

Teoría de Números Naturales

Relaciones entre números naturales y sus aplicaciones

Matemáticas

Grado 6

2022

Contenido

① Metas

② Conceptos básicos

③ Criterios de divisibilidad

④ Actividades

Metas

Propósito

Establecer conjeturas sobre las propiedades y relaciones entre los números naturales, como aplicación intensiva del producto y división de números naturales.

Desempeño

Justifico los procedimientos propios de la teoría de números utilizando las propiedades y relaciones entre los números naturales en la resolución de situaciones particulares.

Múltiplos y Divisores

Conceptos básicos

Múltiplos

Se dice que un número es múltiplo de otro si lo contiene un número entero de veces.

Ejemplo. Los múltiplos de 7 son $\{0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, \dots\}$

Divisores

Un número a es divisor de un número b si la división de b entre a es exacta, esto es, *residuo cero*.

Ejemplo. Los divisores de 60 son $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$; son 12.

Los números naturales

Conceptos básicos

Algunos hechos notables de este conjunto:

- El “0” es múltiplo de todos los naturales.
- El “1” es divisor de todos los naturales.
- El conjunto de los **múltiplos** de un número natural es *infinito*.
- El conjunto de los **divisores** de un número natural es *finito*.

Conformación de los números naturales:

Número unitario. El único natural con un solo divisor: el “1”.

Número primo. El natural con exactamente dos divisores.

Número compuesto. El natural con más dos divisores.

Por tanto,

$$\mathbb{N} = \{0,1\} \cup \{\text{Números primos}\} \cup \{\text{Números compuestos}\}$$

Obtención de números primos

Conceptos básicos

La criba de Eratóstenes

Es un procedimiento propuesto por el matemático griego Eratóstenes (siglo III a.e.c.) para obtener los números primos entre 1 y 100 [?].

El procedimiento consiste en:

- Escribir los números en un arreglo 10×10 .
- Tachar el 1, puesto que no es primo.
- Buscar y tachar los múltiplos de 2, 3, 5 y 7 exceptuando el 2, 3, 5 y 7.



Figura: Eratóstenes de Cirene.

Criterios de divisibilidad

Divisores de un número

Una situación

¿Puedes repartir 75 dulces *equitativamente* entre 2 amigos? ¿entre 3 amigos? ¿entre 7 amigos?



Estrategia de solución: hallar los divisores de 75!

El concepto de división exacta permite conocer si un número es *divisible* por otro. Sin embargo, se requieren estrategias o criterios que permitan agilizar este proceso. Los *criterios de divisibilidad* sirven para:

- Descomponer números compuestos en números primos.
- Saber rápidamente si un número es divisible entre los principales números primos (2, 3, 5, 7 y 11).
- Reparticiones equitativas.

Criterios de divisibilidad

¿Cuándo un número es divisible por...?

Criterios más comunes

Número	Criterio divisibilidad	Ejemplo
2	Cuando el número termina en cifra par o cero.	478
3	Cuando la suma de sus cifras es un múltiplo de 3.	$492 \rightarrow 4+9+2=15$
5	Cuando la última cifra es cero o cinco.	2745

Criterios de divisibilidad

¿Cuándo un número es divisible por...?

Criterios más comunes

Número	Criterio divisibilidad	Ejemplo
7	Cuando al separar la última cifra de la derecha, multiplicarla por 2 y restar las cifras restantes el resultado es cero o un múltiplo de 7. Hay que repetir hasta quedar una cifra o múltiplo de 7.	$504 \rightarrow 50 - 2 \cdot 4 = 50 - 8 = 42$ $2415 \rightarrow \dots$

Criterios de divisibilidad

¿Cuándo un número es divisible por...?

Criterios más comunes

Número	Criterio divisibilidad	Ejemplo
11	Cuando se suman las cifras impares de un lado y las pares del otro; luego se resta el resultado de ambas sumas: si el resultado es cero o múltiplo de 11.	$360360 \rightarrow 360360$ $3+0+6=9$; $6+3+0=9$ $9-9=0$ $44825 \rightarrow$

Actividad 18

Múltiplos y Divisores

- 1 ¿Cuáles de los siguientes números son múltiplos de 6?
 $\{33, 54, 9, 88, 68, 6, 89, 53, 73, 77, 42, 3\}$
- 2 Busca los divisores de 36.
- 3 ¿Cuáles de los siguientes números son divisores de 48?
 $\{4, 7, 6, 35, 10, 8, 24, 1, 3, 17, 21, 12\}$
- 4 ¿El número 74652, es divisible por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11?

Actividad 19

Números primos

- 1 Determinar todos los números primos entre 1 y 100 por el procedimiento de Eratóstenes.
- 2 Hallar 5 parejas de *números primos gemelos*, o sea, dos números primos que se diferencian en dos unidades. Escribir la resta.
- 3 Hallar 10 *números semiprimos*, o sea, números compuestos que son el producto de dos números primos. Escribir el número y los factores del producto, esto es, $n = p \times q$.

Actividad 20

Criterios de divisibilidad

- 1 En la siguiente lista de números hallar aquellos divisibles por 7: 343, 642, 1724, 8452, 23901, 9318.
- 2 De los siguientes números: 111, 3113, 27172, 27170, 32359, 10011, ¿cuáles son divisibles por 11?
- 3 Hay 48 personas que van a participar en eventos deportivos. Los equipos deben tener igual número de jugadores. ¿Cuántos jugadores puede haber en cada uno de los equipos?
- 4 Ana tiene que arreglar 36 sillas rojas y 42 azules en una sala de conferencias. ¿Cuál es el mayor número de sillas que debe colocar en cada fila si quiere colocar el mismo número en cada una de ellas?

Referencias I