

1. Сергей составляет 5-буквенные коды из букв В, О, Р, О, Б, Е, Й. Буква Й может использоваться в коде не более одного раза, при этом она не может стоять на первом месте, на последнем месте и рядом с буквой Е. Все остальные буквы могут встречаться произвольное количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодов может составить Сергей?
2. Василий составляет 4-буквенные коды из букв М, О, И, С, Е, Й. Каждую букву можно использовать любое количество раз, при этом код не может начинаться с буквы Й и должен содержать хотя бы одну гласную. Сколько различных кодов может составить Василий?
3. (А. Куканова) Света составляет 6-буквенные слова из букв С, О, Л, Н, Ц, Е, причём буква О встречается в слове не более 2 раз, а буква Ц — ровно 1 раз. Буквы могут повторяться. Сколько таких слов может составить Света?
4. (А. Куканова) Аня составляет слова, переставляя буквы в слове ОДЕКОЛОН, избегая слов, где соседние буквы — одинаковые. Сколько различных слов, включая исходное, может составить Аня?
5. Вася составляет слова из букв слова АКАРИДА. Код должен состоять из 7 букв, и каждая буква в нём должна встречаться столько же раз, сколько в заданном слове. Кроме того, в коде не должны стоять рядом две гласные и две согласные буквы. Сколько различных слов может составить Вася?
6. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (9999) ИЛИ нашлось (333)
    ЕСЛИ нашлось (9999)
        ТО заменить (9999, 3)
        ИНАЧЕ заменить (333, 99)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой выше программы к строке, состоящей из 207 идущих подряд цифр 3? В ответе запишите полученную строку.

7. (А.М. Кабанов) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение "истина", в противном случае возвращает значение "ложь".

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (111)
    заменить (111, 22)
    заменить (2222, 1)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой программы к строке вида 1...12...2 (63 единицы и 61 двойка)?

8. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w, вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 21 цифры, причем первые три цифры – двойки, а остальные – пятёрки? В ответе запишите полученную строку.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (222) ИЛИ нашлось (888)
    ПОКА нашлось (555)
        заменить (555, 8)
    КОНЕЦ ПОКА
    ЕСЛИ нашлось (222)
        ТО заменить (222, 8)
        ИНАЧЕ заменить (888, 2)
    КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

9. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w, вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
  ПОКА нашлось(23)
    заменить (23, 7)
  КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Исходная строка содержит 10 троек и некоторое количество двоек, других цифр нет, точный порядок расположения двоек и троек неизвестен. После выполнения программы получилась строка с суммой цифр 82. Какое наименьшее количество двоек могло быть в исходной строке?

10. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Дана программа для исполнителя Редактор:

```
ПОКА нашлось (555) ИЛИ нашлось (888)
  заменить (555, 8)
  заменить (888, 55)
КОНЕЦ ПОКА
```

Известно, что начальная строка состоит более чем из 100 цифр 8 и не содержит других символов. В ходе работы алгоритма получилась строка, не содержащая цифр 5. Укажите минимальную возможную длину входной строки.

11. Укажите наименьшее целое значение A, при котором выражение

$$(-5y + 3x < A) \vee (x > 15) \vee (y > 30)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y.

12. (С.А. Скопинцева) Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$\neg((x \in \{2, 4, 9, 10, 15\}) \equiv (x \in A)) \rightarrow ((x \in \{3, 8, 9, 10, 20\}) \equiv (x \in A))$$

истинно (т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x. Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества A.

13. (В.Н. Шубинкин) Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 54) \vee \text{ДЕЛ}(x, 130)) \wedge (A > 60)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

14. Элементами множеств A, P, Q являются натуральные числа, причём $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Q = \{3, 5, 15\}$. Известно, что выражение

$$(x \notin A) \rightarrow ((x \notin P) \wedge (x \in Q)) \vee (x \notin Q)$$

истинно (т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x. Определите наименьшее возможное количество элементов в множестве A.

15. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 40]$ и $Q = [25, 35]$. Найдите наибольшую возможную длину отрезка A, при котором формула

$$((x \in A) \wedge (x \notin P)) \rightarrow (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x.

16. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое число, задан следующими соотношениями:

```
F(n) = n, при n ≤ 5,
F(n) = n + F(n/2 - 3), когда n > 5 и делится на 8,
F(n) = n + F(n + 4), когда n > 5 и не делится на 8.
```

Назовите максимальное значение n, для которого возможно вычислить F(n).

17. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

```
F(n) = 1 при n = 1
F(n) = 2 · F(n-1) + n + 3, если n > 1
```

Чему равно значение функции F(19)?

18. (А. Богданов) Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 0$
 $F(n) = 1$, когда $1 \leq n < 3$,
 $F(n) = F(n - 1) + F(n - 2)$, когда $n \geq 3$.

Определите четыре последние цифры числа $F(47)$.

19. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$F(0) = 5$
 $F(n) = 1 + F(n / 2)$ если $n > 0$ и n чётное
 $F(n) = F(n // 2)$ в остальных случаях

Здесь $//$ означает деление нацело. Определите количество значений n на отрезке $[1, 1\,000\,000\,000]$, для которых $F(n) = 7$.

20. (Д.Ф. Муфаззалов) Определите количество различных значений n таких, что n и m – натуральные числа, а значение $F(n, m)$ равно числу 30.

Паскаль	Python	C++
function F(n, m:		int F(int n, int m)
integer): integer;	def F(n,m):	{
begin	if m == 0:	{
if m == 0 then	d = 0	if(m == 0)
F:= 0	else:	return 0;
else	d = n + F(n,m-1)	else
F:= n + F(n,m-1)	return d	return n+F(n,m-1);
end;		}

21. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые в пятеричной системе счисления оканчиваются на 3, в девятеричной – на 5 и не оканчиваются на 7 в восьмеричной системе счисления. В качестве ответа укажите два числа – количество найденных чисел и максимальное из них.

22. В файле [17-243.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар чисел, в которых хотя бы один из двух элементов больше, чем наибольшее из всех чисел в файле, делящихся на 173, и в троичной записи хотя бы одного элемента из двух содержится сочетание цифр 22. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – минимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

23. (А. Кабанов) В файле [17-3.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество пар элементов последовательности, произведение которых положительно, а сумма кратна 7, затем минимальное из произведений элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

24. В файле [17-243.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар чисел, в которых оба элемента больше, чем сумма цифр всех чисел в файле, делящихся на 37. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – минимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

25. (Е. Джобс) В файле [17-272.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Подходящей считается пара, в которой хотя бы один элемент больше среднего арифметического всех положительных элементов последовательности. Запишите в ответе количество подходящих пар, а затем максимальную сумму цифр одного элемента в подходящих парах. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

Например, рассмотрим последовательность из шести элементов: 12; 18; 3; -15; 11; 16. Среднее арифметическое всех положительных элементов последовательности равно 12. Следовательно, подходит 3 пары: (12; 18), (18; 3) и (11; 16). Суммы цифр у элементов: 3 (1+2), 9 (1+8), 3, 2 (1+1), 7 (1+6). Ответ: 3 9.