

SPRAWOZDANIE Z TEORII OPTYMALIZACJI

Imię, Nazwisko, Numer	Michał Krzyszczyk N=14
Temat ćwiczenia	Metody gradientowe
Data i godzina wykonania ćwiczenia	27 marca 2019, godz: 14:30

Zadanie 1.

Obserwacja zjawiska zygzakowania Należy przeanalizować wpływ wydłużenia zbiorów poziomicowych funkcjonału kwadratowego i punktu startowego na tempo zbieżności metody najszybszego spadku. Badania przeprowadzić dla funkcjonału:
 $Q(x_1, x_2) = x_1^2 + a \cdot x_2^2$ Wybierając kolejno $a = 1$, $a = 0.5$, $a = 0.2$ dla $x_0 = [3 \cdot 14; 9 \cdot 14]$

Metoda analityczna.

Funkcjonał celu jest sumą dwóch wyrażeń nieujemnych, zerujących się w zerze.

$$x_1 = 0 \wedge x_2 = 0 \quad Q(0,0) = 0$$

Rozwiązanie numeryczne.

koszt.m

```
function [q,x]=koszt(x,z,d)

% KOSZT wylicza wskaźnik jakości dla wektora zmiennych
% decyzyjnych x+z*d.

if nargin==2, x=x+z;
elseif nargin==3, x=x+z*d;
end

q=x(1)^2+1*x(2)^2;
```

