به نام خدا

اصول سیستم‌های مخابراتی (دکتر صباغیان)

تمرین کامپیوتری سری **سوم**

نیم‌سال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سیده غزل موسوی– ۸۱۰۱۰۰۲۵۹

این فایل شامل گزارش و نتایج شبیه سازی‌های انجام شده است.

سوال ۱: آمار و احتمالات

سوال ۲: فرآیند تصادفی

سوال ۳: کوانتیزاسیون

چکیده

در این پروژه قصد داریم به پیاده سازی برخی مطالب ارائه شده در نیمه دوم درس بپردازیم. در بخش اول با توزیع رایلی آشنا می‌شویم و تابع چگالی احتمال و نحوه به دست آمدن آن را بررسی می‌کنیم. سپس در قسمت دوم با یک فرآیند تصادفی آشنا می‌شویم و تابع خودهمبستگی و میانگین آن را به دست آورده و رسم می‌کنیم و همچنین به WSS بودن یا نبودن این فرآیند تصادفی می‌پردازیم. . در نهایت در بخش آخر به صورت مقدماتی یک سیستم مخابرات دیجیتال با مدلاسیون MPAM را مورد بررسی قرار می دهیم و سعی می‌کنیم با عملکرد فرستنده و گیرنده آن در حضور نویز آشنا شویم.

سوال ۱: آمار و احتمالات (توزیع رایلی)

مقدمه: در این بخش به بررسی توزیع رایلی می‌پردازیم.

قسمت الف: تابع چگالی احتمال و رسم آن

$$Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$X \sim U(0,1)\,, Y \sim U(0,1)$$

$$F_Z(z) = pr\,\{Z \le z\} = pr\left\{\sqrt{X^2+Y^2} \le z\right\} = \iint_{\sqrt{X^2+Y^2}\le z} f(x,y)dxdy$$

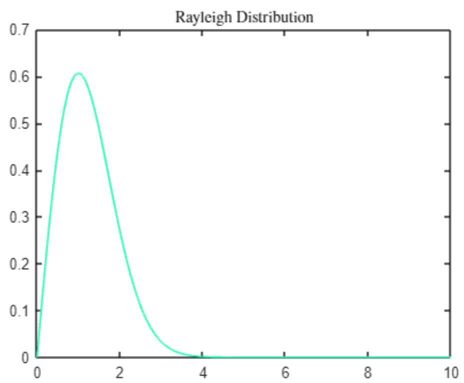
$$\xrightarrow{\text{مستقل}} F_Z(z) = \iint_{\sqrt{X^2+Y^2}\le z} f(x)f(y)dxdy = \iint_{\sqrt{X^2+Y^2}\le z} \frac{1}{2\pi} e^{-\left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)} dxdy$$

$$\xrightarrow{\text{قطبی}} F_Z(z) = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^z \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{r^2}{2}} r dr = 1 - e^{\frac{-z^2}{2}}$$

$$f_z(z) = \frac{dF_Z(z)}{dz} = z \times e^{\frac{-z^2}{2}} \Rightarrow \boxed{f_z(z) = z e^{\frac{-z^2}{2}}}$$

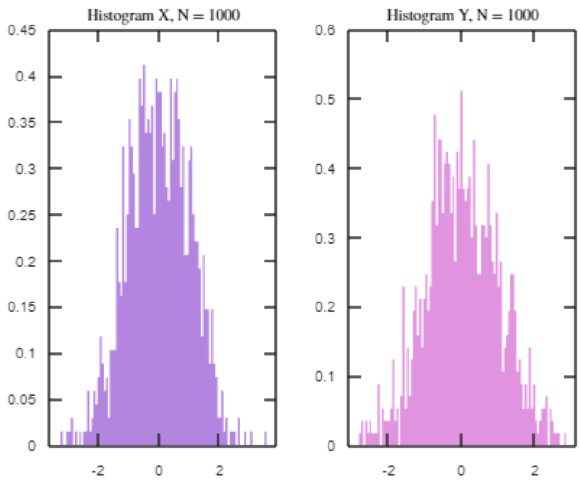
$$E\{Z\} = \int zf(z)dz = \int z^2 e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1.253314137$$

$$Var(z) = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)\sigma^2 \xrightarrow{\sigma^2=1} Var(z) = 2 - \frac{\pi}{2} = 0.4292036732$$



