

1. Вася составляет 6-буквенные слова, в которых есть только буквы К, А, Н, Т, причём буква К используется в каждом слове ровно 2 раза. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?
2. Сколько существует чисел, делящихся на 5, десятичная запись которых содержит 8 цифр, причём все цифры различны и никакие две чётные и две нечётные цифры не стоят рядом.
3. Вася составляет 6-буквенные коды из букв П, А, Н, Е, Л, Ь. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом код не может начинаться с буквы Ь и не может содержать сочетания ЕАП. Сколько различных кодов может составить Вася?
4. (Е. Джобс) Женя составляет слова переставляя буквы З, А, П, И, С, Ь. Сколько слов может составить Женя, если известно, что Ь не может стоять на первом месте и после гласной?
5. Артур составляет 5-буквенные коды перестановкой букв слова АРЕАЛ. При этом нельзя ставить рядом две гласные. Сколько различных кодов может составить Артур?
6. (С.С. Поляков) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w. Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
  ПОКА нашлось (222)
    заменить (222, 1)
    заменить (111, 2)
  КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Какая строка получится в результате применения приведённой программы к строке вида 1...12...2 (2019 единиц и 2119 двоек)?

7. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w, вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
  ПОКА нашлось (11)
    ЕСЛИ нашлось(112)
      ТО заменить (112, 5)
      ИНАЧЕ заменить (11, 3)
    КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

Исходная строка содержит 23 единицы и 5 двоек, других цифр нет, точный порядок расположения цифр неизвестен. Какую наибольшую сумму цифр может иметь строка, которая получится после выполнения программы?

8. Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w, вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 156 идущих подряд цифр 5? В ответе запишите полученную строку.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (333) ИЛИ нашлось (555)
  ЕСЛИ нашлось (555)
    ТО заменить (555, 3)
    ИНАЧЕ заменить (333, 5)
  КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

9. (А. Кабанов) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки цифр.

1. заменить (v, w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w , вторая проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь».

К исходной строке, содержащей не более 100 троек и не содержащей других символов, применили приведённую ниже программу.

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось (333)
    заменить (333, 4)
    заменить (4444, 3)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

В результате получилась строка 43. Какое наибольшее количество троек могло быть в исходной строке?

10. (Е. Джобс) Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразовывает её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах v и w обозначают цепочки символов.

1. заменить (v , w)
2. нашлось (v)

Первая команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки v на цепочку w . Если цепочки v в строке нет, эта команда не изменяет строку. Вторая команда проверяет, встречается ли цепочка v в строке исполнителя Редактор.

Дана программа для исполнителя Редактор:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось(XXX) или нашлось(ZYX) или нашлось(ZXX)
    заменить(XXX, ZZ)
    заменить(ZYX, X)
    заменить(ZXX, Y)
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

На вход приведённой ниже программе поступает строка, состоящая из 107 букв X. Какая строка получится после выполнения программы?

11. Элементами множеств A , P и Q являются натуральные числа, причём $P = \{ 1, 12 \}$ и $Q = \{ 12, 13, 14, 15, 16 \}$. Известно, что выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P) \wedge \neg(x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное количество элементов множества A .

12. Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение

$$(7y + x < A) \vee (2x + 3y > 98)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y .

13. Обозначим через ДЕЛ(n , m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 3) \wedge (\text{ДЕЛ}(220, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(550, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

14. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [15, 27]$ и $Q = [30, 45]$. Найдите наибольшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$(\neg(x \in P) \vee (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x .

15. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 20]$ и $Q = [4, 40]$. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$\neg(x \in A) \wedge \neg((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любых x .

16. (П. Волгин) Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} F(0) &= 3 \\ F(n) &= F(n-1), \text{ при } 0 < n \leq 15 \\ F(n) &= 2,5 \cdot F(n-3), \text{ при } 15 < n < 100 \\ F(n) &= 3,3 \cdot F(n-2), \text{ при } n \geq 100 \end{aligned}$$

С какой цифры начинается дробная часть значения функции $F(100)$?

17. (Е. Джобс) Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} F(n) &= n - 1 \text{ при } n < 4 \\ F(n) &= n + 2 \cdot F(n-1), \text{ если } n \geq 4 \text{ и кратно } 3, \\ F(n) &= F(n-2) + F(n-3), \text{ если } n \geq 4 \text{ и не кратно } 3. \end{aligned}$$

Чему равна сумма цифр значения $F(25)$?

18. (Д.Ф. Муфаззалов) Определите наименьшее значение n , при котором значение $F(n)$, будет больше числа 320. Запишите в ответе сначала найденное значение n , а затем через пробел – соответствующее значение $F(n)$.

Паскаль	Python	C++
function F		
(n: integer): integer;		int F(int n)
begin	def F(n):	{
if n > 0 then	if n > 0:	if (n)
F := n mod 10*	return n%10*F(n//10)	return n%10*F(n/10);
F(n div 10)	else:	else
else	return 1	return 1;
F := 1;		}
end;		

19. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n – целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$, при $n \leq 5$,
 $F(n) = n + F(n / 3 + 2)$, когда $n > 5$ и делится на 3,
 $F(n) = n + F(n + 3)$, когда $n > 5$ и не делится на 3.

Назовите минимальное значение n , для которого $F(n)$ определено и больше 1000.

20. Функция $F(n)$, где n – целое число, задана следующим образом:

Паскаль	Python	Си
function F(n: integer):		
integer;		int F(int n) {
begin	def F(n):	if (n > 1)
if n > 1 then	if n > 1:	return 2*n +
F := 2*n +	return 2*n + \	F(n-2)+F(n-3);
F(n-2)+F(n-3)	F(n-2)+F(n-3)	else
else	else:	return n + 5;
F := n + 5;	return n + 5	}
end;		

Чему будет равно значение, вычисленное алгоритмом при выполнении вызова $F(6)$?

21. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые удовлетворяют следующим условиям:

- запись в троичной и пятеричной системах счисления заканчивается одинаковой цифрой;
- кратны 31, 47 или 53.

Найдите количество таких чисел и минимальное из них.

22. (А. Кабанов) В файле [17-3.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите и запишите в ответе сначала количество пар элементов последовательности, в которых произведение нечётно, а среднее арифметическое делится на 7, затем минимальное из средних арифметических элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.

23. В файле [17-1.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от -10 000 до 10 000 включительно. Определите количество троек, в которых хотя бы один из трёх элементов меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и десятичная запись хотя бы двух из трёх элементов содержит цифру 2. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных троек, а затем – максимальную сумму элементов таких троек. В данной задаче под тройкой подразумевается три идущих подряд элемента последовательности.

24. (А. Кабанов) В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Рассматривается множество элементов последовательности, которые оканчиваются на 5 или 7 и при этом не делятся ни на 9, ни на 11. Найдите количество таких чисел и сумму минимального и максимального из них.

25. В файле [17-4.txt](#) содержится последовательность целых чисел. Элементы последовательности могут принимать целые значения от 0 до 10 000 включительно. Определите количество пар, в которых хотя бы один из двух элементов меньше, чем среднее арифметическое всех чисел в файле, и десятичные записи обоих элементов не содержат цифру 4. В ответе запишите два числа: сначала количество найденных пар, а затем – минимальную сумму элементов таких пар. В данной задаче под парой подразумевается два идущих подряд элемента последовательности.