gradie.m

```
function g=gradie(x)

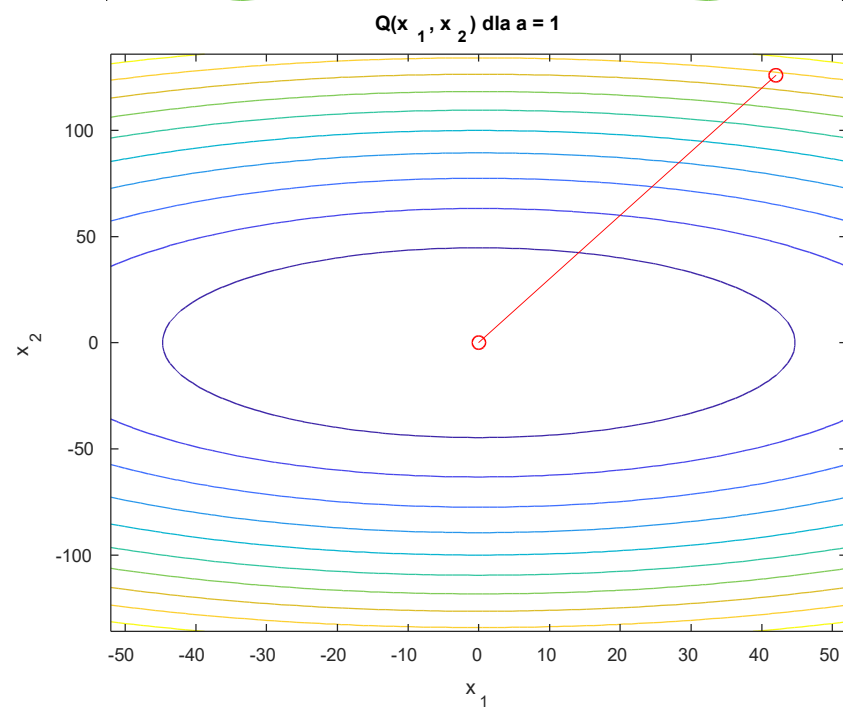
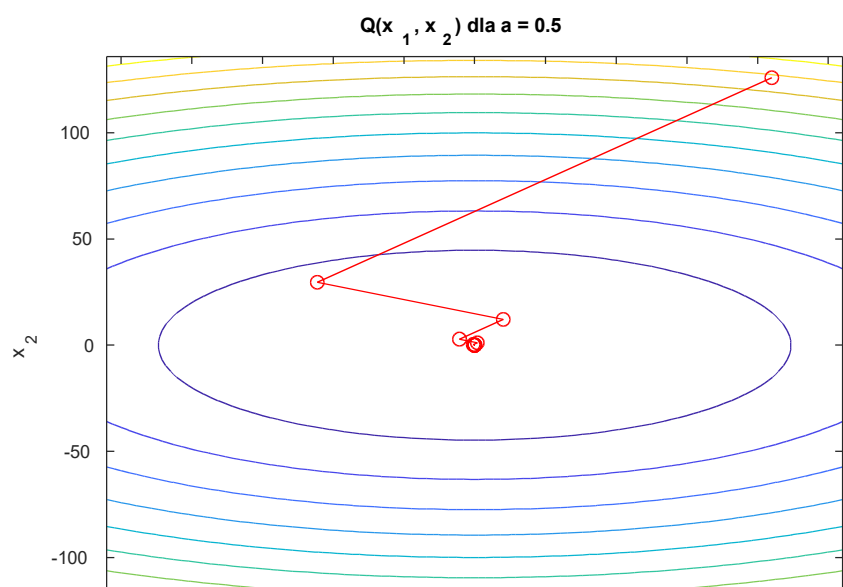
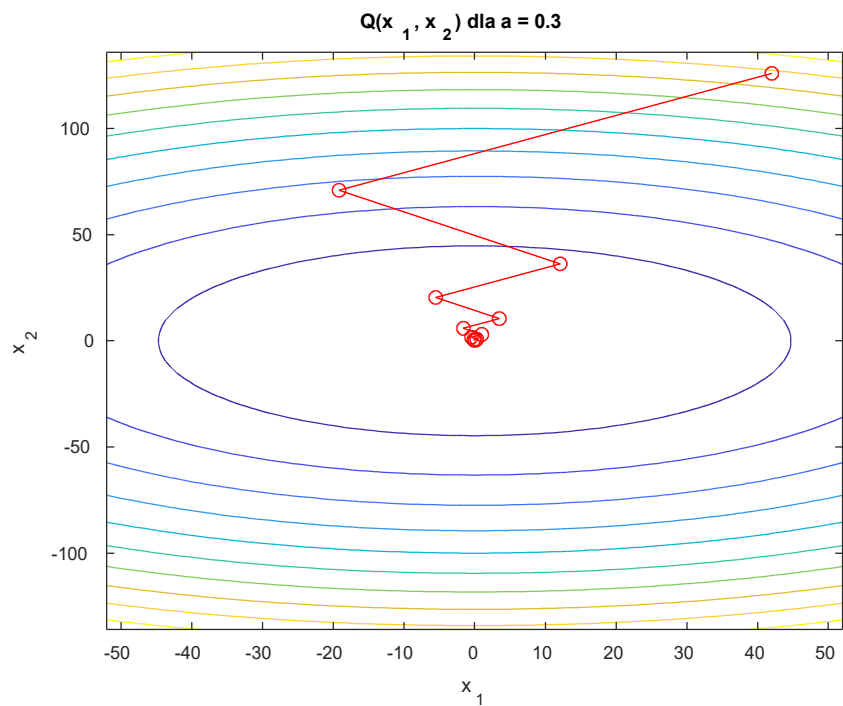
% GRADIE Wyznacza analitycznie gradient funkcji kosztu w
punkcie X.

g=[2*x(1)
   2*x(2)];
```

```
close all;
clear all;

n = 14;
x0 = [3*n; 9*n];

[x1, x2] = meshgrid(linspace(-3*n-10, 3*n+10), linspace(-9*n-10, 9*n+10));
q = @(x1, x2) x1.^2 + 1*x2.^2;
figure()
contour(x1, x2, q(x1,x2));
hold on
par = 0; %
granad
plot(etap(1,:), etap(2,:), 'b');
plot(etap(1,:), etap(2,:), 'bo');
ylabel('x_2');
xlabel('x_1');
title('Q(x_1, x_2) dla a = 1');
```



