

### Project 14.23. Models of opinion formation

**The voter model.** On a regular lattice, assign each site the value  $\pm 1$ . Choose a site (the voter) at random. The voter then adopts the same value as a randomly chosen neighbor. These two steps continue until all sites have the same value, that is, when they have reached consensus. Compute the probability of achieving a consensus of +1 given that the initial density of +1 sites is  $\rho_0$ . Use a  $10 \times 10$  square lattice and make at least 20 runs at each density. Also, compute the time to reach consensus as a function of the lattice size. In two dimensions, this time scales as  $N \ln N$ , where  $N$  is the number of sites. How does the consensus time scale with  $N$  in  $d=1$  and  $d=3$  dimensions?

**The relative agreement interaction model.**  $N$  individuals are initially assigned an opinion that takes on a value between 0 and 1. Choose two individuals,  $i$  and  $j$ , at random. Assume that the  $i$ -th opinion,  $O_i$  is greater than the  $j$ -th opinion,  $O_j$ . If their opinions differ by less than the parameter  $\epsilon$ , then increase  $O_j$  by  $c O_j$  by  $\frac{m}{2}(O_i - O_j)$  and decrease  $O_i$  by the same amount, where  $m$  is another parameter. This model implements the idea that two people will influence each other only if their opinions are sufficiently close. Write a program to simulate this model. Consider situation when cell can take on one of 256 values. The approximation of the continuum by 256 values is for visualization purposes only, and the 256 values should be sufficiently large to approximate a continuum of values. Choose  $\epsilon = 10, 50$  and  $100$ , and  $m = 0.3$  and  $0.6$ . Include in your program the option to plot configurations only after a certain number of iterations to speed up the simulation. Choose  $N \geq 2500$ , begin with a random set of opinions, and discuss whether a single opinion emerges and the magnitude of the fluctuations.

**The Sznajd model.** Place individuals on a square lattice with linear dimension  $L$  and periodic boundary conditions. Each individual has one of two opinions. At each iteration, an individual and one of her neighbors is chosen at random. If the two individuals have the same opinion, the opinion of the six neighbors of the pair is changed to that of the pair. The idea is that people are more likely to change their opinion to those physically near them if more than one person shares the same

opinion (peer pressure). Write a program to simulate this model and show that consensus is always reached for all sites if the simulation is run for a sufficiently long time. Discuss the visual appearance of the groups of like-minded individuals. Consider initial configurations where the individuals are randomly assigned the two opinions and initial configurations where one opinion has a majority of 1%, 5%, and 10%. Choose  $L \geq 50$ .

**Generalize the Sznajd** model so that an individual may be assigned one of more than two opinions. Is consensus still always reached?

### Project 14.23. Моделі формування громадської думки

**Модель виборців.** Розглядається регулярна решітка, кожен з вузлів якої має значення  $\pm 1$ . Випадковим чином обирається вузол (виборець). Потім виборцю присвоюється значення випадкового сусіда. Ці два кроки повторюються доти, доки не буде досягнуто консенсусу, тобто всі вузли мають одне значення. Обрахувати ймовірність досягнення консенсусу  $+1$  (всі  $3a$ ), при початковій густині вузлів із значенням  $+1$  рівній  $p_0$ . Використовуйте решітку  $10 \times 10$  і виконайте принаймні 20 тестів при кожній густині. Також обрахуйте ймовірність досягнення консенсусу в залежності від розмірів решітки. Для двовимірної решітки час складає  $N \ln N$ , де  $N$  це кількість вузлів. Як зміниться час досягнення консенсусу в залежності від  $N$  в  $d=1$  та  $d=3$  вимірах?

**Модель взаємної угоди, взаємодії.**  $N$  індивідуумам випадковим чином присвоюються значення між 0 та 1. Випадковим чином обираються два індивідууми  $i$  та  $j$ . (При цьому значення думки  $i$  -  $O_i$  більше ніж значення думки  $j$  -  $O_j$ ). Якщо їхні погляди різняться менш ніж на заданий параметр  $\epsilon$ , тоді збільшити  $O_j$  на  $\frac{m}{2}(O_i - O_j)$  і зменшити  $O_i$  на таку саму величину, де  $m$  ще один заданий параметр. Дана модель реалізовує ідею, що дві людини впливатимуть одна на одну лише коли їхні погляди досить схожі. Напишіть програму яка симулює дані модель. Використовуйте таку решітку, де кожен з вузлів може мати ціле значення від 1 до 256. Приближення континууму до 256 значень спрямоване в цілях візуалізації, і 256 значень практично достатньо для відображення континууму. Оберіть  $\epsilon = 10, 50$  та  $100$ , і  $m = 0.3$  та  $0.6$ . Також зробіть можливість в вашій програмі будувати графік через певну кількість кроків для прискорення емуляції. Оберіть  $N \geq 2500$ , починайте з випадкового набору поглядів. Обговоріть як одна особа може впливати на флуктуації решти.

**Модель Шнайда.** Розмістіть індивідуумів на решітці лінійної розмірності  $L$  з періодичними граничними умовами. Кожен з індивідуумів може мати одну з двох позицій. На кожній ітерації обирається особа і один її

сусід. Якщо їх погляди співпадають, тоді шістьом їхнім сусідам надаються такі ж самі значення. Головна ідея даної моделі полягає в тому, що люди частіше готові змінити свою думку, якщо її розділяє більш ніж одна особа поряд (під тиском). Напишіть програму симуляції моделі і покажіть, що консенсус завжди досягається, якщо симуляцію продовжувати досить тривалий час. Обговоріть візуальне створення груп однодумців. Розгляньте ситуації коли при початковому розподілі, кількість прихильників однієї думки переважає над кількістю прихильників іншої на 1%, 5%, і 10%. Оберіть  $L \geq 50$ .

**Узагальнення моделі Шнайда** розгляньте коли індивідууми можуть дотримуватись одного з більш ніж двох поглядів. Чи завжди досягнеться консенсус в даному випадку?