

Operaciones con expresiones algebraicas

MAT G

Meta:

Suma coeficientes fraccionarios

División de

polinomios

Métodos abreviados d división algebraica

Actividades

Actividad

Actividad 4

Actividad :

Operaciones con expresiones algebraicas Algoritmos de las Operaciones

Matemáticas

(Re-edición) Grado 9

2023





Contenidos

Operaciones cor expresiones algebraicas

MAT

Metas

Suma coeficiente fraccionarios

División d

Métodos abreviados de división algebraica

Actividade

Actividad 4

Actividad

- 1 Metas
- 2 Suma coeficientes fraccionarios
- 3 Producto de polinomios
- 4 División de polinomios
- 5 Métodos abreviados de división algebraica
- 6 Actividades
 - Actividad 3
 - Actividad 4
 - Actividad 6
 - Actividad 7



Metas de la temática

Operaciones algebraicas

Operaciones cor expresiones algebraicas

MAT G

Metas

Suma coeficiente fraccionarios

División d

Métodos abreviados de división algebraica

Actividades Actividad 3

Propósitos

- Comprender y aplicar los algoritmos de las las operaciones algebraicas.
- Realizar apropiadamente las operaciones algebraicas.

Desempeños

- Reconoce la utilidad de las operaciones con expresiones algebraicas.
- Conoce y aplica correctamente los algoritmos de las operaciones algebraicas para resolver problemas de situaciones particulares.



Suma de polinomios coeficientes fraccionarios

Operaciones cor expresiones algebraicas

MAT

Met

Suma coeficientes fraccionarios

División de

Métodos abreviados o división algebraica

Actividades Actividad 3

Actividad

En estas situaciones se recomienda:

- Usar el método de selección por columnas.
- Por aparte, extraer los coeficientes y realizar operaciones con fracciones.
- m Escribir el resultado final.

Ejemplo 1

Resolver la suma de polinomios:

$$\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 - \frac{2}{5}xy + \frac{1}{6}y^2 - \frac{1}{10}xy + \frac{1}{3}y^2 - \frac{1}$$



Suma de polinomios coeficientes fraccionarios

Usando el método

Suma coeficientes fraccionarios

Solución. Siguiendo el método,

$$\frac{3}{2}x^{2} - \frac{1}{2}y^{2} + \frac{1}{6}y^{2} - \frac{2}{5}xy + \frac{1}{3}y^{2} + \frac{1}{10}xy + \frac{3}{2}x^{2} + 0 - \frac{3}{10}xy$$

Términos v^2 .

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = -\frac{3}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = 0$$

$$mcm(2, 6, 3) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Términos xy,

$$-\frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{-2 \cdot 10 + 5 \cdot 1}{5 \cdot 10}$$
$$= \frac{-20 + 5}{50} = -\frac{15}{50} = -\frac{3}{10}$$



Los fundamentos

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Met

Suma coeficiente fraccionarios

Producto de polinomios

División de polinomios

Métodos abreviados de división algebraica

Actividades Actividad 3 Actividad 4 Actividad 6

- Su objetivo es operar dos o más expresiones algebraicas llamadas factores para obtener un resultado llamado producto, siguiendo el producto de números reales y producto de potencias [Baldor, 1980].
- El resultado de esta operación (puede) origina una expresión algebraica de grado mayor a los factores.

Ley de los coeficientes

El producto de la parte numérica de una expresión algebraica obedece al producto de números reales con su respectivo signo (ley de signos). P. ej., $(-3) \cdot (2) \cdot (-4) = 24$.

Ley de los exponentes

Cuando se multiplican bases iguales, la base permanece y los exponentes se suman [Guanajuato, 2021]. P. ej., $a^2 \cdot a^3 \cdot a = a^{2+3+1} = a^6$



Producto de expresiones algebraicas

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Met

Suma coeficient fraccionarios

Producto de polinomios

División de

Métodos abreviados de división algebraica

Actividade Actividad 3 Actividad 4

Producto de monomios

Se multiplican los coeficientes y las letras se multiplican de acuerdo a la ley de exponentes [Baldor, 1980].

Ejemplo 1

Resolver los productos de monomios,

1
$$2x^2$$
 por $-5x$.

$$2 5a^3 \text{ por } 7z^4.$$

$$\frac{1}{2}b^3$$
 por $-\frac{2}{3}w^2b$ por $\frac{3}{5}w^4c$.

