

1. Василий составляет 4-буквенные коды из букв Б, Е, Р, К, Л, И, Й. Каждую букву можно использовать любое количество раз, при этом код не может начинаться с буквы Й и должен содержать хотя бы одну гласную. Сколько различных кодов может составить Василий?
2. Игорь составляет 8-буквенные коды из букв И, Г, О, Р, Ь. Буквы О и Ь должны встречаться в коде ровно по одному разу, при этом буква Ь не может стоять на первом месте. Остальные допустимые буквы могут встречаться произвольное количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодов может составить Игорь?
3. (А. Куканова) Лена составляет 5-буквенные слова из букв Я, С, Н, О, В, И, Д, Е, Ц, причём слово должно начинаться с согласной и заканчиваться гласной. Первая и последняя буквы слова встречаются в нем только один раз; остальные буквы могут повторяться. Сколько слов может составить Лена?
4. Вася составляет 6-буквенные коды из букв П, А, Й, Щ, И, К. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом код не может начинаться с буквы Й и не может содержать сочетания ИА. Сколько различных кодов может составить Вася?
5. (А.Н. Носкин) Петя составляет шестибуквенные слова перестановкой букв слова ТАРТАР. Сколько всего различных слов может составить Петя?
6. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах *v* и *w* обозначают цепочки символов.

1. заменить (*v*, *w*)
2. нашлось (*v*)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки *v* на цепочку *w*. Если цепочки *v* в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка *v* в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
ПОКА нашлось (555) ИЛИ нашлось (888)
  заменить (555, 8)
  заменить (888, 55)
КОНЕЦ ПОКА
```

Известно, что начальная строка состоит более чем из 300 цифр 8 и не содержит других символов. В ходе работы алгоритма получилась строка, содержащая больше цифр 5, чем цифр 8. Укажите минимальную возможную длину входной строки.

7. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах *v* и *w* обозначают цепочки символов.

1. заменить (*v*, *w*)
2. нашлось (*v*)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки *v* на цепочку *w*. Если цепочки *v* в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка *v* в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
ПОКА нашлось (555) ИЛИ нашлось (888)
  заменить (555, 8)
  заменить (888, 55)
КОНЕЦ ПОКА
```

Известно, что начальная строка состоит более чем из 100 цифр 5 и не содержит других символов. В ходе работы алгоритма получилась строка, не содержащая цифр 8. Укажите минимальную возможную длину входной строки.

8. (А. Кабанов) Исполнитель Черепашка перемещается на экране компьютера, оставляя след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует две команды: **Вперёд *n*** (где *n* — натуральное число), вызывающая передвижение Черепашки на *n* шагов в направлении движения; **Направо *m*** (где *m* — натуральное число, не превышающее 180), вызывающая изменение направления движения на *m* градусов по часовой стрелке.

Запись **Повтори *k* раз** означает, что последовательность команд повторится *k* раз.

Черепашке дан для исполнения следующий алгоритм:

```
Повтори 30 раз
  Вперёд 30
  Направо N
конец
```

Сколько существует значений *N*, при которых в результате работы алгоритма получится правильный многоугольник?

9. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах *v* и *w* обозначают цепочки цифр.

1. заменить (*v*, *w*)
2. нашлось (*v*)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки *v* на цепочку *w*, вторая проверяет, встречается ли цепочка *v* в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (13) ИЛИ нашлось (32) ИЛИ нашлось (12)
  ЕСЛИ нашлось (13)
    ТО заменить (13, 31)
  КОНЕЦ ЕСЛИ
  ЕСЛИ нашлось (32)
    ТО заменить (32, 23)
  КОНЕЦ ЕСЛИ
```

```

ЕСЛИ нашлось (12)
  ТО заменить (12, 21)
КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ

```

На вход приведённой ниже программе поступает строка, содержащая 50 цифр 1, 50 цифр 2 и 50 цифр 3, расположенных в произвольном порядке. Запишите без разделителей символы, которые имеют порядковые номера 10, 70 и 140 в получившейся строке.

10. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. К исходной строке, содержащей более 60 единиц и не содержащей других символов, применили приведённую ниже программу.

