Robert Merrihew Adams. Le osservazioni di Magari mostrano le sue grandi doti algebriche, grazie alle quali è in grado non solo di fornire una presentazione comprensibile di «divino», «essenza» ed «esistenza» in termini di «mondi possibili», ma anche una semplificazione e diverse acute critiche della dimostrazione. Magari discute anche la verosimiglianza degli assiomi. L'articolo è una testimonianza delle reazioni di sorpresa e di interesse che si manifestarono nel mondo dei logici quando si diffuse la voce dell'esercizio teologico di Gödel.[3]

Gabriele Lolli

[3] La discussione si è protratta a lungo; ad esempio le dimostrazioni di Gödel, di Magari e di altri sono discusse in P. Hàjek, *Magari and others on Gödel's ontological proof*, in A. Ursini e P. Aglianò (a cura di), *Logic and Agebra*, Dekker, New York 1996, pp. 125-35.

Premessa

Molti uomini, anche fra i più «grandi», hanno una notevole volontà di credere nelle cose più svariate, ma soprattutto, come risulta almeno nella nostra cultura da circa venti secoli, nell'esistenza di un (e in genere di uno solo) ente «supremo» compiutamente dotato di certe proprietà dette «positive».

Questi, diciamo, teofili hanno spesso fornito ingegnosi argomenti a sostegno delle loro credenze o di quelle che desideravano si confermassero come loro credenze. Preso uno qualunque di questi argomenti la probabilità che esso sia corretto o che comunque sia in grado di aumentare sensibilmente la probabilità da attribuirsi alle credenze dette è, penso, notevolmente abbassata dal desiderio di credere.

Esistono naturalmente anche teofobi (io lo sono di tutto cuore) e anche nel loro caso è opportuna una certa vigilanza su quanto costruiscono o asseriscono.

In uno scritto dal titolo *La prova ontologica di Gödel*,[1] Jordan Howard Sobel riassume e commen-

[1] Jordan Howard Sobel, *Gödel's Ontological Proof*, in Judith Jarvis Thomson (a cura di), *On Being and Saying. Essays for Richard Cartwright*, MIT Press, Cambridge, Mass. 1987, pp. 241-61.

ta un manoscritto di Dana Scott, il quale a sua volta si rifà a due pagine manoscritte da Kurt Gödel, datate 10 febbraio 1970.

Sobel cerca di mostrare:

a) che il Dio la cui esistenza segue dagli assiomi di Gödel non soddisfa certi requisiti che probabilmente un teofilo desidera;

b) che il sistema ipotetico deduttivo di Gödel, che è modale, porta a un «collasso» delle modalità (le proposizioni vere risultano necessarie).

Non intendo partecipare all'eventuale disputa storico-filologica che potrà sorgere circa l'attribuzione di questo o quel passo a Gödel, a Scott o a Sobel, pertanto nel seguito attribuirò quanto esposto nei primi tre paragrafi del lavoro citato di Sobel a un non meglio identificato «A» (per «autore» o «autori»).

A mio giudizio il teorema principale di A (*necessariamente esiste un oggetto con caratteristiche divine*) non abbisogna di tutti gli assiomi proposti: ciononostante, il gruppo di assiomi occorrente (supponendo di riuscire a dare un senso agli assiomi e di conseguenza di poter discutere sul loro valore di verità) ha probabilità infinitesima (o almeno ci sono argomenti per ritenerla tale) e non è più facile ammettere gli assiomi che ammettere direttamente il teorema (o forse è di pochissimo più facile).

Le caratteristiche divine sopra menzionate consistono, sembra, nell'avere tutte le proprietà «positive», dove «positivo» è formalmente un concetto primitivo il cui riferimento informale sarebbe fornito dal senso comune (o dal senso comune filosofico, che non sempre coincide col primo) nel suo settore morale estetico.

Naturalmente ci sarebbe molto da dire su questo: i matematici hanno esaminato moltissime strutture in cui, dando un senso opportuno a «positivo», si troverebbero elementi che hanno tutte (e sole) le proprietà positive, ma questi elementi hanno ben poco di divino nel senso corrente dell'aggettivo; tanto per fare un esempio puerile, se, qualunque sia un sottoinsieme M di un gruppo *G* che ne contenga un sottogruppo, si giudica positiva per gli elementi del gruppo la proprietà «appartenere all'insieme M», allora l'unità del gruppo è divina.

