

1. Сколько существует различных символьных последовательностей длины 5 в четырёхбуквенном алфавите {А, С, G, Т}, которые содержат ровно две буквы А?
2. (А. Куканова) Даша составляет слова, меняя местами буквы в слове ТИКТОК так, что любые две соседние буквы должны быть различны между собой. Сколько слов, включая исходное, может составить Даша?
3. (А. Куканова) Аня составляет слова, переставляя буквы в слове ОДЕКОЛОН, избегая слов, где соседние буквы — одинаковые. Сколько различных слов, включая исходное, может составить Аня?
4. Вася составляет слова из букв слова ПРЕПАРАТ. Код должен состоять из 8 букв, и каждая буква в нём должна встречаться столько же раз, сколько в заданном слове. Кроме того, в коде должны стоять рядом две гласные или две согласные буквы. Сколько различных слов может составить Вася?
5. (А. Куканова) Ксюша составляет слова, меняя местами буквы в слове МИМИКРИЯ. Сколько различных слов, включая исходное, может составить Ксюша?
6. (А. Рогов) Исполнитель Редактор строк работает со строками и числами. Редактор строк может выполнять следующие функции:
Длина(a) – возвращает количество символов в строке a.
Извлечь(a, i) – возвращает i-тый (слева) символ в строке a (нумерация с 1).
Склеить(a, b) – возвращает строку, в которой записаны сначала все символы строки a, а затем все символы строки b.
Дан фрагмент алгоритма на школьном алгоритмическом языке:

```

i := Длина(a)
b := ""
нц пока i > 0
  c := Извлечь(a, i)
  b := Склеить(b, c)
  i := i - 3
кц

```

Какое значение будет у переменной b после выполнения вышеприведенного фрагмента, если в переменной a лежит строка, состоящая из 10 цифр 5, а затем следующие за ними 10 цифр 7? В ответе укажите значение переменной без кавычек.

7. (С.С. Поляков) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```

НАЧАЛО
  ПОКА нашлось (222)
    заменить (222, 1)
    заменить (111, 2)
  КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ

```

Какая строка получится в результате применения приведённой программы к строке вида 1...12...2 (2019 единиц и 2119 двоек)?

8. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w, вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 93 идущих подряд цифр 5? В ответе запишите полученную строку.

```

НАЧАЛО
ПОКА нашлось (333) ИЛИ нашлось (555)
  ЕСЛИ нашлось (555)
    ТО заменить (555, 3)
  ИНАЧЕ заменить (333, 5)
КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ

```

9. (С.С. Поляков) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

НАЧАЛО

```
ПОКА нашлось (111)
  заменить (111, 2)
  заменить (222, 3)
  заменить (333, 1)
КОНЕЦ ПОКА
```

КОНЕЦ

Какая строка получится в результате применения приведённой программы к строке вида 1...13...3 (2018 единиц и 2050 троек)?

10. (В.Ю. Беспалова) Чертёжник находился в начале координат. Ему был дан для исполнения следующий алгоритм:

```
Сместиться на (-7, -1)
Повтори N раз
  Сместиться на (15, 22)
  Сместиться на (a, b)
конец
Сместиться на (23, -32)
```

Найдите наибольшее число повторений N в конструкции «Повтори ... раз», при котором значения a и b можно выбрать так, что после выполнения алгоритм Чертёжник окажется в точке (1; -3).

11. Укажите наибольшее целое значение A, при котором выражение

$$(y + 3x \neq 60) \vee (x > A) \vee (y > A)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y.

12. На числовой прямой даны три отрезка: P = [5, 20], Q = [15, 25] и R = [35, 50]. Какова наименьшая длина отрезка A, при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x?

13. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Сколько существует натуральных значений A на отрезке [1; 1000], при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 12) \wedge (\text{ДЕЛ}(530, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(170, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

14. На числовой прямой даны три отрезка: P = [5, 110], Q = [15, 42] и R = [25, 70]. Какова наименьшая длина отрезка A, при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x?

15. На числовой прямой даны два отрезка: P = [5, 30] и Q = [14, 23]. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A, что формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow (x \notin A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

16. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

```
F(n) = 0 при n = 0
F(n) = F(n/2) - 2 при чётных n > 0
F(n) = 2 + F(n-1) при нечётных n > 0
```

Сколько существует чисел n, меньших 1000, для которых значение F(n) будет равно -2?

17. Ниже записаны две рекурсивные функции (процедуры): F и G. Сколько символов «звёздочка» будет напечатано на экране при выполнении вызова F(13)?

Паскаль

Python

Си

```
procedure F(n: integer);
begin
  if n > 0 then
    G(n - 1);
  end;
procedure G(n: integer);
begin
  writeln('*');
  if n > 1 then begin
    writeln('*');
    F(n - 2);
  end;
end;
end;
```

```
def F(n):
    if n > 0:
        G(n - 1)
    return F(n)
def G(n):
    print('*')
    if n > 1:
        print('*')
        F(n - 2)
    return G(n)
```

```
void F(int n) {
    if (n > 0) G(n - 1);
}
void G(int n) {
    printf("*");
    if (n > 1) {
        printf("*");
        F(n - 2);
    }
}
```

18. (П. Волгин) Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 1$
 $F(n) = F(n-1)$, при $0 < n \leq 10$
 $F(n) = 2,2 \cdot F(n-3)$, при $10 < n < 100$
 $F(n) = 1,7 \cdot F(n-2)$, при $n \geq 100$

Чему равна сумма цифр целой части $F(40)$?

19. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 0$ при $n = 0$
 $F(n) = F(n/2) - 1$ при чётных $n > 0$
 $F(n) = 2 + F(n-1)$ при нечётных $n > 0$

Сколько существует чисел n , меньших 1000, для которых значение $F(n)$ будет равно 3?

20. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(1) = G(1) = 1$
 $F(n) = 2 \cdot F(n-1) + G(n-1) - 2n$, если $n > 1$
 $G(n) = F(n-1) + 2 \cdot G(n-1) + n$, если $n > 1$

Чему равно значение $F(14) + G(14)$?

21. (А. Кабанов) В файле [17-257.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые положительные значения до 10 000 включительно. Программа должна найти и вывести количество и наименьшую сумму пар элементов последовательности, удвоенная сумма которых больше максимального нечётного элемента в последовательности. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

22. (А. Кабанов) В файле [17-3.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество пар элементов последовательности, сумма которых кратна 3 и не кратна 6, а произведение оканчивается на 8, затем максимальную из сумм элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

23. (П. Волгин) В файле [17-7.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать значения от 0 до 200 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые удовлетворяют следующему условию: число в восьмеричной записи оканчивается на 7, но не оканчивается на 27. Найдите количество таких чисел и максимальное из них.

24. (А. Богданов) В файле [17-205.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество пар элементов последовательности, в которых разность элементов чётна и кратна 37, затем максимальную из сумм элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

25. В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите количество троек, в которых хотя бы один из трёх элементов меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и десятичная запись всех трёх элементов тройки содержит цифру 9. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных троек, а затем – максимальную сумму элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.