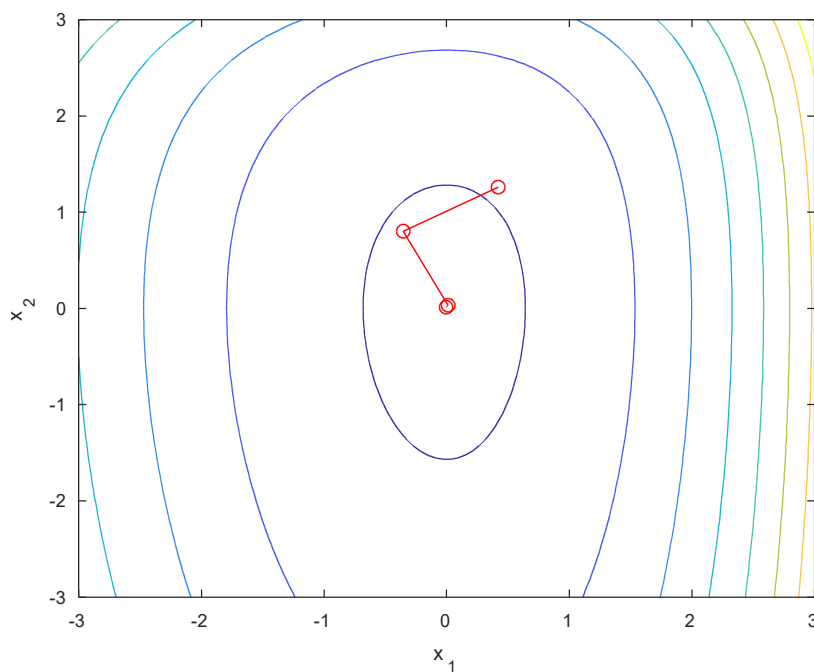
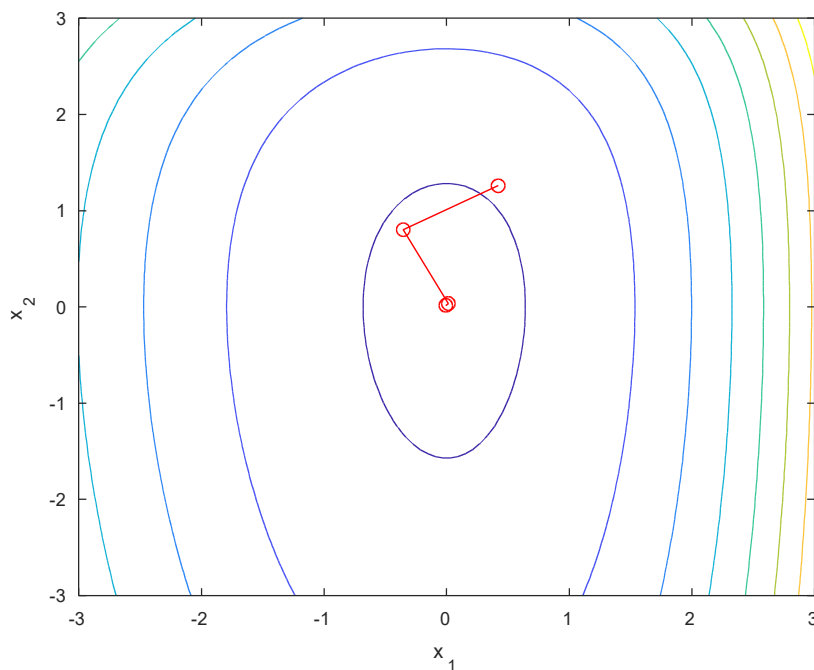
Zadanie 2.

