

1. Определите количество семизначных чисел, записанных в девятеричной системе счисления, учитывая, что числа не могут начинаться с цифр 2 и 6 и не должны заканчиваться на пару одинаковых цифр (например, на 00).

2. (А. Куканова) Маша составляет 6-буквенные слова из букв З, Е, Р, К, А, Л, О, содержащие букву К, но не более 4 раз. Остальные буквы не могут повторяться. Сколько различных слов может составить Маша?

3. (Е. Джобс) Вася составляет 4-буквенные слова из букв И, Н, С, Т, А, В, К и упорядочивает их по алфавиту. При этом на первом месте может быть только согласная, на последнем - гласная. Вот начало списка:

1. ВААА
2. ВААИ
3. ВАВА
- ...

Укажите номер слова НИКА в этом списке.

4. Миша составляет 5-буквенные коды из букв К, О, Р, Н, Е, Т. Каждая допустимая гласная буква может входить в код не более одного раза. Сколько кодов может составить Миша?

5. Все 5-буквенные слова, составленные из букв Д, К, М, О, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. ДДДДД
2. ДДДДК
3. ДДДДМ
4. ДДДДО
5. ДДДКД
- ...

Какое количество слов находятся между словами ДОМОК и КОМОД (включая эти слова)?

6. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w, вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 93 идущих подряд цифр 8? В ответе запишите полученную строку.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (222) ИЛИ нашлось (888)
    ЕСЛИ нашлось (222)
        ТО заменить (222, 8)
        ИНАЧЕ заменить (888, 2)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

7. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
    заменить(111, 2)
    заменить(222, 3)
    заменить(333, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 100 единиц?

8. (В.Ю. Беспалова) Чертёжник находился в начале координат. Ему был дан для исполнения следующий алгоритм:

```
Сместиться на (-5, 15)
Повтори 4 раза
    Сместиться на (5, 1)
    Сместиться на (a, b)
конец
Сместиться на (90, 4)
```

Найдите целые значения a и b, для которых после выполнения программы Чертёжник окажется в точке (5; 3). В ответе запишите произведение этих чисел.

9. (А. Кабанов) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w, вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

К исходной строке, содержащей не более 50 шестёрок и не содержащей других символов, применили приведённую ниже программу.

```
НАЧАЛО
  ПОКА нашлось (66)
    заменить (66, 1)
    заменить (11, 2)
    заменить (22, 6)
  КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

В результате получилась строка 21. Какое наибольшее количество шестёрок могло быть в исходной строке?

10. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
  заменить (111, 2)
  заменить (2222, 333)
  заменить (33, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Известно, что исходная строка содержала более 90 единиц и не содержала других цифр. Укажите минимально возможную длину исходной строки, при которой в результате работы этой программы получится строка, содержащая максимально возможное количество единиц.

11. На числовой прямой даны три отрезка: P = [5, 100], Q = [15, 25] и R = [35, 50]. Какова наименьшая длина отрезка A, при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x?

12. На числовой прямой даны два отрезка: P=[15;33] и Q=[45;68]. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A, что формула

$$((x \in A) \wedge \neg(x \in Q)) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x.

13. На числовой прямой даны два отрезка: P = [10, 25] и Q = [28, 40]. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$$((x \in P) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x.

14. (С.А. Скопинцева) Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$\neg((x \in \{2, 4, 9, 10, 15\}) \equiv (x \in A)) \rightarrow ((x \in \{3, 8, 9, 10, 20\}) \equiv (x \in A))$$

истинно (т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x. Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества A.

15. Укажите наименьшее целое значение A, при котором выражение

$$(y - 2x < A) \vee (x > 15) \vee (y > 20)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y.

16. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} F(n) &= n*n + 11, \text{ при } n \leq 15 \\ F(n) &= F(n//2) + n*n*n - 5*n, \text{ при чётных } n > 15 \\ F(n) &= F(n-1) + 2*n + 3, \text{ при нечётных } n > 15 \end{aligned}$$

Здесь // обозначает деление нацело. Определите количество натуральных значений n из отрезка [1; 1000], для которых значение F(n) содержит не менее трёх цифр 6.

17. Функция F(n), где n – целое число, задана следующим образом:

Паскаль	Python	Си
function F(n: integer):		
integer;	def F(n):	int F(int n) {
begin	if n > 1:	if (n > 1)
if n > 1 then	return 2*n + \	return 2*n +
F := 2*n +	F(n-2)+F(n-3)	F(n-2)+F(n-3);
F(n-2)+F(n-3)	else	else
else	return n + 5	return n + 5;
F := n + 5;		}
end;		

Чему будет равно значение, вычисленное алгоритмом при выполнении вызова F(6)?

18. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \leq 1$,
 $F(n) = n + F(n/3 - 1)$, когда $n > 1$ и делится на 3,
 $F(n) = n + F(n + 3)$, когда $n > 1$ и не делится на 3.

Назовите минимальное значение n, для которого F(n) определено и больше 1000.

19. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \leq 5$,
 $F(n) = n + F(n/5 + 1)$, когда $n > 5$ и делится на 5,
 $F(n) = n + F(n + 6)$, когда $n > 5$ и не делится на 5.

Назовите минимальное значение n, для которого F(n) определено и больше 1000.

20. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1$ при $n = 1$
 $F(n) = 2 \cdot F(n-1) + n + 3$, если $n > 1$

Чему равно значение функции F(19)?

21. В файле [17-243.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар чисел, в которых хотя бы один из двух элементов больше, чем наибольшее из всех чисел в файле, делящихся на 119, и хотя бы один элемент из двух оканчивается на 21. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – минимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

22. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые удовлетворяют следующим условиям:

- запись в троичной и пятеричной системах счисления заканчивается одинаковой цифрой;
- кратны 31, 47 или 53.

Найдите количество таких чисел и минимальное из них.

23. (П. Волгин) В файле [17-278.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 1000. Определите сначала количество пар, в которых оба числа больше, чем сумма всех цифр «7» в восьмеричной записи всех чисел в файле, а затем минимальную из сумм таких пар. Под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

24. (П. Волгин) В файле [17-9.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать значения от 0 до 1100 включительно. Определите сначала количество троек элементов последовательности, в которых хотя бы два числа в двоичной системе счисления имеют не менее 3 единиц и эти же два числа в двоичной системе счисления имеют как минимум один ноль, а затем максимальное число среди максимальных чисел в подходящих тройках. Под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.

25. (П. Волгин) В файле [17-8.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать значения от 0 до 1000 включительно. Определите сначала количество пар элементов последовательности, в которых сумма цифр в двоичной записи хотя бы одного из чисел больше 5 и нечетна, а затем максимальную из сумм элементов таких пар. Под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.