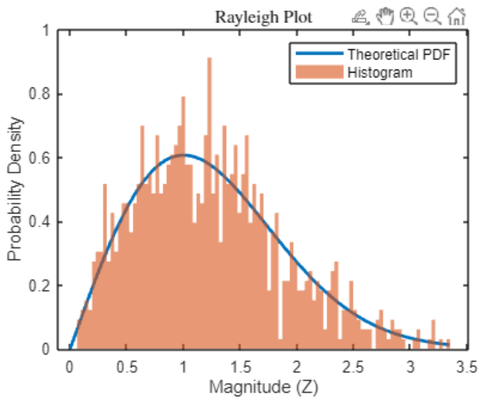
قسمت ب: تولید متغیرهای تصادفی نرمال

با استفاده از دستور normrnd دنباله‌هایی به طول N = 1000 با توزیع نرمال تعریف کردم و هسیتوگرام آن را با دستور histogram رسم کردم و تعداد bin ها را برابر ۱۰۰ قرار دادم.



قسمت ج: تولید متغیر تصادفی رایلی

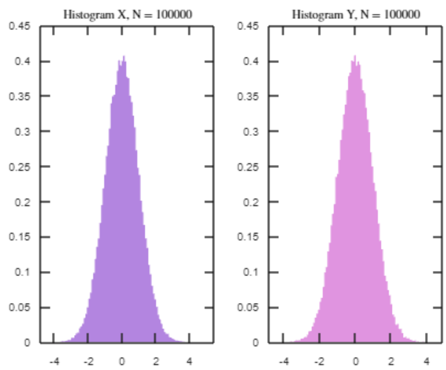
با استفاده از متغیرهای تصادفی X و Y مطابق با رابطه گفته شده در ابتدا سوال $Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$ یک دنباله با توزیع رایلی تولید کرده و هیستوگرام آن را همراه با توزیع رایلی رسم کرده و همانطور که در شکل مشاهده می‌شود. تقریبا این دو بر هم منطبق هستند.

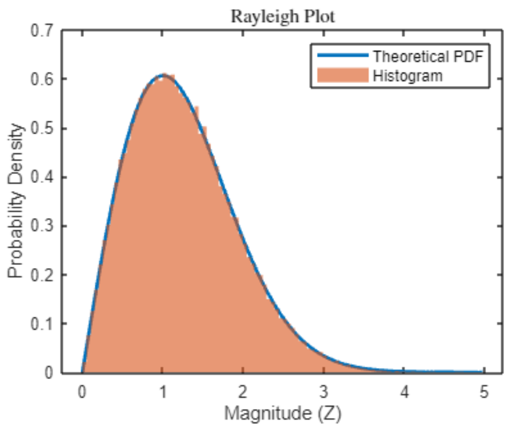



```
mean_Z = 1.2276
var_Z = 0.4234
```

قسمت د: تاثیر افزایش N

نتایج قسمت ب و ج برای تعداد N = 100000 به صورت زیر است.






```
mean_Z1 = 1.2528
var_Z1 = 0.4276
```

همانطور که مشاهده می‌کنیم با افزایش N تعداد سمبل های هیستوگرام برای رسم توزیع موردنظر افزایش پیدا می‌کند به همین دلیل خروجی دقت بیشتری دارد و به شکل واقعی نزدیک تر است. همچنین مقادیر به دست آمده برای واریانس و میانگین به مقادیر به دست آمده در قسمت تئوری نزدیک تر است و خطا آن کمتر است.

سوال ۲: فرآیند تصادفی

مقدمه: در این بخش به بررسی یک فرآیند تصادفی و محاسبه میانگین و خودهمبستگی آن و WSS بودن یا نبودن آن می‌پردازیم.

