

1 Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.

	A	B	C	D	E	F
A		7	4	8		16
B	7			3		
C	4			3		
D	8	3	3		2	3
E				2		5
F	16			3	5	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами A и F, не проходящего через пункт C (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

2 (А. Богданов) Логическая функция F задаётся выражением  $((w \rightarrow x) \neq z) \wedge y$ . На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w.

?	?	?	?	F
1		0	0	1
0				1
1	1	0		0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

3 (А. Рогов) В файле [3-40.xls](#) приведён фрагмент базы данных «Города и страны», описывающей различные страны, города и языки. База данных состоит из трех таблиц. Таблица «Страны» (код, название, континент, регион, площадь, год получения независимости, население, ОПЖ – ожидаемая продолжительность жизни, ВНД – валовый национальный доход, предыдущее значение ВНД, форма правления, идентификатор столицы). Таблица «Города» (идентификатор, название, код страны, район, население). Таблица «Языки» (код языка, код страны, название, является ли официальным, процент использования в стране). По некоторым значениям данных нет, в этом случае в таблице внесено значение NULL. На рисунке приведена схема базы данных.



Используя информацию из приведённой базы данных, определите среднее население стран Европы, в которых наиболее популярный официальный язык используют менее 60% населения. В ответе укажите только целую часть получившегося числа.

**4** Заглавные буквы русского алфавита закодированы неравномерным двоичным кодом, в котором никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Известно, что все кодовые слова содержат не меньше двух двоичных знаков, а слову ВОРОТ соответствует код 0000110001111. Какой код соответствует слову РОВ?

**5** Алгоритм получает на вход натуральное число  $N > 1$  и строит по нему новое число  $R$  следующим образом:

- 1) Строится двоичная запись числа  $N$ .
- 2) Подсчитывается количество нулей и единиц в полученной записи. Если их количество одинаково, в конец записи добавляется её последняя цифра. В противном случае в конец записи добавляется цифра, которая встречается реже.
- 3) Шаг 2 повторяется ещё два раза.
- 4) Результат переводится в десятичную систему счисления.

При каком наибольшем исходном числе  $N < 500$  в результате работы алгоритма получится число, которое делится на 4 и не делится на 8?

**6** (Е. Джобс) Исполнитель Черепаха действует на плоскости с декартовой системой координат. В начальный момент Черепаха находится в начале координат, её голова направлена вдоль положительного направления оси ординат, хвост опущен. При опущенном хвосте Черепаха оставляет на поле след в виде линии. В каждый конкретный момент известно положение исполнителя и направление его движения. У исполнителя существует две команды: Вперёд  $n$  (где  $n$  – целое число), вызывающая передвижение Черепахи на  $n$  единиц в том направлении, куда указывает её голова, и Направо  $m$  (где  $m$  – целое число), вызывающая изменение направления движения на  $m$  градусов по часовой стрелке. Запись

Повтори  $k$  [Команда1 Команда2 ... Команда $S$ ]

означает, что последовательность из  $S$  команд повторится  $k$  раз. Черепахе был дан для исполнения следующий алгоритм:

Повтори 10 [Вперёд 15 Направо 60]

Сколько существует точек с целочисленными координатами, лежащими на получившемся контуре?

**7** (Е. Джобс) Автоматическая камера производит растровые изображения размером  $640 \times 1280$  пикселей. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Объем файла с одним изображением не может превышать 500 Кбайт без учета размера заголовка файла. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

**8** Из букв слова РАДУГА составляются 6-буквенные последовательности. Сколько можно составить различных последовательностей, если известно, что в каждой из них содержится не менее 3 согласных?

**9** Откройте файл электронной таблицы [9-0.xls](#), содержащей результаты ежечасного измерения температуры воздуха на протяжении трёх месяцев. Определите, сколько раз в мае

максимальная температура в течение суток оказывалась выше минимальной на 15 и более градусов. В ответе введите только одно число – количество таких дней.

**10** С помощью текстового редактора определите, сколько раз, не считая сносок, встречается слово «отец» или «Отец» в тексте романа в стихах А.С. Пушкина «Евгений Онегин» (файл [10-0.docx](#)). Другие формы слова «отец», такие как «отца», «отцу» и т.д., учитывать не следует. В ответе укажите только число.

**11** При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 20 символов и содержащий только символы из 8-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт, одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 400 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе?

