Project 6.29. Chemical reactions

В цьому проекті наведено набір хімічних реакцій, для яких 'має місце подвоєння періоду – прояв хаосу. Визначимо наступні реакції:

$$P \to A$$
 (1a)

$$P + C \to A + C \tag{16}$$

$$A \to B$$
 (1B)

$$A + 2B \to 3B \tag{1r}$$

$$B \to C$$
 (1д)

$$C \to D$$
 (1e)

В цьому проекті наведено набір хімічних реакцій, для яких має місце подвоєння періоду – прояв хаосу. Визначимо наступні реакції:

$$\frac{dA}{dt} = k_1 P + k_2 P C - k_3 A - k_4 A B^2$$
 (2a)

$$\frac{dB}{dt} = k_3 A + k_4 A B^2 - k_5 B \tag{26}$$

$$\frac{dC}{dt} = k_4 B - k_5 C \tag{2B}$$

Ми припускаємо, що P являє собою постійне поповнення із зовнішніх джерел. Ми також припускаємо, що всі хімічні компоненти рівномірно перемішані, тому немає жодної просторової залежності. Рівняння (1) може бути записане в безрозмірній формі:

$$\frac{dX}{dt} = c_1 + c_2 Z - X - XY^2 \tag{3a}$$

$$c_3 \frac{dY}{dt} = X + XY^2 - Y \tag{36}$$

$$c_4 \frac{dZ}{dt} = Y - Z \tag{3B}$$

де c_i є константами, $\tau = k_3 t$ і X, Y, і Z пропорційні A, B, і C, відповідно.

- а. Написати програму вирішення пов'язаних диференціальних рівнянь (3). Використовуйте алгоритм Рунге-Кутта четвертого порядку з адаптивним розміром кроку. Покажіть графік lnY в залежності від часу τ .
- б. Набір $c_1=10$, $c_3=0.005$ і $c_4=0.02$. Постійна c_2 параметр управління. Розглядайте $c_2=0.10$ до 0.16 з кроком 0.005. Що таке період lnY для кожного значення c_2 ?
- в. Визначте значення c_2 , при якому період подвоюється, для стількох подвоєнь періоду, скільки можна визначити. Обчислити константу δ , і порівняти її значення до значення δ для логістичного відображення.
- г. Зробіть біфуркаційну діаграму за допомогою значень lnY з графіку Пуанкаре на X=Z та побудуйте їх в залежності параметра управління c_2 . Чи бачите ви послідовність подвоєнь періоду?
- д. Використовуйте тривимірні графіки для побудови траєкторії (3) з lnX, lnY та lnZ в якості трьох осей. Опишіть аттрактори у деяких з розглянутих випадків в частині (а).