Solución.

$$(2x^2) \cdot (-5x) = (2) \cdot (-5)x^{2+1} = -10x^3.$$

$$(5a^3) \cdot (7z^4) = (5) \cdot (7)a^3z^4 = 35a^3z^4.$$

$$(\frac{1}{2}) \cdot (-\frac{2}{3}) \cdot (\frac{3}{5})b^{3+1}w^{2+4}c = -\frac{6}{30}b^4w^6c.$$



Producto de expresiones algebraicas

Operaciones cor expresiones algebraicas

MAT

Meta

Suma coeficiente fraccionarios

Producto de polinomios División de

Métodos abreviados de división

Actividad 3

Actividad 6 Actividad 7

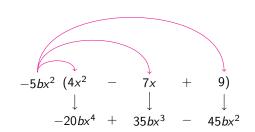
Producto de un monomio por un polinomio

Se multiplica el monomio por todos y cada uno de los monomios que forman el polinomio, teniendo en cuenta la regla de los signos asi como su escritura [Baldor, 1980].

Ejemplo 2

Multiplicar $-5bx^2$ por $4x^2 - 7x + 9$.

Solución. Dos esquemas del producto de polinomios:



$$4x^2 - 7x + 9$$

$$\frac{-5bx^2}{-20bx^4+35bx^3-45bx^2}$$



Producto de expresiones algebraicas

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Meta

uma coeficient accionarios

Producto de polinomios División de

Métodos abreviados de división algebraica

Actividad : Actividad : Actividad :

Producto de un polinomio por un polinomio

Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los términos del segundo polinomio, teniendo en cuenta los signos y luego se reducen los términos semejantes [Baldor, 1980].

Nota. En lo posible redactar los polinomios ordenados en forma descendente para facilitar la reducción de términos semejantes por columnas.

Ejemplo 3

Sean los polinomios $P = 2x^3 - 3x^2 + 4x$ y $Q = 2x^2 + x - 3$. Encontrar $P \times Q$.

Solución. Usando columnas de TS, la operación se escribe así,

$$2x^3 - 3x^2 + 4x$$
$$2x^2 + x - 3$$



Producto de expresiones algebraicas

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Meta

Suma coeficientes fraccionarios

Producto de polinomios

División de

Métodos abreviados d división algebraica

Actividades
Actividad 3

Actividad 6 Actividad 7 Una vez ordenados los polinomios, se efectúa el producto y la RTS,

$$2x^{3}-3x^{2}+4x$$

$$2x^{2}+x-3$$

$$4x^{5}-6x^{4}+8x^{3}$$

$$2x^{4}-3x^{3}+4x^{2}$$

$$-6x^{3}+9x^{2}-12x$$

$$4x^{5}-4x^{4}-x^{3}+13x^{2}-12x$$

En el producto de polinomios también pueden intervenir varios factores polinomiales.



Las bases

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Met

Suma coeficient fraccionarios

polinomios

División de polinomios

Métodos abreviados de división algebraica

Actividades
Actividad 3
Actividad 4
Actividad 6
Actividad 7

- La operación tiene por objetivo hallar uno de los factores algebraicos de la multiplicación a partir del resultado de un producto [Baldor, 1980].
- Demanda mayores recursos cognitivos, pues en ella se usan "a la vez" las tres anteriores operaciones: +, -, \times .

Ley de los coeficientes

El coeficiente del cociente es el resultado de la división de los coeficiente del dividendo y divisor. Aquí aplica la división de números reales, mientras que la ley de signos es similar a la usada en el producto: $20 \div (-5) = -4$; $2.678 \div 1.3 = ?$; $(-3/5) \div (-20) = ?$.

Ley de los exponentes

Si se dividen bases iguales, la base permanece y los exponentes del numerador y denominador se restan [Guanajuato, 2021]. P. ej., $a^7 \div a^3 = a^{7-3} = a^4$



Las bases

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Met

Suma coeficiente fraccionarios

polinomios

División de polinomios

Métodos abreviados de división algebraica

Actividad
Actividad
Actividad
Actividad
Actividad

Algunas recomendaciones de la división algebraica:

- Es frecuente el uso de fraccionarios en lugar del símbolo ÷. Así, $a \div b \Rightarrow \frac{a}{b}$.
- El exponente puede ser negativo, en cuyo caso p. ej.: $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$. Si es cero, entonces $a^0 = 1$.
- Para la división entre polinomios, es indispensable la ordenación descendente de las expresiones.

La división es desarrollada:

- Entre monomios.
- 2 Entre un polinomio y un monomio.
- 3 Entre polinomios.

La División es usada como último recurso en los procesos de factorización.