Sobel[2] discute anche questo aspetto.

[2] J.H. Sobel, *Gödel's Ontological Proof* cit.

1. *Presentazione della teoria di A (Gödel, Scott, Sobel)*

Il linguaggio in cui la teoria viene presentata è un linguaggio del secondo ordine, con un operatore modale $\Box$ (e il suo duale: $\Diamond$) e un predicato unario costante P, applicabile alle proprietà; vengono introdotte con definizioni altre costanti, che naturalmente uno può assumere fra le costanti iniziali, trasformando le relative definizioni in assiomi; si tratta di una proprietà G (unaria), di una relazione binaria fra proprietà e individui E e di un ulteriore predicato unario di individui N. Al senso comune conviene leggere così:

$P\varphi$ significa: la proprietà φ è positiva;

Gx significa: x è divino; (insomma, in linguaggio comune ma impreciso, x è Dio);

φEx significa: φ è l'essenza (o «è essenziale») di x;

Nx significa: x esiste necessariamente (sorvoliamo sulla scarsa chiarezza del concetto, visto che poi ne viene data una definizione).

Si può supporre che gli assiomi e le regole siano i soliti, dando agli operatori modali le proprietà di S5.

È importante notare che, avendo l'operatore modale $\Box$ le proprietà di S5, tutto avviene come se

munissimo tutte le proprietà di un posto in più in cui scriviamo sistematicamente una medesima variabile, m, che non usiamo altrove, e sostituissimo tutte le occorrenze di $\Box$ con $\forall m(\ )$ ossia di $\Diamond$ con $\exists m(\ )$.

In altri termini, $\Diamond$ ha le proprietà di un «quantore» (*quantifier*) nel senso di Paul Richard Halmos.[3] Gli oggetti cui m si riferisce possono esser detti «mondi» o «mondi possibili». Ciò ci risparmia il pericolo di interpretare gli operatori modali in modo fumoso.

Le proprietà di individui usate da A sono soltanto unarie, si può supporre addirittura che il linguaggio non ne preveda altre; naturalmente, se usiamo il trucco ricordato poco fa per eliminare gli operatori modali, allora dobbiamo avere proprietà binarie.

Indichiamo le variabili individuali con x, y, z, ..., le variabili di proprietà con lettere greche minuscole; delle costanti si è detto. Ometteremo, per semplicità, molte parentesi.

La lettura degli assiomi e dei teoremi risulta più facile se si fa riferimento a modelli che possono, direi, esser presi così: un modello è un insieme di

[3] P. R. Halmos, *Algebraic Logic*, Chelsea Pub. Co., New York 1962.

«mondi», ciascun mondo essendo costituito da un insieme, da un'algebra di Boole di suoi sottoinsiemi (si può supporre che due punti dell'insieme siano sempre separati da un opportuno elemento dell'algebra, ammettendo così, se si vuole, l'identità degli indiscernibili) e da un sottoinsieme dell'algebra (sottoinsieme i cui elementi sono da chiamarsi «positivi»). Naturalmente, le variabili individuali vengono interpretate su punti dei detti insiemi, le proprietà unarie su funzioni che ad ogni mondo associano elementi della relativa algebra di Boole (se si suppongono, come chiaramente si può, i mondi disgiunti a due a due, si può interpretare una proprietà come un sottoinsieme dell'unione dei mondi, sottoinsieme la cui traccia su un mondo appartenga alla relativa algebra di Boole).

A conti fatti si può semplificare ancora dicendo che un modello è costituito da una ripartizione R di un insieme S (le celle di R essendo ora i vari «mondi»), da un'algebra di Boole A di sottoinsiemi di S e da un insieme Π, di elementi delle algebre traccia di quest'algebra sui vari «mondi»; si può, come già osservato, supporre che due elementi distinti di S siano sempre separati da un opportuno elemento di A. L'algebra relativa a un mondo, m, sarà l'algebra delle tracce degli elementi di A sul mondo m e si potrà indicare con A_m:

naturalmente, le variabili individuali vengono interpretate su elementi di S, le proprietà su elementi di A e P viene interpretato su Π.

