

1 Алгоритм вычисления значений функций $F(n)$ и $G(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1; \quad G(1) = 1;$$

$$F(n) = F(n-1) - n \cdot G(n-1), \quad \text{при } n \geq 2$$

$$G(n) = F(n-1) + 2 \cdot G(n-1), \quad \text{при } n \geq 2$$

Чему равно значение величины $G(18)$?

2 (А. Куканова) Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1, \quad \text{если } n = 1$$

$$F(n) = (3 \cdot n + 5) \cdot F(n - 1), \quad \text{если } n > 1.$$

Чему равно значение выражения $F(2073) / F(2070)$

3 (Д.Ф. Муфаззалов) Определите наименьшее значение n такое, что последнее выведенное число при вызове $F(n)$ будет больше числа 32. Запишите в ответе сначала найденное значение n , а затем через пробел – соответствующее значение $F(n)$.

Паскаль	Python	C++
<pre>function F(n: integer): integer; var d:integer; begin writeln(N); if n > 0 then begin d := n mod 10+ F(n div 10); writeln(d); F := d end else F:= 0; end;</pre>	<pre>def F(n): print(n) if n > 0: d = n%10 + F(n//10) print(d) return d else: return 0</pre>	<pre>int F(int n) { cout << n << endl; if (n){ int d = n % 10 + F(n/10); cout << d << endl; return d; } else return 0; }</pre>

4 Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \cdot n - 5, \quad \text{при } n > 15$$

$$F(n) = n \cdot F(n+2) + n + F(n+3), \quad \text{при } n \leq 15$$

Определите сумму цифр значения $F(1)$.

5 Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(0) = 0$$

$$F(n) = F(n/2) + 3, \quad \text{при чётном } n > 0$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n - 1) + 1, \quad \text{при нечётном } n > 0$$

Сколько различных значений может принимать функция $F(n)$ при n , принадлежащих отрезку $[1; 1000]$?

6 Определите наименьшее значение n , при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове $F(n)$, будет больше 5000000. Запишите в ответе сначала найденное значение n , а затем через пробел – соответствующую сумму выведенных чисел.

Паскаль	Python	C++
<pre>procedure F(n: integer); begin writeln(2*n+1); if n > 1 then begin writeln(3*n-8); F(n-1); F(n-4); end; end;</pre>	<pre>def F(n): print(2*n+1) if n > 1: print(3*n-8) F(n-1) F(n-4)</pre>	<pre>void F(int n) { cout << 2*n+1 << endl; if(n > 1) { cout << 3*n-8 << endl; F(n-1); F(n-4); } }</pre>

7 Ниже записаны две рекурсивные функции (процедуры): F и G . Чему будет равно значение, вычисленное при выполнении вызова $F(6)$?

Паскаль	Python	Си
<pre>function F(n: integer): integer; begin if n > 2 then F := F(n-1) + G(n-2) else F := n; end; function G(n: integer): integer; begin if n > 2 then G := G(n-1) + F(n-2) else G := n+1; end;</pre>	<pre>def F(n): if n > 2: return F(n-1) + G(n-2) else: return n def G(n): if n > 2: return G(n-1) + F(n-2) else: return n+1</pre>	<pre>int F(int n) { if (n > 2) return F(n-1) + G(n-2); else return n; } int G(int n) { if (n > 2) return G(n-1) + F(n-2); else return n+1; }</pre>

8 (ЕГЭ-2022) Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 2$, если $n < 3$

$F(n) = 2 \cdot F(n - 2) - F(n - 1) + 2$, если $n > 2$ и число n чётное,

$F(n) = 2 \cdot F(n - 1) - F(n - 2) - 2$, если $n > 2$ и число n нечётное.

Определите значение $F(17)$.

9 Определите наименьшее значение n , при котором сумма чисел, которые будут выведены при вызове $F(n)$, будет больше 3200000. Запишите в ответе сначала найденное значение n , а затем через пробел – соответствующую сумму выведенных чисел.

