

1. Артур составляет 5-буквенные коды из букв А, П, О, Р, Т. Каждую букву нужно использовать ровно один раз, при этом нельзя ставить рядом две гласные. Сколько различных кодов может составить Артур?
2. (И. Женецкий) У Ильи есть набор кубиков, покрашенный во все семь цветов радуги. В наборе сорок два кубика, по 6 штук каждого цвета. Илья строит башенки, ставя кубики один на другой в один столбик так, чтобы соседние кубики были разного цвета. Сколько различных башенок высотой от 3 до 9 кубиков он может построить?
3. (А. Куканова) Лиза составляет слова из букв О, Н, И, К, С, причём буква С должна встречаться в этих словах ровно 3 раза, а буква О — ровно 1 раз. Длина слова составляет от 4 до 6 букв. Сколько различных слов может составить Лиза?
4. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. К исходной строке, содержащей более 40 единиц и не содержащей других символов, применили приведённую ниже программу.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
    заменить (111, 2)
    заменить (222, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

В результате получилась строка 11. Какое наименьшее количество единиц могло быть в исходной строке?

5. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
    ПОКА нашлось (5555)
        заменить (5555, 33)
        заменить (333, 5)
    КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 150 цифр 5?

6. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. К исходной строке, содержащей более 80 единиц и не содержащей других символов, применили приведённую ниже программу.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
    заменить (111, 2)
    заменить (222, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

В результате получилась строка 21. Какое наименьшее количество единиц могло быть в исходной строке?

7. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1 + 2 \cdot n$ при $n < 5$
 $F(n) = 2 \cdot (n + 1) \cdot F(n-2)$, если $n \geq 5$ и делится на 3,
 $F(n) = 2 \cdot n + 1 + F(n-1) + 2 \cdot F(n-2)$, если $n \geq 5$ и не делится на 3.

Чему равно значение функции $F(15)$?

8. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 2 \cdot n - 5$ при $n > 12$
 $F(n) = 2 \cdot F(n+2) + n - 4$, если $n \leq 12$

Чему равно значение функции $F(1)$?

9. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \leq 5$,
 $F(n) = n + F(n / 2 - 1)$, когда $n > 5$ и делится на 4,

$F(n) = n + F(n + 2)$, когда $n > 5$ и не делится на 4.

Назовите максимальное значение n , для которого возможно вычислить $F(n)$.

10. В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от $-10\,000$ до $10\,000$ включительно. Определите количество троек, в которых хотя бы два из трёх элементов меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и хотя бы два из трёх элементов делятся на 19. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных троек, а затем – максимальную сумму элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.

11. В файле [17-243.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до $10\,000$ включительно. Определите количество пар чисел, в которых оба элемента меньше, чем сумма цифр всех чисел в файле, делящихся на 43. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – максимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

12. (П. Волгин) В файле [17-7.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать значения от 0 до 200 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, для которых сумма цифр кратна 3. Найдите количество таких чисел и максимальное из них.

13. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) добавить в кучу один камень;
- б) увеличить количество камней в куче в два раза.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 20. Если при этом в куче оказалось не более 30 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 19$.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после первого хода Пети. Назовите минимальное значение S , при котором это возможно.

Вопрос 2. Определите, два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Вопрос 3. Найдите значение S , при которых одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

14. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить** в одну из куч **два камня** или **увеличить** количество камней в куче **в два раза**. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 75. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший позицию, в которой в кучах будет 75 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 5 камней, во второй куче – S камней, $1 \leq S \leq 69$. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S , при котором это возможно.

Вопрос 2. Укажите минимальное значение S , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Вопрос 3. Найдите два значения S , при которых у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

15. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить** в одну из куч **один камень** или **увеличить** количество камней в куче **в два раза**. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 83. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший позицию, в которой в кучах будет 83 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 9 камней, во второй куче – S камней, $1 \leq S \leq 73$. Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Ответьте на следующие вопросы:

Вопрос 1. Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение S , при котором это возможно.

Вопрос 2. Найдите два таких значения S , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Вопрос 3. Укажите минимальное значение S , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

16. Исполнитель Калькулятор преобразует число, записанное на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавь 1
2. Прибавь 2
3. Умножь на 3

Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 1 в число 15, и при этом траектория вычислений содержит число 10 и не содержит числа 14?

17. (А. Комков) Исполнитель Нолик преобразует двоичное число, записанное на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Вычесть 1
2. Убрать последнюю цифру справа

Первая команда уменьшает число на 1. Вторая команда убирает последнюю справа цифру, например, для числа 110 результатом работы данной команды будет являться число 11.

Сколько существует программ, которые исходное двоичное число 100001 преобразуют в двоичное число 100?

18. Исполнитель Калькулятор преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Прибавить 2
3. Умножить на 3

Программа для исполнителя Калькулятор – это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 2 результатом является число 16 и при этом траектория вычислений не содержит число 14?

19. (Б. Михлин) Исполнитель K22 преобразует число, записанное на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавь 1
2. Прибавь 4
3. Получи большее число Фибоначчи

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает число на 4. Третья команда получает ближайшее число из ряда Фибоначчи, которое больше, чем число на экране (например, для числа 3 будет получено 5, а для числа 7 будет получено 8). Программа для исполнителя – это последовательность команд. Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 1 в число 13?

Примечание. Числа Фибоначчи – это ряд чисел, в котором первое и второе число равны единице, а каждое следующее число равно сумме двух предыдущих чисел ряда: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

20. Исполнитель Калькулятор преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 3
3. Умножить на 4

Программа для исполнителя Калькулятор – это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 2 результатом является число 70, и при этом траектория вычислений содержит число 8 и не содержит число 35?

1. 72
2. 14108724
3. 604
4. 42
5. 5355
6. 84
7. 5158048
8. 1671
9. 12
10. 51 7473
11. 1041 7903
12. 54 138
13. 1) 5
2) 9 17
3) 16
14. 1) 18
2) 17
3) 30 31
15. 1) 19
2) 32 36
3) 31
16. 252
17. 119
18. 175
19. 825
20. 63