```

НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
  заменить (111, 2)
  заменить (222, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ

```

В результате получилась строка 221. Какое наименьшее количество единиц могло быть в исходной строке?

11. На числовой прямой даны два отрезка: $P=[35,55]$ и $Q=[45,65]$. Определите наименьшую возможную длину отрезка A , при котором формулы

$$(x \in P) \rightarrow (x \in A)$$

$$(x \notin A) \rightarrow (x \notin Q)$$

тождественно истинны, то есть принимают значение 1 при любом значении переменной x .

12. Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A , такое что выражение

$$(X \& 13 = 0) \rightarrow ((X \& 40 \neq 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

13. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [15; 39]$ и $Q = [44; 57]$. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x .

14. Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наибольшее натуральное число A , такое что выражение

$$(X \& A \neq 0) \rightarrow ((X \& 14 = 0) \rightarrow (X \& 75 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

15. (Е. Дзюбс) Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(75 \neq 2x + 3y) \vee (A > 3x) \vee (A > 2y)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых **неотрицательных** x и y ?

16. Ниже записаны две рекурсивные функции (процедуры): F и G . Сколько символов «звёздочка» будет напечатано на экране при выполнении вызова $F(13)$?

Паскаль	Python	Си
procedure F(n: integer);		
begin		void F(int n) {
if n > 0 then	def F(n):	if (n > 0) G(n - 1);
G(n - 1);	if n > 0:	}
end;	G(n - 1)	void G(int n) {
procedure G(n: integer);	def G(n):	printf("*");
begin	print("*")	if (n > 1) {
writeln('*');	if n > 1:	printf("*");
if n > 1 then begin	print("*")	F(n - 2);
writeln('*');	F(n - 2)	}
F(n - 2);		}
end;		
end;		

17. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n + 3$ при $n < 3$
 $F(n) = (n + 2) \cdot F(n-4)$, если $n \geq 3$ и делится на 3,
 $F(n) = n + F(n-1) + 2 \cdot F(n-2)$, если $n \geq 3$ и не делится на 3.

Чему равно значение функции $F(20)$?

18. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(1) = G(1) = 1$
 $F(n) = 2 \cdot F(n-1) + G(n-1) - 2$, если $n > 1$
 $G(n) = F(n-1) + 2 \cdot G(n-1)$, если $n > 1$

Чему равно значение $F(14) + G(14)$?

19. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \leq 1$,
 $F(n) = n + F(n/3 - 1)$, когда $n > 1$ и делится на 3,
 $F(n) = n + F(n + 3)$, когда $n > 1$ и не делится на 3.

Назовите минимальное значение n , для которого $F(n)$ определено и больше 1000.

20. Функция $F(n)$, где n – натуральное число, задана следующим образом:

Паскаль	Python	Си
function F(n: integer): integer; begin if n < 5 then F := F(n+3) + F(2*n) + F(3*n div 2) else F := n + 2; end;	def F(n): if n < 5: return F(n+3) + \ F(2*n) + \ F(3*n // 2) else: return n + 2	int F(int n) { if (n < 5) return F(n+3) + F(2*n) + F(3*n / 2); else return n + 2; }

Чему будет равно значение, вычисленное алгоритмом при выполнении вызова $F(3)$?

21. (А. Кабанов) В файле [17-3.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество пар элементов последовательности, в которых произведение нечётно, а среднее арифметическое делится на 7, затем минимальное из средних арифметических элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

22. (П. Волгин) В файле [17-7.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать значения от 0 до 200 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые удовлетворяют следующему условию: число в шестнадцатеричной записи оканчивается на 9, но не оканчивается на A9. Найдите количество таких чисел и максимальное из них.

23. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые оканчиваются на 5 или 7 и при этом не делятся ни на 9, ни на 11. Найдите количество таких чисел и сумму минимального и максимального из них.

24. (Е. Джобс) В файле [17-271.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество пар элементов, сумма последних цифр которых равна 7, затем максимальную сумму элементов таких из найденных пар, в которых оба значения меньше среднего арифметического всех элементов обрабатываемой последовательности. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

Например, рассмотрим последовательность из шести элементов: 12; 18; 2; -15; 11; 16. Подходит две пары: (2; -15), (11; 16). Среднее арифметическое всех элементов последовательности равно 9. Следовательно искомая сумма равна $2 + (-15) = -13$.
Ответ: 2 -13.

25. В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар, в которых хотя бы один из двух элементов больше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, а их сумма оканчивается на 9. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – минимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.