

1 (Е. Джобс) Значение арифметического выражения $43 \cdot 7^{103} - 21 \cdot 7^{57} + 98$ записали в системе счисления с основанием 7. Найдите сумму разрядов получившегося числа и запишите её в ответе в десятичной системе счисления.

2 (И. Карпачев) Дано арифметическое выражение:

$$57A \times 9_{16} \cdot 54 \times_8$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра. При каком наибольшем значении переменной x , сумма цифр значения этого выражения, записанного в 12-ричной системе счисления, равна 40? В ответе для найденного значения x укажите значение выражения в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

3 (М.В. Кузнецова) Значение арифметического выражения: $64^{30} + 2^{300} - 4$ записали в системе счисления с основанием 8. Сколько цифр «7» в этой записи?

4 Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(33, A) \wedge ((\text{ДЕЛ}(x, 56) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 20)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

5 На числовой прямой даны три отрезка: $P = [5, 20]$, $Q = [15, 25]$ и $R = [35, 50]$. Какова наименьшая длина отрезка A , при котором формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x ?

6 На числовой прямой даны два отрезка: $P = [15, 30]$ и $Q = [35, 60]$. Найдите наибольшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$(\neg(x \in Q) \vee (x \in P)) \wedge (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых x .

7 Ниже записаны две рекурсивные функции (процедуры): F и G . Сколько символов «звёздочка» будет напечатано на экране при выполнении вызова $F(11)$?

Паскаль	Python	Си
<pre>procedure F(n: integer); begin if n > 0 then G(n - 1); end; procedure G(n: integer); begin writeln('*'); if n > 1 then F(n - 3); end;</pre>	<pre>def F(n): if n > 0: G(n - 1) def G(n): print("*") if n > 1: F(n - 3)</pre>	<pre>void F(int n) { if (n > 0) G(n - 1); } void G(int n) { printf("*"); if (n > 1) F(n - 3); }</pre>

8 (А. Куканова) Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1, \text{ если } n = 1$$
$$F(n) = n \cdot F(n - 1) + 1, \text{ если } n > 1.$$

Чему равно значение выражения $F(3303) / F(3300)$? В ответе укажите только целую часть числа.

9 (П. Волгин) Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(0) = 1$$
$$F(n) = F(n-1) + F(n-2), \text{ при чётном } n > 0$$
$$F(n) = 1, 5 \cdot F(n-1), \text{ при нечётном } n > 0$$

Сколько различных цифр встречается в целой части значения функции $F(15)$?

10 В файле [17-282.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000. Определите количество пар элементов последовательности, сумма которых меньше, чем максимальный элемент последовательности, кратный 41. В ответе запишите количество найденных пар, затем максимальную из сумм элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

11 (А. Кабанов) В файле [17-3.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество пар элементов последовательности, в которых сумма элементов делится на 2 и не оканчивается на 6, затем максимальное из средних арифметических элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

12 (П. Финкель) В файле [17-199.txt](#) содержится последовательность целых чисел, которые принимают значения от -10000 до 10000 включительно. Тройка идущих подряд чисел последовательности называется уникальной, если только второе из них является положительным трёхзначным нечётным числом. Определите количество уникальных троек чисел, а затем – максимальную из всех сумм таких троек.

13 Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 20$). Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 20$), в каждой клетке записано целое число. В левом верхнем углу квадрата стоит ладья. За один ход ладья может переместиться в пределах квадрата на любое количество клеток вправо или вниз (влево и вверх ладья ходить не может). Определите минимальную и максимальную сумму чисел в клетках, в которых может остановиться ладья при перемещении из левого верхнего угла в правый нижний. В ответе укажите два числа – сначала максимальную сумму, затем минимальную.

Исходные данные записаны в файле [18-101.xls](#) в виде прямоугольной таблицы, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата.

14 Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 17$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: вправо или вверх. За один ход Робот может перемещаться в соседнюю правую клетку или в соседнюю верхнюю. При попытке выхода за границу квадрата Робот разрушается. Перед каждым запуском Робота в каждой клетке квадрата лежит монета достоинством от 1 до 100. Посетив клетку, Робот забирает монету с собой; это также относится к начальной и конечной клетке маршрута Робота.

Исходные данные записаны в файле [18-5.xls](#) в виде электронной таблице размером $N \times N$, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата. Определите максимальную и минимальную денежную сумму, которую может собрать Робот, пройдя из левой НИЖНЕЙ клетки в правую ВЕРХНЮЮ. В ответе укажите два числа – сначала максимальную сумму, затем минимальную.

15 (А. Рогов) Квадрат разлинован на $N \times N$ клеток ($1 < N < 30$). Исполнитель Робот может перемещаться по клеткам, выполняя за одно перемещение одну из двух команд: **вправо** или **вниз**. По команде вправо Робот перемещается в соседнюю правую клетку; по команде вниз – в соседнюю нижнюю. Исключением являются клетки, отмеченные желтым цветом. Находясь в них, робот **не может** выполнять команду **вправо**. Перед запуском Робота в каждой клетке квадрата указан бонус, который Робот забирает после посещения клетки. Размер бонуса в каждой клетке – это натуральное число, не превышающее 100. Это правило относится к начальной и конечной клеткам маршрута Робота.

Определите минимальную и максимальную суммы бонусов, которые может собрать Робот, перемещаясь из левой верхней клетки квадрата в его правую нижнюю клетку. В ответе укажите два числа: сначала минимальную сумму, затем максимальную.

Исходные данные для Робота записаны в файле [18-130.xls](#) в виде прямоугольной таблицы, каждая ячейка которой соответствует клетке квадрата. Пример входных данных:

1	8	8	4
10	1	1	3
1	3	12	2
2	3	5	6

Для указанных входных данных ответом является пара чисел: 27 41.