Se si vuole, per chiarezza, usare una variabile per i mondi, in luogo di φx si scriverà $\varphi_m x$, di lettura intuitiva: x appartiene alla traccia di φ sul mondo m.

Si scriverà $\varphi \subseteq \psi$ per $\forall x(\varphi x \rightarrow \psi x)$.

Di ogni espressione del linguaggio di A si darà la trascrizione con l'uso della variabile m.

Gli assiomi nella scrittura di Sobel, con minime differenze formali, sono i seguenti:

A1. $P(\neg\varphi) \leftrightarrow \neg P(\varphi)$ le proprietà «positive» sono tali che ogni coppia formata da una proprietà, o meglio dalla sua traccia in un mondo m e dalla sua complementare (in m), ha esattamente un elemento positivo: per rendere le cose più chiare avverto fin d'ora che gli assiomi successivi ci diranno che in ciascuna delle algebre di Boole traccia gli insiemi «positivi» formano un ultrafiltro. Trascrizione: $P(\neg\varphi_m) \leftrightarrow \neg P(\varphi_m)$.

A2. $P(\varphi) \wedge \Box(\varphi \leqslant \psi) \rightarrow P(\psi)$ una proprietà che ne contiene «necessariamente» (cioè in tutti i mondi) una positiva è positiva. Scritto con l'uso della variabile m l'assioma si legge:

$$P(\varphi_m) \wedge \forall m(\varphi_m \subseteq \psi_m) \rightarrow P(\psi_m).$$

D1. $Gx \leftrightarrow \forall\varphi(P(\varphi) \rightarrow \varphi x)$ trascrizione: $G_m x \leftrightarrow \leftrightarrow \forall\varphi(P(\varphi_m) \rightarrow \varphi_m x)$, lettura:

x è divino se e soltanto se ha tutte le proprietà positive o meglio: x è divino in un mondo se e soltanto se in esso ha tutte le proprietà ivi positive. Naturalmente se si vuole che G compaia fra le costanti inizialmente date questa definizione è un assioma.

A3. $P(G)$ ossia: la divinità è una proprietà positiva. Trascrizione: $P(G_m)$.

A4. $P(\varphi) \rightarrow \Box P(\varphi)$ ossia: se una proprietà è positiva lo è necessariamente, o, più chiaramente: se una proprietà è positiva in un mondo lo è in tutti. Trascrizione: $P(\varphi_m) \rightarrow \rightarrow \forall m P(\varphi_m)$.

D2. (assioma o definizione come si preferisce) $\varphi Ex \leftrightarrow \varphi x \wedge \forall\psi(\psi x \rightarrow \Box(\varphi \subseteq \psi))$ lettura: φ è essenziale per x (o «è l'essenza di x» visto che l'unicità seguirà, però la dizione è scorretta ugualmente perché, come vedremo, un individuo può non avere essenza) se ogni proprietà di x ne segue «necessariamente» (vale a dire: in tutti i mondi). Trascrizione:

$$\varphi_m Ex \leftrightarrow \varphi x \wedge \forall\psi(\psi x \rightarrow \forall m(\varphi_m \subseteq \psi_m)).$$

D3. (assioma o definizione come si preferisce) $Nx \leftrightarrow \forall\varphi(\varphi Ex \wedge \rightarrow \Box\exists x\, \varphi x)$ lettura: x «esi-

ste necessariamente» se e soltanto se per ogni proprietà l'essere essa essenziale per x la rende necessariamente non vuota, ossia se in tutti i mondi ogni proprietà essenziale per x è soddisfatta per qualche individuo, ossia se «l'essenza di x ne implica l'esistenza» (quest'ultima versione un po' oscura è, si sa, quella più tradizionale). Trascrizione:

$$N_m x \leftrightarrow \forall\varphi(\varphi_m Ex \rightarrow \forall m \exists x\, \varphi_m x).$$

A5. $P(N)$ (lettura: è positivo avere un'essenza che implichi l'esistenza). Trascrizione: $P(N_m)$.

Da tutto ciò si deduce, come vedremo, $\Box\exists x Gx$, ossia: necessariamente (vale a dire in tutti i mondi) esiste un individuo divino.