تعریف مسئله

قسمت الف: میانگین و خودهمبستگی فرآیند تصادفی X(t)

$$\begin{cases} A = 10 \\ \omega_0 = 5\pi \ {}^{rad}/_{sec} \\ \theta \sim U(0,2\pi) \rightarrow f(\theta) = \dfrac{1}{2\pi} \end{cases}$$

$$E\{X(t)\} = \int_0^{2\pi} X(t)f(\theta)d\theta = \int_0^{2\pi} A\cos(\omega_0 t + \theta) \times \frac{1}{2\pi}\, d\theta = 0$$

$$R_X(t+\tau,t) = E\{< X(t+\tau)X(t) >\} = A^2\, E\{< \cos(\omega_0(t+\tau) + \theta)\cos(\omega_0 t + \theta) >\}$$

$$= \frac{A^2}{2}\, E\{< \cos(\omega_0(2t+\tau) + 2\theta) + \cos(\omega_0\tau) >\}$$

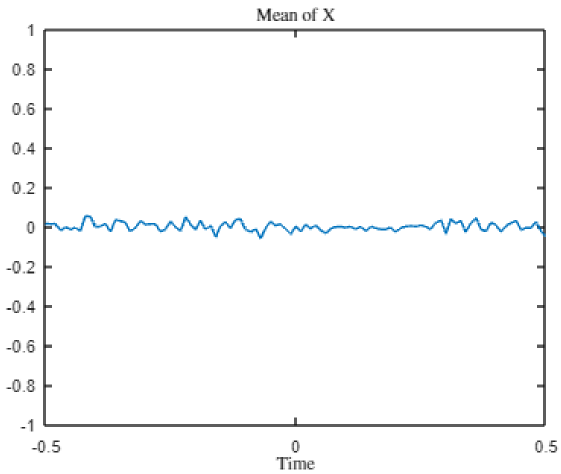
$$= \frac{A^2}{2}\, E\{< \cos(\omega_0(2t+\tau) + 2\theta) >\} + \frac{A^2}{2}\cos(\omega_0\tau) = 0 + \frac{A^2}{2}\cos(\omega_0\tau)$$

$$\begin{cases} E\{(t)\} = 0 \\ R_X(t+\tau,t) = \dfrac{A^2}{2}\cos(\omega_0\tau) \end{cases}$$

با توجه به نتایج به دست آمده میانگین این فرآیند تصادفی صفر و مستقل از زمان است و خودهمبستگی آن تنها تابع τ است درنتیجه این فرآیند WSS است

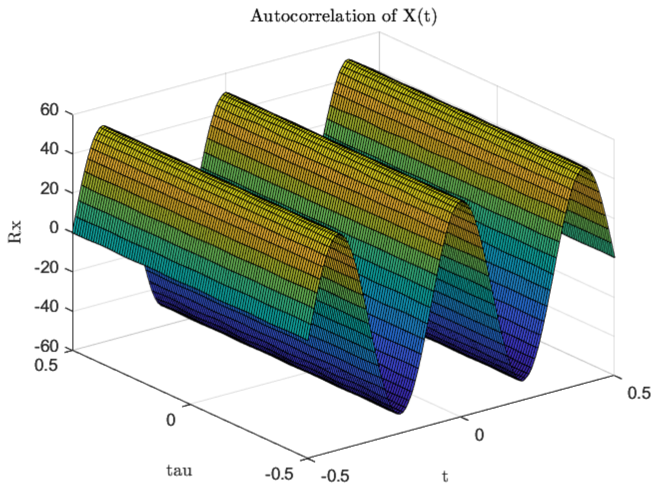
قسمت ب: رسم نمودار میانگین فرآیند X(t)

با توجه به توضیحات داده شده میانگین فرآینده را نسبت به θ رسم کردم و همانطور که از محاسبات تئوری انتظار داشتیم میانگین تقریبا نزدیک به صفر است.



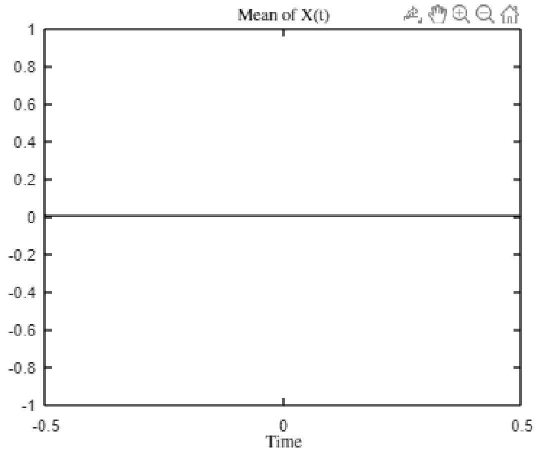
قسمت پ: رسم نمودار خودهمبستگی فرآیند X(t)

