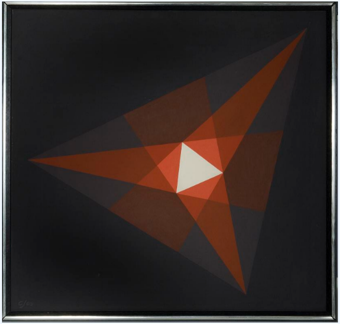
Aplicación de las relaciones trigonométricas: solución de triángulos oblicuángulos

Teoremas del Seno y Coseno

Grado 10
Periodo 2

IED Rafael Uribe Uribe

2019



Sección 1: Objetivos

Propósito

Identificar, reconocer y aplicar apropiadamente los teorema del seno y del coseno para la solución de situaciones cotidianas que impliquen el uso de triángulos oblicuángulos.

Desempeños

Resuelvo problemas cuya solución requiere la aplicación de uno de los teoremas enunciados.

Sección 2: Introducción

Para pensar: presupuesto en Transmicable

Figura 1 : Transmicable es un sistema de transporte de cable aéreo. La longitud del cable fue determinante para el desarrollo del proyecto.

Figura 2 : Vista lateral del transmicable entre las estaciones Portal Tunal y Manitas.

¿Cómo realizar una estimación inicial de la longitud de cable entre las dos estaciones?

Figura 3 : Vista lateral del transmicable entre las estaciones Portal Tunal y Manitas.

¿Cómo realizar una estimación inicial de la longitud de cable entre las dos estaciones?

Figura 4 : Vista alzada para obtención de medidas. Software Google Earth.

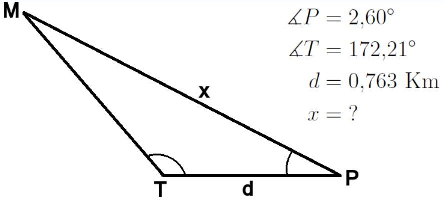


Figura 5 : Triángulo oblicuángulo de la situación. El esquema no está a escala real.

Estimación de medidas y planteamiento de la situación.

Sección 3: Resolución de triángulos oblicuángulos

Teorema

Un Teorema es un enunciado o fórmula que se asume verdadero cuando es comprobable; se expresa como una regla, ecuación y/o fórmula la cual se aplica para resolver alguna situación.

Teorema

Un Teorema es un enunciado o fórmula que se asume verdadero cuando es comprobable; se expresa como una regla, ecuación y/o fórmula la cual se aplica para resolver alguna situación.

Ejemplo

Teorema de Morley. En un triángulo cualquiera, los tres puntos de intersección entre trisectrices de ángulos adyacentes forman un triángulo equilátero.

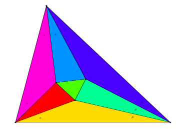
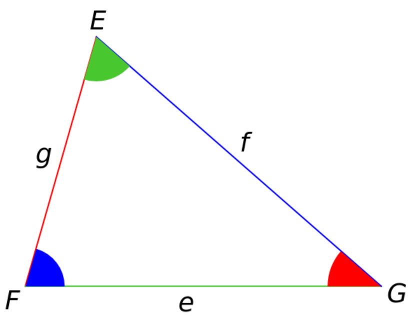
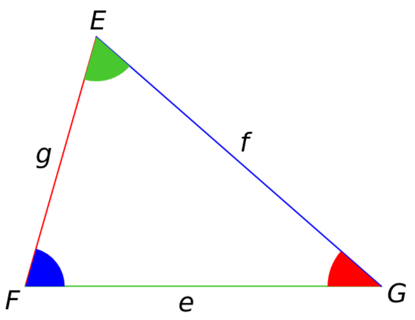


Figura 6 : Demostración gráfica del teorema de Morley.

