

Задача 9. Выпуклый минимум

Источник:	повышенной сложности
Имя входного файла:	input.txt
Имя выходного файла:	output.txt
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	разумное

Массив чисел $A_0, A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$ называется выпуклым вверх, если:

$$\forall i < k < j : A_k < \frac{(j-k)A_i + (k-j)A_j}{(j-i)}$$

Дан выпуклый вверх массив A и коэффициент C . Требуется найти индекс элемента массива, на котором достигается минимум линейной функции:

$$\begin{aligned} & n-1 \\ & \operatorname{argmin}(A_i + C \cdot i) = ? \\ & i = 0 \end{aligned}$$

Если минимальное значение достигается на нескольких элементах массива, нужно найти номер первого такого элемента.

Формат входного файла

В первой строке записано одно целое число n — размер выпуклого массива ($1 \leq n \leq 10^5$). Далее записаны элементы массива A_i (n целых чисел, $|A_i| \leq 10^{15}$). Затем записано целое число q — количество запросов, которые нужно обработать ($1 \leq q \leq 10^5$). В остальных q строках записаны целые числа C_j , определяющие значения коэффициента линейной функции ($|C_j| \leq 10^9$).

Формат выходного файла

Требуется вывести q целых чисел: для каждого коэффициента C_j , записанного во входных данных, нужно вывести номер i первого элемента A_i , на котором достигается минимум $(A_i + C \cdot i)$ при $C = C_j$.

Пример

input.txt	output.txt
10	8
9 4 0 -2 -2 -1 1 4 8 20	3
8	5
-5	3
1	0
-2	2
0	2
6	1
3	
2	
4	

Пояснение к примеру

Рассмотрим коэффициент $C_2 = -2$. Выпишем значение соответствующей функции для всех элементов:

$$i=0: 9 - 2 * 0 = 9$$

$$i=1: 4 - 2 * 1 = 2$$

$$i=2: 0 - 2 * 2 = -4$$

$$i=3: -2 - 2 * 3 = -8$$

$$i=4: -2 - 2 * 4 = -10$$

$$i=5: -1 - 2 * 5 = -11$$

$$i=6: 1 - 2 * 6 = -11$$

$$i=7: 4 - 2 * 7 = -10$$

$$i=8: 8 - 2 * 8 = -8$$

$$i=9: 20 - 2 * 9 = 2$$

Минимум достигается на двух элементах $i = 5$ и $i = 6$, и ответом является меньший номер $i = 5$.

Комментарий

Представьте себе, как бы вы решали задачу, если бы вместо массива A была дана гладкая функция $A(x)$, и нужно было бы найти минимум функции $(A(x) + Cx)$. Задача с массивом решается точно так же, нужно лишь найти дискретный аналог для понятия производной.