

1. (А.Н. Носкин) Петя составляет список из 5-буквенных слов, в состав которых входят только буквы А, О, У. Петя расположил слова в обратном алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ууууу
2. ууууО
3. ууууА
4. уууОУ
- ...

Запишите слово, которое стоит в этом списке под номером 100.

2. Миша составляет 6-буквенные коды из букв Б, А, Л, О, Н. Каждая допустимая гласная буква может входить в код не более одного раза. Сколько кодов может составить Миша?

3. (А.Н. Носкин) Петя составляет шестибуквенные слова перестановкой букв слова МОЛОКО. Сколько всего различных слов может составить Петя?

4. Маша составляет 7-буквенные коды из букв П, Е, С, К, А, Р, Ь. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом буква Ь не может стоять на первом месте, а также перед буквами Е, А и Р. Сколько различных кодов может составить Маша?

5. Петя составляет 4-буквенные слова из букв Н, О, Д, А. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом нельзя ставить подряд две гласные или две согласные. Сколько различных кодов может составить Петя?

6. (В.Ю. Беспалова) Чертежнику был дан для исполнения следующий алгоритм:

```
Сместиться на (1, -1)
Повтори 3 раза
    Сместиться на (a, b)
    Сместиться на (4, 5)
конец
Сместиться на (17, 31)
```

Найдите целые значения а и b, для которых после выполнения программы Чертёжник окажется в исходной точке. В ответе запишите произведение этих чисел.

7. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

К исходной строке, содержащей более 35 единиц и не содержащей других символов, применили приведённую ниже программу.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
    заменить (111, 2)
    заменить (222, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

В результате получилась строка 1. Какое наименьшее количество единиц могло быть в исходной строке?

8. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
ПОКА нашлось (5555)
    заменить (5555, 8)
    заменить (88, 5)
КОНЕЦ ПОКА
```

Известно, что начальная строка состоит более чем из 500 цифр 5 и не содержит других цифр. При какой наименьшей длине исходной строки результат работы этой программы будет содержать наибольшее возможное число цифр 5?

9. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w, вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 70 идущих подряд цифр 8?

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (2222) ИЛИ нашлось (8888)
    ЕСЛИ нашлось (2222)
```

```

    ТО заменить (2222, 88)
    ИНАЧЕ заменить (8888, 22)
КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ

```

10. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```

НАЧАЛО
ПОКА нашлось (4444) ИЛИ нашлось (7777)
    ЕСЛИ нашлось (4444)
        ТО заменить (4444, 77)
        ИНАЧЕ заменить (7777, 44)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ

```

Какая строка получится в результате применения приведённой выше программы к строке, состоящей из 123 идущих подряд цифр 7? В ответе запишите полученную строку.

11. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [44; 49]$ и $Q = [28; 53]$. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x .

12. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 15]$ и $Q = [14, 40]$. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$\neg(\neg(x \in P) \vee \neg(x \in Q)) \wedge \neg(x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых x .

13. На числовой прямой даны три интервала: $P=[5,10]$, $Q=[10,20]$ и $R=[25,40]$. Определите наименьшую возможную длину отрезка A , при выборе которого выражения

$$(x \in A) \rightarrow (x \in P) \text{ и } (x \in Q) \rightarrow (x \in R)$$

тождественно равны, то есть принимают одинаковые значения при любых x .

14. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [30, 50]$ и $Q = [10, 80]$. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \wedge \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x .

15. Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём $P = \{1, 2, 3, 4\}$ и $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Известно, что выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P) \vee \neg(x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное количество элементов множества A .

16. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

```

F(n) = 1, при n ≤ 1,
F(n) = 3 + F(n / 2 - 1), когда n > 1 и чётное,
F(n) = n + F(n + 2), когда n > 1 и нечётное.

```

Назовите минимальное значение n , для которого $F(n) = 19$.

17. (П. Волгин) Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

```

F(0) = 3
F(n) = F(n-1), при 0 < n ≤ 15
F(n) = 2,5*F(n-3), при 15 < n < 100
F(n) = 3,3*F(n-2), при n ≥ 100

```

С какой цифры начинается дробная часть значения функции $F(100)$?

18. Функция $F(n)$, где n – натуральное число, задана следующим образом:

Паскаль	Python	Си
function F(n: integer):	def F(n):	int F(int n) {

integer;	if n < 5:	if (n < 5)
begin	return F(3*n) + \	return F(3*n) +
if n < 5 then	F(n + 3) + \	F(n + 3) +
F := F(3*n) +	F(n + 1)	F(n + 1);
F(n + 3) +	else:	else
F(n + 1)	return n // 2	return n / 2;
else		}
F := n div 2;		
end;		

Чему будет равно значение, вычисленное алгоритмом при выполнении вызова F(2)?

19. Ниже записаны две рекурсивные функции (процедуры): F и G. Сколько символов «звёздочка» будет напечатано на экране при выполнении вызова F(11)?

Паскаль	Python	Си
procedure F(n: integer);		
begin		void F(int n) {
if n > 0 then G(n - 1);	def F(n):	if (n > 0) G(n - 1);
end;	if n > 0: G(n - 1) }	}
procedure G(n: integer);	def G(n):	void G(int n) {
begin	print("*")	printf("*");
writeln('*');	if n > 1: F(n - 3)	if (n > 1) F(n - 3);
if n > 1 then F(n - 3);		}
end;		

20. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 2 \cdot n - 5$ при $n > 12$
 $F(n) = 2 \cdot F(n+2) + n - 4$, если $n \leq 12$

Чему равно значение функции F(1)?

21. (И. Романов) В файле [17-274.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите сначала количество пар элементов последовательности, для которых сумма модулей элементов пары больше 17043 и кратна 3, а затем минимальную из сумм элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

22. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые в пятеричной системе счисления оканчиваются на 3, в девятеричной – на 5 и не оканчиваются на 7 в восьмеричной системе счисления. В качестве ответа укажите два числа – количество найденных чисел и максимальное из них.

23. (П. Волгин) В файле [17-277.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -1000 до 1000. Определите сначала количество пар чисел, в которых хотя бы один из элементов пары больше, чем сумма всех цифр «2» в троичной записи из модулей всех чисел в файле, кратных 60, а затем максимальную из сумм таких пар. Под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

24. (В. Шубинкин) В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество элементов последовательности, которые больше предыдущего элемента, затем наименьший модуль разности чисел в паре среди всех таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности. Например, для последовательности 307; 36; 45; -27; -11; -6; 2; -16 ответом будет пара чисел: 4 и 5.

25. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые удовлетворяют следующим условиям:

- кратны 3, но не кратны 9;
- последняя цифра не менее 4.

Найдите количество таких чисел и целую часть их среднего арифметического.