Паскаль	Python	C++
<pre>procedure F(n: integer); begin writeln(n-5); if n > 1 then begin writeln(n+8); F(n-2); F(n-3); end; end;</pre>	<pre>def F(n): print(n-5) if n > 1: print(n+8) F(n-2) F(n-3)</pre>	<pre>void F(int n) { cout << n-5 << endl; if(n > 1) { cout << n+8 << endl; F(n-2); F(n-3); } }</pre>

10 Функция $F(n)$, где n – натуральное число, задана следующим образом:

Паскаль	Python	Си
<pre>function F(n: integer): integer; begin if n < 5 then F := F(3*n) + F(n + 3) + F(n + 1) else F := n div 2; end;</pre>	<pre>def F(n): if n < 5: return F(3*n) + \ F(n + 3) + \ F(n + 1) else: return n // 2</pre>	<pre>int F(int n) { if (n < 5) return F(3*n) + F(n + 3) + F(n + 1); else return n / 2; }</pre>

Чему будет равно значение, вычисленное алгоритмом при выполнении вызова $F(2)$?

11 Дана последовательность вещественных чисел. Из неё необходимо выбрать несколько подряд идущих чисел так, чтобы каждое следующее число было меньше предыдущего. Определите, какую максимальную сумму могут иметь выбранные числа. В ответе запишите целую часть полученной максимальной суммы.

Например, для входных данных

3,3 5,2 5,9 1,3 1,7 4,5

максимально возможная сумма равна 7,2, в ответе надо записать число 7.

Исходные данные записаны в виде столбца электронной таблицы в файле [18-16.xls](#).

12 (М. Коротков, г. Челябинск) Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 20$). Исполнитель Пассажир на Самокатике перемещается из левой нижней клетки в правую верхнюю, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вверх. По команде вправо он перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вверх – в соседнюю верхнюю. При попытке выхода за границу квадрата Самокатик разваливается на части и прекращает движение. В каждой клетке квадрата записано целое число в диапазоне от -100 до 100. Самокатик –

электрический; начальный уровень заряда его батареи указан в левой нижней клетке квадрата. При посещении очередной клетки уровень заряда батареи Самокатика изменяется на указанное в ней значение, но не может стать меньше 0 или больше 100. Это также относится к конечной клетке маршрута. Всякий раз, когда уровень заряда батареи Самокатика опускается до нуля, Пассажир спешивается и тащит его на себе.

Определите максимально возможный уровень заряда батареи Самокатика в конечной клетке, если Пассажир у на протяжении всего маршрута:

А) запрещено спешиваться;

В) разрешено спешиваться.

Исходные данные для Робота записаны в файле [18-108.xls](#) в виде прямоугольной таблицы, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата. В ответе запишите сначала ответ на вопрос А, затем – ответ на вопрос В.

13 Дана последовательность вещественных чисел. Из неё необходимо выбрать несколько подряд идущих чисел так, чтобы каждое следующее число отличалось от предыдущего **не менее** чем на 8. Какую максимальную сумму могут иметь выбранные числа? В ответе запишите только целую часть максимально возможной суммы. Исходные данные записаны в виде столбца электронной таблицы в файле [18-77.xls](#).

14 Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 20$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из трёх команд: **вправо**, **вниз** или **вправо-вниз**. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вниз – в соседнюю нижнюю, а по команде вправо-вниз – на одну клетку вправо и вниз по диагонали. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата записана величина вознаграждения от 1 до 100. Попад в клетку после хода вправо или вниз, Робот получает указанное в ней вознаграждение, а если он попал в клетку после выполнения команды вправо-вниз, вознаграждение удваивается. Это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота. Определите максимальное и минимальное вознаграждение, которое может получить Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю. В ответе укажите два числа – сначала максимальное вознаграждение, затем минимальное.