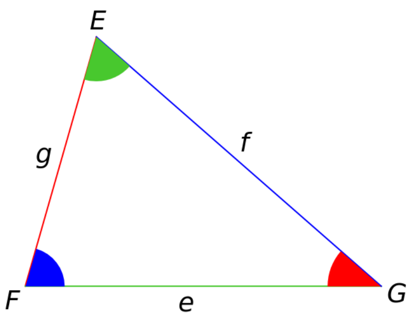
- *seno* $\rightarrow$



- *seno* $\rightarrow$ c. opuesto



- *seno* $\rightarrow$ c. opuesto
- En cualquier triángulo, la razón entre el seno del ángulo y el lado opuesto es constante.



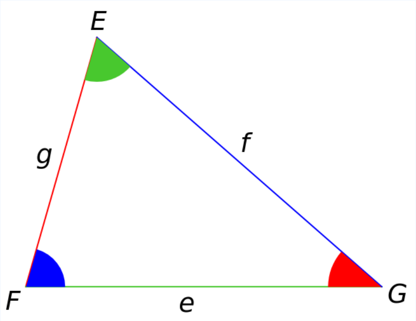
Fórmula

$$\frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

- *seno* $\rightarrow$ c. opuesto
- En cualquier triángulo, la razón entre el seno del ángulo y el lado opuesto es constante.

Apropiado usar cuando se conocen:

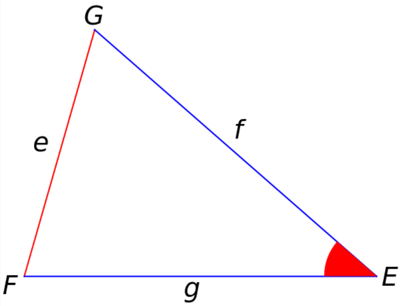
- dos ángulos y un lado.
- dos lados y un ángulo opuesto a uno de los lados.



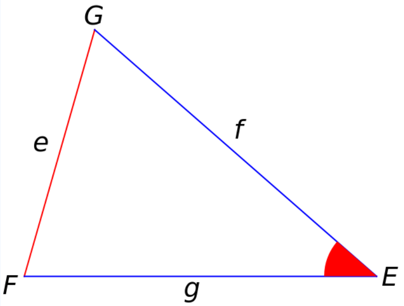
Fórmula

$$\frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

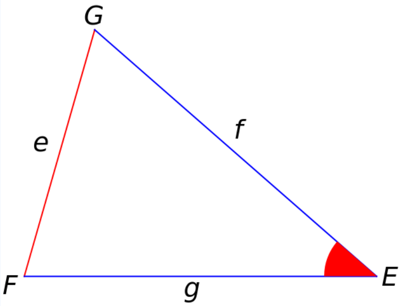
- *coseno* $\rightarrow$



- *coseno* $\rightarrow$ c. adyacente



- *coseno* $\rightarrow$ c. adyacente
- En cualquier triángulo, el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos, menos el doble producto de ellos por el coseno del ángulo que forman.

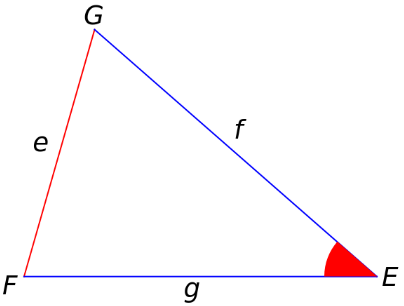


Fórmula

$$e^2 = f^2 + g^2 - 2fg\cos E$$

Teorema del Coseno

- *coseno* $\rightarrow$ c. adyacente
- En cualquier triángulo, el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos, menos el doble producto de ellos por el coseno del ángulo que forman.

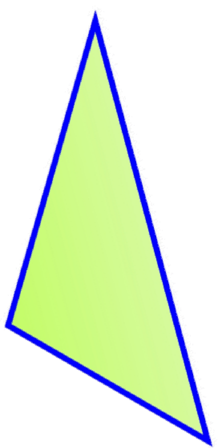


Apropiado usar cuando se conocen:

- dos lados y el ángulo entre ellos.
- todos los lados.

