

1. (А. Куканова) Ада составляет 6-буквенные слова из букв Д, Е, Й, К, С, Т, Р, А. Буква Й встречается в слове ровно один раз, и после неё обязательно идёт согласная. Буквы в слове не повторяются. Сколько слов может составить Ада?
2. (Б.С. Михлин) Разведчик кодирует символы текста четырьмя стрелками. Каждая стрелка может иметь четыре положения (направления):  $\uparrow \rightarrow \downarrow \leftarrow$ . Для первой стрелки запрещено положение вверх:  $\uparrow$ . Стрелки, расположенные через одну, не могут находиться в одинаковом положении (направлении): первая и третья, вторая и четвертая. Сколько всего различных символов текста может закодировать разведчик?
3. Сколько существует чисел, восьмеричная запись которых содержит 8 цифр, причём все цифры различны и никакие две чётные и две нечётные цифры не стоят рядом.
4. (А. Куканова) Аня составляет трёхзначные числа в десятичной системе счисления, в которых цифры расположены в порядке неубывания. Сколько различных чисел может составить Аня?
5. Василий составляет 4-буквенные коды из букв В, А, Я, Ю, Щ, И, Ё. Каждую букву можно использовать любое количество раз, при этом код не может начинаться с буквы Ё и должен содержать хотя бы одну гласную. Сколько различных кодов может составить Василий?
6. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки символов.

1. заменить ( $v$ ,  $w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ . Если цепочки  $v$  в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
    заменить (111, 2)
    заменить (2222, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Известно, что исходная строка содержала более 137 единиц и не содержала других цифр. Укажите минимально возможную длину исходной строки, при которой в результате работы этой программы получится строка, содержащая максимально возможное количество единиц.

7. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки символов.

1. заменить ( $v$ ,  $w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ . Если цепочки  $v$  в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (333) ИЛИ нашлось (555)
    ЕСЛИ нашлось (555)
        ТО заменить (555, 3)
        ИНАЧЕ заменить (333, 5)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой выше программы к строке, состоящей из 62 идущих подряд цифр 5? В ответе запишите полученную строку.

8. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки символов.

1. заменить ( $v$ ,  $w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ . Если цепочки  $v$  в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (5555) ИЛИ нашлось (3333)
    ЕСЛИ нашлось (5555)
        ТО заменить (5555, 3)
        ИНАЧЕ заменить (3333, 5)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой выше программы к строке, состоящей из 147 идущих подряд цифр 3? В ответе запишите полученную строку.

9. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w, вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (11)
    ЕСЛИ нашлось(112)
        ТО заменить (112, 5)
        ИНАЧЕ заменить (11, 3)
    КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Исходная строка содержит 23 единицы и 5 двоек, других цифр нет, точный порядок расположения цифр неизвестен. Какую наибольшую сумму цифр может иметь строка, которая получится после выполнения программы?

**10.** (Е. Джобс) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось(XXX) или нашлось(ZYX) или нашлось(ZXX)
    заменить(XXX, ZZ)
    заменить(ZYX, X)
    заменить(ZXX, Y)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

На вход приведённой ниже программе поступает строка, состоящая из 107 букв X. Какая строка получится после выполнения программы?

**11.** На числовой прямой даны два отрезка: P = [10, 20] и Q = [4, 40]. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$$\neg(x \in A) \wedge \neg((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых x.

**12.** Элементами множеств A, P, Q являются натуральные числа, причём  $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ ,  $Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$ . Известно, что выражение

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \vee ((x \notin A) \rightarrow (x \notin Q))$$

истинно (т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x. Определите наименьшее возможное количество элементов в множестве A.

**13.** На числовой прямой даны два отрезка: P = [14, 34] и Q = [24, 44]. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, что формула

$$(x \notin A) \rightarrow ((x \in Q) \equiv (x \in P))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

**14.** Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Сколько существует натуральных значений A на отрезке [1; 1000], при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 35) \wedge (\text{ДЕЛ}(730, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(110, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

**15.** На числовой прямой даны два отрезка: P = [20, 30] и Q = [35, 40]. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$$\neg((x \in Q) \rightarrow (x \in A)) \wedge (x \in P)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых x.

**16.** Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ , при  $n < 2$ ,  
 $F(n) = F(n/3) - 1$ , когда  $n \geq 2$  и делится на 3,  
 $F(n) = F(n - 1) + 7$ , когда  $n \geq 2$  и не делится на 3.

Назовите минимальное значение n, для которого F(n) равно 111.

**17.** (Д.Ф. Муфаззалов) Определите количество различных значений n таких, что n и m – натуральные числа, а значение F(n, m) равно числу 30.

Паскаль

Python

C++

function F(n, m:		int F(int n, int m)
integer): integer;	def F(n,m):	{
begin	if m == 0:	{
if m == 0 then	d = 0	if( m == 0 )
F:= 0	else:	return 0;
else	d = n + F(n,m-1)	else
F:= n + F(n,m-1)	return d	return n+F(n,m-1);
end;		}

18. (Д.Ф. Муфаззалов) Определите наименьшее число  $n$  такое, что при вызове  $F(n)$  второе выведенное число будет больше числа 51. Запишите в ответе сначала найденное значение  $n$ , а затем через пробел – соответствующее значение  $F(n)$ .

Паскаль	Python	C++
function f(n:		int F(int n)
integer): integer;		{
var d:integer;	def F(n):	cout << n << endl;
begin	print( n )	if( n ) {
writeln(N);	if n > 0:	int d = n%10
if n > 0 then begin	d = (n%10 + F(n//10)) + F(n/10);	cout << d << endl;
d := n mod 10 +	print(d)	return d;
F(n div 10);	return d	}
writeln( d );	else:	else
F := d	return 0	return 0;
end		}
else F:= 0;		
end;		

19. Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$ , при  $n \leq 3$   
при  $n > 3$ :  
 $F(n) = n + 3 + F(n-1)$ , при чётном  $n$ ;  
 $F(n) = n*n + F(n-2)$ , при нечётном  $n$ ;

Определите количество натуральных значений  $n$  на отрезке  $[1; 1000]$ , при которых  $F(n)$  кратно 7.

20. (А. Богданов) Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 0$   
 $F(n) = 1$ , когда  $1 \leq n < 3$ ,  
 $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$ , когда  $n \geq 3$ .

Определите четыре последние цифры числа  $F(47)$ .

21. В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от  $-10\,000$  до  $10\,000$  включительно. Определите количество троек, в которых хотя бы два из трёх элементов больше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных троек, а затем – максимальную сумму элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.

22. В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от  $-10\,000$  до  $10\,000$  включительно. Определите количество троек, в которых хотя бы один из трёх элементов меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и хотя бы один из трёх элементов делится на 3. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных троек, а затем – максимальную сумму элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.

23. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до  $10\,000$  включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые удовлетворяют следующим условиям:

- Число в шестнадцатеричной записи оканчивается цифрой «В»;
- Число делится на 7, но не делится на 6, 13, 19.

Найдите сумму таких чисел и их количество. Гарантируется, что искомая сумма не превосходит  $10^7$ .

24. В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от  $-10\,000$  до  $10\,000$  включительно. Определите количество троек, в которых хотя бы два из трёх элементов больше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и хотя бы один из трёх элементов делится на 11. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных троек, а затем – максимальную сумму элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности

25. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до  $10\,000$  включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые оканчиваются на 5 или 7 и при этом не делятся ни на 9, ни на 11. Найдите количество таких чисел и сумму минимального и максимального из них.