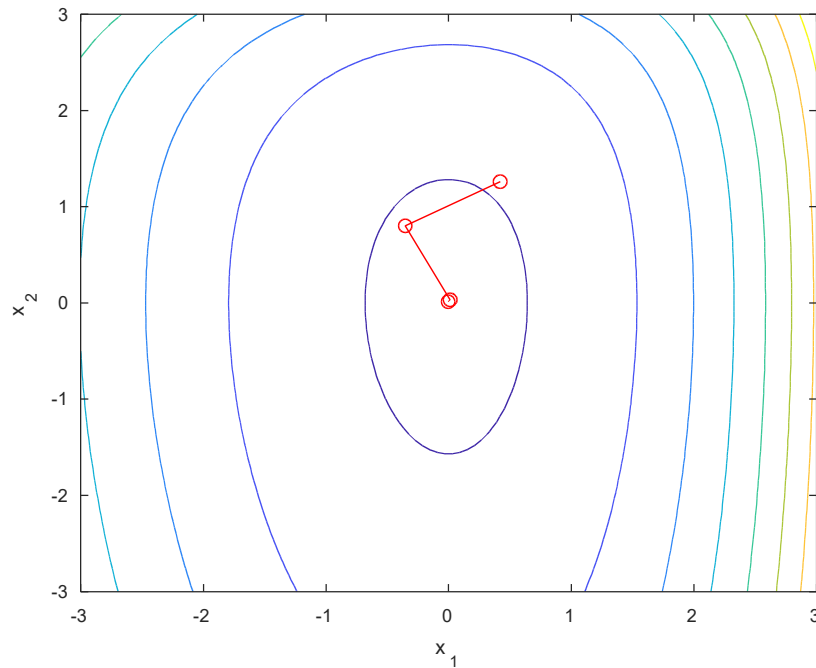
Badanie porównawcze gradientowych metod optymalizacji Badanie porównawcze gradientowych metod optymalizacji przeprowadzić dla funkcjonału:

$$Q(x_1, x_2) = 6x_1^2 + 6x_1x_2 + x_2^2 + 4.5(e^{x_1} - x_1 - 1) + 1.5(e^{x_2} - x_2 - 1)$$

$$x_0 = [3/100 \ 9/100]^* N$$

Rozwiązanie numeryczne.





Dla wszystkich metod zostały uzyskane wyniki po wykonaniu 4 iteracji.

```
function [q,x]=koszt(x,z,d)

% KOSZT wylicza wskaźnik jakości dla wektora zmiennych
% decyzyjnych x+z*d.

if nargin==2, x=x+z;
elseif nargin==3, x=x+z*d;
end
f = @(x1, x2) 6*x1.^2 + 6*x1*x2 + x2.^2 + 4.5*(exp(x1) - x1 - 1) + 1.5*(exp(x2) - x2 - 1);
%f = @(x1, x2) 100*(x2-x1^2)^2 + (1-x1)^2;
q = f(x(1),x(2));
%q=x(1)^2+1*0.3*x(2)^2;
```

```
function g=gradie(x)

% GRADIE Wyznacza analitycznie gradient funkcji kosztu w punkcie X.

%g=[2*x(1)
% 0.6*x(2)];
g=[12*x(1)+6*x(2)+4.5*(exp(x(1))-1);
6*x(1)+2*x(2)+1.5*(exp(x(2))-1)];
%g = [-400*x(1)*(x(2)-x(1)^2)-2*(1-x(1)); 200*(x(2)-x(1)^2)];
```