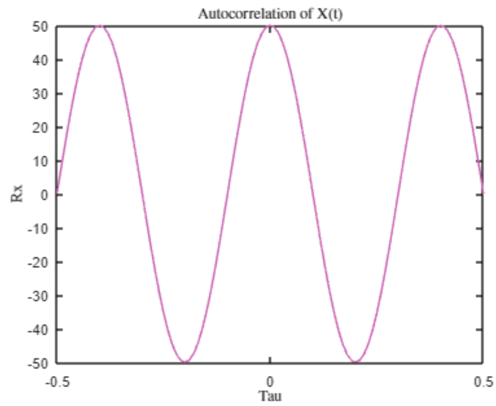
با توجه به شکل به دست آمده متوجه می‌شویم که نمودار خود همبستگی روی محور τ مستقل از مقدار t شکل سینوسی دارد. با مشاهده این دو بخش قبل مشابه تئوری می‌توان WSS بودن این فرآیند تصادفی را نتیجه گرفت.



قسمت ت: مقایسه با محاسبات تئوری

نتایج حاصل از محاسبات تئوری را رسم کردم و همانطور که در بخش‌های قبل توضیح داده شده نمودار های رسم شده در قسمت قبل با نمودارهای رسم شده مطابق با تئوری همخوانی نسبتا زیادی دارد.



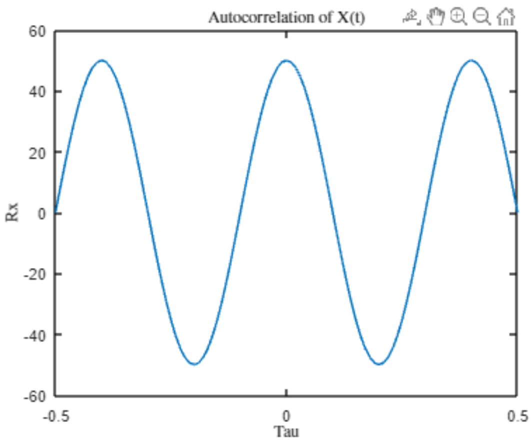


قسمت ث: ایستان‌سازی فرآیند

فرآیند $X(t)$ در محاسبات تئوری ایستان است و دیگر نیازی به ایستان سازی نیست و نمودار همبستگی آن بر اساس محاسبات تئوری مطابق نمودار همبستگی در قسمت قبلی است.

برای رسم فرآیند ایستان شده با استفاده از پیاده سازی نسبت به زمان میانگین گرفته و همبستگی را برحسب τ رسم می‌کنیم.

این تصویر فرآیند ایستان شده با استفاده از پیاده سازی است که کاملا مشابه خودهمبستگی بر اساس محاسبات تئوری(نمودار خودهمبستگی قسمت قبل) است.



سوال ۳: آشنایی با مخابرات دیجیتال (کوانتیزاسیون)

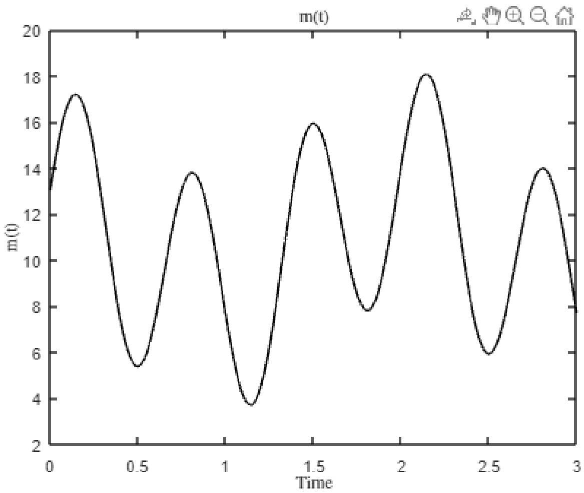
مقدمه: در این بخش از تمرین، با تبدیل سیگنال‌های آنالوگ به دیجیتال و ارسال و آشکارسازی سیگنال دیجیتال آشنا می‌شویم. در ابتدا یک سیگنال آنالوگ در فرستنده به سیگنال گسسته تبدیل می شود و با استفاده از سطوح کوانتیزاسیون، مقادیر دامنه پالس های ارسالی در مخابرات دیجیتال تعیین می شود. سپس برعکس این فرآیند در گیرنده تکرار می شود و برای تبدیل سیگنال گسسته به پیوسته از درونیابی استفاده می‌شود.

