

1. Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. ААААА
2. ААААО
3. ААААУ
4. АААОА
- ...

Какое количество слов находятся между словами УАУАУ и ОУОУА (включая эти слова)?

2. Вася составляет 5-буквенные слова, в которых есть только буквы С, Л, О, Н, причём буква С используется в каждом слове ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

3. (А. Куканова) Евгений составляет 4-значные числа в 8-ичной системе счисления. Числа должны начинаться с чётной цифры, и цифры в них располагаются в невозрастающем порядке. Сколько различных чисел может составить Евгений?

4. Петя составляет 6-буквенные слова из букв К, О, М, Е, Т, А. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом нельзя ставить подряд две гласные или две согласные. Сколько различных кодов может составить Петя?

5. (Б.С. Михлин) Разведчик кодирует символы текста пятью стрелками. Каждая стрелка может иметь четыре положения (направления): $\uparrow \rightarrow \downarrow \leftarrow$. Для первой стрелки запрещено положение вверх: \uparrow . Некоторые стрелки не могут находиться в одинаковом положении (направлении): первая и пятая, вторая и четвертая. Сколько всего различных символов текста может закодировать разведчик?

6. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w , вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 146 идущих подряд цифр 5? В ответе запишите полученную строку.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (333) ИЛИ нашлось (555)
    ЕСЛИ нашлось (555)
        ТО заменить (555, 3)
        ИНАЧЕ заменить (333, 5)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

7. Исполнитель Чертёжник перемещается на координатной плоскости, оставляя след в виде линии. Чертёжник может выполнять команду *Сместиться на* (a , b) (где a , b – целые числа), перемещающую Чертёжника из точки с координатами (x , y) в точку с координатами ($x + a$, $y + b$). Чертёжнику был дан для исполнения следующий алгоритм:

```
Сместиться на (-12, 13)
Повтори ... раз
    Сместиться на (... , ...)
    Сместиться на (-1, -2)
конец
Сместиться на (-25, -33)
```

После выполнения этого алгоритма Чертёжник возвращается в исходную точку. Какое наибольшее число повторений могло быть указано в конструкции «Повтори ... раз»?

8. (Е. Джобс) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (900) или нашлось(8000) или нашлось(70)
    заменить(70, 8)
    заменить(900, 70)
    заменить(8000, 900)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Известно, что на вход программы поступила строка из 71 символа. Определите минимальное четырехзначное число, которое может являться результатом работы исполнителя.

9. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Дана программа для исполнителя Редактор:

```
ПОКА нашлось (555) ИЛИ нашлось (888)
  заменить (555, 8)
  заменить (888, 55)
КОНЕЦ ПОКА
```

Известно, что начальная строка состоит более чем из 200 цифр 5 и не содержит других символов. В ходе работы алгоритма получилась строка, содержащая больше цифр 8, чем цифр 5. Укажите минимальную возможную длину входной строки.

10. (С.С. Поляков) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
  ПОКА нашлось (222)
    заменить (222, 1)
    заменить (111, 2)
  КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой программы к строке вида $1\dots 12\dots 2$ (2019 единиц и 2019 двоек)?

11. Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 21)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 14)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

12. Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A , такое что выражение

$$(X \& 41 = 0) \rightarrow ((X \& 119 \neq 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

13. Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Сколько существует натуральных значений A на отрезке $[1; 1000]$, при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 7) \wedge (\text{ДЕЛ}(240, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(780, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

14. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 15]$ и $Q = [14, 40]$. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$\neg (\neg (x \in P) \vee \neg (x \in Q)) \wedge \neg (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых x .

15. Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 16)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 23)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

16. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

```
F(n) = n + 3 при n < 3
F(n) = (n + 2) * F(n-4), если n ≥ 3 и делится на 3,
F(n) = n + F(n-1) + 2 * F(n-2), если n ≥ 3 и не делится на 3.
```

Чему равно значение функции $F(20)$?

17. Функция $F(n)$, где n – натуральное число, задана следующим образом:

Паскаль	Python	Си
function F(n: integer):	def F(n):	int F(int n) {
integer;	if n < 5:	if (n < 5)
begin	return F(n+3) + \	return F(n+3) +
if n < 5 then	F(2*n) + \	F(2*n) +
F := F(n+3) +	F(3*n // 2)	F(3*n / 2);
F(2*n) +		else

```

F(3*n div 2)      else:      return n + 2;
else              return n + 2  }
F := n + 2;
end;

```

Чему будет равно значение, вычисленное алгоритмом при выполнении вызова F(3)?

18. Определите, сколько символов * выведет эта процедура при вызове F(280):

Паскаль	Python	C++
procedure F(n: integer);		void F(int n)
begin	def F(n): {	
write('*');	cout << '*';	
if n >= 1 then begin	print('*')	if(n >= 1) {
write('*');	if n >= 1:	cout << '*';
F(n-1);	print('*')	F(n-1);
F(n div 3);	F(n-1)	F(n/3);
write('*');	F(n/3)	cout << '*';
end;	print('*')	}
end;	}	}

19. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n * n - 5$, при $n > 15$
 $F(n) = n * F(n+2) + n + F(n+3)$, при $n \leq 15$

Определите сумму цифр значения F(1).

20. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 1$
 $F(n) = 1 + F(n - 1)$ если $n > 0$ и n нечётное
 $F(n) = F(n / 2)$ в остальных случаях

Определите количество значений n на отрезке [1, 500 000 000], для которых $F(n) = 4$.

21. (В. Ганиев) В файле [17-276.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 1 до 10 000 включительно. Рассматриваются все тройки элементов последовательности, которые могут образовывать геометрическую прогрессию, знаменатель которой не равен 1. Определите и запишите в ответе сначала количество таких троек, а затем квадрат максимального знаменателя прогрессии для всех таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.

22. (П. Финкель) В файле [17-199.txt](#) содержится последовательность целых чисел, которые принимают значения от -10000 до 10000 включительно. Тройка идущих подряд чисел последовательности называется уникальной, если только второе из них является положительным трёхзначным нечётным числом. Определите количество уникальных троек чисел, а затем – максимальную из всех сумм таких троек.

23. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые удовлетворяют следующим условиям:

- сумма последних двух цифр не менее 15;
- не делится на 3, 4 и 7.

Найдите минимальное из таких чисел и их сумму. Гарантируется, что искомая сумма не превосходит 10^7 .

24. (В. Шубинкин) В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество элементов последовательности, которые больше предыдущего элемента, затем наименьший модуль разности чисел в паре среди всех таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности. Например, для последовательности 307; 36; 45; -27; -11; -6; 2; -16 ответом будет пара чисел: 4 и 5.

25. (Е. Джобс) В файле [17-272.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Подходящей считается пара, в которой хотя бы один элемент больше среднего арифметического всех положительных элементов последовательности. Запишите в ответе количество подходящих пар, а затем максимальную сумму цифр одного элемента в подходящих парах. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

Например, рассмотрим последовательность из шести элементов: 12; 18; 3; -15; 11; 16. Среднее арифметическое всех положительных элементов последовательности равно 12. Следовательно, подходит 3 пары: (12; 18), (18; 3) и (11; 16). Суммы цифр у элементов: 3 (1+2), 9 (1+8), 3, 2 (1+1), 7 (1+6). Ответ: 3 9.