División de expresiones algebraicas

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Met

Suma coeficient fraccionarios

División de

Métodos abreviados de división algebraica

Actividade Actividad 3 Actividad 4 División de dos monomios

Se dividen los coeficiente de cada monomio y luego las letras mediante la ley de los exponentes; para las letras se sugiere una ordenación alfabética [Baldor, 1980].

Ejemplo 1

Resolver cada división de monomios.

$$\frac{-18x^4y^5z^2}{2z^2y^3x^3}$$

$$0.0245b^{2.6}m^{1.25} \div 0.5m^{0.2}b^{1.8}$$
 (con procedimiento)

III Verificar
$$\left(-\frac{4x^2}{3a}\right) \div \left(-\frac{10x^4}{7a^3}\right) = \frac{14a^4}{15x^2}$$

Solución.

$$\int_{0}^{\infty} \frac{-18}{2} x^{4-3} y^{5-3} z^{2-2} = -9xy^2$$

$$0.0245b^{2.6}m^{1.25} \div 0.5m^{0.2}b^{1.8} = 0.049b^{0.8}m^{1.05}$$



División de expresiones algebraicas

Operaciones con expresiones algebraicas

MAT

Met

Suma coeficiente fraccionarios

División de

polinomios

Métodos abreviados de división algebraica

Actividade

Actividad

Actividad

Actividad

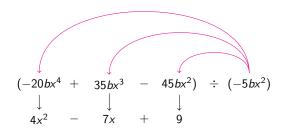
División polinomio entre monomio

Cada uno de los elementos del polinomio se divide por el monomio [Guanajuato, 2021]. El divisor es **distribuido** entre los términos del polinomio según la ley de signos.

Ejemplo 2

Dividir $-20bx^4 + 35bx^3 - 45bx^2$ entre $-5bx^2$.

Solución. Distribuyendo el divisor,





División de expresiones algebraicas

Operaciones con expresiones algebraicas

MAT

Meta

Suma coeficiente fraccionarios

polinomios

División de polinomios

Métodos abreviados de división algebraica

Actividad Actividad Actividad

Ejemplo 3

Resolver:

$$\frac{15x^4y^5 - 10x^3y^6}{-5x^2y^2}$$

Solución. Distribuyendo el divisor con su signo como fracción,

$$\frac{15x^4y^5}{-5x^2y^2} - \frac{10x^3y^6}{-5x^2y^2} = -3x^2y^3 + 2xy^4$$



Example 4

The volume of a Postal Box Retro can be represented by the expression $30x^3y + 10x^2y - 20xy$. The length of box is the expression 5x, while height can be represented by 2y. ¿Which is the other dimension? Solution. Obviously, Dividing!!!



División de expresiones algebraicas

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Meta

Suma coeficiente: fraccionarios

División de polinomios

Métodos abreviados de división

Actividades Actividad 3 Actividad 4

División polinomio entre polinomio

Los términos son ordenados en forma descendente y se divide el primer término del dividendo por el primer término del divisor; el cociente que se obtiene se multiplica por el divisor, el resultado se resta del dividendo y así sucesivamente, hasta obtener el residuo [Guanajuato, 2021].

Dividendo Divisor : Cociente Residuo

"...En teoría"

"...En la práctica"

Figura 1: Esquema del proceso de la división algebraica.



División de expresiones algebraicas

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Met

Suma coeficient fraccionarios

Producto de polinomios

División de polinomios

Métodos abreviados de división algebraica

Actividade Actividad 3 Actividad 4 Actividad 6 Actividad 7 Desarrollo de la división entre polinomios [Baldor, 1980],

- Si el polinomio es incompleto se dejan huecos en los lugares que correspondan.
- The varification of the variety of t
- Realizar la división entre el primer monomio del dividendo y el primer monomio del divisor.
- Multiplicar cada término del polinomio divisor por el resultado anterior y restarlo (cambiar signo) del polinomio dividendo.
- Volver hacer las mismas operaciones hasta hallar el residuo (polinomio de grado menor al divisor).
- $\overline{\mathbf{w}}$ Verificación: cociente \times divisor + residuo = dividendo.

En seguida un ejemplo (se requiere su concentración).



División de expresiones algebraicas

Operaciones cor expresiones algebraicas

WAI

Met

Suma coeficiente

Producto de polinomios

División de polinomios

Métodos abreviados de división algebraica

Actividades

Actividad Actividad

Actividad (

Ejemplo 5

Resolver la división de $x^3 + 4x^2 + 12$ entre x - 4.

cociente: $x^2 + 8x + 32$, residuo: 140.

