

1. (А.М. Кабанов) Юрий составляет 4-буквенные слова из букв П, Р, И, К, А, З. Каждую букву можно использовать не более одного раза, при этом в слове нельзя использовать более одной гласной. Сколько различных кодов может составить Юрий?
2. Вася составляет 4-буквенные коды из букв У, Л, Е, Й. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом код не может начинаться с буквы Й и не может содержать сочетания ЕУ. Сколько различных кодов может составить Вася?
3. Вася составляет 6-буквенные коды из букв П, А, Н, Е, Л, Б. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом код не может начинаться с буквы Б и не может содержать сочетания ЕАП. Сколько различных кодов может составить Вася?
4. Вася составляет слова из букв слова АВТОМАТ. Код должен состоять из 7 букв, и каждая буква в нём должна встречаться столько же раз, сколько в заданном слове. Кроме того, в коде не должны стоять рядом две гласные и две согласные буквы. Сколько различных слов может составить Вася?
5. Из букв слова РАДУГА составляются 6-буквенные последовательности. Сколько можно составить различных последовательностей, если известно, что в каждой из них содержится не менее 3 согласных?
6. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w, вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 156 идущих подряд цифр 5? В ответе запишите полученную строку.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (333) ИЛИ нашлось (555)
    ЕСЛИ нашлось (555)
        ТО заменить (555, 3)
        ИНАЧЕ заменить (333, 5)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

7. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
    заменить(111, 2)
    заменить(222, 3)
    заменить(333, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 120 единиц?

8. (Е. Джобс) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось(11)
    заменить(112, 4)
    заменить(113, 2)
    заменить(42, 3)
    заменить(43, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой программы к строке вида 1...13...32...2, состоящей из 170 единиц, 100 троек и 7 двоек?

9. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w , вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 184 идущих подряд цифр 5? В ответе запишите полученную строку.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (333) ИЛИ нашлось (555)
    ЕСЛИ нашлось (555)
        ТО заменить (555, 3)
        ИНАЧЕ заменить (333, 5)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

10. Исполнитель Чертёжник перемещается на координатной плоскости, оставляя след в виде линии. Чертёжник может выполнять команду *Сместиться на* (a, b) (где a, b – целые числа), перемещающую Чертёжника из точки с координатами (x, y) в точку с координатами $(x + a, y + b)$. Чертёжнику был дан для исполнения следующий алгоритм:

```
Сместиться на (-1, 2)
Повтори N раз
    Сместиться на (a, b)
    Сместиться на (-1, -2)
конец
Сместиться на (-24, -12)
```

После выполнения этого алгоритма Чертёжник возвращается в исходную точку. Какое наибольшее число повторений могло быть указано в конструкции «Повтори ... раз»?

11. Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 21)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 14)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

12. (А.М. Кабанов) Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x^2 - 10x + 16 > 0) \vee (y^2 - 10y + 21 > 0) \vee (xy < 2A)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y ?

13. Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(40, A) \wedge ((\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 54)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 72))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

14. Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение

$$(7y + x < A) \vee (2x + 3y > 98)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y .

15. На числовой прямой даны два отрезка: $P=[25, 98]$, $Q=[1, 42]$. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$(x \in Q) \rightarrow (\neg(x \in P) \wedge (x \in Q) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x .

16. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2 * n * n * n + 1, \text{ при } n > 25$$
$$F(n) = F(n+2) + 2 * F(n+3), \text{ при } n \leq 25$$

Определите количество натуральных значений n из отрезка $[1; 1000]$, для которых значение $F(n)$ кратно 11.

17. Определите, сколько символов * выведет эта процедура при вызове $F(140)$:

Паскаль	Python	C++
procedure F(n: integer);		void F(int n)
begin	def F(n):	{
write('*');	print('*')	cout << '*';
if n >= 1 then begin	if n >= 1:	if(n >= 1) {
write('*');	print('*')	cout << '*';
F(n-1);	F(n-1)	F(n-1);
F(n div 2);	F(n/2)	F(n/2);
end;	}	}
end;		

18. Процедура $F(n)$, где n – натуральное число, задана следующим образом:

Паскаль	Python	Си
procedure F(n: integer);		void F(int n) {
begin	def F(n):	if (n < 3)
if n < 3 then	if n < 3:	printf("%*");
write('*')	print("*")	else {
else begin	else:	F(n-1);
F(n-1);	F(n-1)	F(n-2);
F(n-2);	F(n-2)	F(n-2);
F(n-2)	F(n-2)	}
end;		}
end;		}

Сколько звездочек напечатает эта процедура при вызове F(6)?

19. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 0$
 $F(n) = F(n/2) + 3$, при чётном $n > 0$
 $F(n) = 2 \cdot F(n - 1) + 1$, при нечётном $n > 0$

Сколько различных значений может принимать функция F(n) при n, принадлежащих отрезку [1; 1000]?

20. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 8$
 $F(n) = 5 + F(n / 3)$ если $n > 0$ и n делится на 3
 $F(n) = F(n // 3)$ в остальных случаях

Здесь // означает деление нацело. Определите количество значений n на отрезке [1, 100 000 000], для которых $F(n) = 18$.

21. (А. Кабанов) В файле [17-3.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество четвёрок элементов последовательности, в которых чётность соседних чисел различна, затем максимальную сумму среди таких четвёрок. В данной задаче под четвёркой подразумевается четыре идущих подряд элемента последовательности.

22. В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите количество троек, в которых хотя бы два из трёх элементов меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и хотя бы два из трёх элементов делятся на 19. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных троек, а затем – максимальную сумму элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.

23. В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите количество троек, в которых хотя бы два из трёх элементов больше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных троек, а затем – максимальную сумму элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.

24. (П. Волгин) В файле [17-8.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать значения от 0 до 1000 включительно. Определите сначала количество пар элементов последовательности, в которых сумма цифр в двоичной записи хотя бы одного из чисел больше 5 и нечетна, а затем максимальную из сумм элементов таких пар. Под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

25. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые оканчиваются на 5 или 7 и при этом не делятся ни на 9, ни на 11. Найдите количество таких чисел и сумму минимального и максимального из них.