



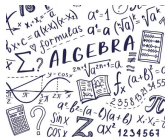
Operaciones con expresiones algebraicas

Algoritmos de las Operaciones

Matemáticas

Grado 8

2022





Contenidos

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

- 1 Introducción
- 2 Metas
- 3 Suma de Polinomios
- 4 Resta de Polinomios
- 5 Suma coeficientes fraccionarios
- 6 Producto de polinomios
- 7 Actividades
 - Actividad 26
 - Actividad 27
 - Actividad 28
 - Actividad 30

Uso de los Polinomios: pa que sirven!

El átomo y la forma de la distribución electrónica

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

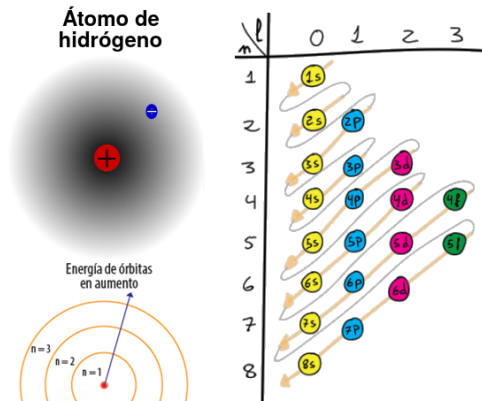
Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30



- La distribución electrónica permite ordenar la energía del e^- según la órbita.
- La concepción de orbitas planetarias es... anticuada.
- Por tanto, ¿donde esta el e^- ?

Figura 1: La energía del e^- depende de la órbita.

Uso de los Polinomios: pa que sirven!

El átomo y la forma de la distribución electrónica

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

Hay que precisar la pregunta *¿donde esta el e^- ?*:

- ¿Qué tan distante se encuentra el e^- respecto al núcleo?
- ¿Cómo se puede ubicar el e^- ?

Modelos atómicos actuales responden la preguntas usando la concepción moderna de nubes electrónicas [Sánchez, 2012].

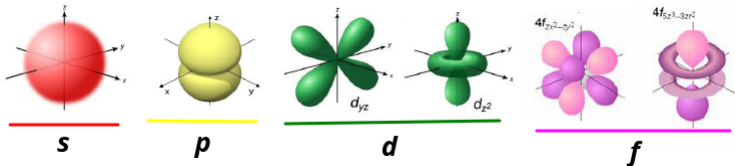


Figura 2: De acuerdo a la distribución electrónica, por cada letra **s**, **p**, **d**, **f** se asocia con una nube donde es posible hallar el e^- .

Uso de los Polinomios: pa que sirven!

El átomo y la forma de la distribución electrónica

Y las nubes. . . ¿Como se construyen?

- Usando una familia de polinomios denominados *Polinomios de Legendre* [Wikipedia, 2022].
- Un buen software de elaboración de gráficos.
- **Operaciones de suma y producto de polinomios!**



$$\begin{aligned}P_1^1(x) &= (1-x^2)^{1/2} \\P_2^1(x) &= 3x(1-x^2)^{1/2} \\P_3^1(x) &= \frac{3}{2}(5x^2-1)(1-x^2)^{1/2} \\P_2^2(x) &= 3(1-x^2) \\P_3^2(x) &= 15x(1-x^2) \\P_3^3(x) &= 15(1-x^2)^{3/2}\end{aligned}$$

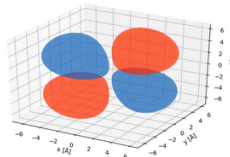
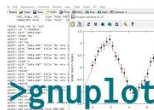


Figura 3: Adrien-Marie Legendre (1752-1833) y algunos de sus polinomios usados en la moderna descripción de órbitas electrónicas.

Metas de la temática

Operaciones algebraicas

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

Propósitos

- Comprender y aplicar los algoritmos de las las operaciones algebraicas.
- Realizar apropiadamente las operaciones algebraicas.

Desempeños

- Reconoce la utilidad de las operaciones con expresiones algebraicas.
- Conoce y aplica correctamente los algoritmos de las operaciones algebraicas para resolver problemas de situaciones particulares.



Suma de Polinomios

Sus algoritmos

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

- Consta en agregar dos o mas expresiones algebraicas para obtener una sola expresión [[Baldor, 1980](#)].
- **Regla.** Para sumar 2 o más expresiones algebraicas se escriben con sus propios signos y se reducen los términos semejantes (TS) [[Guanajuato, 2021](#)].

