

به نام خدا



دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

# تمرین کامپیوتری ۳

اصول سیستم‌های مخابراتی

دکتر صباغیان

طراحان:

علی آریایی

محمدامین کشمیری

عرفان پناهی

نیمسال اول ۱۴۰۲-۰۳

# فهرست:

مقدمه ..... صفحه ۲ ([لینک](#))

بخش اول (آمار و احتمالات - توزیع رابلی) ..... صفحه ۳ ([لینک](#))

بخش دوم (فرآیند تصادفی) ..... صفحه ۴ ([لینک](#))

بخش سوم (آشنایی با مخابرات دیجیتال - کوانتیزاسیون) ..... صفحه ۵ ([لینک](#))

**مقدمه : هدف از پروژه**

در این پروژه قصد داریم به پیاده سازی برخی مطالب ارائه شده در نیمه دوم درس بپردازیم. به این منظور در بخش اول با توزیع رایلی آشنا می شویم تا مقدمات آمار و احتمالات پیاده سازی کرده باشیم. سپس در قسمت دوم با یک فرآیند تصادفی آشنا می شویم و سعی می کنیم آن را مورد بررسی قرار دهیم و پیاده سازی های لازم را روی آن انجام دهیم. در نهایت در بخش آخر به صورت مقدماتی یک سیستم مخابرات دیجیتال با مدولاسیون MPAM را مورد بررسی قرار می دهیم و سعی می کنیم با عملکرد فرستنده و گیرنده آن در حضور نویز آشنا شویم.

## بخش اول: آمار و احتمالات (توزیع راییلی)

در این بخش می خواهیم متغیر تصادفی راییلی را بررسی کنیم.

**تعریف:** فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی مستقل نرمال با میانگین 0 و واریانس 1 باشند. در این صورت متغیر تصادفی  $Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$  یک متغیر تصادفی راییلی است.

### قسمت الف: تابع چگالی احتمال و رسم آن

ابتدا به کمک روابط آماری، تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی  $Z$  را به دست آورید و میانگین و واریانس این توزیع را محاسبه و گزارش کنید. تابع توزیع به دست آمده را در محیط متلب رسم کنید.

### قسمت ب: تولید متغیرهای تصادفی نرمال

برای هر یک از متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  یک دنباله به طول  $N = 1000$  مطابق با توزیع های ذکر شده تولید نمایید و نمودار هیستوگرام هر کدام را به صورت جداگانه در یک figure با استفاده از subplot رسم کنید. (تعداد bin هیستوگرام را برابر با طول دنباله قرار دهید).

### قسمت ج: تولید متغیر تصادفی راییلی

با استفاده از دنباله های به دست آمده در قسمت ب ، یک دنباله با توزیع راییلی تولید کنید و هیستوگرام آن را رسم کنید. (تعداد bin را برابر با طول دنباله قرار دهید). میانگین و واریانس دنباله تولید شده را محاسبه و گزارش نمایید. نتایج به دست آمده از این بخش را به صورت شهودی ، با تابع توزیع به دست آمده از بخش الف مقایسه کنید. چه نتیجه ای میگیرید؟

### قسمت د: تأثیر افزایش $N$

اکنون قسمت های ب و ج را مجدداً با  $N = 100000$  تولید نمایید و نتایج را با بخش الف مقایسه کنید. با افزایش  $N$  چه تغییراتی را مشاهده میکنید؟

## بخش دوم: فرآیند تصادفی

در این بخش می‌خواهیم به بررسی یک فرآیند تصادفی بپردازیم. به این منظور فرآیند تصادفی  $X(t)$  را در نظر بگیرید.

$$X(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta) \quad ; \quad \begin{cases} A = 10 \\ \omega_0 = 5\pi \frac{rad}{sec} \\ \theta \sim U(0, 2\pi) \end{cases}$$

### قسمت الف: میانگین و خودهمبستگی فرآیند تصادفی $X(t)$

ابتدا میانگین و تابع خود همبستگی فرآیند تصادفی  $X(t)$  را به دست آورید و با ذکر دلیل در مورد نوع فرایند داده شده اظهار نظر کنید.