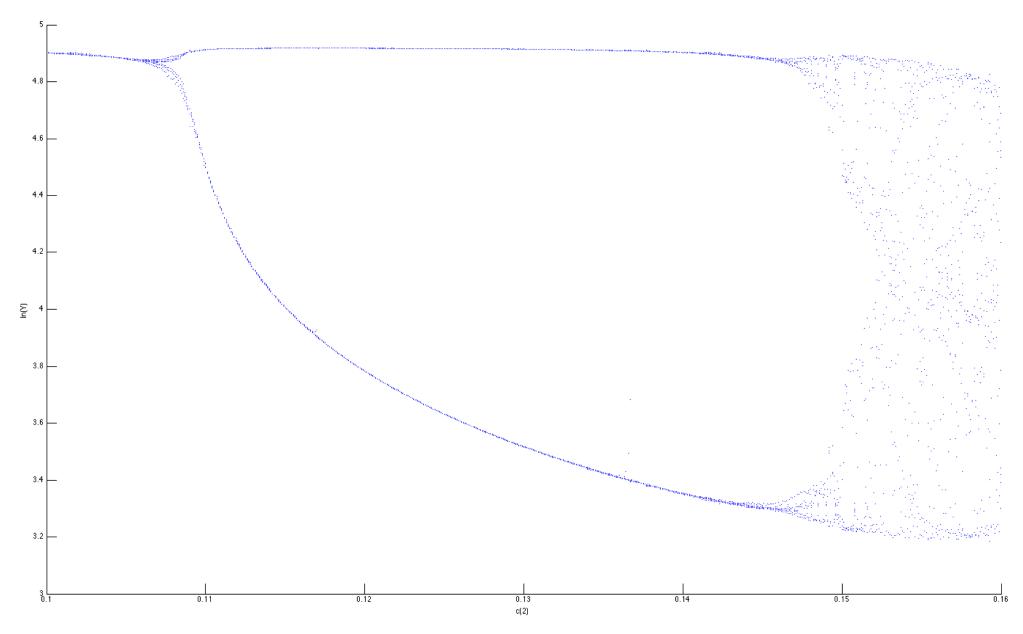


Рис 1.1 — Залежність від c_2

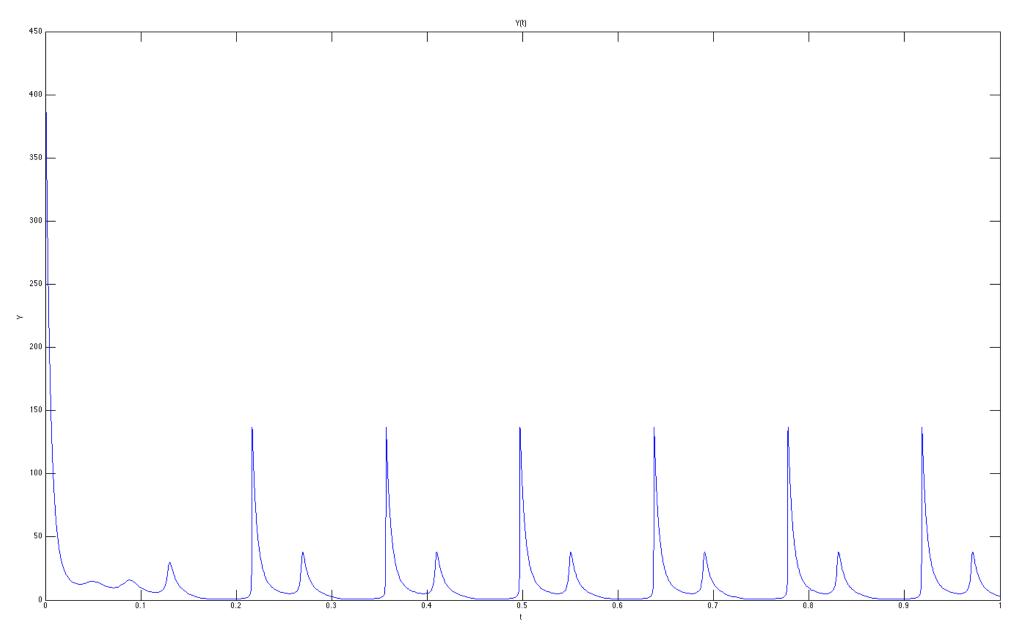


Рис 1.2 — Залежність Y(t)