Algoritmo de selección de TS

Los términos semejantes entre los polinomios se seleccionan y se reducen.

Algoritmo de columnas de TS

Los polinomios se encuentran ordenados según su grado y los términos semejantes son ubicados por columnas para luego reducirlos numéricamente.

Suma de Polinomios

Ejemplos

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

Ejemplo 1

Sumar los polinomios $5x^2 - 4xy + 7y^2$, $-y^2 - 4x^2 + 4xy$ y $-9x^2 - 6y^2 + 8xy$.

Solución. Usando el algoritmo de selección TS,

$$\begin{aligned} & (5x^2 - 4xy + 7y^2) + \\ & (-y^2 - 4x^2 + 4xy) + \\ & (-9x^2 - 6y^2 + 8xy) \\ & = -13x^2 + 0y^2 + 8xy \end{aligned}$$

Suma de Polinomios

Ejemplos

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

Ejemplo 2

Sumar los polinomios $8y^4 - 8y^2 + 1$, $4y^2 - 1$ y $6y^2 - 4y + 1$.

Solución. Usando el algoritmo de columnas TS,

$$\begin{array}{r} 8y^4 - 8y^2 + 1 \\ + 4y^2 - 1 \\ 6y^2 - 4y + 1 \\ \hline 8y^4 + 2y^2 - 4y + 1 \end{array}$$



Resta de Polinomios

Su algoritmo

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

- Consta en hallar uno de los sumandos (diferencia) de la suma (minuendo) a partir de uno ellos (sustraendo) [**Baldor, 1980**].
- En modo simple, consiste en sumar el opuesto del sustraendo [**Guanajuato, 2021**].
- **Regla.** El minuendo se opera con el sustraendo, el cual se escribe con los signos cambiados, luego se reducen los términos semejantes.
- *Prueba de la resta.* La diferencia hallada, sumada con el sustraendo (original) debe resultar el minuendo.

Resta de Polinomios

Ejemplo

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

Ejemplo 1

Restar el polinomio $8z^4 - 8z^2 + 1$ de $6z^2 - 4z + 1$.

Solución. Usando el algoritmo de columnas TS teniendo en cuenta que al segundo polinomio (minuyendo) se le cambia el signo.

$$\begin{array}{r} \text{Resta,} \\ 8z^4 - \quad 8z^2 \quad \quad + 1 \\ - \quad 6z^2 + 4z - 1 \\ \hline 8z^4 - 14z^2 + 4z + 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Prueba,} \\ 8z^4 - 14z^2 + 4z \\ + \quad 6z^2 - 4z + 1 \\ \hline 8z^4 - 8z^2 + 1 \end{array}$$

Suma de polinomios coeficientes fraccionarios

Método

En estas situaciones se recomienda:

- I) Usar el método de selección por columnas.
- II) Por aparte, extraer los coeficientes y realizar operaciones con fracciones.
- III) Escribir el resultado final.

Ejemplo 1

Resolver la suma de polinomios:

$$\begin{aligned} &\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 \\ &-\frac{2}{5}xy + \frac{1}{6}y^2 \\ &\frac{1}{10}xy + \frac{1}{3}y^2 \end{aligned}$$

Suma de polinomios coeficientes fraccionarios

Usando el método

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

Solución. Siguiendo el método,

$$\begin{array}{r} \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2 \\ + \frac{1}{6}y^2 - \frac{2}{5}xy \\ + \frac{1}{3}y^2 + \frac{1}{10}xy \\ \hline \frac{3}{2}x^2 + 0 - \frac{3}{10}xy \end{array}$$

■ Términos y^2 ,

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = -\frac{3}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = 0$$

$$\text{mcm}(2, 6, 3) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 6 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

■ Términos xy ,

$$\begin{aligned} -\frac{2}{5} + \frac{1}{10} &= \frac{-2 \cdot 10 + 5 \cdot 1}{5 \cdot 10} \\ &= \frac{-20 + 5}{50} = -\frac{15}{50} = -\frac{3}{10} \end{aligned}$$

Producto de polinomios

Los fundamentos

- Su objetivo es operar dos o más expresiones algebraicas llamadas *factores* para obtener un resultado llamado *producto*, siguiendo el producto de números reales y producto de potencias [Baldor, 1980].
- El resultado de esta operación (puede) origina una expresión algebraica de grado mayor a los factores.

