

1. Вася составляет 5-буквенные слова, в которых есть только буквы С, Л, О, Н, причём буква С используется в каждом слове ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?
2. Вася составляет 5-буквенные коды из букв М, А, Н, О, К. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом код не может начинаться с буквы О и не может содержать сочетания АО. Сколько различных кодов может составить Вася?
3. (А. Куканова) Вероника составляет слова, меняя местами буквы в слове КЛАБХАУС так, что любые две соседние буквы различны между собой. Сколько слов, включая исходное, может составить Вероника?
4. Из букв слова Р А З М А Х составляются 6-буквенные последовательности. Сколько можно составить различных последовательностей, если известно, что в каждой из них содержится не менее 3 согласных?
5. Петя составляет 6-буквенные слова из букв К, О, М, Е, Т, А. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом нельзя ставить подряд две гласные или две согласные. Сколько различных кодов может составить Петя?
6. (С.С. Поляков) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
    заменить (111, 2)
    заменить (222, 3)
    заменить (333, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой программы к строке вида 1...13...3 (2019 единиц и 2019 троек)?

7. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w, вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось(15)
    заменить (15, 8)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Исходная строка содержит 15 пятёрок и некоторое количество единиц, других цифр нет, точный порядок расположения пятёрок и единиц неизвестен. После выполнения программы получилась строка с суммой цифр 105. Какое наименьшее количество единиц могло быть в исходной строке?

8. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w, вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 101 единицы?

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
    заменить (111, 22)
    заменить (222, 11)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

9. (А.А. Имаев) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```

НАЧАЛО
ПОКА нашлось (8887) ИЛИ нашлось (77)
  ЕСЛИ нашлось (8887)
    ТО заменить (8887, 8)
    ИНАЧЕ заменить (77, 8)
  КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ

```

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 120 идущих подряд цифр 7?

**10.** Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки символов.

1. заменить ( $v, w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ . Если цепочки  $v$  в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```

НАЧАЛО
ПОКА нашлось (222) ИЛИ нашлось (6666)
  ЕСЛИ нашлось (222)
    ТО заменить (222, 6)
    ИНАЧЕ заменить (6666, 2)
  КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ

```

Какая строка получится в результате применения приведённой выше программы к строке, состоящей из 282 идущих подряд цифр 6? В ответе запишите полученную строку.

**11.** (А.М. Кабанов) Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(x^2 - 3x + 2 > 0) \vee (y > x^2 + 7) \vee (xy < A)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

**12.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 60]$  и  $Q = [15, 30]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(\neg(x \in Q) \vee (x \in P)) \wedge (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых  $x$ .

**13.** (А.М. Кабанов) Для какого наибольшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(x^2 - 11x + 28 > 0) \vee (y^2 - 9y + 14 > 0) \vee (x^2 + y^2 > A)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных  $x$  и  $y$ ?

**14.** (В.Н. Шубинкин) Обозначим через ДЕЛ( $n, m$ ) утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$((\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 36)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 324)) \wedge (A > 100)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

**15.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 30]$  и  $Q = [12, 24]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых  $x$ .

**16.** (Д.Ф. Муфаззалов) Определите количество различных значений  $n$  таких, что  $n$  и  $m$  – натуральные числа, а значение  $F(n, m)$  равно числу 30.

Паскаль	Python	C++
function F(n, m:		int F(int n, int m)
integer): integer;	def F(n,m):	{
begin	if m == 0:	if( m == 0 )
if m == 0 then	d = 0	return 0;
F := 0	else:	else
else	d = n + F(n,m-1)	return n+F(n,m-1);
F := n + F(n,m-1)	return d	}
end;		

**17.** (Е. Джобс) Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 5$  при  $n = 0$ ,  
 $F(n) = 3 \cdot F(n-4)$ , если  $n$  положительное,  
 $F(n) = F(n+3)$ , если  $n$  отрицательное.

Чему равно значение  $F(43)$ ?

18. (Е. Джобс) Алгоритмы вычисления функций  $F(n)$  и  $G(n)$  заданы следующими соотношениями ( $//$  – операция деления нацело):

$F(n) = n$ , при  $n < 50$ ,  
 $F(n) = 2 \cdot G(50 - n // 2)$ , при  $n > 49$ ,  
 $G(n) = 10$ , при  $n > 40$ ,  
 $G(n) = 30 + F(n + 600 // n)$ , при  $n < 41$ .

Чему равно значение  $F(80)$ ?

19. (Д.Ф. Муфаззалов) Определите наименьшее значение  $n$  такое, что последнее выведенное число при вызове  $F(n)$  будет больше числа 32. Запишите в ответе сначала найденное значение  $n$ , а затем через пробел – соответствующее значение  $F(n)$ .

Паскаль	Python	C++
function F(n: integer): integer; var d:integer; begin writeln(N); if n > 0 then begin d := n mod 10 + F(n div 10); writeln(d); F := d end else F := 0; end;	def F(n): print(n) if n > 0: d = n%10 + F(n//10) print(d) return d else: return 0	int F(int n) { cout << n << endl; if (n){ int d = n % 10 + F(n/10); cout << d << endl; return d; } else return 0; }

20. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 3$  при  $n \leq 1$   
 $F(n) = F(n-1) + 2 \cdot F(n-2) - 5$ , если  $n > 1$

Чему равно значение функции  $F(22)$ ?

21. (П. Финкель) В файле [17-202.txt](#) содержится последовательность целых чисел, которые принимают значения от -10000 до 10000 включительно. Тройка идущих подряд чисел последовательности называется уникальной, если только второе из них является положительным трёхзначным числом, заканчивающимся на 12. Определите количество уникальных троек чисел, а затем – максимальную из всех сумм таких троек.

22. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые удовлетворяют следующим условиям:

- кратны 3, но не кратны 9;
- последняя цифра не менее 4.

Найдите количество таких чисел и целую часть их среднего арифметического.

23. (А. Кабанов) В файле [17-3.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество троек элементов последовательности, в которых произведение кратно 7, а сумма оканчивается на 5, затем максимальную из сумм элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.

24. В файле [17-243.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар чисел, в которых хотя бы один из двух элементов больше, чем наибольшее из всех чисел в файле, делящихся на 171, и хотя бы один элемент из двух содержит стоящие рядом две цифры 1. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – минимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

25. (Е. Джобс) В файле [17-272.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Подходящей считается пара, в которой хотя бы один элемент больше среднего арифметического всех положительных элементов последовательности. Запишите в ответе количество подходящих пар, а затем максимальную сумму цифр одного элемента в подходящих парах. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

Например, рассмотрим последовательность из шести элементов: 12; 18; 3; -15; 11; 16. Среднее арифметическое всех положительных элементов последовательности равно 12. Следовательно, подходит 3 пары: (12; 18), (18; 3) и (11; 16). Суммы цифр у элементов: 3 (1+2), 9 (1+8), 3, 2 (1+1), 7 (1+6). Ответ: 3 9.