Ignoro se prima di A altri abbiano riflettuto dal punto di vista della logica moderna sul concetto vago di «proprietà positiva» e su come chiarire concetti come «essenza» ed enunciati come «l'essenza di x ne implica l'esistenza». In ogni caso il lavoro di formalizzazione e, di conseguenza, di chiarimento, fatto da A è degno di ammirazione anche se, sembra a me, da tali concetti è improbabile cavar fuori qualcosa di rilevante.

2. *Ridondanza degli assiomi*

Consideriamo ora la teoria avente come assiomi A1, A2, A3 e D1: in essa (si ragioni pensando direttamente ai modelli) è facile vedere che la proprietà vuota (diciamo dimostrabilmente equivalente a $\varphi x \wedge \neg \varphi x$) non è positiva (il che non esclude, per ora, che possa essere positiva una proprietà che è vuota in qualche mondo ma non in tutti). Questo viene appunto fornito da A come teorema 1: $P(\varphi) \rightarrow \Diamond \exists x \varphi x$. Trascrizione: $P(\varphi_m) \rightarrow \exists m \exists x \varphi_m x$.

Ragionando direttamente su un modello è però facile vedere che, sotto gli assiorni 1 e 2, ogni traccia, positiva in un mondo, di una proprietà, è non vuota. Sia infatti m un mondo, S_m, A_m l'insieme e l'algebra di Boole ad esso relativi, φ una proprietà la cui traccia su S_m, sia positiva e vuota, allora comunque preso un elemento di A_m e una proprietà ψ di cui esso sia traccia su S_m, la proprietà $\varphi \vee \psi$ contiene φ in tutti i mondi e perciò la proprietà ψ è positiva nel mondo m: assurdo.

Insomma il teorema 1 di A si può rafforzare, trovando (sotto i soli assiomi 1 e 2):

$$P(\varphi) \rightarrow \Box \exists x \varphi x \qquad (P(\varphi_m) \rightarrow \forall m \exists x \varphi_m x).$$

Più in generale troviamo che se, in un qualsiasi mondo, una proprietà contenuta in un'altra è

positiva, allora anche l'altra lo è: il ragionamento si svolge come sopra considerando la disgiunzione delle due proprietà.

Usando soltanto i due primi assiomi non si trova ancora che le proprietà positive in un mondo (certe tracce, appunto quelle «positive», degli elementi di A sul mondo considerato) formino un ultrafiltro, il più semplice controesempio è fornito dall'algebra di Boole dei sottoinsiemi di un insieme di tre elementi quando si prendano negativi lo 0 e i tre atomi e positivi gli altri elementi: il terzo assioma e la definizione o assioma D1 ci dicono però che non soltanto si tratta di ultrafiltri ma di ultrafiltri principali, ovverosia atomici. In ogni mondo l'atomo che genera l'ultrafiltro è la traccia di G (o meglio dell'elemento di A su cui G viene interpretato). Si ha quindi sotto A1, A2, A3, D1:

$$\exists x G x \text{ (con l'uso di } m\text{: } \exists x G_m x)$$

ossia il teorema principale di A.

È chiaro che la credibilità di questa proposizione è maggiore o uguale a quella della congiunzione degli assiomi considerati; occorre congetturare sulla loro credibilità. La cosa è molto difficile perché non si sa mai che cosa uno voglia intendere per «proprietà positiva». Fissiamo l'attenzione su un mondo m, sia B l'algebra di Boole ad esso relativa su cui si interpretano le proprietà (unarie) e sia F l'insieme degli elementi di B su cui si interpretano le proprietà «positive». Possiamo spezzare le richieste di A così:

R1 se $p \in F$ e $p \leq q$ allora $q \in F$.

R2 l'intersezione di due elementi di F è in F.

R3 $0 \notin F$.

R4 l'intersezione degli elementi di F è non vuota.

R5 per ogni $p \in A$ o $p \in F$ o $p' \in F$.

La quinta richiesta (che è parte dell'assioma A1) è inutile agli effetti del teorema.

