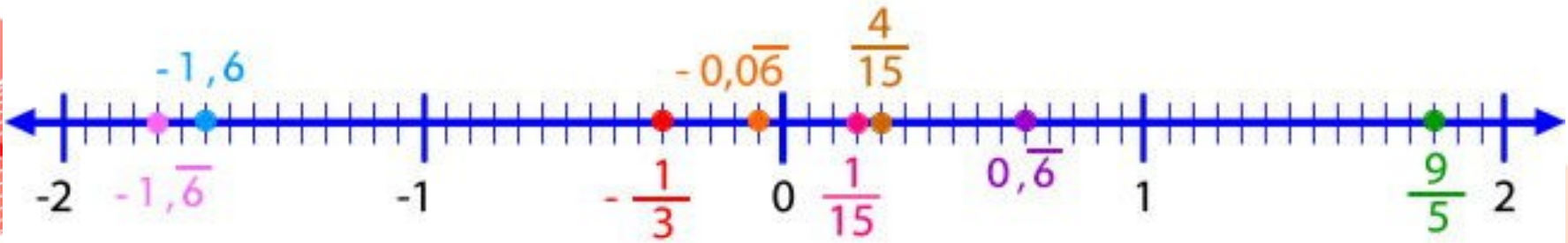
9,876		9,879
	9=9	
	8=8	
	7=7	
	6<9	

- Para comparar racionales fraccionarios. Hay diversos modos. i) Convertir a decimal y comparar. ii) Efectuar un producto cruz y comparar sus resultados.
- Ejemplo.

$$\begin{array}{ccc} \frac{4}{3} & \square & \frac{33}{25} \\ 4 \times 25 & \square & 3 \times 33 \\ 100 & > & 99 \end{array}$$

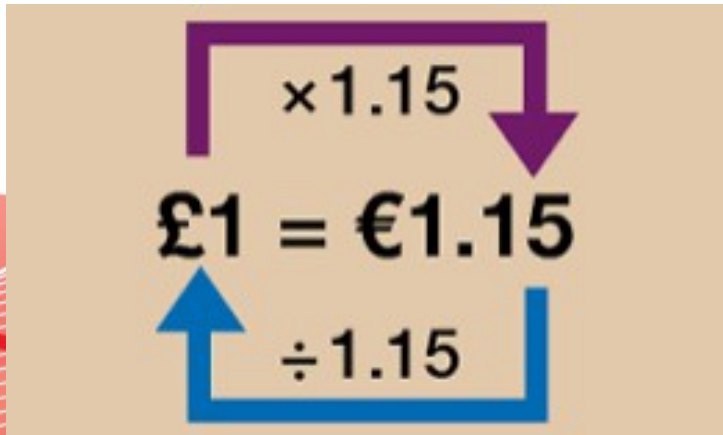
La recta numérica para racionales

- **Recta numérica para los racionales.** Cada número racional se puede asociar con un único punto en la recta numérica.
- **Fracciones propias.** El número está entre -1 y 1 según el signo. Se divide la unidad en tantas partes como indica el denominador y se toman tantas como indica el numerador.
- **Fracciones impropias.** Se recomienda convertir a mixta mediante división natural.
- **Fracciones mixtas.** La parte entera da la ubicación inicial; la parte fraccionaria se ubica como una fracción propia en la unidad contigua (hacia la derecha si es “+”; hacia la izquierda si es “-”).
- **Ejemplo.**



Operaciones con números racionales

- **Operaciones básicas.** Los algoritmos para $+$, $-$, \times , \div dependen de la clase de racional.
- **Entre racionales decimales.** El manejo está muy relacionado con el separador decimal y la cantidad de cifras decimales requeridas del contexto.
- **Entre racionales fraccionarios.** El manejo está centrado en los “algoritmos clásicos” deducidos desde la recta numérica o procesos geométricos.
- Situaciones de uso:



Racionales decimales: adición (suma/resta)

- Números alineados por el separador decimal. En ocasiones, a un número decimal se le agregan ceros (resta) hacia la derecha.
- La suma (resta) sigue la misma regla de suma (resta) de números enteros.
- El resultado acumula cifras decimales de aquel número con más cifras decimales

➤ Ejemplos.

$$71,56 + 8,4233 =$$

$$\begin{array}{r} 71,56 \\ + 8,4233 \\ \hline 79,9833 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8,4233 \\ + 71,56 \\ \hline 79,9833 \end{array}$$

$$71,56 + 8,4233 = 79,9833$$

$$0,888 + (-1) =$$

$$\begin{array}{r} 1,000 \\ - 0,888 \\ \hline 0,112 \end{array}$$

Se hace una resta pero el resultado es negativo. Por qué?

$$0,888 + (-1) = -0,112$$

Racionales decimales: producto

- Es similar al producto de números naturales.
- El separador decimal del resultado es ubicado hacia la izquierda según la cantidad total de cifras decimales de los factores.
- El producto sigue la misma regla del producto de signos de los enteros.
- Ejemplos.

