

1. (Е. Джобс) Стасик выписывает все пятисимвольные комбинации, составленные из букв Ш, К, О, Л, А. При этом упорядочивая их по алфавиту. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААК
3. ААААЛ
4. ААААО
5. ААААШ
- ...

Определите, сколько слов хотя бы с одной гласной напишет Стасик.

2. Артур составляет 5-буквенные коды перестановкой букв слова ВОРОН. При этом нельзя ставить рядом две гласные. Сколько различных кодов может составить Артур?

3. (А.Н. Носкин) Петя составляет список из 4-буквенных слов, в состав которых входят только буквы О, С, Е, Н, Ъ. Петя расположил слова в обратном алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ЪЪЪЪ
2. ЪЪЪС
3. ЪЪЪО
4. ЪЪЪН
5. ЪЪЪЕ
6. ЪЪСЪ
- ...

Запишите слово, которое стоит в этом списке под номером 100.

4. Все 4-буквенные слова, составленные из букв М, А, Р, Т, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. АААА
2. АААМ
3. АААР
4. АААТ
- ...

Какое количество слов находятся между словами МАРТ и РАМТ (включая эти слова)?

5. (А. Куканова) Маша составляет 4-буквенные слова из букв П, И, Т, О, Н, причём никакие две гласные или две согласные не должны стоять рядом. Каждая буква может использоваться несколько раз или не использоваться вообще. Сколько слов может составить Маша?

6. (С.С. Поляков) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
  ПОКА нашлось (222)
    заменить (222, 1)
    заменить (111, 2)
  КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой программы к строке вида $1...12...2$ (2019 единиц и 2119 двоек)?

7. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w , вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 156 идущих подряд цифр 8? В ответе запишите полученную строку.

```
НАЧАЛО
  ПОКА нашлось (222) ИЛИ нашлось (888)
    ЕСЛИ нашлось (222)
      ТО заменить (222, 8)
      ИНАЧЕ заменить (888, 2)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
  КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

8. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (4444) ИЛИ нашлось (777)
    ЕСЛИ нашлось (4444)
        ТО заменить (4444, 77)
        ИНАЧЕ заменить (777, 4)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой выше программы к строке, состоящей из 204 идущих подряд цифр 4? В ответе запишите полученную строку.

9. (Досрочный ЕГЭ 2020 г.) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w, вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (>1) ИЛИ нашлось (>2) ИЛИ нашлось (>3)
    ЕСЛИ нашлось (>1)
        ТО заменить (>1, 22>)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
    ЕСЛИ нашлось (>2)
        ТО заменить (>2, 2>)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
    ЕСЛИ нашлось (>3)
        ТО заменить (>3, 1>)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

На вход приведённой ниже программе поступает строка, начинающаяся с символа «>», а затем содержащая 11 цифр 1, 12 цифр 2 и 30 цифр 3, расположенных в произвольном порядке. Определите сумму числовых значений цифр строки, получившейся в результате выполнения программы. Так, например, если результат работы программы представлял бы собой строку, состоящую из 50 цифр 4, то верным ответом было бы число 200.

10. (Е. Джобс) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА НЕ нашлось (><)
    заменить(>1, 3>)
    заменить(>2, 2>)
    заменить(>3, 1>)
    заменить(3<, <1)
    заменить(2<, <3)
    заменить(1<, <2)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

На вход приведённой ниже программе поступает строка, начинающаяся с символа «>», содержащая 20 цифр 1, 15 цифр 2 и 40 цифр 3 и оканчивающаяся символом «<». Определите, в каком порядке должны располагаться цифры во входной строке, чтобы сумма цифр, получившаяся в результате выполнения программы, была максимально возможной. В ответе запишите эту максимально возможную сумму. Так, например, если результат работы программы представлял бы собой строку, состоящую из 50 цифр 4, то верным ответом было бы число 200.

11. На числовой прямой даны два отрезка: P = [10, 25] и Q = [28, 40]. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$$((x \in P) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x.

12. (А.М. Кабанов) Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x^2 - 3x + 2 > 0) \vee (y > x^2 + 7) \vee (xy < A)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y ?

13. Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ и $Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$. Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow \neg(x \in P)) \wedge (\neg(x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$$

истинно (т.е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наибольшее возможное количество элементов множества A .

14. На числовой прямой даны два отрезка: $P=[37,60]$ и $Q=[40,77]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула

$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge (x \notin A)) \rightarrow (x \notin P))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

15. Введём выражение M и K , обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A , такое что выражение

$$(X \& 13 = 0) \rightarrow ((X \& 40 \neq 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

16. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2 * n * n + 1, \text{ при } n > 25$$

$$F(n) = F(n+2) + 2 * F(n+3), \text{ при } n \leq 25$$

Определите количество натуральных значений n из отрезка $[1; 1000]$, для которых значение $F(n)$ кратно 11.

17. (Д.Ф. Муфаззалов) Определите наименьшее число n такое, что при вызове $F(n)$ второе выведенное число будет больше числа 51. Запишите в ответе сначала найденное значение n , а затем через пробел – соответствующее значение $F(n)$.

Паскаль	Python	C++
function f(n: integer): integer; var d:integer; begin writeln(N); if n > 0 then begin d := n mod 10 + F(n div 10); writeln(d); F := d end else F:= 0; end;	def F(n): print(n) if n > 0: d = (n%10 + F(n//10)) print(d) return d else: return 0	int F(int n) { cout << n << endl; if(n) { int d = n%10 F(n/10); cout << d << endl; return d; } else return 0; }

18. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n * n + 2 * n + 1, \text{ при } n > 25$$

$$F(n) = 2 * F(n+1) + F(n+3), \text{ при чётных } n \leq 25$$

$$F(n) = F(n+2) + 3 * F(n+5), \text{ при нечётных } n \leq 25$$

Определите количество натуральных значений n из отрезка $[1; 1000]$, для которых значение $F(n)$ не содержит цифру 0.

19. (Е. Джобс) Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n + 1 \text{ при } n < 3$$

$$F(n) = n + 2 * F(n+2), \text{ если } n \geq 3 \text{ и чётно,}$$

$$F(n) = F(n-2) + n - 2, \text{ если } n \geq 3 \text{ и нечётно.}$$

Сколько существует чисел n , для которых значение $F(n)$ определено и будет трехзначным?

20. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n + 1 \text{ при } n < 3$$

$$F(n) = F(n-2) + n - 2, \text{ если } n \geq 3 \text{ и чётно,}$$

$$F(n) = F(n+2) + n + 2, \text{ если } n \geq 3 \text{ и нечётно.}$$

Сколько существует чисел n , для которых значение $F(n)$ определено и будет пятизначным?

21. В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар, в которых оба элемента меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и хотя бы один из двух элементов оканчивается на 19. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – максимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

22. В файле [17-243.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар чисел, в которых хотя бы один из двух элементов больше, чем наибольшее из всех чисел в файле, делящихся на 151, и в шестнадцатеричной записи хотя бы одного элемента из двух содержится цифра 3. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – минимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

23. В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от $-10\,000$ до $10\,000$ включительно. Определите количество троек, в которых хотя бы два из трёх элементов меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и десятичная запись хотя бы двух из трёх элементов содержит цифру 5. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных троек, а затем – максимальную сумму элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.

24. (П. Волгин) В файле [17-5.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать значения от -100 до 100 включительно. Определите сначала количество пар элементов последовательности, в которых хотя бы одно число оканчивается на 7, а затем максимальную из сумм элементов таких пар. Под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности. Например, для последовательности из 5 элементов: 7, 27, 17, 5, 57 ответ должен быть 4 62.

25. (П. Финкель) В файле [17-202.txt](#) содержится последовательность целых чисел, которые принимают значения от -10000 до 10000 включительно. Тройка идущих подряд чисел последовательности называется уникальной, если только второе из них является положительным трёхзначным числом, заканчивающимся на 5. Определите количество уникальных троек чисел, а затем – максимальную из всех сумм таких троек.