Zadanie 5

„Dolina bananowa” Rossenbrocka. Wyznaczyć minimum funkcji :

$$Q(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

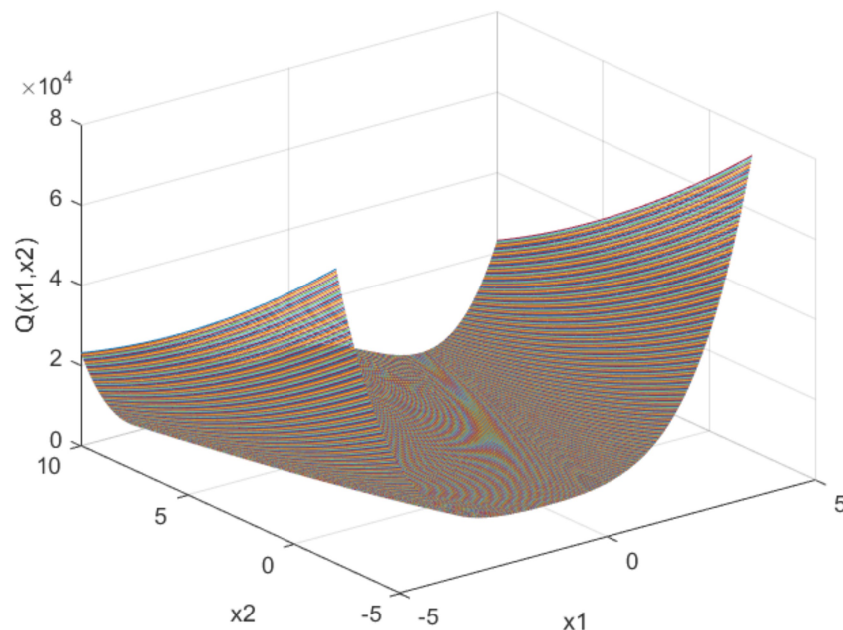
dla $x_0 = [9/2; 9]^T$

Metoda analityczna.

Obydwa składniki funkcjonału są liczbami nieujemnymi, co więcej mogą przyjąć 0, a więc minimum funkcjonału wynosi 0.

$$100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 = 0 \rightarrow 100(x_2 - x_1^2)^2 = (1 - x_1)^2$$

$$100(x_2 - x_1^2)^2 = 0 \wedge 0 = (1 - x_1)^2, \text{ więc } x_1 = 1 \wedge x_2 = 1 \quad Q(1, 1) = 0$$



Metoda numeryczna

```
function [q, x]=koszt(x, z, d)

% KOSZT wylicza wskaźnik jakości dla wektora zmiennych
% decyzyjnych x+z*d.

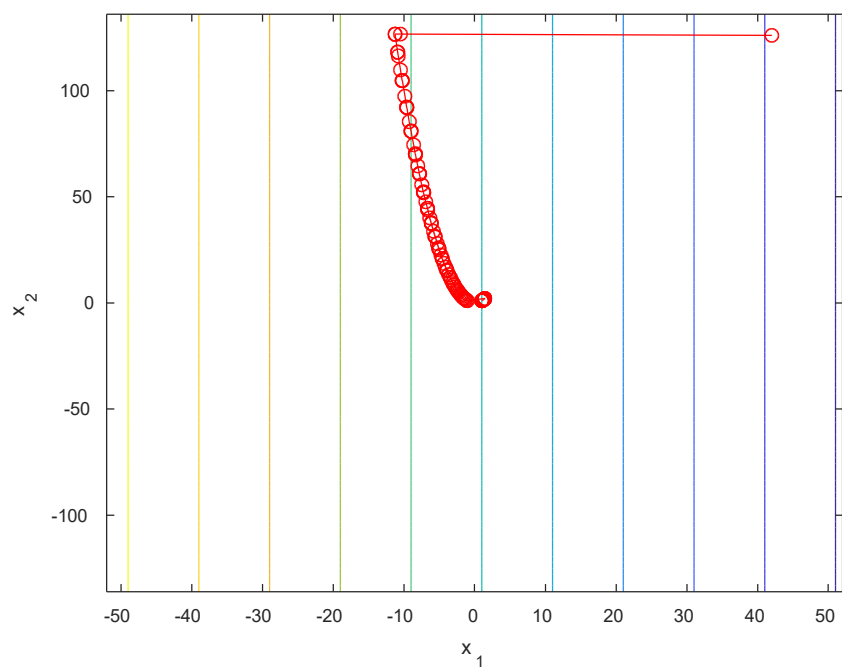
if nargin==2, x=x+z;
elseif nargin==3, x=x+z*d;
end
```

```
%f = @(x1, x2) 6*x1.^2 + 6*x1*x2 + x2.^2 + 4.5*(exp(x1) - x1  
- 1) + 1.5*(exp(x2) - x2 - 1);  
f = @(x1, x2) 100*(x2-x1^2)^2 + (1-x1)^2;  
q = f(x(1),x(2));  
%q=x(1)^2+1*0.3*x(2)^2;
```

```
function g=gradie(x)  
  
% GRADIE Wyznacza analitycznie gradient funkcji kosztu w  
punkcie X.  
  
%g=[2*x(1)  
%    0.6*x(2)];  
%g=[12*x(1)+6*x(2)+4.5*(exp(x(1))-1);  
6*x(1)+2*x(2)+1.5*(exp(x(2))-1)];  
g = [-400*x(1)*(x(2)-x(1)^2)-2*(1-x(1)); 200*(x(2)-x(1)^2)];
```