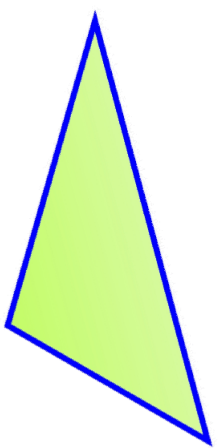
Fórmula

$$e^2 = f^2 + g^2 - 2fg\cos E$$



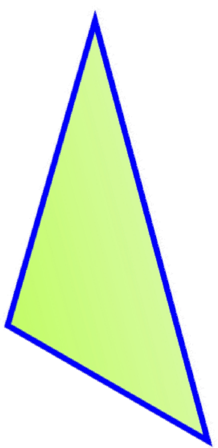
Procedimiento

1) Poner etiquetas a los lados (minúsculas) y a los ángulos (mayúsculas) del triángulo.



Procedimiento

1) Poner etiquetas a los lados (minúsculas) y a los ángulos (mayúsculas) del triángulo.
2) Identificar la información disponible:
   - 2 ángulos y 1 lado $\rightarrow$ *t. seno*.
   - 2 lados y 1 ángulo entre ellos $\rightarrow$ *t. coseno*.
3) Aplicar la respectiva fórmula
   - t. seno $\rightarrow \frac{\text{sen}\, E}{e} = \frac{\text{sen}\, F}{f} = \frac{\text{sen}\, G}{g}$
   - t. coseno $\rightarrow e^2 = f^2 + g^2 - 2fg \cos E$



Procedimiento

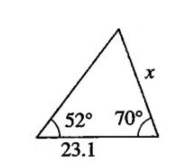
1) Poner etiquetas a los lados (minúsculas) y a los ángulos (mayúsculas) del triángulo.
2) Identificar la información disponible:
   - 2 ángulos y 1 lado $\rightarrow$ t. seno.
   - 2 lados y 1 ángulo entre ellos $\rightarrow$ t. coseno.
3) Aplicar la respectiva fórmula
   - t. seno $\rightarrow \frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$
   - t. coseno $\rightarrow e^2 = f^2 + g^2 - 2fg \cos E$
4) Despejar y resolver numéricamente la ecuación planteada.
5) Tener en cuenta que la suma de los ángulos vale 180°.

Ejemplo 1: Usando los teoremas

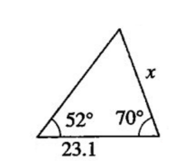
Encontrar el lado desconocido del triángulo.

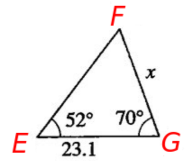
Ejemplo 1: Usando los teoremas

Encontrar el lado desconocido del triángulo.



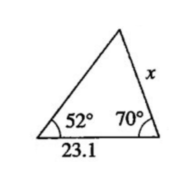
Encontrar el lado desconocido del triángulo.

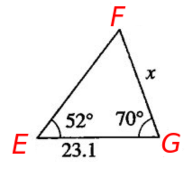


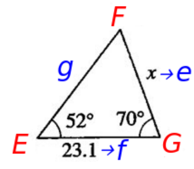


Ejemplo 1: Usando los teoremas

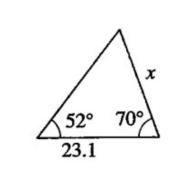
Encontrar el lado desconocido del triángulo.

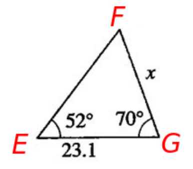


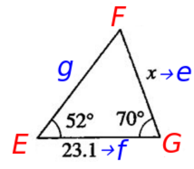




Encontrar el lado desconocido del triángulo.



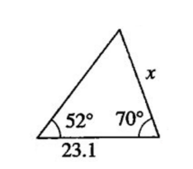


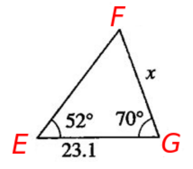


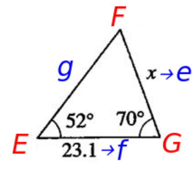
Aplicación del teorema del seno

$$\frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

Encontrar el lado desconocido del triángulo.