Ejemplo 6

Hallar el residuo de la división de $2a^3 + 3a^2 - 5a + 7$ entre $a^2 - a + 1$.



Métodos abreviados de división algebraica

Algunos métodos

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Meta

Suma coeficient fraccionarios

División de polinomios

Métodos abreviados de división algebraica

Actividades
Actividad 3
Actividad 4
Actividad 6
Actividad 7

La división algebraica entre polinomios es posible abreviarla sin la escritura de las partes literales, pero conservando el mismo algoritmo de desarrollo (ver algoritmo de *División entre polinomios*). Son conocidos dos metodos para algunas situaciones particulares [Baldor, 1980].

Método de coeficiente separados

Apropiado cuando los polinomios tienen una sola letra, o por lo menos, que sean homogéneos si tienen dos letras. Requiere expresiones ordenadas y completas; si no está presente un término se pone cero. El procedimiento es similar a la *División entre polinomios*.

División sintética

Usado cuando el dividendo es un binomio de grado 1. Requiere expresiones ordenadas y completas; el dividendo consta del término sin letra del binomio con signo cambiado. Su procedimiento es muy simple [Baldor, 1980, p. 115].



Métodos abreviados de división algebraica

Algunos métodos

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Met

Suma coeficiente fraccionarios

fraccionarios

División d

Métodos abreviados de división algebraica

Activida

Activida

Actividad

Actividad

Ejemplo 7

Revisar el ejercicio (tomado de

https://www.algebra.jcbmat.com/id1134.htm).

2.
$$x^7 + x^6 - 11x^5 + 3x^4 - 13x^3 + 19x^2 - 56$$
 entre $x^3 - 2x^2 - 7$
Solución – Juan Beltrán:

$$x^7 + x^6 - 11x^5 + 3x^4 - 13x^3 + 19x^2 - 56 \div x^3 - 2x^2 - 7$$

1 1 -11 3 -13 19 0 -56 \[\begin{array}{c|c} 1 & -2 & 0 & -7 \\ -1 & 2 & 0 & 7 \end{array} \]

Respuesta:
$$x^7 + x^6 - 11x^5 + 3x^4 - 13x^3 + 19x^2 - 56 \div x^3 - 2x^2 - 7 = x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 8$$
.



Métodos abreviados de división algebraica

Algunos métodos

Operaciones co expresiones algebraicas

MAI

Meta

Suma coeficiente fraccionarios

División de

Métodos abreviados de división algebraica

A ativida

Actividad

Actividad

Ejemplo 8

Revisar el ejercicio (tomado de Lumen - module 9).

EXAMPLE: USING SYNTHETIC DIVISION TO DIVIDE A THIRD-DEGREE POLYNOMIAL

Use synthetic division to divide $4x^3 + 10x^2 - 6x - 20$ by x + 2.

Show Solution

The binomial divisor is x+2, so k=-2. Add each column, multiply the result by -2, and repeat until the last column is reached.

The result is $4x^2 + 2x - 10$. The remainder is 0. Thus, x + 2 is a factor of $4x^3 + 10x^2 - 6x - 20$

Actividad 3-a

Producto de polinomios

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Met

Suma coeficiente fraccionarios

División d

Métodos abreviados de división algebraica

Actividade

Actividad 3

Actividad 4

Actividad 6

Resolver:

a)
$$(8b) \cdot (-3b) \cdot (b^2)$$

$$(-m^2n) \cdot (-5m^2) \cdot (-5m^3n^4)$$

$$(-3.1m) \cdot (-2.8mn) \cdot (0.3mp) \cdot (-mq)$$

$$(-\frac{3}{5}x^2y) \cdot (-\frac{7}{3}xy^2) \cdot (-\frac{10}{3}x^3) \cdot (-\frac{9}{11}x^2y)$$

- 2 Multiplicar el monomio $-3a^2x^2$ por el polinomio
 - $\Box x^4 \triangle ax^3 + 9a^2x + \Box a^3$. Aquí \Box es su código de lista y \triangle es su código complementario de la lista.
- Multiplicar los polinomios usando el modo de columnas de TS (tener en cuenta el orden de la expresión).

$$(3w^2 - 5w)$$
 y $(-w + 4w^2 + 2w^3 + 2)$

$$(2-2p^2+p^4)$$
 y (p^2+3-2p)

