TP de Robotique
Rapport

Thibault Blaise
Muruo Wang

Septembre 2018

1 Organisation

1.1 Etape de calcul

- Matrices homogènes
  Ici, la matrice homogène est la matrice de transformation du référentiel R_{i-1} à R_i :

$$^{i-1}T_i = \mathbf{Rot}(x, \alpha_i)\mathbf{Trans}(x, d_i)\mathbf{Rot}(z, \theta_i)\mathbf{Trans}(z, r_i)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & d_i \\ \cos(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i) & -r_i\sin(\alpha_i) \\ \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & \cos(\alpha_i) & r_i\cos(\alpha_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Modèle géométrique direct
  $X = f(q)$
  La variable de l'articulation i, qui définit la position ou l'orientation relative entre les articulations i et $i-1$, est soit θ_i soit r_i, respectivement si l'articulation est respectivement rotoïde ou prismatique . Elle est définie par la relation :

$$q_i = (1 - \sigma_i)\theta_i + \sigma_i r_i$$

  $-\sigma_i = 0$ si l'articulation est rotoïde,
  $-\sigma_i = 1$ si l'articulation est prismatique.
- Modèle cinématique direct
  $\dot{X} = J(q)\dot{q}$
  En cours, on utilise $J_{ij} = \frac{\partial f_i(q_j)}{\partial q_j}$, mais durant le TP, on utilise l'algorithme pour calculer la matrice — le calcul et l'utilisation de la matrice jacobienne comme vus en cours n'est que pure théorie..
- Modèle cinématique inverse
  On inverse simplement la relation pécédente :
  $\dot{q} = J^{-1}(q)\dot{X}$
- Animation
  Uniquement pour le robot à double bras, on fixe le temps t de calcul dans le DGM, on dessine les étapes une par une, à la fin on peut obtenir le graphique de l'animation.

1.2 Trois exemples

Dans ce TP,on étudie particulièrement les trois types de robots suivants. Il s'avère qu'ils utilisent les mêmes étapes de calcul, écrites ci-avant.

1.2.1 Double bras

Les paramètres du robot à double bras sont :
- $d_2 = l_1$
- $\theta_1 = \theta_1$
- $\theta_2 = \theta_2$

Les autres sont à 0.

1.2.2 SCARA

Les paramètres du robot SCARA sont donnés ci-dessous :

j	σ_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1	0	0	0	θ_1	0
2	0	0	D2	θ_2	0
3	0	0	D3	θ_3	0
4	1	0	0	0	r_4

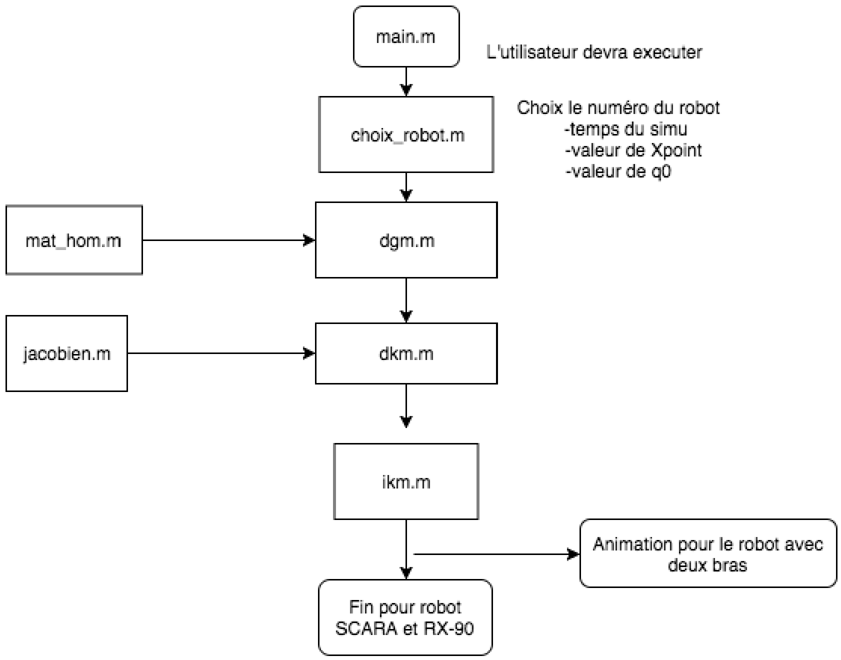
1.2.3 RX-90

Les paramètres du robot RX-90 sont donnés ci-dessous :

j	σ_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1	0	0	0	θ_1	0
2	0	$\pi/2$	0	θ_2	0
3	0	0	D3	θ_3	0
4	0	$-\pi/2$	0	θ_4	RL4
5	0	$\pi/2$	0	θ_5	0
6	0	$-\pi/2$	0	θ_6	0