### قسمت ب: رسم نمودار میانگین فرآیند $X(t)$

در این قسمت باید ابتدا فرآیند تصادفی  $X(t)$  را در MATLAB پیاده‌سازی کنیم. به این منظور بردار زمان  $t$  را در بازه  $[-0.5, 0.5]$  با فرکانس  $f_s = 100\text{Hz}$  تعریف کنید و به ازای هر کدام از مقادیر زمان، بردار  $\theta$  به طول  $N = 10^5$  را به صورت تصادفی تعریف کنید. در نهایت میانگین نسبت به  $\theta$  از فرآیند را رسم کنید.

### قسمت پ: رسم نمودار خودهمبستگی فرآیند $X(t)$

تابع خودهمبستگی را بدست آورده و نمودار خودهمبستگی فرآیند را به صورت سه بعدی رسم کنید.

از نمودارهای قسمت ب و پ چه نتیجه‌ای می‌گیرید.

### قسمت ت: مقایسه با محاسبات تئوری

توابع میانگین و خودهمبستگی فرآیند که به صورت تئوری به دست آوردید را رسم کرده و با نمودارهای قسمت ب و پ مقایسه کنید.

### قسمت ث: ایستانسازی فرآیند

نمودار فرآیند ایستان شده  $(R(\tau))$  را با استفاده از محاسبات تئوری و پیاده‌سازی رسم کنید و با هم مقایسه کنید.

**راهنمایی:** برای بدست آوردن فرآیند ایستان شده با استفاده از پیاده سازی از تابع خودهمبستگی نسبت به  $t$  میانگین گیری کنید.

## بخش سوم: آشنایی با مخابرات دیجیتال (کوانتیزاسیون)

در این بخش از تمرین، با تبدیل سیگنال‌های آنالوگ به دیجیتال و ارسال و آشکارسازی سیگنال دیجیتال آشنا می‌شویم. در ابتدا یک سیگنال آنالوگ در فرستنده به سیگنال گسسته تبدیل می‌شود و با استفاده از سطوح کوانتیزاسیون، مقادیر دامنه پالس‌های ارسالی در مخابرات دیجیتال تعیین می‌شود. سپس برعکس این فرآیند در گیرنده تکرار می‌شود و برای تبدیل سیگنال گسسته به پیوسته از درونیایی استفاده می‌شود.

سیگنال پیام زیر را در نظر بگیرید.

$$m(t) = 10 + 5 \sin(3\pi t) + 3\cos^3(\pi t) + \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right) \quad 0 \leq t \leq 3$$

### قسمت الف: تعریف سیگنال پیوسته

سیگنال داده شده را با  $N = 50,000$  سمپل تولید و رسم نمایید. (با توجه به اینکه تعداد نقاط بسیار است، این سیگنال را به عنوان سیگنال آنالوگ اصلی (پیوسته) پیاده سازی شده در متلب، در نظر می‌گیریم.)

### قسمت ب: نمونه‌برداری و تولید سیگنال گسسته

با فرکانس نمونه برداری ۵۰۰ هرتز ( $f_s = 500 \text{ Hz}$ )، از سیگنال آنالوگ نمونه برداری کرده و یک سیگنال گسسته-زمان را تولید و رسم نمایید.

### قسمت ج: کوانتیزاسیون

در این پروژه می‌خواهیم برای کوانتیزاسیون از نوع کوانتیزاسیون یکنواخت استفاده کنیم. به این منظور 32 سطح کوانتیزاسیون در نظر می‌گیریم. سپس مقادیر نمونه‌برداری شده را به نزدیک‌ترین سطح تصویر کنید. تصویر سیگنال کوانتایز شده را نشان دهید.

