

**1** Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ при } n \leq 5,$$

$$F(n) = n + F(n / 3 + 2), \text{ когда } n > 5 \text{ и делится на } 3,$$

$$F(n) = n + F(n + 3), \text{ когда } n > 5 \text{ и не делится на } 3.$$

Назовите минимальное значение  $n$ , для которого  $F(n)$  определено и больше 1000.

**2** Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \cdot n \cdot n + n \cdot n + 1, \text{ при } n \leq 13$$

$$F(n) = F(n-1) + 2 \cdot n \cdot n - 3, \text{ при } n > 13, \text{ кратных } 3$$

$$F(n) = F(n-2) + 3 \cdot n + 6, \text{ при } n > 13, \text{ не кратных } 3$$

Определите количество натуральных значений  $n$  из отрезка  $[1; 1000]$ , для которых все цифры значения  $F(n)$  нечётные.

**3** (А. Кабанов) Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ если } n \geq 10\,000,$$

$$F(n) = n + F(n / 3), \text{ если } n < 10\,000 \text{ и } n \text{ делится на } 3,$$

$$F(n) = 2 \cdot n + F(n + 3), \text{ если } n < 10\,000 \text{ и } n \text{ не делится на } 3.$$

Чему равно значение выражения  $F(999) - F(46)$ ?

**4** Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1, \text{ при } n \leq 1$$

$$F(n) = n + F(n-1), \text{ при чётном } n > 1;$$

$$F(n) = n \cdot n + F(n-2), \text{ при нечётном } n > 1;$$

Определите значение  $F(80)$ .

**5** (А. Кабанов) В файле [17-3.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество четвёрок элементов последовательности, в которых числа идут в порядке убывания, при этом разность наибольшего и наименьшего числа больше 1000, затем минимальную сумму элементов таких четвёрок. В данной задаче под четвёркой подразумевается четыре идущих подряд элемента последовательности.

**6** В файле [17-243.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар чисел, в которых хотя бы один из двух элементов больше, чем наибольшее из всех чисел в файле, делящихся на 171, и хотя бы один элемент из двух содержит стоящие рядом две цифры 1. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – минимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

**7** (П. Волгин) В файле [17-5.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать значения от -100 до 100 включительно. Определите сначала количество пар элементов последовательности, в которых оба числа оканчиваются на 5, а затем максимальную из сумм элементов таких пар. Под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности. Например, для последовательности из 5 элементов: 5, 35, -15, 7, 5 ответ должен быть 2 40.

**8** (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые удовлетворяют следующим условиям:

- сумма последних двух цифр не менее 15;
- не делится на 3, 4 и 7.

Найдите минимальное из таких чисел и их сумму. Гарантируется, что искомая сумма не превосходит  $10^7$ .

**9** (Е. Джобс) Квадрат разлинован на  $N \times N$  клеток ( $3 < N < 15$ ). В каждой клетке записано целое число. На поле работает исполнитель Контур, который суммирует все клетки вокруг клетки, в которой находится. Для клеток,

находящихся на краю квадрата, находится сумма значений клеток, которые лежат внутри квадрата. Например, для ячейки A1 нужно найти сумму B1, A2, B2. Необходимо найти минимальный и максимальный результаты работы исполнителя Контур в заданном поле.

Исходные данные записаны в файле [18-j3.xls](#) в виде электронной таблице размером  $N \times N$ , каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата. В ответе запишите два числа: минимальный и максимальный результаты работы исполнителя Контур в заданном поле.

**10** (В.Н. Шубинкин) Исходные данные для Робота записаны в файле [18-2.xls](#) в виде электронной таблицы прямоугольной формы. Число в каждой клетке обозначает количество монет, которые может взять Робот. Робот может двигаться только вниз и вправо. Робот может брать монеты только с тех клеток, где количество монет нечётно. Если количество монет чётно, то Робот не берёт в этой клетке ни одной монеты. Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю. В ответе укажите два числа – сначала максимальную сумму, затем минимальную.

**11** (Е. Джобс) Квадрат разлинован на  $N \times N$  клеток ( $2 < N < 21$ ). В каждой клетке записано целое по-ложительное число – количество монет. Исполнитель Сборщик имеет две команды ВПРАВО и ВВЕРХ, которые, соответственно, перемещают его на одну клетку вправо или на одну клетку вверх. Проходя через клетку, Сборщик собирает все монеты, лежащие на ней. На поле существуют стены, обозначены жирной линией, через которые Сборщик проходить не может. Исполнитель начинает движение в левой нижней клетке и заканчивает в правой верхней. Какое максимальное и минимальное количество монет может собрать Сборщик, пройдя от начальной клетки до конечной?

Исходные данные для Робота записаны в файле [18-115.xls](#) в виде прямоугольной таблицы, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата. В ответе укажите сначала максимальный, затем минимальный результат, который может быть получен исполнителем.