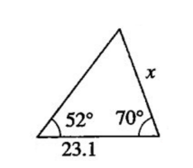


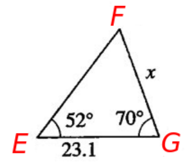
Aplicación del teorema del seno

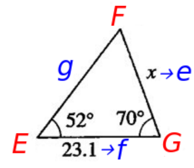
$$\frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

$$\frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

Encontrar el lado desconocido del triángulo.





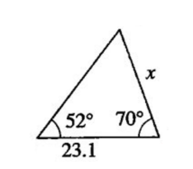


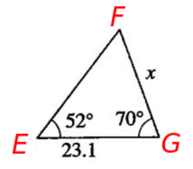
Aplicación del teorema del seno

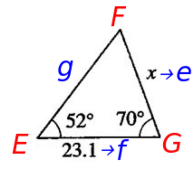
$$\frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

$$\frac{\operatorname{sen} E\checkmark}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

Encontrar el lado desconocido del triángulo.





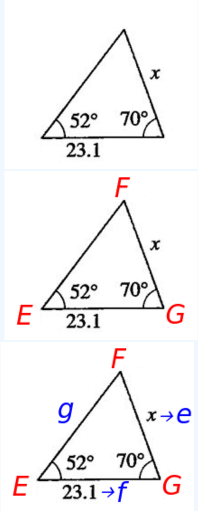


Aplicación del teorema del seno

$$\frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

$$\frac{\operatorname{sen} E\checkmark}{e\checkmark} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

Encontrar el lado desconocido del triángulo.

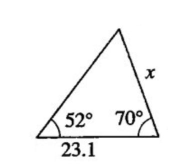


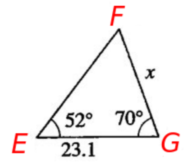
Aplicación del teorema del seno

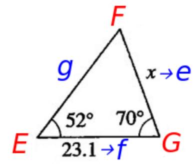
$$\frac{\text{sen}\, E}{e} = \frac{\text{sen}\, F}{f} = \frac{\text{sen}\, G}{g}$$

$$\frac{\text{sen}\, E\checkmark}{e\checkmark} = \frac{\text{sen}\, F\checkmark}{f} = \frac{\text{sen}\, G}{g}$$

Encontrar el lado desconocido del triángulo.







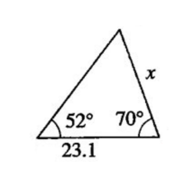
Aplicación del teorema del seno

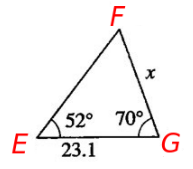
$$\frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

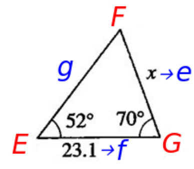
$$\frac{\operatorname{sen} E\checkmark}{e\checkmark} = \frac{\operatorname{sen} F\checkmark}{f\checkmark} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

Ejemplo 1: Usando los teoremas

Encontrar el lado desconocido del triángulo.





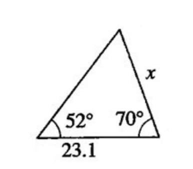


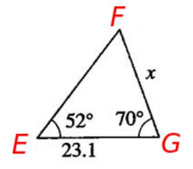
Aplicación del teorema del seno

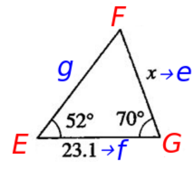
$$\frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

$$\frac{\operatorname{sen} E\checkmark}{e\checkmark} = \frac{\operatorname{sen} F\checkmark}{f\checkmark} = \frac{\operatorname{sen} G\checkmark}{g}$$

Encontrar el lado desconocido del triángulo.







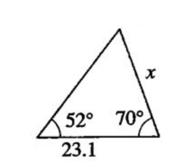
Aplicación del teorema del seno

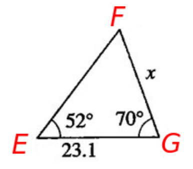
$$\frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

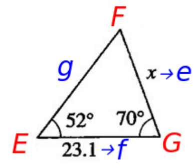
$$\frac{\operatorname{sen} E\checkmark}{e\checkmark} = \frac{\operatorname{sen} F\checkmark}{f\checkmark} = \frac{\operatorname{sen} G\checkmark}{g✗}$$

Ejemplo 1: Usando los teoremas

Encontrar el lado desconocido del triángulo.





