

1. (А. Куканова) Лера составляет 5-буквенные слова из букв Л, О, Г, А, Р, И, Ф, М, причём никакие две гласные или две согласные не должны стоять рядом. Буквы в слове не должны повторяться. Сколько слов может составить Лера?
2. (А. Куканова) Марта составляет 6-буквенные слова из букв И, Н, Ф, А, причём буква Ф должна встречаться в слове ровно 2 раза. Остальные буквы могут встречаться любое количество раз или не встречаться вообще. Сколько слов может составить Марта?
3. Игорь составляет 8-буквенные коды из букв И, Г, О, Р, Ь. Буквы О и Ь должны встречаться в коде ровно по одному разу, при этом буква Ь не может стоять на первом месте. Остальные допустимые буквы могут встречаться произвольное количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодов может составить Игорь?
4. Василий составляет 4-буквенные коды из букв М, О, И, С, Е, Ы. Каждую букву можно использовать любое количество раз, при этом код не может начинаться с буквы Ы и должен содержать хотя бы одну гласную. Сколько различных кодов может составить Василий?
5. Лида составляет слова из букв К, Р, Ы, Ш, А. Каждая гласная буква встречается в слове не более двух раз. Каждая согласная может стоять в слове на первой позиции, либо не встречаться вовсе. Сколько слов длиной более двух символов может составить Лида?
6. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (63) ИЛИ нашлось (664) ИЛИ нашлось (6665)
  ЕСЛИ нашлось (63) ТО заменить (63, 4)
  ИНАЧЕ
    ЕСЛИ нашлось (664) ТО заменить (664, 65)
    ИНАЧЕ
      ЕСЛИ нашлось (6665) ТО заменить (6665, 663) КОНЕЦ ЕСЛИ
  КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой выше программы к строке, в которой первая и последняя цифры – 5, а между ними стоит 120 цифр 6? В ответе запишите полученную строку.

7. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (4444) ИЛИ нашлось (777)
  ЕСЛИ нашлось (4444)
    ТО заменить (4444, 77)
  ИНАЧЕ заменить (777, 4)
  КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой выше программы к строке, состоящей из 186 идущих подряд цифр 7? В ответе запишите полученную строку.

8. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (333) ИЛИ нашлось (555)
  ЕСЛИ нашлось (555)
    ТО заменить (555, 3)
  ИНАЧЕ заменить (333, 5)
  КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой выше программы к строке, состоящей из 62 идущих подряд цифр 5? В ответе запишите полученную строку.

9. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось(01) ИЛИ нашлось(02) ИЛИ нашлось(03)
    заменить(01, 2302)
    заменить(02, 10)
    заменить(03, 201)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Известно, что исходная строка начиналась с нуля, а далее содержала только единицы, двойки и тройки. После выполнения данной программы получилась строка, содержащая 60 единиц, 22 двойки и 17 троек. Сколько единиц было в исходной строке?

10. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w , вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
    ПОКА нашлось(12)
        заменить (12, 4)
    КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Исходная строка содержит 15 единиц и некоторое количество двоек, других цифр нет, точный порядок расположения единиц и двоек неизвестен. После выполнения программы получилась строка с суммой цифр 48. Какое наименьшее количество двоек могло быть в исходной строке?

11. Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 21) \vee \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

12. На числовой прямой даны два отрезка: $P=[5,30]$ и $Q=[14,23]$. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow (x \notin A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

13. Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём $P = \{1, 2, 3, 4\}$ и $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Известно, что выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P) \vee \neg(x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное количество элементов множества A .

14. Элементами множеств A , P , Q являются натуральные числа, причём $P=\{2,4,6,8,10,12\}$ и $Q=\{4,8,12,16\}$. Известно, что выражение

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge (x \notin A)) \rightarrow (x \notin P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества A .

15. (В.Н. Шубинкин) Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$((\text{ДЕЛ}(x, 12) \vee \text{ДЕЛ}(x, 36)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A)) \wedge (A^2 - A - 90 < 0)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

16. Определите, сколько символов * выведет эта процедура при вызове $F(280)$:

Паскаль	Python	C++
procedure F(n: integer);	def F(n):	void F(int n)
begin	print('*')	{

```

write('*');
if n >= 1 then begin
write('*');
F(n-1);
F(n/3);
print('*');
write('*');
end;
end;

```

```

if n >= 1: cout << '*';
print('*') if ( n >= 1 ) {
F(n-1) cout << '*';
F(n/3) F(n-1);
print('*') F(n/3);
cout << '*';
}
}

```

17. Ниже записаны две рекурсивные функции (процедуры): F и G. Чему будет равно значение, вычисленное при выполнении вызова F(6)?

Паскаль	Python	Си
function F(n: integer): integer; begin if n > 2 then F := F(n-1) + G(n-2) else F := n; end; function G(n: integer): integer; begin if n > 2 then G := G(n-1) + F(n-2) else G := n+1; end;	def F(n): if n > 2: return F(n-1) + G(n-2) else: return n def G(n): if n > 2: return G(n-1) + F(n-2) else: return n+1	int F(int n) { if (n > 2) return F(n-1) + G(n-2); return n; } int G(int n) { if (n > 2) return G(n-1) + F(n-2); else return n+1; }

18. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(1) = 1$
 $F(n) = F(n/2) + 1$, когда $n \geq 2$ и чётное,
 $F(n) = F(n-1) + n$, когда $n \geq 2$ и нечётное.

Назовите минимальное значение n, для которого F(n) равно 19.

19. (А. Богданов) Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 0$ при $n \leq 2$ или $n = 8$
 $F(n) = 1$ при $n = 3$
 $F(n) = F(n-2) + F(n-1)$ при $n > 3$ и $n \neq 8$

Для какого значения n значение F(n) будет равно 25?

20. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$, при $n < 2$,
 $F(n) = F(n/3) - 1$, когда $n \geq 2$ и делится на 3,
 $F(n) = F(n-1) + 17$, когда $n \geq 2$ и не делится на 3.

Назовите количество значений n на отрезке [1;100000], для которых F(n) равно 43.

21. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые в пятеричной системе счисления оканчиваются на 3, в девятеричной – на 5 и не оканчиваются на 7 в восьмеричной системе счисления. В качестве ответа укажите два числа – количество найденных чисел и максимальное из них.

22. В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от –10 000 до 10 000 включительно. Определите количество пар, в которых хотя бы один из двух элементов больше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и хотя бы один из двух элементов оканчивается на 3. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – максимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

23. В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар, в которых оба элемента меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и хотя бы один из двух элементов оканчивается на 19. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – максимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

24. В файле [17-243.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар чисел, в которых оба элемента меньше, чем наибольшее из всех чисел в файле, делящихся на 119. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – максимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

25. В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от –10 000 до 10 000 включительно. Определите количество троек, в которых хотя бы два из трёх элементов меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и десятичная запись хотя бы одного из трёх элементов содержит цифру 6. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных троек, а затем – максимальную сумму элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.