Ley de los coeficientes

El producto de la parte numérica de una expresión algebraica obedece al producto de números reales con su respectivo signo (ley de signos). P. ej., $(-3) \cdot (2) \cdot (-4) = 24$.

Ley de los exponentes

Cuando se multiplican bases iguales, la base permanece y los exponentes se suman [Guanajuato, 2021]. P. ej.,
 $a^2 \cdot a^3 \cdot a = a^{2+3+1} = a^6$.

Producto de polinomios

Producto de expresiones algebraicas

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

Producto de monomios

Se multiplican los coeficientes y las letras se multiplican de acuerdo a la ley de exponentes [Baldor, 1980].

Ejemplo 1

Resolver los productos de monomios,

- 1 $2x^2$ por $-5x$.
- 2 $5a^3$ por $7z^4$.
- 3 $\frac{1}{2}b^3$ por $-\frac{2}{3}w^2b$ por $\frac{3}{5}w^4c$.

Solución.

- 1 $(2x^2) \cdot (-5x) = (2) \cdot (-5)x^{2+1} = -10x^3$.
- 2 $(5a^3) \cdot (7z^4) = (5) \cdot (7)a^3z^4 = 35a^3z^4$.
- 3 $(\frac{1}{2}) \cdot (-\frac{2}{3}) \cdot (\frac{3}{5})b^{3+1}w^{2+4}c = -\frac{6}{30}b^4w^6c$.

Producto de polinomios

Producto de expresiones algebraicas

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

Producto de un monomio por un polinomio

Se multiplica el monomio por todos y cada uno de los monomios que forman el polinomio, teniendo en cuenta la regla de los signos así como su escritura [Baldor, 1980].

Ejemplo 2

Multiplicar $-5bx^2$ por $4x^2 - 7x + 9$.

Solución. Dos esquemas del producto de polinomios:

$$\begin{array}{ccccccc} -5bx^2 & (4x^2 & - & 7x & + & 9) \\ & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ & -20bx^4 & + & 35bx^3 & - & 45bx^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 7x + 9 \\ - 5bx^2 \\ \hline -20bx^4 + 35bx^3 - 45bx^2 \end{array}$$

Producto de polinomios

Producto de expresiones algebraicas

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

Producto de un polinomio por un polinomio

Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los términos del segundo polinomio, teniendo en cuenta los signos y **luego se reducen los términos semejantes [Baldor, 1980]**.

Nota. En lo posible redactar los polinomios ordenados en forma descendente para facilitar la reducción de términos semejantes por columnas.

Ejemplo 3

Sean los polinomios $P = 2x^3 - 3x^2 + 4x$ y $Q = 2x^2 + x - 3$.
Encontrar $P \times Q$.

Solución. Usando columnas de TS, la operación se escribe así,

$$2x^3 - 3x^2 + 4x$$

$$\underline{2x^2 + x - 3}$$

Producto de polinomios

Producto de expresiones algebraicas

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

Una vez ordenados los polinomios, se efectúa el producto y la RTS,

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x \\ 2x^2 + x - 3 \\ \hline 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 \\ 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 \\ - 6x^3 + 9x^2 - 12x \\ \hline 4x^5 - 4x^4 - x^3 + 13x^2 - 12x \end{array}$$

En el producto de polinomios también pueden intervenir varios factores polinomiales. ■

Actividad 26

Introducción operaciones algebraicas

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

- 1 De acuerdo a la exposición, elabore texto breve y un diagrama sobre su *concepción del átomo*.
- 2 La configuración electrónica de un átomo, esto es, la secuencia $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 \dots$ pretende responder algunas preguntas sobre la posición del electrón respecto al núcleo. Enunciar por los menos 2 de esas preguntas.
- 3 Elabore o represente el esquema de la nube electrónica para orbitales s , p , d y f (sí recuerda!).
- 4 Los 6 primeros polinomios de Legendre son:

$$\begin{aligned} P_1 &= x & P_4 &= 35x^4 - 30x^2 + 3 \\ P_2 &= 3x^2 - 1 & P_5 &= 63x^5 - 70x^3 + 15x \\ P_3 &= 5x^3 - 3x & P_6 &= 231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5 \end{aligned}$$

Encontrar el valor numérico de cada uno cuando $x = 0, 1$.

