

1. Артур составляет 6-буквенные коды перестановкой букв слова ВОРОТА. При этом нельзя ставить рядом две гласные. Сколько различных кодов может составить Артур?
2. (И. Женецкий) У Ильи есть набор кубиков, покрашенный во все семь цветов радуги. В наборе сорок два кубика, по 6 штук каждого цвета. Илья строит башенки, ставя кубики один на другой в один столбик так, чтобы соседние кубики были разного цвета. Сколько различных башенок высотой от 3 до 9 кубиков он может построить?
3. (Пробный КЕГЭ, 2022) Определите количество семизначных чисел, записанных в семеричной системе счисления, учитывая, что числа не могут начинаться с цифр 3 и 5 и не должны содержать сочетания цифр 22 и 44 одновременно.
4. Сергей составляет 5-буквенные коды из букв Ж, А, Л, Е, Й. Буква Й может использоваться в коде не более одного раза, при этом она не может стоять на первом месте, на последнем месте и рядом с буквой Е. Все остальные буквы могут встречаться произвольное количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодов может составить Сергей?
5. Вася составляет слова из букв слова АКАДЕМИК. Код должен состоять из 8 букв, и каждая буква в нём должна встречаться столько же раз, сколько в заданном слове. Кроме того, в коде не должны стоять рядом две гласные и две согласные буквы. Сколько различных слов может составить Вася?
6. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах *v* и *w* обозначают цепочки цифр.

1. заменить (*v*, *w*)
2. нашлось (*v*)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки *v* на цепочку *w*. Если цепочки *v* в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка *v* в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (5555)
    заменить (5555, 33)
    заменить (333, 5)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 150 цифр 5?

7. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах *v* и *w* обозначают цепочки символов.