Исходные данные для Робота записаны в файле [18-95.xls](#) в виде прямоугольной таблицы, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

15 (М. Коротков) Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 20$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вверх. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вверх – в соседнюю верхнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 10. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота. Определите:

А) максимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из левой нижней клетки в правую верхнюю;

В) количество различных маршрутов из левой нижней клетки в правую верхнюю, каждый из которых позволяет Роботу собрать денежную сумму из п. А.

Исходные данные для Робота записаны в файле [18-114.xls](#) в виде прямоугольной таблицы, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата. В ответе запишите сначала ответ на вопрос А, затем – ответ на вопрос В.

16 (А.М. Кабанов) Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 20$). Исполнитель Буквояд может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: **вправо** или **вниз**. По команде **вправо** Буквояд перемещается в соседнюю правую клетку, по команде **вниз** – в соседнюю нижнюю. При попытке пересечь границы квадрата, обозначенные жирными линиями, Буквояд разрушается. В каждой клетке квадрата указан её тип латинскими буквами А, В или С. Посетив клетку, Буквояд платит или получает деньги за её посещение; это также относится к начальной и конечной точке маршрута. За посещение клетки А взимается плата 10 монет, за посещение клетки В Буквояду выплачивают 1 монету, за посещение клетки С Буквояду выплачивают 2 монеты. Определите максимальный убыток и максимальную прибыль, которую может получить Буквояд, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю. В ответе укажите два числа – сначала максимальный убыток, затем максимальную прибыль.

Исходные данные для Робота записаны в файле [18-94.xls](#) в виде прямоугольной таблицы, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

17 Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 17$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вверх. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вверх – в соседнюю верхнюю. При попытке выхода за границу квадрата

Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Исходные данные записаны в файле [18-2.xls](#) в виде электронной таблице размером $N \times N$, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата. Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из левой НИЖНЕЙ клетки в правую ВЕРХНЮЮ. В ответе укажите два числа – сначала максимальную сумму, затем минимальную.

18 (А. Кабанов) Дана последовательность натуральных чисел. Наибольшей возрастающей подпоследовательностью называется сама длинная подпоследовательность элементов, простирающаяся сверху вниз и такая, что каждый следующий элемент больше предыдущего. Найдите длину наибольшей возрастающей подпоследовательности.

Исходные данные записаны в виде столбца электронной таблицы в файле [18-k3.xls](#).

19 Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 17$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вниз. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вниз – в соседнюю нижнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Исходные данные записаны в файле [18-4.xls](#) в виде электронной таблице размером $N \times N$, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата. Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю. В ответе укажите два числа – сначала максимальную сумму, затем минимальную.

20 Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 30$). Робот стоит в правом нижнем углу прямоугольного поля, в каждой клетке которого записано целое положительное число. За один ход робот может переместиться на одну клетку влево, вверх, по диагонали влево-вверх или по диагонали влево-вниз. Числа показывают расход энергии робота на прохождение клетки.

Определите максимальный расход энергии при переходе робота в левую верхнюю клетку поля и количество клеток с чётными числами, через которые робот проходит на пути с максимальным расходом энергии.

Пример входных данных (для таблицы размером 4×4):

26	44	2	56
18	11	15	41
89	39	46	38
51	24	12	68

При указанных входных данных максимальный расход получится при движении по маршруту $68 + 38 + 41 + 56 + 15 + 39 + 51 + 89 + 18 + 26 = 441$. При этом робот проходит через 5 клеток с чётными числами (68, 38, 56, 18, 26). В ответе в данном случае надо записать числа 441 и 5.

Исходные данные записаны в файле [18-156.xls](#) в виде прямоугольной таблицы, каждая ячейка которой соответствует клетке поля. В ответе запишите два числа: сначала максимальный расход энергии, затем – количество пройденных клеток с чётными значениями.

1	87810480
2	240757875872
3	6999 33
4	48
5	348
6	40 6791973
7	17
8	358
9	46 3267851
10	23
11	456
12	51 71
13	46
14	740 353
15	145 1188
16	124 59

17	1361 711
18	8
19	1259 560
20	3928 32