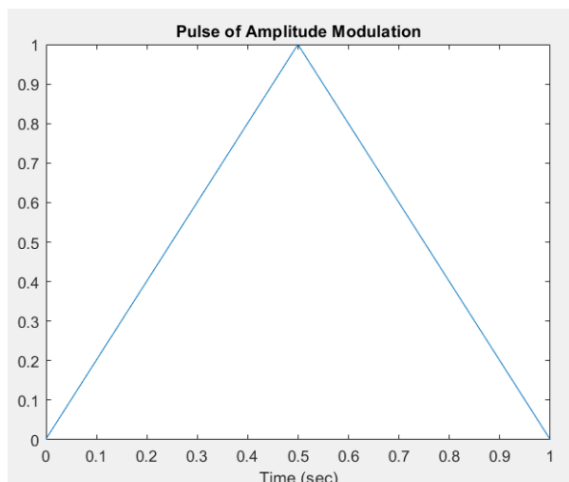
### قسمت د: دیجیتال سازی سیگنال کوانتایز شده

در این بخش، به ازای هر نقطه‌ای کوانتایز شده، طبق مدولاسیون‌های دیجیتال، قرار است پالسی در فرستنده ارسال شود. انتخاب پالس پایه دلخواه است و در این بخش از پالس مثلثی مطابق با تصویر ۱-۳ استفاده می‌کنیم.

در حقیقت برای دیجیتال سازی سیگنال کوانتایز شده، هر نقطه نمونه برداری شده را به صورت یک پالس با دامنه مشخصی ارسال می‌کنیم.

- ۱- مطلوب است محاسبه انرژی سیگنال گسسته زمان حاصل از نمونه‌برداری سیگنال تصویر ۱-۳ با فرکانس ۱۰۰۰ هرتز.
- ۲- به ازای هر کدام از ۳۲ سطح کوانتیزاسیون، یک عدد از ۰ تا ۳۱ اختصاص دهید که همانطور که پیشتر ذکر شد، به عنوان دیجیت شناخته می‌شود و نهایتاً، مقدار سیگنال هر سطح را با دیجیت متناظر با آن در آرایه‌ای دو بعدی ذخیره نمایید (از این آرایه برای بازیابی سیگنال استفاده خواهیم کرد). از رایج‌ترین شیوه‌های کدگذاری در مخابرات دیجیتال، می‌توان به برجسب‌گذاری به شیوه‌ی گری کد (Gray code) اشاره نمود؛ هر کدام از سمبلها را به این روش کدگذاری کرده و پالس متناظر با آن را از فایل‌های

ضمیمه شده `p.mat` و `pulses.m` دریافت کنید. در نهایت، با قرار دادن این پالس‌ها، به ترتیب در کنار یکدیگر، شکل سیگنال دیجیتال حاصل از این مدولاسیون را در گزارشکار خود بیاورید. (هرکدام از پالس‌ها باید در مدت زمان ۱ ثانیه ارسال شوند).



تصویر ۳-۱: پالس مثلثی برای دیجیتال سازی و ارسال در فرستنده

### قسمت ه: دریافت سیگنال دیجیتال در گیرنده

در گیرنده، سیگنال دریافت شده همراه با نویز خواهد بود. نویز را با استفاده از تعریف زیر به سیگنال دیجیتال اضافه کنید. برای بدست آوردن توان نویز باید از توان سیگنال و SNR در گیرنده استفاده نمایید.

**تعریف نویز:** نویز کانال از نوع نویز گوسی در نظر گرفته می‌شود و طبق تعریف، یک فرآیند تصادفی نرمال است و SNR در گیرنده برابر  $20\text{dB}$  فرض می‌شود.

در نهایت سیگنال ورودی گیرنده (بعد از اضافه شدن نویز) را بدست آورید.