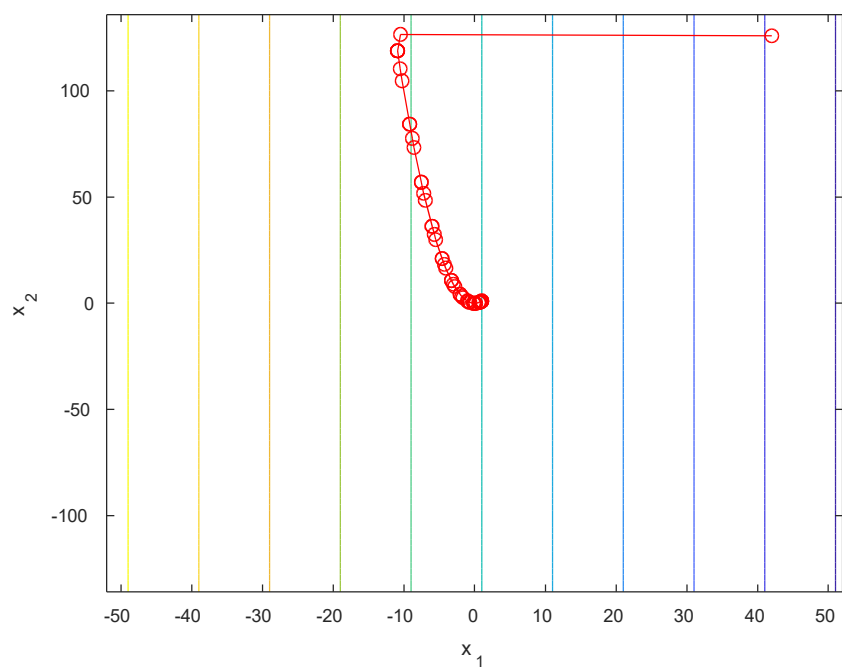
```
n = 14;  
x0 = [3*n; 9*n];  
[x1, x2] = meshgrid(linspace(-3*n-10, 3*n+10), linspace(-9*n-  
10, 9*n+10));  
q = @(x1, x2) 100*(x2-x1^2)^2 + (1-x1)^2;  
figure()contour(x1, x2, q(x1,x2));  
hold on  
par = 3; % metoda najszybszego spadku  
granad  
plot(etap(1,:), etap(2,:), 'b');  
plot(etap(1,:), etap(2,:), 'bo');  
xlabel('x_1');ylabel('x_2');
```

Metoda najszybszego spadku



$i=89$; $x = [1.00397543967224 \ 1.00824269836930]$

Metoda Fletchera – Reevesa



$i=50$; $x = [1.0039754654654 \ 1.000145683644560]$