

1. Сергей составляет 5-буквенные коды из букв Ж, А, Л, Е, Й. Буква Й может использоваться в коде не более одного раза, при этом она не может стоять на первом месте, на последнем месте и рядом с буквой Е. Все остальные буквы могут встречаться произвольное количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодов может составить Сергей?
2. Петя составляет 5-буквенные слова из букв К, О, Л, У, Н. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом нельзя ставить подряд две гласные или две согласные. Сколько различных кодов может составить Петя?
3. Вася составляет слова из букв слова БАРХАТКА. Код должен состоять из 8 букв, и каждая буква в нём должна встречаться столько же раз, сколько в заданном слове. Кроме того, в коде не должны стоять рядом две гласные и две согласные буквы. Сколько различных слов может составить Вася?
4. (А. Куканова) Аня составляет трёхзначные числа в десятичной системе счисления, в которых цифры расположены в порядке неубывания. Сколько различных чисел может составить Аня?
5. Сколько существует чисел, делящихся на 5, десятичная запись которых содержит 6 цифр, причём все цифры различны и никакие две чётные и две нечётные цифры не стоят рядом.
6. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки символов.

1. заменить ( $v$ ,  $w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ . Если цепочки  $v$  в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор.

К исходной строке, содержащей более 35 единиц и не содержащей других символов, применили приведённую ниже программу.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
    заменить (111, 2)
    заменить (222, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

В результате получилась строка 1. Какое наименьшее количество единиц могло быть в исходной строке?

7. (А. Кабанов) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

1. заменить ( $v$ ,  $w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ , вторая проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

К исходной строке, содержащей не более 50 шестёрок и не содержащей других символов, применили приведённую ниже программу.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (66)
    заменить (66, 1)
    заменить (11, 2)
    заменить (22, 6)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

В результате получилась строка 21. Какое наибольшее количество шестёрок могло быть в исходной строке?

8. (С.С. Поляков) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

1. заменить ( $v$ ,  $w$ )
2. нашлось ( $v$ )

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ . Если цепочки  $v$  в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (11)
    заменить (11, 2)
    заменить (22, 3)
    заменить (33, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой программы к строке вида  $1...13...3$  (2019 единиц и 2119 троек)?

9. Исполнитель Чертёжник перемещается на координатной плоскости, оставляя след в виде линии. Чертёжник может выполнять команду *Сместиться на* ( $a$ ,  $b$ ) (где  $a$ ,  $b$  – целые числа), перемещающую Чертёжника из точки с координатами  $(x, y)$  в точку с координатами  $(x + a, y + b)$ . Чертёжнику был дан для исполнения следующий алгоритм:

```
Сместиться на (16, -21)
Повтори N раз
```

Сместиться на (a, b)  
Сместиться на (-1, -2)  
конец  
Сместиться на (-60, -12)

После выполнения этого алгоритма Чертёжник возвращается в исходную точку. Какое наибольшее число повторений могло быть указано в конструкции «Повтори ... раз»?

**10.** Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

НАЧАЛО  
ПОКА нашлось (25) ИЛИ нашлось (355) ИЛИ нашлось (4555)  
    ЕСЛИ нашлось (25) ТО заменить (25, 3) КОНЕЦ ЕСЛИ  
    ЕСЛИ нашлось (355) ТО заменить (355, 4) КОНЕЦ ЕСЛИ  
    ЕСЛИ нашлось (4555) ТО заменить (4555, 2) КОНЕЦ ЕСЛИ  
КОНЕЦ ПОКА  
КОНЕЦ

Какая строка получится в результате применения приведённой выше программы к строке, состоящей из цифры 4 и следующих за ними 90 цифр 5? В ответе запишите полученную строку.

**11.** На числовой прямой даны два отрезка: P = [10, 25] и Q = [14, 20]. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$$\neg (\neg (x \in P) \vee \neg (x \in Q)) \wedge \neg (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых x.

**12.** На числовой прямой даны два отрезка: P = [10, 25] и Q = [20, 40]. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$$((x \in P) \wedge \neg (x \in A)) \rightarrow \neg (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x.

**13.** Для какого наименьшего целого числа A выражение

$$((y - 20 < A) \wedge (10 - x < A)) \vee (x \cdot (y + 2) > 48)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y?