پیام سیگنال $\rightarrow$ $0 \leq t \leq 3$

$$m(t) = 10 + 5\sin(3\pi t) + 3\cos^3(\pi t) + \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$$

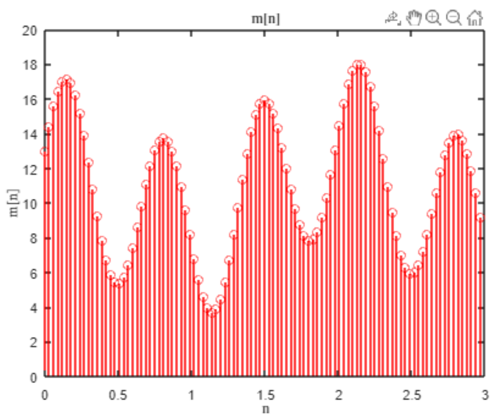
قسمت الف: تعریف سیگنال پیوسته

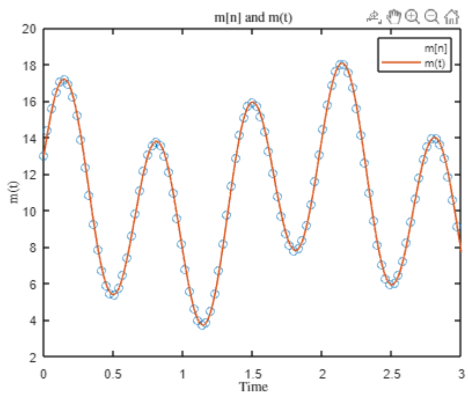
سیگنال پیام را با N = 50000 سمپل تولید و رسم کردم و به دلیل زیاد بودن سمپل ها این سیگنال را به عنوان سیگنال آنالوگ اصلی (پیوسته) در نظر می‌گیریم.



قسمت ب: نمونه برداری و تولید سیگنال گسسته

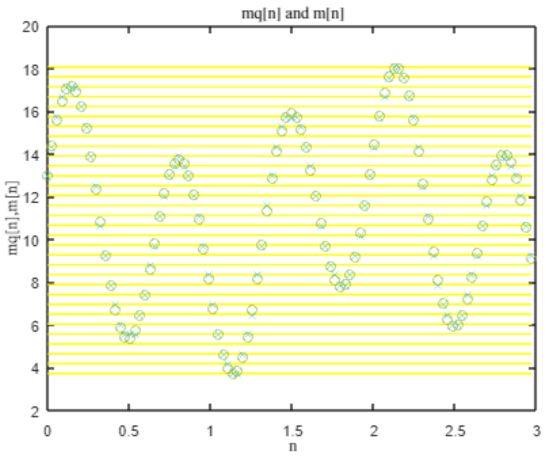
با فرکانس نمونه برداری fs = 500 از سیگنال پیوسته با استفاده از دستور downsample نمونه برداری کردم و آن را رسم کردم.

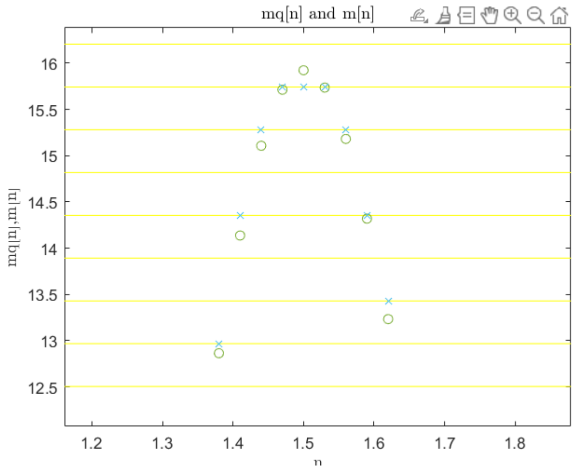




قسمت ج: کوانتیزاسیون

۳۲ سطح مختلف کوانتیزاسیون در نظر گرفتم و مقادیر نمونه برداری شده را با استفاده از دستور quantiz به نزدیک‌ترین سطح تصویر می‌کنم.



