Całka Riemanna

Niech dana będzie funkcja ograniczona $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$

$$R_{f,P(q_1 \dots q_2)} = \sum_{i=1}^{n} f(q_i) \cdot \Delta p_i.$$

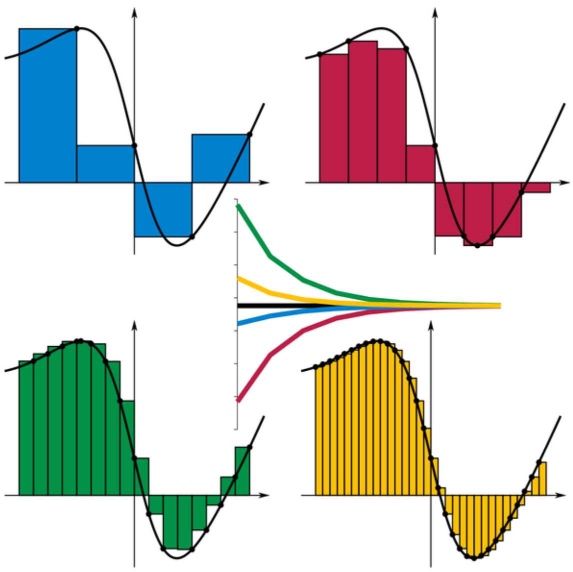
Funkcję f nazywa się całkowalną w sensie Riemanna lub krótko R-*całkowalną*, jeśli dla dowolnego ciągu normalnego(P^k) podziałów przedziału $[a,b]$ istnieje (niezależna od wyboru punktów pośrednich) granica

$$R_f = \lim_{k\to\infty} R_{f,P^k(q_1^k,\dots,q_{n\,k}^k)}$$

nazywana wtedy **całką Riemanna** tej funkcji. Równoważnie: jeżeli istnieje taka liczba R_f, że dla dowolnej liczby rzeczywistej $\varepsilon < 0$ istnieje taka liczba rzeczywista $\sigma > 0$, że dla dowolnego podziału $P(q_1,\dots,q_n)$ o średnicy $\mathbf{diam}\ P(q_1,\dots,q_n)<\sigma$ bądź też w języku rozdrobnień: że dla dowolnej liczby rzeczywistej $\varepsilon > 0$ istnieje taki podział $S(t_1,\dots,t_m)$ przedziału $[a,b]$ że dla każdego podziału $P(q_1,\dots,q_n)$ rozdrabniającego $S(t_1,\dots,t_m)$ zachodzi

$$|R_{f,P(q_1,\dots,q_n)} - R_f| < \varepsilon.$$

Funkcję f nazywa się wtedy *całkowalną w sensie Riemanna* (*R-całkowalną*), a liczbę R_f jej **całką Riemanna**.



Rysunek 1: Przykład sum Riemanna