**12** Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

1. заменить ( $v, w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ , вторая проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

НАЧАЛО

ПОКА нашлось (13) ИЛИ нашлось (32) ИЛИ нашлось (12)

ЕСЛИ нашлось (13)

ТО заменить (13, 31)

КОНЕЦ ЕСЛИ

ЕСЛИ нашлось (32)

ТО заменить (32, 23)

КОНЕЦ ЕСЛИ

ЕСЛИ нашлось (12)

ТО заменить (12, 21)

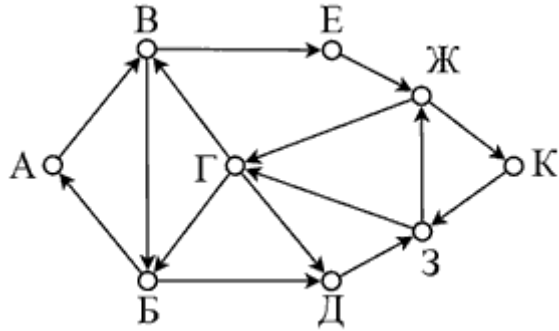
КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

На вход приведённой ниже программе поступает строка, содержащая 50 цифр 1, 50 цифр 2 и 50 цифр 3, расположенных в произвольном порядке. Запишите без разделителей символы, которые имеют порядковые номера 10, 70 и 140 в получившейся строке.

**13** (Е. Джобс) На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует маршрутов, начинающихся и оканчивающихся в пункте Г, не проходящих дважды через один и тот же пункт и не проходящих через пункт З?



**14** (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения:  $9^{17} + 3^{16} - 27$  записали в системе счисления с основанием 3. Какая из цифр чаще всего встречается в полученном числе? В ответе укажите, сколько таких цифр в этой записи.

**15** На числовой прямой даны два отрезка:  $P=[14,34]$  и  $Q=[24,44]$ . Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка А, что формула

$$(x \notin A) \rightarrow ((x \in Q) \equiv (x \in P))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной х.

**16** Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1$$

$$F(n) = F(n/2) + 1, \text{ когда } n \geq 2 \text{ и чётное,}$$

$$F(n) = F(n - 1) + n, \text{ когда } n \geq 2 \text{ и нечётное.}$$

Назовите минимальное значение  $n$ , для которого  $F(n)$  равно 19.

**17** В файле [17-243.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар чисел, в которых хотя бы один из двух элементов меньше, чем сумма цифр всех чисел в файле, делящихся на 51. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – максимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

**18** Квадрат разлинован на  $N \times N$  клеток ( $1 < N < 17$ ). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вниз. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вниз – в соседнюю нижнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Исходные данные записаны в файле [18-4.xls](#) в виде электронной таблице размером  $N \times N$ , каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата. Определите максимальную и

минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю. В ответе укажите два числа – сначала максимальную сумму, затем минимальную.

**19, 20, 21** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень, добавить три камня или увеличить количество камней в куче в три раза. При этом нельзя повторять ход, который только что сделал второй игрок.

Например, если в начале игры в куче 4 камня, Петя может первым ходом получить кучу из 5, 7 или 12 камней. Если Петя добавил 1 камень и получил кучу из 5 камней, то следующим ходом Ваня может либо добавить 3 камня (и получить 8 камней), либо утроить количество камней в куче (их станет 15). Получить 6 камней Ваня не может, так как для этого нужно добавить 1 камень, а такой ход только что сделал Петя.

Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 76. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 76 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 75$ .

Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

**Вопрос 2.** Определите минимальное и максимальное значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Вопрос 3.** Найдите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**22** (А. Кабанов) В файле [22-56.xls](#) содержится информация о совокупности  $N$  вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Для запуска некоторых процессов необходимы данные, которые получаются как результаты выполнения одного или двух других процессов – поставщиков данных. Независимые процессы (не имеющие поставщиков данных) можно запускать в любой момент времени. Если процесс В (зависимый процесс) получает данные от процесса А (поставщика данных), то процесс В может начать выполнение сразу же после завершения процесса А. Любые процессы, готовые к выполнению, можно запускать параллельно, при этом количество одновременно выполняемых процессов может быть любым, длительность процесса не зависит от других параллельно выполняемых процессов.

В таблице представлены идентификатор (ID) каждого процесса, его длительность и ID поставщиков данных для зависимых процессов.

Определите, какое наибольшее количество процессов может быть завершено за первые 40 мс с момента запуска первого процесса.

Типовой пример организации данных в файле:

ID процесса В	Время выполнения процесса В (мс)	ID процесса(ов) А
1	4	0
2	3	0
3	1	1; 2
4	7	3

Пусть нас интересуют процессы, которые завершились в первые 6 мс. В данном случае независимые процессы 1 и 2 могут выполняться параллельно, при этом процесс 1 завершится через 4 мс, а процесс 2 – через 3 мс с момента старта. Процесс 3 может начаться только после завершения обоих процессов 1 и 2, то есть, через 4 мс после старта. Он длится 1 мс и закончится через  $4 + 1 = 5$  мс после старта. Выполнение процесса 4 может начаться только после завершения процесса 3, то есть, через 5 мс. Он длится 7 мс и закончится через  $5 + 7 = 12$  мс. За первые 6 мс успеют завершиться процессы 1, 2, 3. Ответ для этого примера: 3.