$$0,0183 \times 0,31 =$$

$$\begin{array}{r} \times 0,0183 \\ 0,31 \\ \hline 183 \\ 00549 \\ 000 \\ \hline 0,005673 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,0183 \\ 0,31 \\ \hline 183 \\ 00549 \\ \hline 0,005673 \end{array}$$

$$3.2 \times 1.04 =$$

$$\begin{array}{r} \times 3.2 \\ 1.04 \\ \hline 128 \\ 32 \\ \hline 3.328 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 3.2 \\ 1.04 \\ \hline 128 \\ 32. \\ \hline 3.328 \end{array}$$

Racionales decimales: división

- La división se transforma en otra equivalente, multiplicando dividendo y divisor por múltiplos de 10 que tengan tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor.
- La división sigue la misma regla de la división de signos de los enteros.
- Ejemplos.

$$185,4 \overline{) 8,32}$$

$\times 100$

$$\begin{array}{r} 18540 \overline{) 832} \\ 1900 \\ \hline 2360 \\ 6960 \\ \hline 304 \end{array}$$

$$18 \overline{) 0,45}$$

$\times 100$

$$\begin{array}{r} 1800 \overline{) 45} \\ 180 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$8,12 \overline{) 0,0004}$$

$\times 10000$

$$\begin{array}{r} 81200 \overline{) 4} \\ 012 \\ \hline 20300 \end{array}$$



Actividad 3

- i. Pregunta introducción.
- ii. Escribir la hora actual en notación fraccionaria impropia, mixta y decimal. Esto es, la parte entera es la hora y la parte fraccionaria es la fracción de hora.
- iii. Convertir a decimal cada fracción y clasificar el decimal: a) $43/6$ b) $2/11$ c) $1/8$ d) $1072/495$
- iv. Las fracciones con denominador 7, se pueden considerar como un racional. Justifique con uno o varios ejemplos.
 - Procedimientos de división realizados en el cuaderno tendran valoración considerable.


Actividad 4

- i. Convertir a racional fraccionario los siguientes decimales:
a) 1,333... b) 1,75 c) 0,123123123... d) 4,3858585...
- ii. Esteban y su compañero necesitan realizar orificios con taladro sobre láminas de madeflex para una instalación de gas. Para ello, su compañero de trabajo le solicita unas brocas: "*Socio: alcanceme la de 0,125 y la de 0,16 pulgadas para ensayar...*"; Esteban observa en el manual del taladro la tabla adjunta. ¿Qué brocas le debe entregar a su compañero?

Nº broca	1	1,5	2	3,2	4
Diámetro (pulgadas)	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{5}{64}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{25}$

- Procedimientos de división realizados en el cuaderno tendrán valoración considerable.

Actividad 5

- i. El número π (pi) de la geometría circular es un número que ha tenido diferentes aproximaciones como racional de acuerdo a la evolución histórica de las matemáticas. La cultura mesopotámica (1900 a.e.c.) lo expreso como $22/7$; la egipcia (1800 a.e.c.) como $256/81$; en el siglo II e.c., Claudio Ptolomeo (cultura griega) lo aproxima a $377/120$; el matemático chino Zu Chongzhi (siglo V e.c.) como $355/113$ siendo esta una de las mejores. Ordenar cada aproximación (fracción) de mayor a menor según la cultura.
- ii. Ubicar en la recta numérica:
- a) $-13/5$ b) $-2/7$ c) $-0,8$ d) $-5,999\dots$
- 

Actividad 7

- i. Un camión estando vacío, pesa 5220 kg. Si es cargado con 4 cajas que pesan 238.52 kg, 558.2 kg, 110 kg y 772.8 kg a) ¿Cuál es la carga neta? b) ¿Cuál es el peso total del camión?
- ii. ¿Qué número hay que restar a la suma de $128.37 + 5.13$ para que la diferencia sea 67.5?
- iii. Resolver: $(-5.38 + 4.21) \times 0.03$
- iv. Un obrero gana 32.25 USD por hora y trabaja 8.5 horas diarias ¿Cuanto gana en una semana de 6 días laborales?

Referencias

- Números racionales

https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_racional

- Conversión de racionales

<https://es.calcuworld.com/calculadoras-matematicas/decimales-a-fracciones/>

<https://es.calcuworld.com/calculadoras-matematicas/fracciones-a-decimales/>

<https://www.universoformulas.com/matematicas/aritmetica/convertir-decimal-fraccion/>

- Ejercicio de práctica

https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Matem%C3%A1ticas/Fracciones_y_n%C3%BAmeros_decimales/Conv

- Representación en la recta de los números racionales

<http://clasesmatematicas.blogspot.com/2013/12/representacion-numeros-racionales-recta-numerica.html>

- Operaciones con racionales

<https://portalacademico.cch.unam.mx/alumno/matematicas1/unidad1/operacionesNumerosRacionales>