La prima richiesta sembra ragionevole per molti sensi che si possono dare a «positivo». La seconda e la terza richiesta sembrano condurre a una seria limitazione del concetto di «positivo»: una prima difficoltà nasce dall'apparente relatività del concetto: la proprietà «aver la coda» sembra positiva per un gatto ma per un uomo sembra positiva la sua complementare «non aver la coda»; è chiaro che dobbiamo riferirci a una «positività» non relativa. La congiunzione di R2 e R3, se vogliamo accettarla, ci obbliga anche a scartare, con probabilità altissima, molte proprietà che di primo acchito giudicheremmo positive: sembrerebbe positivo, per esempio, conoscere tutti i teoremi dell'aritmetica, diciamo, peaniana, ma, se non crediamo già qualcosa del tipo del teorema che A sembra avere in mente, siamo facilmente portati a interpretare tale proprietà sul vuoto. Ancora più probabile è che l'intersezione di talune proprietà, in numero finito, sia da interpretare, nel mondo considerato, sullo 0. Gli assiomi R2 ed R3 si possono accettare quindi soltanto sacrificando gran parte di quelle che verrebbe fatto di considerare proprietà positive. Non accettando R2 e accettando gli altri assiomi ad eccezione di R4 si ottengono certi insiemi di elementi di B. Se B è finita, con n atomi, di questi insiemi ce ne sono n (gli ultrafiltri) che soddisfano R4 ma, a partire da $n = 4$, ce ne sono di più che non soddisfano R4 e il limite, per n tendente all'infinito, del rapporto fra i due numeri è 0. Se poi B è infinita c'è uno scarto di cardinalità fra gli uni (gli ultrafiltri principali) e gli altri onde la probabilità di R4 sembrerebbe infinitesima (usando campi non archimedei, come mi sembra giusto fare per fornire probabilità nulla soltanto agli eventi impossibili).

In una eventuale applicazione all'esistente il gruppo di assiomi considerato pare dunque avere probabilità infinitesima.

Beninteso, per molti modi di intendere il concetto di «mondi possibili» il primo teorema di A, $\exists m \exists x\, G_m x$, sembra molto probabile; ne riparlerò nel n. 4.

Se poi il lettore intendesse accettare R1, R2, R3 e rinunciare, eventualmente, al superfluo R5, allora, per B finita, ci sarebbero senz'altro in m oggetti divini e uno solo accettando R5 (beninteso con proprietà poco convincenti) mentre, per B infinita, ci sarebbero svariate possibilità.

Nonostante che gli assiomi considerati forniscano già il teorema principale, può essere interessante esaminare ulteriormente l'ingegnosa costruzione di A.

3. *«Essenza» e «esistenza»*

Abbiamo, sotto gli assiomi considerati, un punto privilegiato, g_m, per ogni mondo m: l'unico punto che appartiene all'interpretazione di G_m, e sono positive in un mondo le tracce in esso di elementi di A cui appartenga g_m: il quarto assioma limita gli elementi di A (che potrebbero essere uno per ogni possibile scelta delle sue tracce nei vari mondi, cioè essere, salvo una biiezione, «naturale», quelli del prodotto diretto delle A_m)

escludendo che un elemento possa avere traccia positiva in un mondo e negativa in altri: siccome, per così dire, gli elementi che ci interessano sono quelli delle A_m e, con la limitazione introdotta da A4, abbiamo comunque nel linguaggio un nome per ognuna di queste tracce (mi esprimo imprecisamente) questo assioma sembra inoffensivo. La D2 suona in sostanza così: un elemento di A_m traccia di un certo X di A in m, è essenziale per un x (in m) se x gli appartiene e inoltre ogni Y di A cui x appartenga contiene X: è chiaro che di questi elementi ce n'è uno al più per ogni x e, se c'è, è il singoletto di x, ma non possiamo parlare, come verrebbe spontaneo, di «l'essenza di x» per ogni x perchè x può non averne. Insomma, un elemento x ha essenza se e soltanto se gli elementi di A cui x appartiene ammettono un minimo e in tal caso la traccia di questo minimo sul mondo di x è il singoletto di x ed è la sua «essenza». A dir vero non è del tutto chiaro se A intenda con essenza, quando c'è, questa traccia o l'intero minimo degli elementi di A cui appartiene x: per non perderci in poca cosa chiamiamo questo minimo «essenza generale» di x. A questo punto naturalmente viene da domandarsi quali elementi abbiano essenza: è chiaro che i vari g_m hanno essenza ed hanno tutte e sole le proprietà positive, ma sugli altri punti non ci sono elementi sufficienti; è facile costruire modelli dei vari tipi immaginabili circa questa circostanza.

Poichè G ha come traccia, in ciascun mondo m, il singoletto di g_m, l'essenza di ciascun g_m è G.