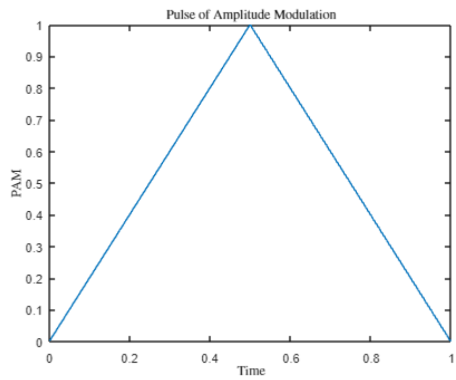


قسمت د: دیجیتال سازی سیگنال کوانتیزه شده

۱- انرژی سیگنال پالس مثلثی که قرار است برای دیجیتال سازی استفاده شود به صورت زیر محاسبه می‌شود:

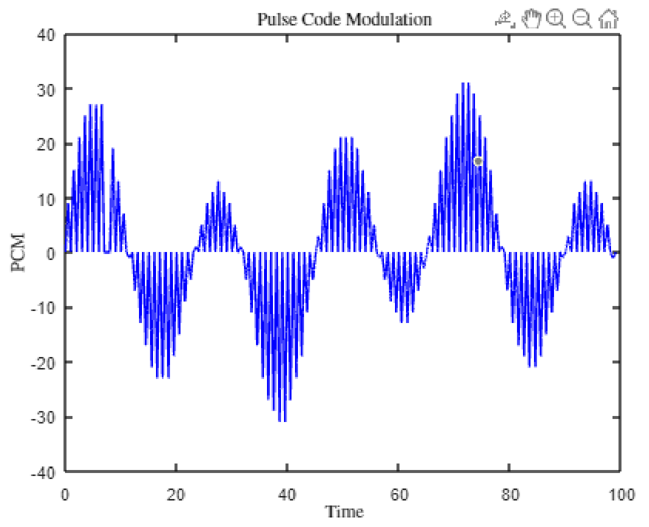
```
energy_p = mean(p.^2);
```

```
Energy of pulse is:0.33333
```



۲- به ازای هر ۳۲ سطح کوانتیزاسیون یک عدد ۵ بیتی و به هر کدام از این اعداد ۵ بیتی از -۳۱ تا ۳۱ با گام ۲ دامنه ای نسبت دادم.سپس سیگنال کوانتیزه شده در قسمت قبل را به سیگنال کوانتیزه شده ای که توسط gray code کدگذاری شده است تبدیل کردم و این سیگنال کدگذاری شده را به پالس‌های مثلثی با دامنه ای متناظر با هر دیجیت تبدیل کردم.

سپس تمامی پالس های مثلثی را در کنار یکدیگر قرار داده و شکل حاصل به صورت زیر است:



دامنه هایی که به هر عدد ۵ بیتی نسبت داده شده است:

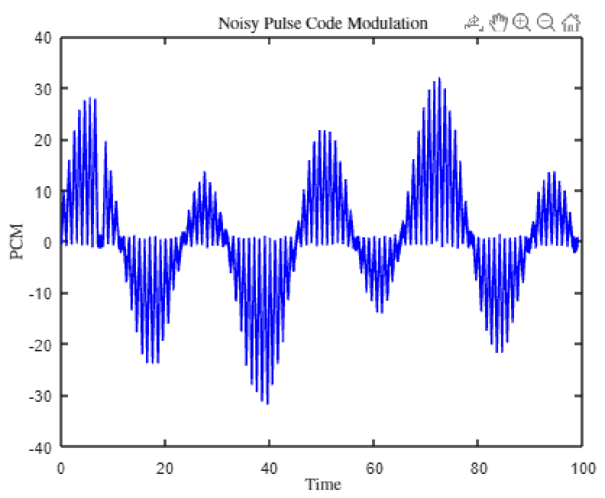
	1	2	3	4	5	6	7
1	'00000'	'00001'	'00010'	'00011'	'00100'	'00101'	'00110'
2	-31	-29	-27	-25	-23	-21	-

قسمت ه: دریافت سیگنال دیجیتال درگیرنده

در این بخش به سیگنال حاصل از بخش قبل نویز گاوسی اضافه کردم.(SNR در گیرنده 2dB فرض شده است.)