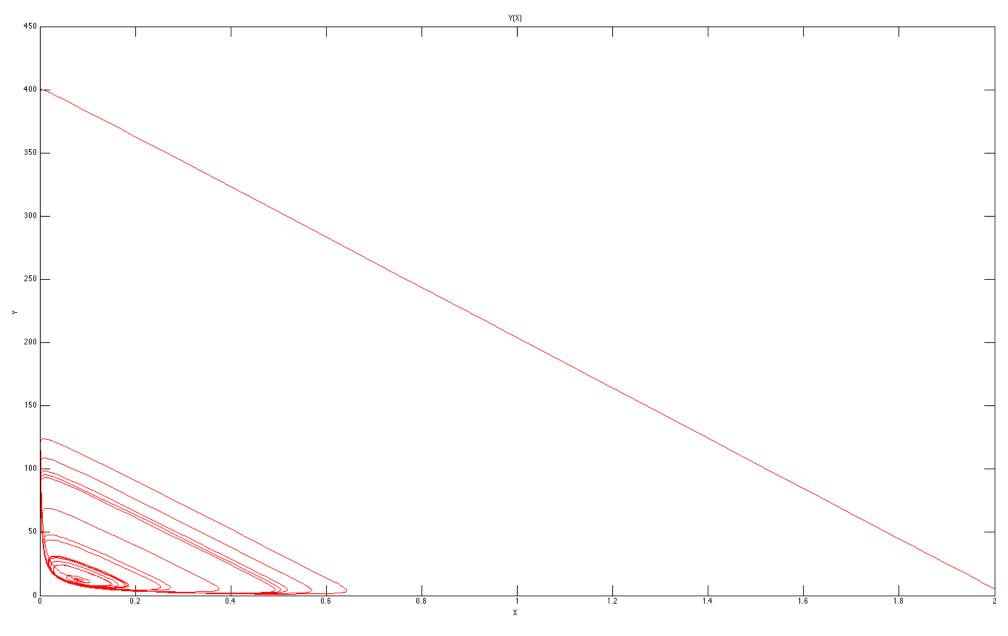


Рис 1.3 — Залежність Y(X)

