Chi Đoàn - Hội 19CTT4

Bài toán đồ thị trong đề thi K18

0.1 Đề:

BÀI 4. Ngân hàng F.H mới được thành lập đã tiến hành xây dựng một trụ sở (H), hai chi nhánh (B1 và B2), cùng với bốn máy ATM (A1, A2, A3, A4). Để sự giao tiếp được diễn ra an toàn và nhanh chóng, họ thi công một mạng máy tính giữa tất cả các công trình trên. Ngoài mạng kết nối nội bộ, họ cũng muốn kết nối Internet. Vì vậy họ kết nối đến một nhà mang tại tru sở (F).

Bản thiết kế các tuyến kết nối có thể có và chi phí thi công được liệt kê trong bảng sau:

(Quy ước thể hiện trong bảng. Vị trí 1 - Vị trí 2: Chi phí).

H-F: 80	H-B1: 10	H-B2: 20	B1-B2: 8
F-B1: 12	F-A1: 20	B1-A1: 3	A1-A2: 13
H-A2: 6	B2-A2: 9	B2-A3: 40	A1-A4: 3
A3-A4: 6			

Bảng 1: Bản thiết kế các tuyến kết nối và chi phí thi công

Yêu cầu từ phía ngân hàng đặt ra là:

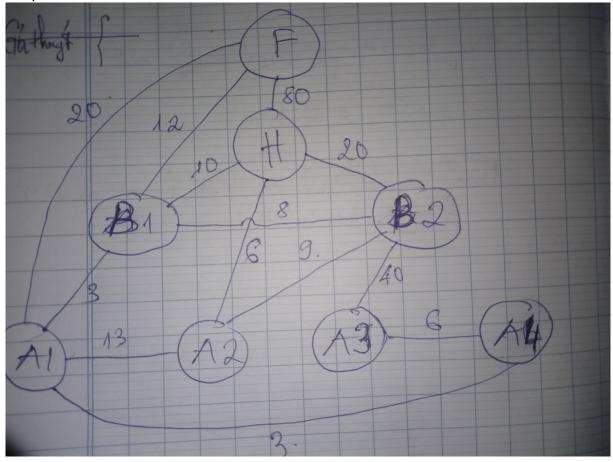
- Chi phí thi công mạng này là thấp nhất.
- Đảm bảo kết nối thông suốt giữa bất kỳ công trình nào nêu trên.
- Có tốc độ kết nối cao giữa trụ sở (H) với nhà cung cấp Internet (F); và giữa chi nhánh B2 với A3 nên kết nối trực tiếp giữa hai cặp vị trí này là yêu cầu bắt buộc.

Bạn được ngân hàng nhờ giúp sức thực hiện việc lựa chọn các tuyến kết nối cần thi công. Bạn hãy dựa trên kiến thức đã biết từ môn học để lựa chọn giúp các tuyến cần thi công để đảm bảo yêu cầu đặt ra của ngân hàng. Đồng thời, hãy cho biết tổng chi phí thi công (lắp đặt) là bao nhiêu.

- (a) (10 điểm) Đề xuất thuật toán để giải quyết yêu cầu được nêu và thể hiện thuật toán bằng mã giả
- (b) (10 điểm) Minh họa việc thực hiện trên thuật toán đề xuất để lựa chọn được các tuyến cần thi công. Cần phải cho biết tổng chi phí cần thực hiện theo đề xuất của bạn.

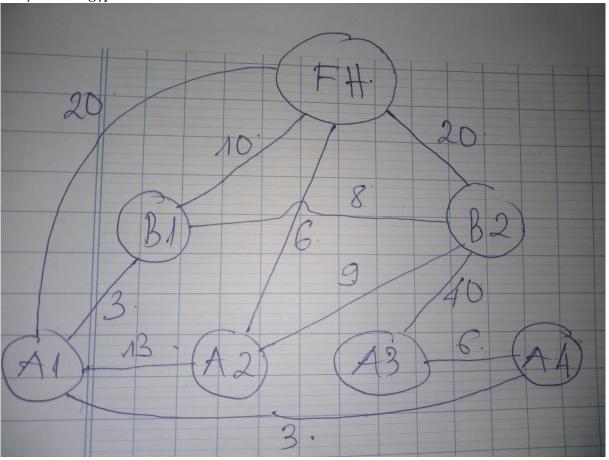
0.2 Ý tưởng:

Đồ thị ban đầu :



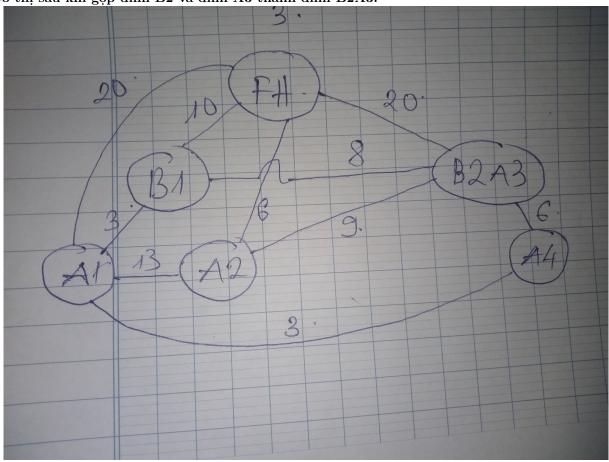
B1: Gộp 2 đỉnh F và H thành 1 đỉnh tên là FH sao cho các cạnh từ điểm FH đến các điểm mà đỉnh F và đỉnh H liên kết trước đó là nhỏ nhất.

Đồ thị sau khi gộp đỉnh F và đỉnh H thành đỉnh FH:



B2: Tiếp tục gộp 2 đỉnh B2 và A3 thành 1 đỉnh tên là B2A3 sao cho các cạnh từ điểm B2A3 đến các điểm mà đỉnh B2 và đỉnh A3 liên kết trước đó là nhỏ nhất.

Đồ thị sau khi gộp đỉnh B2 và đỉnh A3 thành đỉnh B2A3:



B3: Dùng thuật toán Prime hoặc Kruskal để tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị đã gộp ở bước 2 và 3.

Các đỉnh	Cạnh mới	Chi phí canh mới
FH	(FH, A2)	6
FH, A2	(A2, B2A3)	8
FH, A2, B2A3	(B2A3, A4)	6
FH, A2, B2A3, A4	(A4, A1)	3
FH, A2, B2A3, A4, A1	(A1, B1)	3
FH, A2, B2A3, A4, A1, B1		

Cây khung nhỏ nhất thu được là : (FH) - (A2) - (B2A3) - (A4) - (A1) - (B1).

B4: Xem xét lại trên đồ thị ban đầu, ta tìm cây cung nhỏ nhất thỏa yêu cầu bài toán:

Các đỉnh	Cạnh mới	Chi phí cạnh mới
F	(F, H)	80
F, H	(H, A2)	6
F, H, A2	(A2, B2)	9
F, H, A2, B2	(B2, A3)	40
F, H, A2, B2, A3	(A3, A4)	6
F, H, A2, B2, A3, A4	(A4, A1)	3
F, H, A2, B2, A3, A4, A1	(A1, B1)	3
F, H, A2, B2, A3, A4, A1, B1		

Kết quả thu được :

- \bullet Cây khung nhỏ nhất thỏa yêu cầu bài toán: F H A2 B2 A3 A4 A1 B1.
- Chi phí : 80 + 6 + 9 + 40 + 6 + 3 + 3 = 147.

Happy coding!