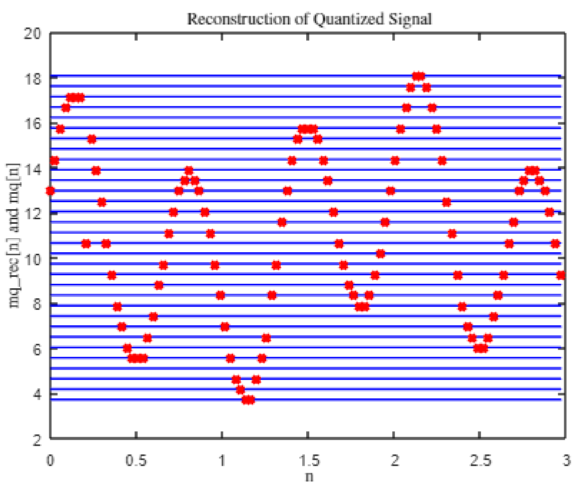
توان نویز از رابطه زیر محاسبه شده است:

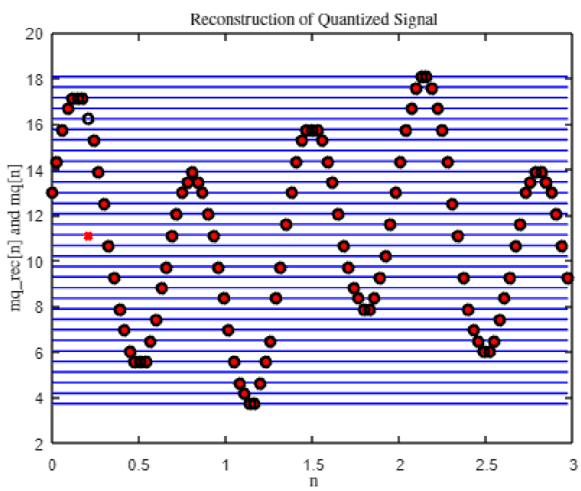
$$snr = 10^{\frac{SNR}{10}}, N_R = \frac{powe\_of\_p}{snr}$$



قسمت و: دیکود کردن سیگنال دیجیتال

پالس پایه را در رشته پالس دریافت شده در گیرنده، به ازای هر ثانیه، ضرب کرده و با محاسبه ی انرژی متقابل آن‌ها و در نظر گرفتن انرژی پالس پایه، دامنه ی هر کدام از این پالس‌ها را به دست آوردم و از آن‌جایی که دامنه‌ها با دامنه‌های متاسب با هر دیجیت برابر نبود هر دامنه پالس دیکود شده را به نزدیک ترین مقدار آن تقریب زدم و سپس دیجیت متناسب با آن را به دست آوردم، با استفاده از آرایه دو بعدی (البته من دوتا آرایه تک بعدی استفاده کردم) که مقدار هردیجیت را به مقدار واقعی سطح کوانتیزه شده نسبت می‌داد،سیگنال نهایی را به مقادیر واقعی هر سطح کوانتیزه شده تبدیل کردم و آن را رسم کردم. خطا بسیار کم بود (تقریبا صفر) و تقریبا تمامی نمونه ها به درستی دیکود شده بودند و فکر می‌کنم این به دلیل این بود که توان نویز خیلی زیاد نبود وقتی توان نویز را خیلی زیاد کردم مقدار نمونه‌هایی که به غلط دیکود شده بودند بیشتر بود و در نتیجه خطا نیز افزایش می‌یافت.