**12** (В.Н. Шубинкин) Исходные данные для Робота записаны в файле [18-2.xls](#) в виде электронной таблицы прямоугольной формы. Робот может двигаться только вниз и вправо. С каждой клетки Робот забирает наибольшее количество контейнеров вместимостью 8 монет каждый, **полностью заполненных монетами**. Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю. В ответе укажите два числа – сначала максимальную сумму, затем минимальную.

**13, 14, 15** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень, добавить три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. При этом нельзя повторять ход, который только что сделал второй игрок. Например, если в начале игры в куче 4 камня, Петя может первым ходом получить кучу из 5, 7 или 8 камней. Если Петя добавил 1 камень и получил кучу из 5 камней, то следующим ходом Ваня может либо добавить 3 камня (и получить 8 камней), либо удвоить количество камней в куче (их станет 10). Получить 6 камней Ваня не может, так как для этого нужно добавить 1 камень, а такой ход только что сделал Петя.

Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 55. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 55 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 54$ .

Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

**Вопрос 2.** Определите минимальное и максимальное значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Вопрос 3.** Найдите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**16, 17, 18** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить** в любую кучу **один камень** или **увеличить** количество камней в любой куче **в четыре раза**. Игра завершается в тот момент, когда общее

количество камней в двух кучах становится не менее 125. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 7 камней, а во второй –  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 117$ .

Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение  $S$ , при котором это возможно.

**Вопрос 2.** Найдите минимальное и максимальное значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Вопрос 3.** Найдите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**19, 20, 21** (А. Кабанов) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) добавить в кучу один камень;
- б) добавить в кучу два камня;
- г) увеличить количество камней в куче в три раза.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 64. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 65 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 64$ .

Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Найдите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети.

**Вопрос 2.** Найдите минимальное и максимальное значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Вопрос 3.** Найдите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**22, 23, 24** (Демо-2023) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 129. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу из 129 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 128$ .

Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

**Вопрос 2.** Найдите два наименьших значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть за один ход, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Вопрос 3.** Найдите минимальное значение  $S$ , при котором Ваня может выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у него нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Если найдено несколько значений  $S$ , в ответе запишите минимальное из них.

**25** (PRO100 ЕГЭ) В файле [22-25.xls](#) содержится информация о совокупности  $N$  вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Будем говорить, что процесс  $B$  зависит от процесса  $A$ , если для выполнения процесса  $B$  необходимы результаты выполнения процесса  $A$ . В этом случае процессы могут выполняться только последовательно. Информация о процессах представлена в файле в виде таблицы. В первом столбце таблицы указан идентификатор процесса (ID), во втором столбце таблицы – время его выполнения в миллисекундах, в третьем столбце перечислены с разделителем «;» ID процессов, от которых зависит данный процесс. Если процесс является независимым, то в таблице указано значение 0.

Определите минимальное время, через которое завершится выполнение всей совокупности процессов, при условии, что все независимые друг от друга процессы могут выполняться параллельно.

Типовой пример организации данных в файле:

ID процесса В	Время выполнения процесса В (мс)	ID процесса(ов) А
1	4	0
2	3	0
3	1	1; 2
4	7	3

В данном случае независимые процессы 1 и 2 могут выполняться параллельно, при этом процесс 1 завершится через 4 мс, а процесс 2 – через 3 мс с момента старта. Процесс 3 может начаться только после завершения обоих процессов 1 и 2, то есть, через 4 мс после старта. Он длится 1 мс и закончится через  $4 + 1 = 5$  мс после старта. Выполнение процесса 4 может начаться только после завершения процесса 3, то есть, через 5 мс. Он длится 7 мс, так что минимальное время завершения всех процессов равно  $5 + 7 = 12$  мс.

**26** (В. Шубинкин) В файле [22-4.xls](#) содержится информация о совокупности N вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Будем говорить, что процесс В зависит от процесса А, если для выполнения процесса В необходимы результаты выполнения процесса А. В этом случае процессы могут выполняться только последовательно. Информация о процессах представлена в файле в виде таблицы. В первом столбце таблицы указан идентификатор процесса (ID), во втором столбце таблицы – время его выполнения в миллисекундах, в третьем столбце перечислены с разделителем «;» ID процессов, от которых зависит данный процесс. Если процесс является независимым, то в таблице указано значение 0.

Определите минимальное время, через которое завершится выполнение всей совокупности процессов, при условии, что все независимые друг от друга процессы могут выполняться параллельно.

Типовой пример организации данных в файле:

ID процесса В	Время выполнения процесса В (мс)	ID процесса(ов) А
1	4	0
2	3	0
3	1	1; 2
4	7	3

В данном случае независимые процессы 1 и 2 могут выполняться параллельно, при этом процесс 1 завершится через 4 мс, а процесс 2 – через 3 мс с момента старта. Процесс 3 может начаться только после завершения обоих процессов 1 и 2, то есть, через 4 мс после старта. Он длится 1 мс и закончится через  $4 + 1 = 5$  мс после старта. Выполнение процесса 4 может начаться только после завершения процесса 3, то есть, через 5 мс. Он длится 7 мс, так что минимальное время завершения всех процессов равно  $5 + 7 = 12$  мс.

