

1. (Пробный КЕГЭ, 2022) Определите количество семизначных чисел, записанных в семеричной системе счисления, учитывая, что числа не могут начинаться с цифр 3 и 5 и не должны содержать сочетания цифр 22 и 44 одновременно.
2. Алексей составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Алексей использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы А, В, С, Х, причём буква Х может появиться на последнем месте или не появиться вовсе. Сколько различных кодовых слов может использовать Алексей?
3. (Б.С. Михлин) Разведчик кодирует символы текста четырьмя стрелками. Каждая стрелка может иметь четыре положения (направления): $\uparrow \rightarrow \downarrow \leftarrow$. Для первой стрелки запрещено положение вверх: \uparrow . Вторая и третья стрелки не могут находиться в одинаковом положении (направлении). Сколько всего различных символов текста может закодировать разведчик?
4. Определите количество семизначных чисел, записанных в девятеричной системе счисления, учитывая, что числа не могут начинаться с цифр 2, 4 и 6 и не должны заканчиваться на тройку одинаковых цифр (например, на 000).
5. Вася составляет 6-буквенные коды из букв П, А, Й, Щ, И, К. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом код не может начинаться с буквы Й и не может содержать сочетания ИА. Сколько различных кодов может составить Вася?
6. (А.А. Имаев) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (12) ИЛИ нашлось (1)
    ЕСЛИ нашлось (12)
        ТО заменить (12, 2221)
        ИНАЧЕ заменить (1, 222222)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей одной единицы и 51 стоящих справа от неё цифр 2? В ответ, запишите, сколько цифр 2 будет в конечной строке.

7. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
    заменить(111, 2)
    заменить(222, 3)
    заменить(333, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 110 единиц?

8. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
ПОКА нашлось (55555)
    заменить (55555, 88)
    заменить (888, 55)
КОНЕЦ ПОКА
```

Известно, что начальная строка состоит более чем из 380 цифр 5 и не содержит других цифр. При какой наименьшей длине исходной строки результат работы этой программы будет содержать наименьшее возможное число цифр 5?

9. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```

НАЧАЛО
ПОКА нашлось (10) ИЛИ нашлось (1)
    ЕСЛИ нашлось (10)
        ТО заменить (10, 001)
        ИНАЧЕ заменить (1, 00)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ

```

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из одной единицы и 75 стоящих справа от нее нулей? В ответе запишите, сколько нулей будет в конечной строке.

10. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```

НАЧАЛО
ПОКА нашлось (222) ИЛИ нашлось (6666)
    ЕСЛИ нашлось (222)
        ТО заменить (222, 6)
        ИНАЧЕ заменить (6666, 2)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ

```

Какая строка получится в результате применения приведённой выше программы к строке, состоящей из 282 идущих подряд цифр 6? В ответе запишите полученную строку.

11. На числовой прямой даны два отрезка: $P=[5;30]$ и $Q=[14;23]$. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x .

12. Элементами множеств A, P и Q являются натуральные числа, причём $P = \{1, 2, 4, 8\}$ и $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Известно, что выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow \neg((x \in P) \vee (x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное количество элементов множества A .

13. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 30]$ и $Q = [22, 46]$. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x .

14. Элементами множеств A, P и Q являются натуральные числа, причём $P = \{1, 12\}$ и $Q = \{12, 13, 14, 15, 16\}$. Известно, что выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P) \wedge \neg(x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное количество элементов множества A .

15. Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение

$$(3y + x < A) \vee (x > 12) \vee (y > 15)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y .

16. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

```

F(n) = 1, при n < 2,
F(n) = F(n/2) + 1, когда n ≥ 2 и чётное,
F(n) = F(n - 3) + 3, когда n ≥ 2 и нечётное.

```

Назовите количество значений n на отрезке $[1;100000]$, для которых $F(n)$ равно 12.

17. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

```

F(n) = n + 3 при n < 3
F(n) = (n + 2) · F(n-4), если n ≥ 3 и делится на 3,
F(n) = n + F(n-1) + 2 · F(n-2), если n ≥ 3 и не делится на 3.

```

Чему равно значение функции $F(20)$?

18. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \cdot n + 11, \text{ при } n \leq 15$$

$$F(n) = F(n//2) + n \cdot n - 5 \cdot n, \text{ при чётных } n > 15$$

$$F(n) = F(n-1) + 2 \cdot n + 3, \text{ при нечётных } n > 15$$

Здесь $//$ обозначает деление нацело. Определите количество натуральных значений n из отрезка $[1; 1000]$, для которых значение $F(n)$ содержит не менее трёх цифр 6.

19. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \cdot n - 5, \text{ при } n > 15$$

$$F(n) = n \cdot F(n+2) + n + F(n+3), \text{ при } n \leq 15$$

Определите сумму цифр значения $F(1)$.

20. (Е. Джобс) Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 0$$

$$F(n) = 2 \cdot F(1-n) + 3 \cdot F(n-1) + 2, \text{ если } n > 0,$$

$$F(n) = -F(-n), \text{ если } n < 0.$$

Чему равна сумма цифр значения $F(50)$?

21. В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от $-10\,000$ до $10\,000$ включительно. Определите количество пар, в которых один элемент меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, а второй – больше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – максимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

22. В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до $10\,000$ включительно. Определите количество пар, в которых хотя бы один из двух элементов меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и десятичная запись хотя бы одного из двух элементов не содержит цифру 5. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – минимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

23. (П. Волгин) В файле [17-5.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать значения от -100 до 100 включительно. Определите сначала количество пар элементов последовательности, в которых хотя бы одно число четное, а затем максимальную из сумм элементов таких пар. Под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности. Например, для последовательности из 5 элементов: 6, 2, 7, 11, 8 ответ должен быть: 3 19.

24. (В. Шубинкин) В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от $-10\,000$ до $10\,000$ включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество пар элементов последовательности, в которых ровно одно число делится на 9, а другое при этом заканчивается на 3 в восьмеричной системе счисления. Затем – максимальное число в паре среди всех таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности. Например, для последовательности 307; 36; 45; -27; -11; -6; 2; 16 ответом будет пара чисел: 2 и 307.

25. В файле [17-243.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до $10\,000$ включительно. Определите количество пар чисел, в которых хотя бы один из двух элементов больше, чем наибольшее из всех чисел в файле, делящихся на 151, и в шестнадцатеричной записи хотя бы одного элемента из двух содержится цифра 3. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – минимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.