

1. (Б.С. Михлин) Разведчик кодирует символы текста пятью стрелками. Каждая стрелка может иметь четыре положения (направления):  $\uparrow \rightarrow \downarrow \leftarrow$ . Для первой стрелки запрещено положение вверх:  $\uparrow$ . Некоторые стрелки не могут находиться в одинаковом положении (направлении): первая и пятая, вторая и четвертая. Сколько всего различных символов текста может закодировать разведчик?
2. (А.Н. Носкин) Петя составляет семибуквенные слова перестановкой букв слова АССАСИН. Сколько всего различных слов может составить Петя?
3. (А. Куканова) Вероника составляет слова, меняя местами буквы в слове КЛАБХАУС так, что любые две соседние буквы различны между собой. Сколько слов, включая исходное, может составить Вероника?
4. Вася составляет слова из букв слова ПРЕПАРАТ. Код должен состоять из 8 букв, и каждая буква в нём должна встречаться столько же раз, сколько в заданном слове. Кроме того, в коде должны стоять рядом две гласные или две согласные буквы. Сколько различных слов может составить Вася?
5. Артур составляет 5-буквенные коды из букв Е, С, А, У, Л. Каждую букву нужно использовать ровно один раз, при этом нельзя ставить рядом две гласные. Сколько различных кодов может составить Артур?
6. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

1. заменить ( $v$ ,  $w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ . Если цепочки  $v$  в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
    заменить(111, 2)
    заменить(222, 3)
    заменить(333, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 100 единиц?

7. (Е. Джобс) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки символов.

1. заменить ( $v$ ,  $w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ . Если цепочки  $v$  в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось(AA) ИЛИ нашлось(BB) ИЛИ нашлось(AB)
    заменить(AA, B)
    заменить(BB, A)
    заменить(AB, BA)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Известно, что на вход программы поступила строка из 52 подряд идущих комбинаций «AB» (все буквы заглавные, латинские). Какая строка получится после выполнения алгоритма?

8. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

1. заменить ( $v$ ,  $w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ , вторая проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 68 идущих подряд цифр 8? В ответе запишите полученную строку.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (222) ИЛИ нашлось (888)
    ЕСЛИ нашлось (222)
        ТО заменить (222, 8)
        ИНАЧЕ заменить (888, 2)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

9. (С.С. Поляков) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

1. заменить ( $v$ ,  $w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ . Если цепочки  $v$  в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
  ПОКА нашлось (111) ИЛИ нашлось (222)
    заменить (111, 2)
    заменить (222, 1)
  КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой программы к строке вида  $1\dots12\dots2$  (2018 единиц и 2019 двоек)?

**10.** Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

1. заменить ( $v$ ,  $w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ . Если цепочки  $v$  в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
  ПОКА нашлось (777)
    заменить (777, 22)
    заменить (222, 7)
  КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 143 цифр 7?

**11.** Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Сколько существует натуральных значений  $A$  на отрезке  $[1; 1000]$ , при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 12) \wedge (\text{ДЕЛ}(530, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(170, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

**12.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P=[4, 15]$  и  $Q=[12, 20]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

**13.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25, 38]$  и  $Q = [9, 44]$ . Найдите наименьшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in P) \wedge \neg(x \in Q) \vee (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых  $x$ .

**14.** На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 45]$  и  $Q = [30, 78]$ . Найдите наибольшую возможную длину отрезка  $A$ , при котором формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \wedge \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых  $x$ .

**15.** Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Сколько существует натуральных значений  $A$  на отрезке  $[1; 1000]$ , при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 35) \wedge (\text{ДЕЛ}(730, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(110, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

**16.** Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – целое число, задан следующими соотношениями:

```
F(n) = n, при n ≤ 1,
F(n) = 1 + F(n / 2), когда n > 1 и чётное,
F(n) = 1 + F(n + 2), когда n > 1 и нечётное.
```

Назовите минимальное значение  $n$ , для которого  $F(n) = 16$ .

**17.** Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

```
F(n) = 1, при n ≤ 1
F(n) = n * F(n-1), при чётном n > 1;
F(n) = n + F(n-2), при нечётном n > 1;
```

Определите значение  $F(84)$ .

**18.** Функция  $F(n)$ , где  $n$  – целое число, задана следующим образом:

Паскаль	Python	Си
function F(n: integer): integer; begin if n > 1 then F := 2*n + F(n-2)+F(n-3) else F := n + 5; end;	def F(n): if n > 1: return 2*n + \ F(n-2)+F(n-3) else: return n + 5	int F(int n) { if (n > 1) return 2*n + F(n-2)+F(n-3); else return n + 5; }

Чему будет равно значение, вычисленное алгоритмом при выполнении вызова F(6)?

**19.** Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n*n*n + n*n + 1$ , при  $n \leq 13$   
 $F(n) = F(n-1) + 2*n*n - 3$ , при  $n > 13$ , кратных 3  
 $F(n) = F(n-2) + 3*n + 6$ , при  $n > 13$ , не кратных 3

Определите количество натуральных значений n из отрезка [1; 1000], для которых все цифры значения F(n) нечётные.

**20.** Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ , при  $n < 2$ ,  
 $F(n) = F(n/3) + 1$ , когда  $n \geq 2$  и делится на 3,  
 $F(n) = F(n - 2) + 5$ , когда  $n \geq 2$  и не делится на 3.

Назовите минимальное значение n, для которого F(n) равно 73.

**21.** В файле [17-205.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от –10 000 до 10 000 включительно. Определите количество пар, в которых хотя бы один из двух элементов делится на 7, а их сумма делится на 5. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – максимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

**22.** В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от –10 000 до 10 000 включительно. Определите количество пар, в которых хотя бы один из двух элементов больше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – максимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

**23.** В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от –10 000 до 10 000 включительно. Определите количество троек, в которых хотя бы два из трёх элементов больше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и хотя бы один из трёх элементов делится на 11. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных троек, а затем – максимальную сумму элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности

**24.** (А. Кабанов) В файле [17-3.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество пар элементов последовательности, в которых чётность чисел различна, при этом чётное число делится на 4, а нечётное на 11, затем максимальную из сумм элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

**25.** В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар, в которых оба элемента меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и хотя бы один из двух элементов оканчивается на 9. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – максимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.