**23** Исполнитель Калькулятор преобразует число на экране. У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2

Программа для исполнителя Калькулятор – это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 1 результатом является число 20, и при этом траектория вычислений содержит число 10?

**24** (К. Амеличев) Текстовый файл [24-5.txt](#) содержит последовательность из символов «(»и «)», всего не более  $10^6$  символов. Определите, с какого по счёту символа от начала файла начинается 10000-я пара скобок «()» (нумерация символов начинается с 1).

**25** (В. Селезнев) Назовём маской числа последовательность цифр, в которой также могут встречаться следующие символы:

- символ «?» означает ровно одну произвольную цифру;
- символ «\*» означает любую последовательность цифр произвольной длины; в том числе «\*» может задавать и пустую последовательность.

Среди натуральных чисел, больших 2352000, найдите числа, все простые делители которых, выписанные без пробелов по возрастанию, образуют число, соответствующее маске «10\*29». Например, число 234566 имеет 3 простых делителя: 2, 17, 6899, они образуют число 2176899, которое соответствует маске «21\*9». В ответе укажите первые 5 найденных чисел в порядке возрастания, справа от каждого числа запишите его наибольший простой делитель.

**26** (99 баллов) В университете Инфаполис учится  $N$  групп студентов, для обучения которых используется  $N$  аудиторий. Известно количество студентов в каждой группе и количество мест в каждой аудитории. Группа всегда занимает целую аудиторию (группы не объединяются). Администрацию университета заинтересовал вопрос: сколько существует способов рассадить все группы по аудиториям, и сколько групп (по одной) вмещаются в самую маленькую аудиторию.

**Входные данные** представлены в файле [26-84.txt](#) следующим образом. В первой строке записано натуральное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 100\,000$ ) – количество аудиторий (и количество



групп). В следующей строке записано  $N$  натуральных чисел – количество студентов в каждой группе (целые числа, не превышающие 1 000 000). В третьей строке записано  $N$  натуральных чисел – количество мест в каждой аудитории (целые числа, не превышающие 1 000 000).

Запишите в ответе два числа: сначала количество способов рассадить всех по аудиториям по модулю 100000007 (то есть, остаток от деления искомого числа на 100000007), затем количество групп, каждая из которых помещается в самую маленькую аудиторию.

**Пример входного файла::**

```
3
2 3 4
5 6 3
```

При таких исходных данных всего есть 4 варианта размещения (A5: 2 означает, что в аудитории вместимостью 5 человек размещается группа из 2-х человек):

- 1) A5: 2, A6: 4, A3: 3,
- 2) A5: 4, A6: 2, A3: 3,
- 3) A5: 4, A6: 3, A3: 2,
- 4) A5: 3, A6: 4, A3: 2.

В самой маленькой аудитории (на 5 человек) можно разместить одну из двух 2 групп (из 2-х или 3-х человек). Ответ: 4 2.

**27 (А. Жуков)** Имеется набор данных, состоящий из положительных целых чисел.

Необходимо определить количество пар элементов  $(a_i, a_j)$  этого набора, в которых  $1 \leq i < j \leq N$ , сумма элементов нечётна, произведение делится на 13, а **номера элементов в последовательности отличаются МЕНЕЕ, чем на 5**.

**Входные данные.** Даны два входных файла ([файл А](#) и [файл В](#)), каждый из которых содержит в первой строке количество чисел  $N$  ( $1 \leq N \leq 100000$ ). Каждая из следующих  $N$  строк содержит одно натуральное число, не превышающее 10 000.

**Пример входного файла:**

```
7
4
14
27
33
7
2
13
```

Для указанных входных данных количество подходящих пар должно быть равно 1. В приведённом наборе имеются одна пара (2, 13), сумма элементов которой нечётна, произведение кратно 13 и индексы элементов последовательности отличаются менее, чем на 5.

В ответе укажите два числа: сначала количество подходящих пар для файла А, затем для файла В.

1	11
2	xywz
3	2129900
4	10001000
5	225
6	16
7	32
8	12825
9	23
10	7
11	12
12	231
13	2
14	21
15	30
16	448
17	5526 13993
18	1259 560
19	1) 25
20	2) 9 24
21	3) 8
22	6
23	28
24	40451
25	2367803 22129
	2371987 23029
	2378503 22229
	2382287 229
	2386529 23629
26	95001876 1010
27	11 17813