### قسمت و: دیکود کردن سیگنال دیجیتال

از این مرحله به بعد، فرآیند بازیابی سیگنال آنالوگ از دیجیتال را طی می‌کنیم. با دانش اینکه هر کدام از سمبل‌ها در ۱ ثانیه ارسال می‌شود، سیاستی پیاده می‌کنیم تا بر اساس آن، پالس‌ها را به سمبل‌های متناظر آن تبدیل کنیم. به این منظور، باید بدانیم که هر کدام از پالس‌های اختصاص داده شده به هر دیجیت، ضربی از پالس پایه می‌باشد.

۱- پالس پایه را در رشته پالس دریافت شده در گیرنده، به ازای هر ثانیه، ضرب کرده و با محاسبه‌ی انرژی متقابل آنها و در نظر گرفتن انرژی پالس پایه، دامنه‌ی هر کدام از این پالس‌ها را بیابید و به این طریق، با استفاده از رشته بیت ارسال شده به ازای هر سمبل، دیجیت سطح کوانتیزاسیون را مشخص نمایید.

۲- با استفاده از آرایه‌ی دو بعدی بدست آمده در قسمت د، هر دیجیت را به مقدار واقعی سیگنال در سطح کوانتیزاسیون تبدیل نمایید و شکل سیگنال حاصل را رسم نمایید.

۳- با مقایسه سیگنال گسسته دمدوله شده در گیرنده با سیگنال ارسالی کوانتیز شده، خطای این مدولاسیون را بدست آورید. (خطا: نسبت تعداد دریافت‌های نادرست به کل نمونه‌ها)

**\* امتیازی \* قسمت ز: تبدیل سیگنال کوانتایی شده به آنالوگ (امتیازی) و رسم دیاگرام**

با توجه به شکل بدست آمده در بخش قبل، مطلوب است:

- ۱- الگوریتمی طراحی کنید که بر اساس آن بتوان تشخیص نقاط اصلی‌ای را که سیگنال و سطوح کوانتیزاسیون مشترک دارند (نقاط تقاطع)، بدست آورد. الگوریتم خود را با رسم شکل توضیح دهید.
- ۲- با استفاده از نقاط بدست آمده و استفاده از تابع `spline` متلب، نقاط را درونیابی کرده و به سیگنالی پیوسته با همان تعداد نقاط سیگنال آنالوگ ذخیره شده در متلب برسید و هر دو را در یک نمودار رسم نمایید.
- ۳- مقدار خطای بین دو سیگنال پیوسته را گزارش دهید.
- ۴- دیاگرام بلوکی فرستنده و گیرنده این مخابره را رسم نمایید.



## نکات تحویل

- ۱- مهلت تحویل این تمرین ۲۲ دی ماه می باشد.
- ۲- انجام این تمرین به صورت انفرادی است.
- ۳- برای انجام این تمرین تنها مجاز به استفاده از MATLAB هستید.
- ۴- در صورت وجود تقلب نمره تمامی افراد شرکت کننده در آن نمره صفر لحاظ می شود.
- ۵- در صورتی که از منبعی برای هر بخش استفاده می شود، حتماً لینک مربوط به آن در گزارش آورده شود. وجود شباهت بین منبع و پیاده سازی در صورت ذکر منبع بلامانع است. اما در صورت مشاهده شباهت با مطالب موجود در سایت های مرتبط نمره کسر می گردد.
- ۶- نتایج و تحلیل های شما در روند نمره دهی دستیاران آموزشی تأثیر گذار است.
- ۷- لطفا گزارش، فایل کدها و سایر ضمائم مورد نیاز را با ترتیب نام گذاری زیر در صفحه درس در سامانه بارگذاری کنید:  
CA#3\_[Last name]\_[Student number].zip
- ۸- در صورت وجود هر گونه ابهام یا مشکل می توانید از طریق ایمیل با طراحان پروژه در تماس باشید:
  - علی آریایی (aliaryae3@gmail.com)
  - محمدامین کشمیری (keshmiri.ma80@gmail.com)
  - عرفان پناهی (erfanpnhii@gmail.com)