Sólidos: la geometría del espacio

Geometría - Grado 7

2021

1. Sólidos geométricos en la cotidianidad

Figura 1: Objetos cotidianos con una forma geométrica característica.

En la vida real podemos encontrar un montón de objetos que tienen formas planas, como un cubito de hielo, una pirámide o un envase de leche. Hay otros de forma redonda que podemos encontrar como en un volcán, una bola de billar o una caneca de pintura. Esos objetos que tienen *una forma determinada* son geométricamente conocidos como **sólidos**.

2. Definición: ¿qué es un sólido geométrico?

Es una figura geométrica de tres dimensiones (3D), esto es, posee largo, ancho y alto, que ocupa un lugar en el espacio y en consecuencia tiene *volumen*. A veces el largo también conocido como profundo. El volumen de un sólido está encerrado por superficies (áreas) en el espacio real (o espacio 3D) [3]. Los sólidos o cuerpos

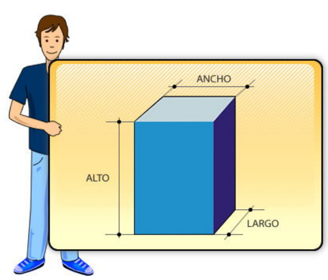

Figura 2: Las 3 dimensiones de un sólido,

geométricos se clasifican en dos clases [3, 5]:

- **Poliedros**. Se caracterizan porque tienen caras, aristas, vértices y ángulos.
- **Cuerpos redondos**. Se caracterizan porque tienen caras y pueden o no pueden tener aristas, vértices.

A continuación se profundizara en cada clase de sólido.

3. Los poliedros

Un *poliedro* es un sólido que tiene muchas caras. La palabra poliedro proviene del griego *polys* que significa **muchas** y de *edra* que significa **base o caras**. Estamos hablando entonces de formas geométricas que poseen varias caras y que además son planas [1, 6].

3.1. Características de los poliedros

Todo poliedro tiene cuatro elementos que lo conforman (ver figura 3):

Caras: son los planos o superficies que limitan al poliedro.

Aristas: son los lados que conforman cada cara.

Vértices: son los puntos donde se interceptan las aristas. En un vértice se pueden unir tres o más caras.

Ángulos: son las regiones espaciales limitadas por dos o más caras.

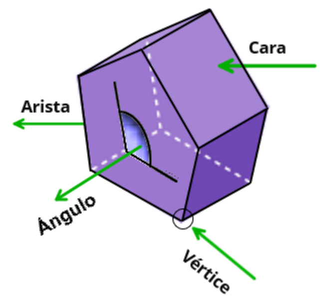

Figura 3: Elementos de un poliedro. Este poliedro es un *prisma pentagonal*.

Dado que la variedad de formas de los poliedros se clasifican en dos importante familias: los regulares e irregulares.

3.2. Poliedros regulares

Se caracterizan por tener todas sus caras y ángulos iguales. Existen únicamente cinco poliedros regulares: tetraedro, cubo o hexaedro, octaedro, dodecaedro y el icosaedro. También son conocidos como *sólidos platónicos* en honor al filósofo griego Platón.

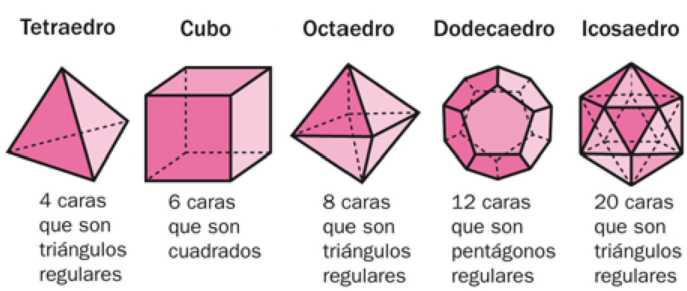

Figura 4: Poliedros regulares: los 5 sólidos platónicos.

3.3. Poliedros irregulares

Son sólidos que no cumplen con la condición regularidad. Es decir, sus caras no son polígonos regulares (figuras planas con lados y ángulos internos de igual medida) ni son idénticas entre sí. Son el caso opuesto de un poliedro regular y por supuesto, la variedad de poliedros irregulares es ilimitada. Principalmente se clasifican por el número de caras que tiene su superficie. Dos de las clases fundamentales de los poliedros irregulares son las **prismas** y los **pirámides** [1].

- **Prismas.** Están compuestos por dos caras poligonales iguales llamadas bases de igual forma y tamaño y sus caras laterales son paralelogramos[1].
- **Pirámides.** Están compuestas por una cara poligonal que es su base y por caras laterales con forma de triángulos.

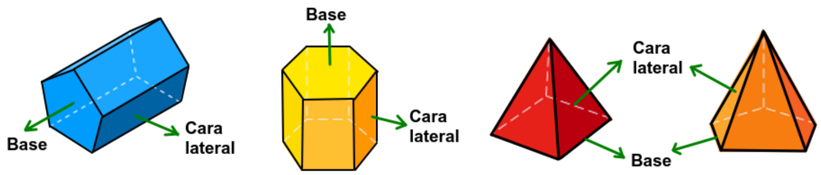

Figura 5: Poliedros irregulares fundamentales: azul, prisma pentagonal; amarillo, prisma hexagonal; rojo, pirámide cuadrangular; naranja, pirámide pentagonal.