**27** (А. Кабанов) В файле [22-34.xls](#) содержится информация о совокупности N вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Будем говорить, что процесс В зависит от процесса А, если для выполнения процесса В необходимы результаты выполнения процесса А. Информация о процессах представлена в файле в виде таблицы. В первом столбце таблицы указан идентификатор процесса (ID), во втором столбце таблицы – время его выполнения в миллисекундах, в третьем столбце перечислены с разделителем «;» ID процессов, от которых зависит данный процесс. Если процесс является независимым, то в таблице указано значение 0. Определите максимально возможное целочисленное неизвестное время выполнения процесса t, при котором выполнение всей совокупности процессов может завершиться не более чем за 96 мс.

Типовой пример организации данных в файле:

ID процесса В	Время выполнения процесса В (мс)	ID процесса(ов) А
1	4	0
2	3	0
3	t	1; 2
4	7	3

Пусть выполнение данной совокупности процессов закончилось за 15 мс. В данном случае независимые процессы 1 и 2 могут выполняться параллельно, при этом процесс 1 завершится через 4 мс, а процесс 2 – через 3 мс с момента старта. Процесс 3 может начаться только после завершения обоих процессов 1 и 2, то есть, через 4 мс после старта. Он длится t мс и закончится через  $4 + t$  мс после старта. Выполнение процесса 4 может начаться только после завершения процесса 3, то есть, через  $4 + t$  мс. Он длится 7 мс, так что минимальное время завершения всех процессов равно  $4 + t + 7 = 15$  мс. Следовательно,  $t = 15 - 4 - 7 = 4$  мс. Ответ для этого примера: 4.

**28** (Л. Евич) В файле [22-13e.xls](#) содержится информация о совокупности N вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Будем говорить, что процесс В зависит от процесса А, если для выполнения процесса В необходимы результаты выполнения процесса А. В этом случае процессы могут выполняться только последовательно. Информация о процессах представлена в файле в виде таблицы. В первом столбце таблицы указан идентификатор процесса (ID), во втором столбце таблицы – время его выполнения в миллисекундах, в третьем столбце перечислены с разделителем «;» ID процессов, от которых зависит данный процесс. Если процесс является независимым, то в таблице указано значение 0.

Определите минимальное время, через которое завершится выполнение всей совокупности процессов, при условии, что все независимые друг от друга процессы могут выполняться параллельно.

Типовой пример организации данных в файле:

ID процесса В	Время выполнения процесса В (мс)	ID процесса(ов) А
1	4	0
2	3	0
3	1	1; 2
4	7	3

В данном случае независимые процессы 1 и 2 могут выполняться параллельно, при этом процесс 1 завершится через 4 мс, а процесс 2 – через 3 мс с момента старта. Процесс 3 может начаться только после завершения обоих процессов 1 и 2, то есть, через 4 мс после старта. Он длится 1 мс и закончится через  $4 + 1 = 5$  мс после старта. Выполнение процесса 4 может начаться только после завершения процесса 3, то есть, через 5 мс. Он длится 7 мс, так что минимальное время завершения всех процессов равно  $5 + 7 = 12$  мс.

**29** Исполнитель Калькулятор преобразует число на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

- 1. Прибавить 1
- 2. Умножить на 2

Программа для исполнителя Калькулятор – это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 3 результатом является число 55 и при этом траектория вычислений содержит число 18 и не содержит числа 12?

**30** Исполнитель Калькулятор преобразует число, записанное на экране в троичной системе счисления. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

- 1. Умножь на 2
- 2. Умножь на 2 и прибавь 1

Сколько различных результатов можно получить из исходного числа 1 после выполнения программы, содержащей ровно 15 команд?

**31** Исполнитель Калькулятор преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

- 1. Прибавить 1
- 2. Прибавить 2
- 3. Умножить на 4

Программа для исполнителя Калькулятор – это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 1 результатом является число 13?

**32** (С.С. Поляков) У исполнителя Калькулятор есть три команды, которым присвоены номера:

- 1. Прибавить 1
- 2. Прибавить 5
- 3. Умножить на 3

Найдите длину самой короткой программы, в результате выполнения которой при исходном числе 1 результатом является число 227.

1	732
2	14

3	1683
4	85400
5	181 -31478
6	25 10899
7	1 40
8	1189 460004
9	137 650
10	960 205
11	4507 3066
12	1256 472
13	1) 27
14	2) 14 26
15	3) 13
16	1) 8
17	2) 12 29
18	3) 28
19	1) 21
20	2) 7 20
21	3) 18
22	1) 64
23	2) 32 63
24	3) 62
25	2217
26	31
27	24
28	17
29	88
30	32768
31	298
32	7