La definizione successiva, la D3, privilegia punti di due tipi: quelli che non hanno essenza e quelli che hanno un'essenza avente in ogni mondo traccia non nulla; un po' bizzarramente ambedue questi tipi di punti sono detti «necessariamente esistenti».

È chiaro che i g_m sono di questo tipo e che, appartenendole appunto i g_m, l'esistenza necessaria è positiva, cosicché A5 è superfluo.

A questo punto è chiaro che gli universi descritti da A possono essere considerati sistemi (S, A, R, G) in cui:

S sia un insieme non vuoto, A un'algebra di Boole di suoi sottoinsiemi tale che comunque presi due punti distinti di S essi siano separati da almeno un elemento di A, R un'equivalenza su S, G un sottoinsieme di S che sia un sistema di rappresentanti di S/R. Gli elementi di S/R potranno esser detti «mondi», l'elemento di G appartenente a un mondo m è il «dio» di quel mondo, le tracce su m degli elementi di A sono le proprietà in quel mondo e di esse quelle cui appartiene il dio di m sono le proprietà «positive». In queste strutture un punto x ha essenza (e allora una sola essenza) se c'è un minimo per gli elementi di A cui esso appartiene: tale minimo è l'essenza generale di x mentre la sua essenza è la traccia sul mondo di x dell'essenza generale e viene ad essere il singoletto di x: infine i punti esistenti necessariamente sono quelli che non hanno essenza e quelli la cui essenza è ovunque (in ogni mondo) non nulla.

Concludendo direi (e questa, se ho ben capito, è anche la conclusione di Sobel) che tutto ciò non aumenta o aumenta pochissimo la probabilità dell'esistenza di un dio ma costituisce ugualmente un contributo interessante perché dà un'introduzione comprensibile di concetti che si potevano ragionevolmente ritenere parte di un guazzabuglio filosofico inestricabile e di scarso rilievo.

D'altra parte, tuttavia, proprio l'aver chiarito questi concetti mostra ancora una volta che quanto in logica si può fare partendo da un apparato verofunzionale ed estensionale è, per ora, sufficiente a render conto di ciò che si può fare con altri apparati più complessi che ricorrono a connettivi non verofunzionali e a concetti «intensivi».

4. *Indebolimento dei primi tre assiomi*

Come si è visto i primi tre assiomi e la definizione di G sono sufficienti a dare il teorema principale, ma chiaramente non era questa l'intenzione di A: A intendeva assicurarsi il teorema 1, $\exists m \exists x G_m x$, e ricavarne, usando anche gli altri assiomi e in particolare i concetti di essenza e di esistenza necessaria, il teorema principale. Tutto sommato sembra plausibile immaginare di scegliere i primi tre assiomi, conservando l'assioma definitorio D1. In questo modo, vedendo le cose in un modello, sarebbe assicurato che le tracce in un mondo di proprietà (le quali tracce risultino positive) formino, nell'algebra relativa a quel mondo, un ultrafiltro, che contenga la traccia di G in quel mondo (la quale traccia, per almeno un mondo, sia non vuota), venendo ad essere così, in quel mondo, l'atomo che genera il relativo ultrafiltro. Dal nuovo gruppo di assiomi iniziali, cioè D1 e altri in sostituzione di A1, A2, A3, diciamo complessivamente B1, non dovrebbe ancora derivare che G sia non vuota in tutti i mondi e resta da esaminare se e in che modo in questo caso gli altri due assiomi assicurino il teorema principale.

Il quarto assioma, A4, lega fra loro gli ultrafiltri in modo che ciascuno di essi risulta costituito dal-

le tracce, nei vari mondi, di certi elementi di A e questi elementi possiamo ora chiamarli «generalmente positivi». Al solito un elemento, diciamo x, di un mondo, diciamo m, ha un'essenza, $\mathcal{X}_m$, e quindi un'essenza generale, $\mathcal{X}$, se da solo costituisce un elemento di A_m e $\mathcal{X}$ è l'intersezione degli elementi di A cui x appartiene; gli altri elementi non hanno essenza. Un x è «esistente necessariamente» se la sua essenza è ovunque non vuota, oppure non ha essenza. È ovvio che in molte accezioni ragionevoli del concetto di «mondi possibili» ci sono per S_m e A_m, le più svariate possibilità, cosicché nessun elemento possiede l'esistenza necessaria. Trascurando tuttavia questo aspetto del buon senso e accettando invece l'assioma 5 vengono ad esserci elementi con esistenza neressaria e in ogni mondo abbiamo un elemento di G (unico), secondo il quadro voluto da A.