1. заменить (*v*, *w*)
2. нашлось (*v*)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки *v* на цепочку *w*. Если цепочки *v* в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка *v* в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
ПОКА нашлось (555) ИЛИ нашлось (888)
    заменить (555, 8)
    заменить (888, 55)
КОНЕЦ ПОКА
```

Известно, что начальная строка состоит более чем из 100 цифр 5 и не содержит других символов. В ходе работы алгоритма получилась строка, не содержащая цифр 8. Укажите минимальную возможную длину входной строки.

8. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах *v* и *w* обозначают цепочки цифр.

1. заменить (*v*, *w*)
2. нашлось (*v*)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки *v* на цепочку *w*, вторая проверяет, встречается ли цепочка *v* в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 247 идущих подряд цифр 5? В ответе запишите полученную строку.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (222) ИЛИ нашлось (555)
    ЕСЛИ нашлось (222)
        ТО заменить (222, 5)
        ИНАЧЕ заменить (555, 2)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

9. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах *v* и *w* обозначают цепочки символов.

1. заменить (*v*, *w*)
2. нашлось (*v*)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки *v* на цепочку *w*. Если цепочки *v* в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка *v* в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

НАЧАЛО
 ПОКА НЕ нашлось(00)
 заменить(01, 21022)
 заменить(02, 310)
 заменить(03, 230112)
 КОНЕЦ ПОКА
 КОНЕЦ

Известно, что исходная строка начиналась с нуля и заканчивалась нулём, а между ними были только цифры 1, 2 и 3. После выполнения данной программы получилась строка, содержащая 96 единиц, 36 двоек и 80 троек. Сколько цифр было в исходной строке?

10. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w , вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 21 цифры, причем первые 9 цифр – восьмёрки, а остальные – пятёрки? В ответе запишите полученную строку.

НАЧАЛО
 ПОКА нашлось (555) ИЛИ нашлось (888)
 ПОКА нашлось (555)
 заменить (555, 8)
 КОНЕЦ ПОКА
 ПОКА нашлось (888)
 заменить (888, 5)
 КОНЕЦ ПОКА
 КОНЕЦ ПОКА
 КОНЕЦ

11. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [55; 80]$, $Q = [20; 105]$. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$(x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \equiv (x \in Q)) \vee (\neg(x \in P) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x .

12. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [20, 30]$, $Q = [5, 15]$ и $R = [35, 50]$. Какова наименьшая длина отрезка A , при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x ?

13. Элементами множеств A , P , Q являются натуральные числа, причём $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Q = \{3, 5, 15\}$. Известно, что выражение

$$(x \notin A) \rightarrow ((x \notin P) \wedge (x \in Q)) \vee (x \notin Q)$$

истинно (т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x). Определите наименьшее возможное количество элементов в множестве A .

14. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [1, 98]$, $Q = [25, 42]$. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$(x \in Q) \rightarrow (\neg(x \in P) \wedge (x \in Q) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x .

15. Для какого наименьшего целого числа A выражение

$$((y - 20 < A) \wedge (10 - x < A)) \vee (x \cdot (y + 2) > 48)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y ?

16. (Е. Дзюбс) Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n + 3$, при $n \leq 3$
 $F(n) = F(n - 2) + n$, при $n > 3$ и четном значении $F(n-1)$,
 $F(n) = F(n - 2) + 2 \cdot n$, при $n > 3$ и нечетном значении $F(n-1)$.

Определите сумму значений, являющихся результатом вызова функции для значений n в диапазоне $[40; 50]$.

17. Алгоритм вычисления значений функций $F(n)$ и $G(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(1) = 1$; $G(1) = 1$;
 $F(n) = F(n-1) - 2 \cdot G(n-1)$, при $n \geq 2$
 $G(n) = F(n-1) + G(n-1) + n$, при $n \geq 2$

Чему равна сумма цифр величины $G(36)$?

18. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \cdot n + 4 \cdot n + 3, \text{ при } n > 25$$

$$F(n) = F(n+1) + 2 \cdot F(n+4), \text{ при } n \leq 25, \text{ кратных } 3$$

$$F(n) = F(n+2) + 3 \cdot F(n+5), \text{ при } n \leq 25, \text{ не кратных } 3$$

Определите количество натуральных значений n из отрезка $[1; 1000]$, для которых сумма цифр значения $F(n)$ равна 24.

19. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 3 \text{ при } n \leq 1$$

$$F(n) = F(n-1) + 2 \cdot F(n-2) - 5, \text{ если } n > 1$$

Чему равно значение функции $F(22)$?

20. Функция $F(n)$, где n – натуральное число, задана следующим образом:

Паскаль	Python	C++
function F(n: integer): integer; begin if n > 2 then F := F(n-1)+ F(n-2)+F(n-3) else F := n; end;	def F(n): if n > 2: return F(n-1)+ F(n-2)+F(n-3) else: return n	int F(int n) { if (n > 2) return F(n-1)+ F(n-2)+F(n-3); else return n; }

Чему будет равно значение, вычисленное алгоритмом при выполнении вызова $F(6)$?

21. (Л. Шастин) В файле [17-10.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать значения от 0 до 10000 включительно. Определите сначала количество пар, сумма элементов в которых трёхзначна, а цифра в разряде единиц этой суммы больше цифры в разряде десятков, а затем минимальную из сумм, удовлетворяющих описанному выше условию. Под парой чисел подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

22. В файле [17-243.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар чисел, в которых ровно один из двух элементов больше, чем сумма цифр всех чисел в файле, делящихся на 49, а десятичная запись другого оканчивается на 7. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – минимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

23. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые оканчиваются на 5 или 7 и при этом не делятся ни на 9, ни на 11. Найдите количество таких чисел и сумму минимального и максимального из них.

24. (А. Кабанов) В файле [17-3.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество пар элементов последовательности, сумма которых кратна 3 и не кратна 6, а произведение оканчивается на 8, затем максимальную из сумм элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

25. В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите количество пар, в которых один элемента меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, а второй – больше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – максимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.