4. Los cuerpos redondos

Un *cuerpo redondo* es un sólido compuesto por caras o superficies curvas en su totalidad o por superficies planas y curvas. También se denominan *sólidos de revolución* porque las superficies curvas se originan a partir del giro de una figura plana alrededor de un lado característico [3, 7]. Entre los cuerpos redondos más comunes se destacan:

- **Cono.** Está compuesto por una base circular y una cara lateral de superficie curva, originada por el giro de un triángulo recto alrededor de su altura.
- **Esfera.** Está compuesto por una superficie curva, originada por el giro de un semicírculo alrededor de su díametro.
- **Cilindro.** Está compuesto por dos bases planas circulares y una superficie curva originada por el giro de un rectángulo alrededor de su altura.

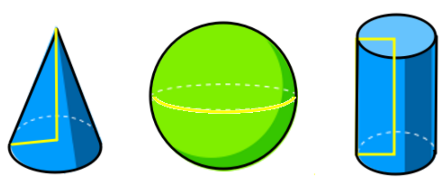

Figura 6: Cuerpos redondos. En su orden de izquierda a derecha: cono, esfera y cilindro. En amarillo, se observa la figura que origina la superficie curva luego de girarla.

Ejemplo 1. Hallar la cantidad de vértices, caras y aristas del sólido de la figura y clasificarlo.

- Observando la figura 7, las caras en las 3 dimensiones suman 6; denotando con puntos rojos los vértices se cuentan 7; enumerando las aristas con números romanos (en verde) se cuentan 11. Ya que las caras son planas se trata de un *poliedro* y como cada cara tiene polígonos irregulares se trata de un poliedro irregular. Específicamente se le llama un *hexaedro*

[1] Un paralelogramo es un cuadrilátero con 4 vértices, 4 lados y 4 ángulos interiores, con sus lados opuestos paralelos.

irregular por sus 6 caras. Convencionalmente, los elementos básicos del poliedro se escriben así:

$$C = 6, \quad V = 7, \quad A = 11$$

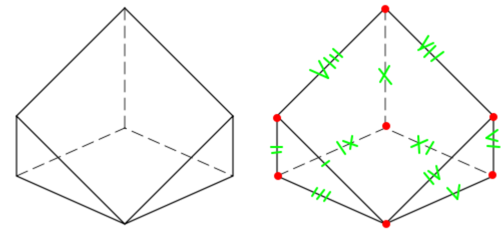

Figura 7: Análisis de un poliedro; ejemplo 1.

5. El teorema de Euler para poliedros

El teorema de Euler para poliedros establece una relación entre los números de caras C, vértices V y aristas A que se cumple en algunos poliedros[2] [2, 4]. La relación o fórmula es la siguiente:

$$C + V = A + 2$$

En algunos poliedros la fórmula puede ser útil para mejorar la capacidad de pensamiento espacial y encontrar un elemento a partir del conocimiento de al menos dos de ellos.

Ejemplo 2. Comprobar el teorema de Euler para el hexaedro irregular del ejemplo 1.

- Como $C = 6$, $V = 7$ y $A = 11$ reemplazando en la fórmula de Euler lo que sigue es verificar la igualdad: 6+7=11+2, 13=13. Por tanto en dicho sólido se cumple el teorema de Euler.

Nota: La sección referencias contiene fuentes de consulta bibliográficas si se tiene posibilidad de acceder a textos o navegación en la red. Estas aparecen en el contenido de este texto con paréntesis cuadrados [...].

Referencias

[1] Stanley Clemens, Phares O'Daffer y Thomas Cooney, *Geometría*, first ed., Addison Wesley, México, 1998.

[2] Pedro Díaz Navarro, *La Fórmula de Euler para poliedros*, https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/MundoMatematicas/Vol5n1Jun2004/node11.html, jun 2004, Consultado 6 mar 2021.

[3] Blanca Torres y cols., *Supermat 7*, Voluntad, Bogotá, Colombia, 2000.

[4] Wikipedia, *Teorema de Euler para poliedros*, https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Euler_para_poliedros, 2020, Consultado 2 dic 2020.

[5] ———, *Figura geométrica*, https://es.wikipedia.org/wiki/Figura_geom%C3%A9trica, 2021, Consultado 4 mar 2021.

[6] ———, *Poliedro*, https://es.wikipedia.org/wiki/Poliedro, 2021, Consultado 4 mar 2021.

[7] ———, *Sólido de revolución*, https://es.wikipedia.org/wiki/S%C3%B3lido_de_revoluci%C3%B3n, 2021, Consultado 15 feb 2021.

[2] El teorema no se puede usar en poliedros que tienen algún hueco en su interior.

6. Actividad 4

1. Dibujar la tabla en el cuaderno y luego analizar cada sólido y para completar la tabla con el número de caras, vértices y aristas. También realizar la comprobación del teorema de Euler.

Sólido	Caras (C)	Vértices (V)	Aristas (A)	Verificación del teorema Euler