

1. Между населёнными пунктами A, B, C, D, E, F построены дороги, протяжённость которых приведена в таблице. Отсутствие числа в таблице означает, что прямой дороги между пунктами нет.

	A	B	C	D	E	F
A		2	4			
B	2		1		7	
C	4	1		3	4	
D			3		3	
E		7	4	3		2
F					2	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами A и F (при условии, что передвигаться можно только по построенным дорогам).

2. Логическая функция F задаётся выражением  $(\neg x \vee z) \wedge (\neg x \vee \neg y \vee \neg z)$ .

?	?	?	F
0	1	0	0
1	1	0	0
1	1	1	0

На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий все наборы аргументов, при которых функция F ложна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z.

3. (Е. Джобс) В файле [3-99.xls](#) приведён фрагмент базы данных «Продукты» о поставках товаров в магазины районов города. База данных состоит из трёх таблиц. Таблица «Движение товаров» содержит записи о поставках товаров в магазины в течение первой декады июня 2021 г., а также информацию о проданных товарах. Поле Тип операции содержит значение Поступление или Продажа, а в соответствующее поле Количество упаковок, шт. занесена информация о том, сколько упаковок товара поступило в магазин или было продано в течение дня. Таблица «Товар» содержит информацию об основных характеристиках каждого товара. Таблица «Магазин» содержит информацию о местонахождении магазинов. На рисунке приведена схема указанной базы данных.



Используя информацию из приведённой базы данных, определите, на сколько рублей изменился баланс магазинов в Октябрьском районе с 1 по 6 июня. Изменение баланса – это разница (по модулю) между суммарной стоимостью всех закупок (поступлений) и суммарной выручкой (стоимостью продаж).

4. Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, Й, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И использовали соответственно кодовые слова 0011, 1011, 1111, 0110, 0001, 1100, 0010, 0111, 0000. Укажите кратчайшее возможное кодовое слово для буквы Й, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

5. (В. Шубинкин) Автомат производит первичную проверку правильности номера банковской карты. Он получает на вход число N из 16 цифр и обрабатывает его по следующему правилу (вариант алгоритма Луна):

- 1) Цифры числа нумеруются справа налево, начиная с нуля.
- 2) Цифры, стоящие на нечётных позициях, увеличиваются в два раза. Если при этом получается двузначное число, его цифры складываются.
- 3) Складываются все цифры на чётных позициях и преобразованные цифры на нечётных позициях.
- 4) Если полученная сумма кратна 10, считается, что номер корректный.

Например, для числа 4096 8308 0309 8323 сумма цифр на чётных позициях (с конца)

$3+3+9+3+8+3+6+0=35$ , сумма преобразованных цифр на нечётных позициях  $4+7+0+0+0+7+9+8=35$ .

Общая сумма 70 кратна 10, значит номер корректен.

Определите наименьшее число  $N$ , большее 1234 5678 9101 1121, которое может быть корректным номером согласно указанному алгоритму. Укажите в ответе последние 8 цифр числа.

**6.** (В. Шубинкин) Исполнитель Чертёжник перемещается на координатной плоскости, оставляя след в виде линии. Чертёжник может выполнять команду сместиться на  $(a, b)$ , где  $a, b$  – целые числа. Эта команда перемещает Чертёжника из точки с координатами  $(x, y)$  в точку с координатами  $(x + a; y + b)$ . Например, если Чертёжник находится в точке с координатами  $(4, 2)$ , то команда сместиться на  $(2, -3)$  переместит Чертёжника в точку  $(6, -1)$ . Цикл

ПОВТОРИ число РАЗ

последовательность команд

КОНЕЦ ПОВТОРИ

означает, что последовательность команд будет выполнена указанное число раз (число должно быть натуральным). Чертёжнику был дан для исполнения следующий алгоритм:

ПОВТОРИ 7 РАЗ

сместиться на  $(6, -9)$

сместиться на  $(-6, 2)$

сместиться на  $(12, 3)$

КОНЕЦ ПОВТОРИ

Определите, сколько точек с целочисленными координатами окажутся внутри замкнутых треугольных областей (считая границы), образованных линией, оставленной Чертёжником, если исполнитель стартует в точке с целочисленными координатами.

**7.** Рисунок размером 512 на 256 пикселей занимает в памяти 64 Кбайт (без учёта сжатия). Найдите максимально возможное количество цветов в палитре изображения.

**8.** Все 5-буквенные слова, составленные из букв П, О, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. ООООО

2. ООООП

3. ООООР

4. ООООТ

5. ОООПО

...

Какое количество слов находятся между словами ТОПОР и РОПОТ (включая эти слова)?

**9.** (А. Калинин) В файле электронной таблицы [9-162.xls](#) в каждой строке содержатся четыре натуральных числа. Определите количество строк таблицы, содержащих числа, для которых выполнены оба условия:

– числа можно разбить на две пары, суммы которых равны;

– разность максимального и минимального чисел меньше разности суммы двух других чисел и максимального числа.

