

Черкаський національний університет  
імені Богдана Хмельницького

# **Nerve impulses**

Модель Ходжкіна-Хакслі

Проект  
з дисципліни “Обчислювальна фізика”  
студента 1 курсу, ОКР магістр  
групи мПМ1  
Кучера Олександра

# Модель Ходжкіна-Хакслі

- Модель Ходжкіна-Хакслі – математична модель, яка описує генерацію та розповсюдження потенціалів дії в нейронах та інших електрично збуджуваних клітинах – таких, наприклад, як серцеві міоцити. Модель являє собою комплекс ординарних диференціальних рівнянь, котра змальовує характеристики електричного сигналу.
- Модель була розроблена Аланом Ллойдом Ходжкінім та Ендрю Хакслі в 1952 році для опису електричних механізмів, що зумовлюють генерацію та передачу нервового сигналу в гігантському аксоні кальмара. За це автори моделі отримали Нобелівську премію в області фізіології та медицини за 1963 рік.

# Модифікації та альтернативні моделі

- Модель Ходжкіна - Хакслі є одним з найвизначніших досягнень в біофізиці та нейрофізіології 20-го століття. З часом вона була модифікована в наступних напрямках:
  - Базуючись на експериментальних даних, в неї були інкорпоровані додаткові види іонних каналів та транспортерів.
  - Базуючись на даних мікроскопії високого розділення, в рівняння додані елементи, що характеризують складну морфологію відростків нервових клітин (аксонів та дендритів).
- Також на загальних принципах моделі Ходжкіна - Хакслі були розроблені кілька моделей, що описують взаємну активацію та деактивацію в нейронних мережах, а також молекулярну динаміку генерації потенціалу дії.

# Постановка задачі

- Ідея моделі полягає в тому, що мембрана може розглядатися як конденсатор, де  $CV = q$ , і, таким чином, швидкість зміни мембранного потенціалу  $V$  пропорційна току  $\frac{dq}{dt}$ , що протікає через мембрану. Модель здатна виробляти поодинокі нервові імпульси, послідовність нервових імпульсів і інші ефекти.



# Математична модель

- Модель описується наступними диференціальними рівняннями першого порядку:

- Рівняння потенціалу:

- $C \frac{dV}{dt} = -g_k n^4 (V - V_k) - g_{Na} m^3 h (V - V_{Na}) - g_L (V - V_L) + I_{ext}(t)$  (1.a)

- Активація  $k^+$ :

- $\frac{dn}{dt} = \alpha_n (1 - n) - \beta_n n$  (1.b)

- Активація  $Na^+$ :

- $\frac{dm}{dt} = \alpha_m (1 - m) - \beta_m m$  (1.c)

- Деактивація  $Na^+$ :

- $\frac{dh}{dt} = \alpha_h (1 - h) - \beta_h h$  (1.d)

# Умовні позначення

- $V$  - мембранний потенціал в мілівольтах (мВ)
- $n, m, h$  - залежні від часу функції, що описують ворота, які пропускають іони в клітину або з клітини
- $C$  - мембранна ємність на одиницю площі
- $g_i$  - це провідності на одиницю площі для калію, натрію і струму витоку
- $V_i$  - рівноважні потенціали для кожної з течій
- $\alpha_j, \beta_j$  - нелінійні функції  $V$
- Функції  $n, m, h$  - емпіричні спроби описати як мембрана контролює потік іонів в нервові клітини і з нервових клітин.

- Ходжкін і Хакслі виявили наступні емпіричні форми для  $\alpha_j, \beta_j$ :

- $$\alpha_n = \frac{0.01(10-V)}{\left[e^{1-\frac{V}{10}}-1\right]} \quad (2.a)$$

- $$\beta_n = 0.125 * e^{\frac{-V}{80}} \quad (2.b)$$

- $$\alpha_m = \frac{0.1(25-V)}{\left[e^{2.5+\frac{V}{10}}-1\right]} \quad (2.c)$$

- $$\beta_m = 4 * e^{\frac{-V}{18}} \quad (2.d)$$

- $$\alpha_h = 0.07 * e^{\frac{-V}{20}} \quad (2.e)$$

- $$\beta_h = \frac{1}{\left[e^{3-\frac{V}{10}}+1\right]} \quad (2.f)$$

# Значення параметрів

- $C = 1.0 \mu F/cm^2$
- $g_k = 36 \text{ mmho}/cm^2$
- $g_{Na} = 120 \text{ mmho}/cm^2$
- $g_L = 0.3 \text{ mmho}/cm^2$
- $V_k = -12 \text{ mV}$
- $V_{Na} = 115 \text{ mV}$
- $V_L = 10.6 \text{ mV}$



# Зауваження


- Одиниця  $tho$  представлена  $\text{Om}^{-1}$ , а одиниця часу в мілісекундах
- Ці параметри припускають, що потенціал спокою нервової клітини дорівнює нулю
- Але відомо, що потенціал нервової клітини в стані спокою рівний  $-70 \text{ mV}$

# Завдання для виконання

- (a) Написати програму, побудувати  $n, m, h$  в залежності від  $V$  в стаціонарному стані (для якого  $n' = m' = h' = 0$ ). Опишіть, як ці ворота працюють.
- (b) Напишіть програму, для імітації мембранного потенціалу нервових клітин і намалюйте графік  $V(t)$ . Ви можете використовувати простий алгоритм Ейлера з кроком за часом 0,01 мс. Опишіть поведінку потенціалу, коли зовнішній струм рівний 0.
- (c) Розглянемо струм, який дорівнює нулю завжди, крім інтервалу в одну мілісекунду. Спробуйте амплітуду струму  $7 \mu A$  (тобто, зовнішній струм дорівнює 7 в наших одиницях). Опишіть отриманий нервовий імпульс  $V(t)$ . Чи є порогове значення для струму, нижче якого немає великих викидів але тільки широкий пік?

# Завдання для виконання

- (d) Постійний струм повинен виробляти послідовність шипів. Спробуйте різні амплітуди для струму і визначте, чи є пороговий струм і як відстань між шипами залежить від амплітуди зовнішнього струму.
- (e) Розглянемо ситуацію, коли є стійкий зовнішній струм  $I_1$  протягом 20 мс, а потім струм збільшується до  $I_2 = I_1 + \Delta I$ . Є три типи поведінки в залежності від  $I_2$  та  $\Delta I$ . Опишіть поведінку для наступних чотирьох ситуацій:
  - (1)  $I_1 = 2.0 \mu A, \Delta I = 1.5 \mu A$ ;
  - (2)  $I_1 = 2.0 \mu A, \Delta I = 5.0 \mu A$ ;
  - (3)  $I_1 = 7.0 \mu A, \Delta I = 1.0 \mu A$ ;
  - (4)  $I_1 = 7.0 \mu A, \Delta I = 4.0 \mu A$ .
- В яких випадках ви отримати стійку послідовність шипів? У яких випадках виникне єдиний шип?



- *Дякую за увагу*