2 Algorithme

2.1 Organigramme fonctionnel



2.2 Calcul de la matrice jacobienne

Le vecteur $\dot{q}_k$ de la $k^{\text{ème}}$ articulation contient les vitesses linéaires et angulaires (respectivement $v_{k,n}$ et $\omega_{k,n}$)par rapport au référentiel R_n.
Pour calculer la matrice jacobienne, nous considerons deux cas :

— Si l'articulation est prismatique($\sigma_k = 1$)

$$\begin{bmatrix} v_{k,n} \\ \omega_{k,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_k \dot{q}_k \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_k \\ 0 \end{bmatrix} \dot{q}_k$$

Où a_k est vecteur unitaire le long de l'axe Z_k

— Si l'articulation est rotoïde($\sigma_k = 0$)

$$\begin{bmatrix} v_{k,n} \\ \omega_{k,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_k \dot{q}_k \wedge {}^{1}L_{k,n} \\ a_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_k \wedge L_{k,n} \\ a_k \end{bmatrix} \dot{q}_k$$

Où $L_{k,n}$ est le vecteur liant O_k à O_n

Définition et calcul de a_k et $l_{k,n}$

— $a_k :=^0 T_k \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

— $l_{k,n} :=^0 T_n \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} -^0 T_k \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

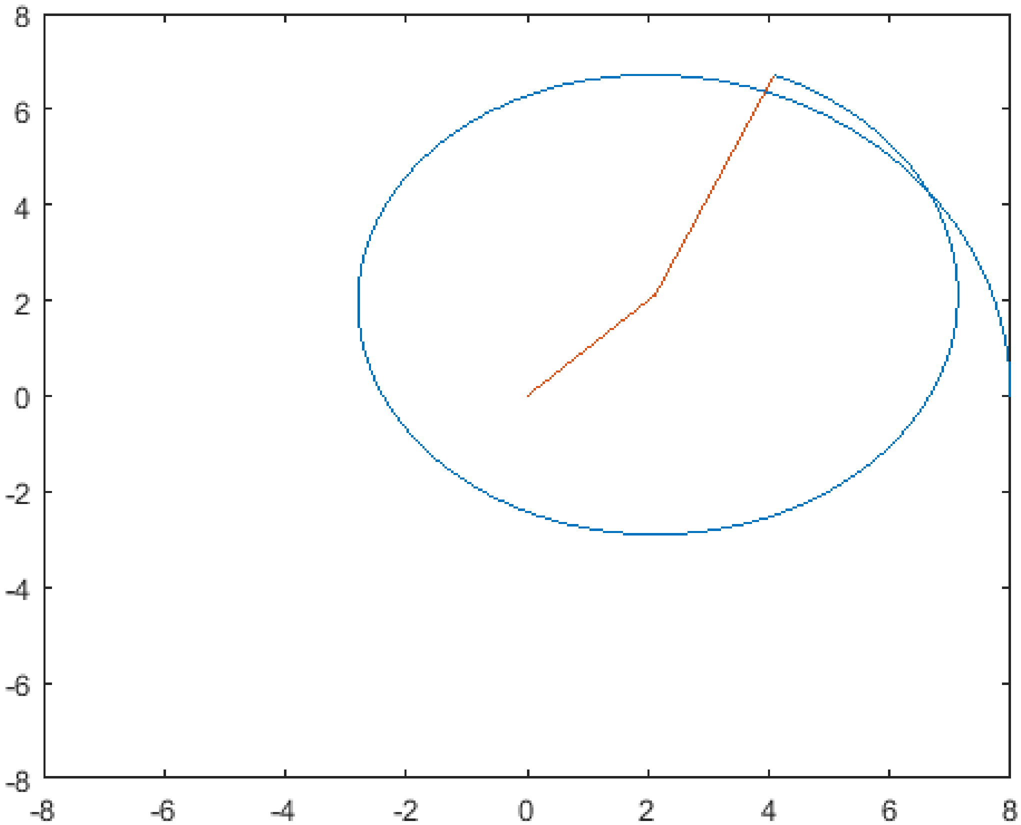
1. On utilise ici la notation française du produit vectoriel $\wedge$. Son équivalent anglo-saxons est $\times$.

2.3 Pseudo-inverse à gauche de la matrice jacobienne dans le calcul du modèle cinématique direct

Attention, la matrice jacobienne n'est pas une matrice carrée ! Pour Matlab, on ne peut pas utiliser directement le `inv(J)`. On utilise donc la notion de pseudo-inverse, la généralisation de l'inverse aux cas non-inversibles.
Pour nous, l'inverse à gauche de la matrice jacobienne est définie par :

$$J^+ := (J^T J)^{-1} J^T$$

2.4 Animation du robot à deux bras



Ci-dessus un exemple de rendu de l'animation