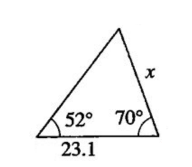


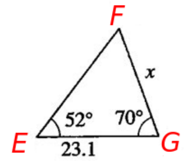
Aplicación del teorema del seno

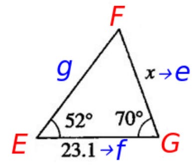
$$\frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

$$\frac{\operatorname{sen} E\checkmark}{e\checkmark} = \frac{\operatorname{sen} F\checkmark}{f\checkmark} = \cancel{\frac{\operatorname{sen} G\checkmark}{g\times}}$$

Encontrar el lado desconocido del triángulo.







Aplicación del teorema del seno

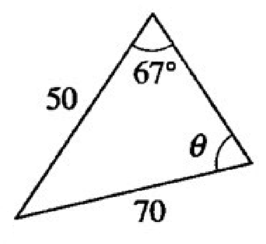
$$\frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f} = \frac{\operatorname{sen} G}{g}$$

$$\frac{\operatorname{sen} E\checkmark}{e\checkmark} = \frac{\operatorname{sen} F\checkmark}{f\checkmark} = \cancel{\frac{\operatorname{sen} G\checkmark}{g\times}}$$

Planteamiento de la ecuación

$$\frac{\operatorname{sen} E}{e} = \frac{\operatorname{sen} F}{f}$$

Encontrar el ángulo desconocido del triángulo.



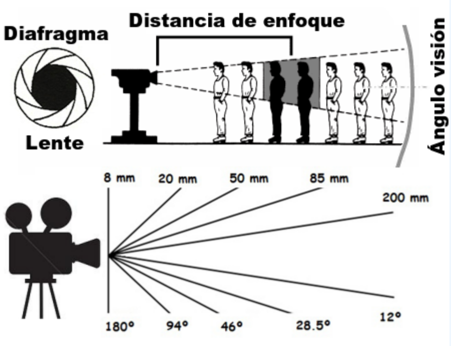


Figura 7 : Profundidad de campo en cinematografía.

Ejemplo 3: Usando los teoremas

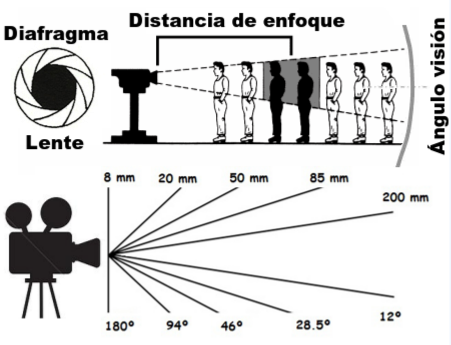


Figura 7 : Profundidad de campo en cinematografía.

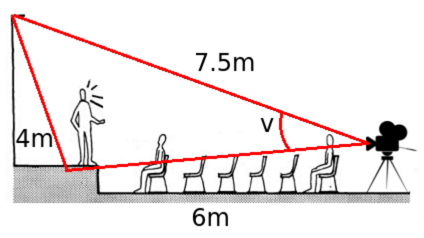


Figura 8 : Problema a resolver.

Ejemplos

Sección 4: Actividades

Taller de análisis

Resolver el taller propuesto por grupos de 4 alumnos; analizar brevemente (4 minutos máximo) cada situación para luego debatir en el curso las posibles soluciones.

Tarea

1. Consultar el teorema de las tangentes.
2. Proponer 3 situaciones de su contexto que usen triángulos oblicuángulos para resolver en la próxima sesión.

Thanks!
Visit my page

http://mikemolina.github.io/repoedu

Referencias

Milton Abramowitz and Irene Stegun.
Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables.
National Bureau of Standards, tenth edition, dec 1972.

Marcos González, Fernando León, and Mauricio Villegas.
Matemática práctica 10.
Voluntad, tenth edition, jan 1990.

Backup frame

This is a backup frame, useful to include additional material for questions from the audience.