**10.** С помощью текстового редактора определите, сколько раз, не считая сносок, встречается слово «нет» или «Нет» в тексте романа А.С. Пушкина «Капитанская дочка» (файл [10-34.docx](#)). В ответе укажите только число.

**11.** В некоторой стране автомобильный номер длиной 6 символов составляется из заглавных букв (всего используется 19 букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит, а каждый номер – одинаковым и минимально возможным целым количеством байт. Определите объем памяти в байтах, необходимый для хранения 40 автомобильных номеров.

**12.** Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

1. заменить  $(v, w)$

2. нашлось  $(v)$

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ , вторая проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

НАЧАЛО

ПОКА нашлось (21)

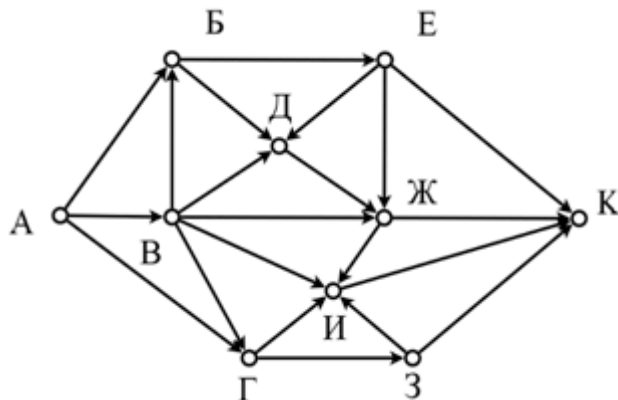
заменить (21, 5)

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

Исходная строка содержит десять единиц и некоторое количество двоек, других цифр нет, точный порядок расположения единиц и двоек неизвестен. После выполнения программы получилась строка с суммой цифр 34. Какое наименьшее количество двоек могло быть в исходной строке?

**13.** (Е. Джобс) На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует маршрутов из А в К, проходящих через один из пунктов Д или И и не проходящих через оба этих пункта одновременно?



**14.** (Е.А. Мирончик) Какая первая цифра в шестнадцатеричной записи числа  $2^{379} + 2^{378} + 2^{377}$ ?

**15.** Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наименьшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 21) \vee \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

**16.** Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n-1), \text{ если } n > 1 \text{ и чётно,}$$

$$F(n) = 5 \cdot n + F(n-2), \text{ если } n > 1 \text{ и нечётно.}$$

Чему равно значение функции  $F(64)$ ?

**17.** В файле [17-243.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар чисел, в которых ровно один из двух элементов больше, чем сумма цифр всех чисел в файле, делящихся на 49, а десятичная запись другого оканчивается на 7. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – минимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

**18.** (Е. Джобс) Квадрат разлинован на  $N \times N$  клеток ( $3 < N < 17$ ). В каждой клетке лежат конфеты, количество которых соответствует записанному числу. На поле работает исполнитель Дружище, который съедает все конфеты в клетке. Также, если исполнитель проходит между двумя четными или двумя нечетными значениями, то Добрый Волшебник дает ему еще 10 конфет, которые он, конечно же, сразу съедает. Так, например, если исполнитель приходит в клетку С3 из клетки В3, считается, что он прошел между клетками С2 и С4, если в С3 из С2 – между В3 и D3. Исполнитель может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вниз. По команде вправо Дружище перемещается в соседнюю правую клетку, по команде вниз – в соседнюю нижнюю. При попытке выхода за границу квадрата Дружище расстраивается, что ему не дают конфеты, и отказывается идти дальше.

Необходимо, чтобы Дружище съел как можно меньше конфет и при этом добрался из левой верхней клетки в правую нижнюю.

Исходные данные записаны в файле [18-j5.xls](#) в виде электронной таблице размером  $N \times N$ , каждая

ячейка которой соответствует клетке квадрата. Определите минимальное количество конфет, которое может съесть Дружище, пройдя из левой верхней клетки в правую нижнюю.

**19. (PRO100 ЕГЭ)** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может увеличить количество камней в куче в два раза или добавить в кучу два камня. Так же за всю игру можно только один раз сделать суперход — ход, после которого количество камней в куче не изменится, а очередь хода перейдёт к сопернику. То есть суперход может сделать один раз либо Ваня, либо Петя. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Выигрывает тот игрок, после хода которого количество камней в куче становится не менее 20.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 19$ . Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Ответьте на следующие вопросы:

**Вопрос 1.** Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Назовите минимальное значение  $S$ , при котором это возможно.

**Вопрос 2.** Найдите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Вопрос 3.** Найдите наибольшее и наименьшее значения  $S$ , при которых у Вани есть выигрышная стратегия. Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**20. (PRO100 ЕГЭ)** В файле [22-30.xls](#) содержится информация о совокупности  $N$  вычислительных процессов, которые могут выполняться параллельно или последовательно. Будем говорить, что процесс  $B$  зависит от процесса  $A$ , если для выполнения процесса  $B$  требуется, чтобы был выполнен **хотя бы 50% от количества процессов  $A$** . Информация о процессах представлена в файле в виде таблицы. В первом столбце таблицы указан идентификатор процесса (ID), во втором столбце таблицы – время его выполнения в миллисекундах, в третьем столбце перечислены с разделителем «;» ID процессов, от которых зависит данный процесс. Если процесс является независимым, то в таблице указано значение 0.