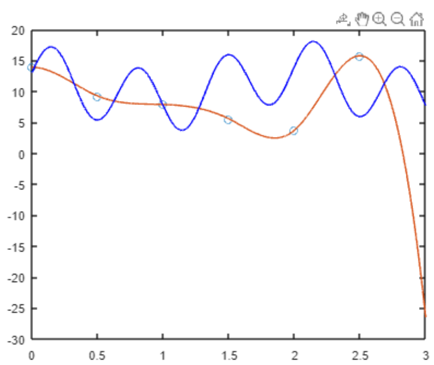


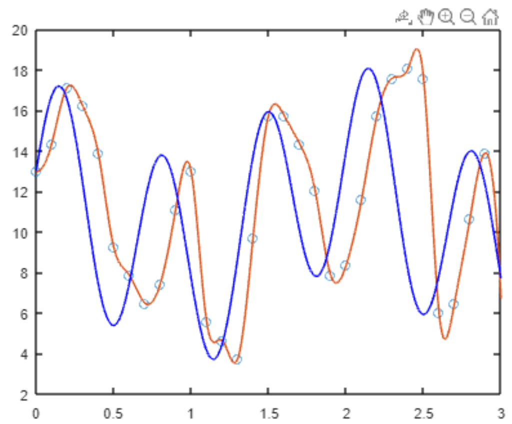


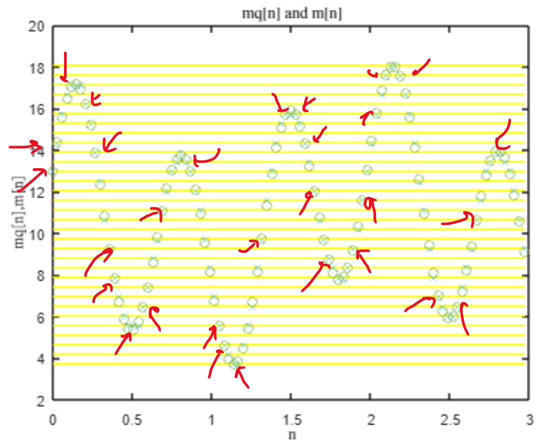

```
Error: 1%
```

قسمت ز: تبدیل سیگنال کوانتایی شده به آنالوگ و رسم دیاگرام

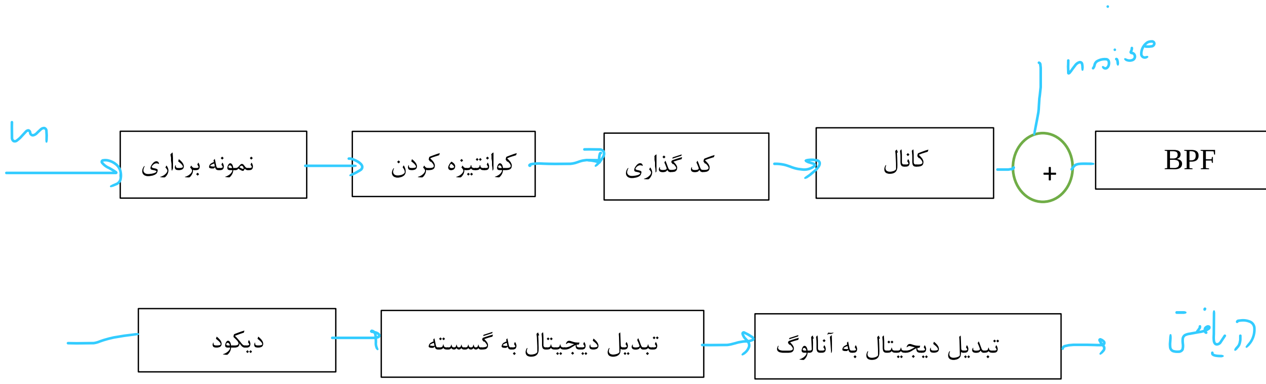
در این بخش نقاط اصلی ای را که سیگنال و سطوح کوانتیزاسیون مشترک دارند یا اختلافشان ۰.۰۱ است را پیدا کردم و با استفاده از تابع spline آن ها را درون‌یابی کردم و سیگنال دیکود شده آآنالوگ به شکل زیر شد که خیلی تفاوت زیادی با سیگنال آنالوگ اصلی دارد: حد را به ۰.۰۵ تغییر دادم و نتیجه کمی مطلوب تر شد ولی باز هم خطا به نسبت زیاد است.








```
mse = 20.6819
```



لینک گیت :

https://github.com/GhazalMousavi/Communication-System-Project

منابع

https://www.youtube.com/watch?v=NDVQ2ttIrAQ

Cubic spline data interpolation - MATLAB spline (mathworks.com)

bing.com/ck/a?!&&p=37e4680184a14f7eJmltdHM9MTcwNDkzMTIwMCZpZ3VpZD0yZTA4NjcyNC0xYzI4LTY0MDEtMzNhMS03NDA3MWRhMzY1ZjImaW5zaWQ9NTIxNg&ptn=3&ver=2&hsh=3&fclid=2e086724-1c28-6401-33a1-74071da365f2&psq=histogram+matlab&u=a1aHR0cHM6Ly93d3cubWF0aHdvcmtzLmNvbS9oZWxwL21hdGxhYi9yZWYvbWF0bGFiLmdyYXBoaWNzLmNoYXJ0LnByaW1pdGl2ZS5oaXN0b2dyYW0uaHRtbA&ntb=1

Normal random numbers - MATLAB normrnd (mathworks.com)