Actividad 27

Suma/Resta de polinomios

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

- 1 Resolver la suma de polinomios,

$$\begin{aligned} 4m - \square m^2 + 4m^3 + \square m^4 + 2 + m^5, \\ 8m - 3m^2 + \square m^3 - 5m^5, \\ -15m^2 - 8m^4 + \square m^3 \end{aligned}$$

\square corresponde la código de la lista.

- 2 Resolver la suma de polinomios,

$$\begin{aligned} 0.1a + 0.2a^3 - 0.2 + 0.4a^2, \\ 0.5a^3 + 0.4a - 0.2a^2 - 2.1, \\ 0.1a - 0.1a^2 - 0.1a^3 \end{aligned}$$

- 3 De $h^5 - 9h^3 + 6h^2 - 20$ restar $-11h^4 + 31h^3 - h^2 - h$. Realizar la prueba de la resta.

Actividad 28

Suma polinomios coeficientes fraccionarios

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

1 Resolver

$$x^4 - x^2 + 5$$

$$\frac{2}{9}x^3 - \frac{3}{8}x - 3$$

$$- \frac{3}{5}x^4 + \frac{5}{9}x^3 - \frac{3}{9}x$$

2 Resolver

$$x^4 + x^2y^2 + \frac{2}{7}y^4$$

$$- \frac{5}{6}x^4 + \frac{3}{7}x^2y^2 - \frac{1}{6}xy^3 - \frac{1}{3}y^4$$

$$- \frac{5}{6}x^3y - \frac{1}{4}x^2y^2 + \frac{1}{7}y^4$$

Actividad 30

Producto de polinomios

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

1 Resolver:

a) $(8b) \cdot (-3b) \cdot (b^2)$

b) $(-m^2n) \cdot (-5m^2) \cdot (-5m^3n^4)$

c) $(-3.1m) \cdot (-2.8mn) \cdot (0.3mp) \cdot (-mq)$

d) $(-\frac{3}{5}x^2y) \cdot (-\frac{7}{3}xy^2) \cdot (-\frac{10}{3}x^3) \cdot (-\frac{9}{11}x^2y)$

2 Multiplicar el monomio $-3a^2x^2$ por el polinomio

$\square x^4 - \triangle ax^3 + 9a^2x + \square a^3$. Aquí \square es su código de lista y \triangle es su código complementario de la lista.

3 Resolver el producto usando ordenación descendente por columnas, multiplicando $1.2a^2 - 6.4a^4 + 10.5a^3 + 7.5a + 5$ con $\star a^5$. Aquí \star es el código de la lista dividido en 10.

Actividad 30

Producto de polinomios

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30

4 Multiplicar los polinomios $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y$ y $5x - \frac{2}{5}y$.

5 Multiplicar los polinomios:

$$5h^3 - 3h^2 + 4h + 2,$$

$$\square h^2 - \triangle h - 1$$

Aquí \square es su código de lista y \triangle es su código complementario de la lista.

Referencias I

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30



Baldor, A. (1980).

Álgebra.

Ediciones y Distribuciones CODICE S.A., Madrid, España.



Guanajuato, U. (2021).

Unidad 1: Operaciones con números reales, complejos y expresiones algebraicas.

<https://nodo.ugto.mx/wp-content/uploads/2017/03/Unidad-1-Operacion-con-Numeros-Reales-Complejos-y-Expresiones-Algebraicas.pdf>.

Curso Matemáticas (Homologación). Consultado Jul 2022.



Sánchez, J. (2012).

El físico loco: configuración electrónica.

<http://elfisicoloco.blogspot.com/2012/11/configuracion-electronica.html>.

Consultado Sep 2022.

Referencias II

Operaciones con
expresiones
algebraicas

MAT G8

Introducción

Metas

Suma de
Polinomios

Resta de
Polinomios

Suma coeficientes
fraccionarios

Producto de
polinomios

Actividades

Actividad 26

Actividad 27

Actividad 28

Actividad 30



Wikipedia (2022).
Polinomios de legendre.

https://es.wikipedia.org/wiki/Polinomios_de_Legendre.
Consultado Sep 2022.