Определите минимальное время, через которое завершится выполнение всей совокупности процессов, при условии, что все независимые друг от друга процессы могут выполняться параллельно.

Типовой пример организации данных в файле:

ID процесса B	Время выполнения процесса B (мс)	ID процесса(ов) A
1	4	0
2	3	0
3	1	1; 2
4	7	1; 2; 3

В данном случае независимые процессы 1 и 2 могут выполняться параллельно, при этом процесс 1 завершится через 4 мс, а процесс 2 – через 3 мс с момента старта. Процесс 3 может начаться только после завершения **хотя бы 50% из двух процессов**, то есть любого процесса 1 или 2, то есть, через 3 мс после старта. Он длится 1 мс и закончится через  $3 + 1 = 4$  мс после старта.

Выполнение процесса 4 может начаться только после завершения **хотя бы 50% из трёх процессов**, то есть любых двух из процессов (1, 2, 3), то есть, через 4 мс. Он длится 7 мс, так что минимальное время завершения всех процессов равно  $4 + 7 = 11$  мс.

**21.** Исполнитель Калькулятор преобразует число на экране. У исполнителя есть три команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1
2. Умножить на 2
3. Умножить на 4

Программа для исполнителя Калькулятор – это последовательность команд. Сколько существует программ, для которых при исходном числе 1 результатом является число 17?

**22.** Текстовый файл [24-181.txt](#) содержит строку из заглавных латинских букв и точек, всего не более  $10^6$  символов. Определите максимальное количество идущих подряд символов, среди которых не более одной точки.

**23.** Пусть  $S(N)$  – сумма трёх наибольших нетривиальных делителей числа  $N$  (не считая единицы и самого числа). Если у числа  $N$  меньше трёх таких делителей, то  $S(N)$  считается равным 0. Найдите 5 наименьших натуральных чисел, превышающих 10 000 000, для которых десятичная запись  $S(N)$  содержит не менее четырёх цифр 7. В ответе запишите найденные значения  $S(N)$  в порядке возрастания соответствующих им чисел  $N$ .

**24.** (Е. Джобс) Системный администратор раз в неделю создаёт архив пользовательских файлов. Однако объём диска, куда он помещает архив, может быть меньше, чем суммарный объём архивируемых файлов. Известно, какой объём занимает файл каждого пользователя. Администратор сохраняет файлы по следующему правилу: выбирается файл максимального размера, который может быть записан на диск, затем выбирается файл минимального размера, который может быть записан на диск. Данный сценарий повторяется до тех пор, пока на диск нельзя будет записать ни одного из оставшихся файлов.

**Входные данные.** Первая строка входного файла [26-j9.txt](#) записаны два числа:  $S$  – размер свободного места на диске (натуральное число, не превышающее 10000) и  $N$  – количество пользователей (натуральное число, не превышающее 1000). В следующих  $N$  строках находятся значения объёмов файлов каждого пользователя (все числа натуральные, не превышающие 100), каждое в отдельной строке.

Запишите в ответе два числа: сначала наибольшее число пользователей, чьи файлы могут быть помещены в архив, затем размер последнего сохраненного файла.

**Пример входного файла:**

```
100 5
80
30
10
5
7
```

При таких исходных данных можно сохранить файлы трех пользователей. Объёмы этих трёх файлов 80, 5 и 10. Последний выбранный файл имеет размер 10, поэтому ответ для приведённого примера: 3 10.

**25.** (Е. Драчева) Набор данных состоит из групп натуральных чисел, каждая группа записана в отдельной строке. В любой группе содержится не менее двух чисел. Из каждой группы выбрали два числа и нашли их наименьшее общее кратное (НОК). Затем все полученные таким образом значения НОК сложили. Определите наибольшую сумму, кратную числу 5 или 7 (но не одновременно двум этим числам), которая может быть получена таким образом.

**Входные данные.** Даны два входных файла ([файл А](#) и [файл В](#)), каждый из которых содержит в первой строке количество чисел  $N$  ( $2 \leq N \leq 100000$ ). В каждой из следующих  $N$  строк файлов записан сначала размер группы  $K$  ( $N \leq 10$ ), а затем –  $K$  натуральных чисел, не превышающих 500.

**Пример входного файла:**

```
4
2 8 6
3 2 7 8
2 6 5
4 7 3 8 6
```

Для указанных входных данных значения НОК для первой группы – 24; для второй группы – 14, 8, 56; для третьей группы – 30, для четвёртой группы – 6, 21, 24, 42, 56. Значением искомой суммы должно быть число 110 (24+14+30+42).

В ответе укажите два числа: сначала искомое значение для файла А, затем для файла В.