**14.** На числовой прямой даны два отрезка: P = [25; 51] и Q = [12; 37]. Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка A, что формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x.

**15.** Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Сколько существует натуральных значений A на отрезке [1; 1000], при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 9) \wedge (\text{ДЕЛ}(280, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(730, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

**16.** (П. Волгин) Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} F(0) &= 2 \\ F(n) &= F(n-1), \text{ при } 0 < n \leq 15 \\ F(n) &= 1,6 * F(n-3), \text{ при } 15 < n < 95 \\ F(n) &= 3,3 * F(n-2), \text{ при } n \geq 95 \end{aligned}$$

Какая цифра встречается чаще всего в целой части значения функции F(33)?

**17.** Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} F(0) &= 1 \\ F(n) &= 1 + F(n-1) \text{ если } n > 0 \text{ и } n \text{ нечётное} \\ F(n) &= F(n/2) \text{ в остальных случаях} \end{aligned}$$

Определите количество значений n на отрезке [1, 500 000 000], для которых F(n) = 3.

**18.** Ниже записаны две рекурсивные функции (процедуры): F и G. Сколько символов «звёздочка» будет напечатано на экране при выполнении вызова F(11)?

Паскаль	Python	Си
procedure F(n: integer);	def F(n):	void F(int n) {

```

begin          if n > 0: G(n - 1) if (n > 0) G(n - 1);
if n > 0 then G(n - 1);  def G(n):          }
end;              print("*")          void G(int n) {
procedure G(n: integer); if n > 1: F(n - 3) printf("*");
begin              if (n > 1) F(n - 3);
writeln('*');          }
if n > 1 then F(n - 3);
end;

```

**19.** Алгоритм вычисления значений функций  $F(n)$  и  $G(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(1) = 1; G(1) = 1;$   
 $F(n) = F(n-1) + 3 \cdot G(n-1), \text{ при } n \geq 2$   
 $G(n) = F(n-1) - 2 \cdot G(n-1), \text{ при } n \geq 2$

Чему равна сумма цифр значения  $F(18)$ ?

**20.** (Е. Джобс) Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n + 3, \text{ при } n \leq 3$   
 $F(n) = F(n - 2) + n, \text{ при } n > 3 \text{ и четном значении } F(n-1),$   
 $F(n) = F(n - 2) + 2 \cdot n, \text{ при } n > 3 \text{ и нечетном значении } F(n-1).$

Определите сумму значений, являющихся результатом вызова функции для значений  $n$  в диапазоне  $[40; 50]$ .

**21.** (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые в пятеричной системе счисления оканчиваются на 3, в девятеричной – на 5 и не оканчиваются на 7 в восьмеричной системе счисления. В качестве ответа укажите два числа – количество найденных чисел и максимальное из них.

**22.** В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от  $-10\,000$  до  $10\,000$  включительно. Определите количество пар, в которых хотя бы один из двух элементов меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и хотя бы один из двух элементов делится на 3 и не делится на 5, 11 и 19. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – максимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

**23.** (П. Волгин) В файле [17-277.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от  $-1000$  до  $1000$ . Определите сначала количество пар чисел, в которых хотя бы один из элементов пары больше, чем сумма всех цифр «2» в троичной записи из модулей всех чисел в файле, кратных 60, а затем максимальную из сумм таких пар. Под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

**24.** В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от  $-10\,000$  до  $10\,000$  включительно. Определите количество троек, в которых хотя бы один из трёх элементов меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и десятичная запись всех трёх элементов тройки содержит цифру 9. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных троек, а затем – максимальную сумму элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.

**25.** (Е. Джобс) В файле [17-272.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от  $-10\,000$  до  $10\,000$  включительно. Подходящей считается пара, в которой хотя бы один элемент больше среднего арифметического всех положительных элементов последовательности. Запишите в ответе количество подходящих пар, а затем максимальную сумму цифр одного элемента в подходящих парах. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

Например, рассмотрим последовательность из шести элементов: 12; 18; 3; -15; 11; 16. Среднее арифметическое всех положительных элементов последовательности равно 12. Следовательно, подходит 3 пары: (12; 18), (18; 3) и (11; 16). Суммы цифр у элементов: 3 (1+2), 9 (1+8), 3, 2 (1+1), 7 (1+6). Ответ: 3 9.