Appare tuttavia fortemente improbabile che l'«esistenza necessaria» sia non vuota in qualche mondo, cioè l'assioma 5 è assai difficile da ammettere.

Direi che il motivo per cui A e altri prima di lui, ha ammesso una cosa del genere sta nel seguente errore: sarebbe meraviglioso che qualcosa avesse l'esistenza necessaria e quindi tale proprietà sarebbe buona da avere, cioè positiva. Ciò però (la meravigliosità) accade per moltissime proprietà fra quelle che in qualche mondo sono vuote e fra quelle che sono vuote in tutti i mondi.

Naturalmente non è che, sulla base degli assiomi precedenti, si possa dimostrare che *N* è vuoto ovunque, ciò accade soltanto se si aggiungono altri assiomi, ovvi per il senso comune.

Sostanzialmente vale ancora una volta la confutazione di Gaunilone; si può presentarla pressappoco così: un oggetto si dirà meraviglioso se possiede una proprietà tale che se essa è soddisfatta da qualche oggetto in qualche mondo lo è in tutti i mondi. Consideriamo ora un asino volante meraviglioso: se si mettono assiomi tali che ci sia almeno un mondo con un tal asino allora un tal asino esiste in tutti i mondi: quello che fa *A* è di considerare un oggetto meraviglioso, assumere assiomi tali da far sì che almeno un mondo ne abbia uno e poi dimostrare che allora un simile oggetto c'è in tutti i mondi. È bensì vero che noi chiediamo anche che l'oggetto sia un asino o, se volessimo sostenere che, in mancanza di una zoologia progredita, non è chiaro che cosa sia un asino, almeno che ragli e mangi fieno (e voli), ma per parte sua *A* chiede che il suo oggetto abbia «tutte le proprietà positive» e quindi, per esempio, che sia completamente buono e conosca il contenuto di tutti i libri della biblioteca nazionale di Firenze; naturalmente è più facile trovare asini volanti.

Fuori dello scherzo penso che si possa valutare infinitesima la probabilità che qualcosa abbia l'esistenza necessaria e, al solito, anche modificando l'argomento nel modo seguito in questo paragrafo, non mi pare che esso aggiunga probabilità al teorema principale.

Conclusione

Il sistema di assiomi di *A* sembra coerente, visto che ne diamo modelli, ma è anche vero che, nel parlare di mondi possibili, aggiungendo assiomi che rendano giustizia alla grande varietà dei mondi immaginabili, si perverrebbe a una contraddizione, dovendosi allora considerare la proprietà *N* come vuota, in contraddizione con la sua positività. In ogni caso, l'incremento che l'argomento dà alla credibilità del teorema fondamentale è nullo o quasi.

Tornando poi al discorso iniziale non mi trattengo dal notare che il desiderio di credere (riguardi i dischi volanti, l'astrologia o altro) se da un lato può, in certi casi, essere un incentivo alla scoperta o all'invenzione, dall'altro può essere un ostacolo e può risultare fonte di errori anche gravi.

Soprattutto gli esperti e gli specialisti che il pubblico può investire di riverente fiducia dovrebbero guardarsi dall'avvalorare dischi volanti, omeopatia, astrologia, creazionismo ed altro. Occorre in ogni caso stare molto in guardia contro tutto ciò che può essere suggerito dal desiderio di credere. Devo ammettere, con una certa riluttanza, che analogamente va trattato il desiderio di non credere, che però mi sembra assai più raro.

Uscendo quasi completamente dalle questioni finora trattate desidero anche notare che alcuni «intellettuali» contemporanei sono ben lieti del fiorire di credenze strampalate, argomentando che esse possono migliorare lo stato d'umore dei credenti e costituire un arricchimento culturale. Questa tesi, mi pare, è rovinosa e seguendola saremo sempre meno in grado di affrontare la realtà, sempre meno liberi e in definitiva, penso, sempre più sofferenti.

Roberto Magari
Università di Siena

Indice