Actividad 3-b

Producto de polinomios

Operaciones con expresiones algebraicas

MAT

Meta

Suma coeficientes fraccionarios

División o

Métodos abreviados d división algebraica

Actividade Actividad 3

Actividad 6

Resolver los productos de monomios:

$$(3x^3yz) \cdot (-9x^2y^2z) \cdot (2xyz^2)$$

$$(-\frac{1}{2}abc) \cdot (\frac{3}{4}a^2b^2c^2) \cdot (-\frac{8}{5}a^3b^3c^3)$$

$$(-0.5xny) \cdot (1.23x^3my^2)$$

$$(-\frac{4}{7}h^3k)\cdot (14h^2k^2f)\cdot (2.1fhk^3)$$

2 Resolver los productos de polinomios:

$$(2xy) \cdot (-2x + 3y - 5x^2y)$$

$$(1-2x) \cdot (1-2x+4x^2-8x^3+16x^4)$$

Hallar el factor(es) faltante en cada producto para que la operación sea correcta.

$$(3abc^3) \cdot (---) \cdot (7ac^4) \cdot (---) = -252a^2b^5c^{11}$$

$$(-5a^3 + 7abc - 2bc^3) \cdot (---) = 25a^4bc^4 - 35a^2b^2c^5 + 10ab^2c^7$$

$$(3x^2y) = 6x^5y + 12x^4y^3 - 3x^3y + 6x^2y$$



Actividad 4

División de polinomios

Operaciones co expresiones algebraicas

WAI

Meta

Suma coeficientes fraccionarios

División o

Métodos abreviados o división

Actividad 3
Actividad 4
Actividad 6

En esta actividad hacer <u>evidente</u> los procedimientos de la división donde sea requerida.

- 1 Resolver la división entre monomios:
 - $(986a^7b^6c^8) \div (-34b^6c^8)$
 - $(1.288 m^4 n^5 p) \div (-0.23 n^3 m^8 p)$
 - $(-\frac{75}{4}a^{25}z^{35}) \div (\frac{84}{3}a^{12}z^{22})$
- Resolver la división $21a^5b^2 + 14a^2b^3 7ab$ entre 7ab.
- Brando's father is building her a box in the backyard. The volume of box, in meters, can be represented by the polynomial $0.16x^3 + 16x^5 4x^7 + 12x^9$. If the length measure is the expression $\frac{8}{5}x$ and the height is $0.1x^2$,
 - i) Which is the width of the box?
 - Draw the box with the respective algebraic measures.



Actividad 6

División de polinomios

Operaciones con expresiones algebraicas

MAI

Meta

Suma coeficiente fraccionarios

División o

Métodos abreviados de división

Actividad 3 Actividad 4 Actividad 6 1 Tener los apuntes completos del desarrollo de la división entre polinomios, incluyendo ejemplos.

2 Hallar la división entre $6z^3 + 13z^2 + 13z + 4$ y 2z + 1.

Hallar el residuo de la división de $17y^3 + y^5 - 17 - y^2$ entre $y^3 - 1$. Realizar la verificación de la división.

Hallar el residuo de la división de $22 - 12w^3 + 18w^5 - 33w^2$ entre $3w^2 - 2$. Realizar la verificación de la división.

Nota: el orden y procedimientos serán evaluados en esta actividad.



Actividad 7

División abreviada de polinomios

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Meta

Suma coeficien fraccionarios

Producto d polinomios

División de polinomios

Métodos abreviados o división algebraica

Actividade

Actividad

Actividad

1 Dividir por coeficientes separados:
$$d^8 - 2d^6 - 50d^4 + 58d^2 - 15$$
 entre $d^4 + 6d^2 - 5$.

2 Dividir usando división sintética:

a)
$$(a^3 - 8a + 3) \div (a + 3)$$

$$(10y^4 + 5y^3 + 4y^2 - 9) \div (y+1)$$

$$(m^7-1)\div (m-1)$$

(
$$p^5 + 243$$
) ÷ ($p + 3$)



Referencias I

Operaciones co expresiones algebraicas

MAT

Met

Suma coeficient fraccionarios

Producto de polinomios

División de polinomios

Métodos abreviados o división algebraica

Actividades

Actividad 4

Actividad 6

Baldor, A. (1980).

Álgebra.

Ediciones y Distribuciones CODICE S.A., Madrid, España.



Guanajuato, U. (2021).

Unidad 1: Operaciones con números reales, complejos y expresiones algebraicas.

https://nodo.ugto.mx/wp-content/uploads/2017/03/ Unidad-1-Operacion-con-Numeros-Reales-Complejos-y-Expr pdf.

Curso Matemáticas (Homologación). Consultado Jul 2022.