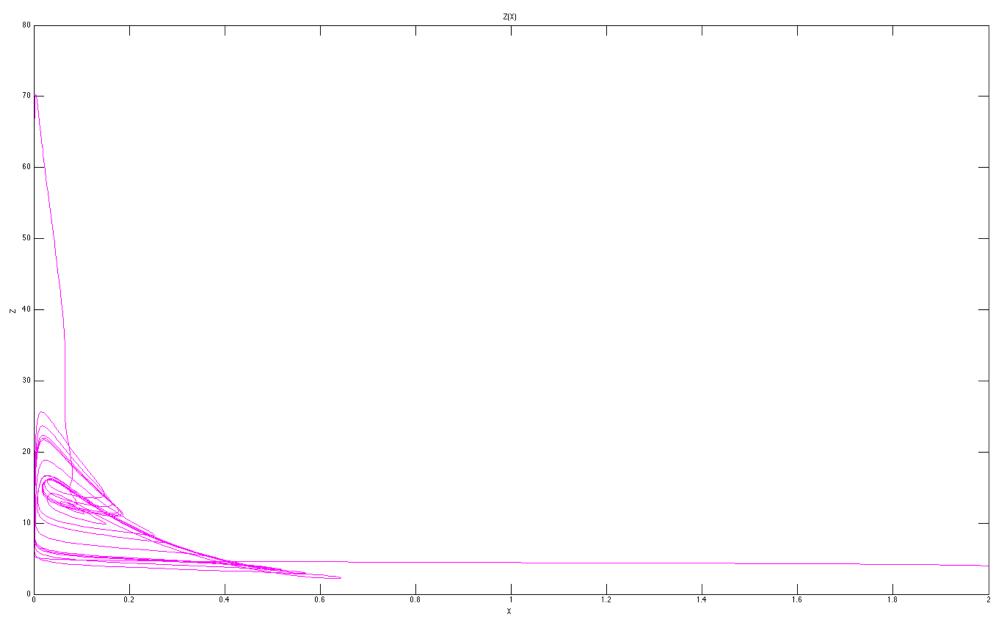


Рис 1.4 — Залежність ${\cal Z}(X)$

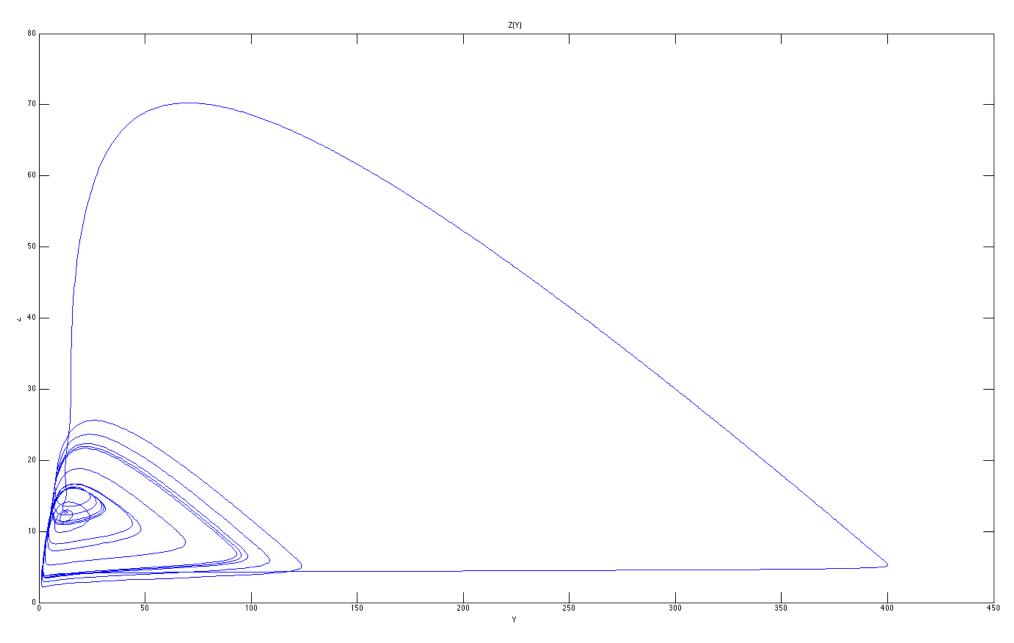


Рис 1.5 — Залежність ${\mathbb Z}(Y)$

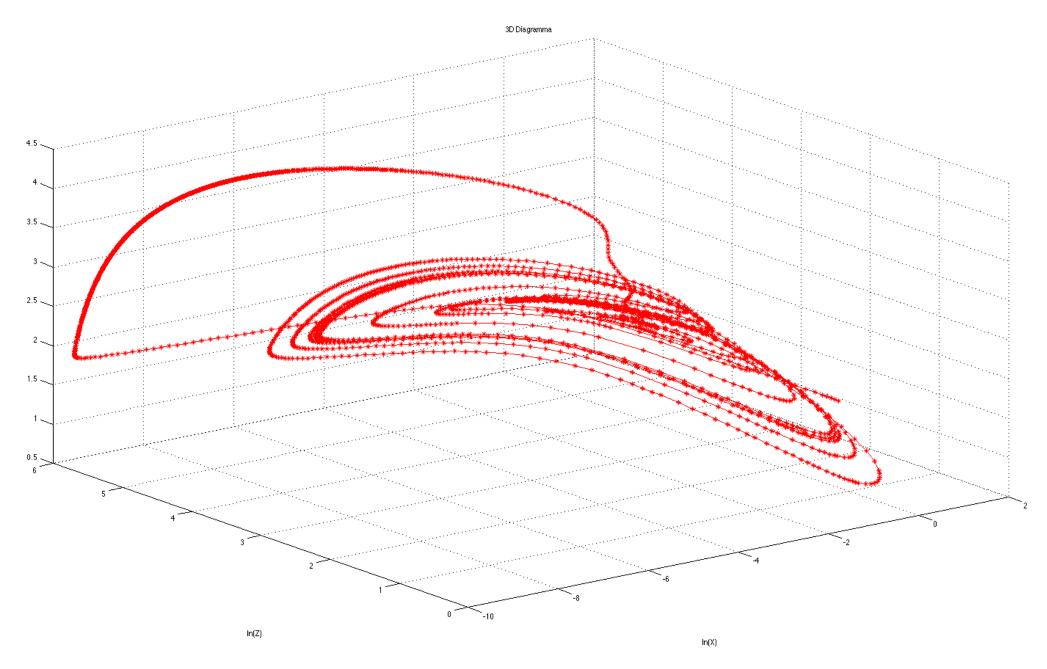


Рис 1.6 — Тривимірний графік