Sprawozdanie z laboratorium Teorii Optymalizacji

Imię i nazwisko	Jacek Gołda
Temat ćwiczenia	Programowanie liniowe
Data i godzina wykonania ćwiczenia	13 kwietnia 2016, 14:00

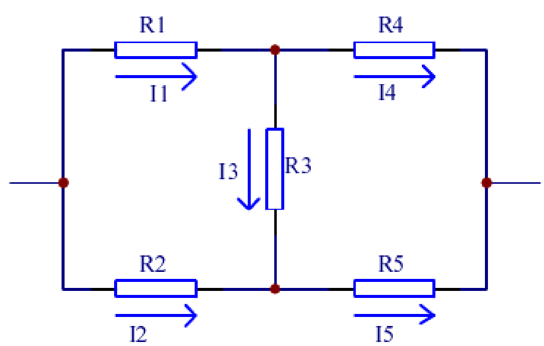
1 Wstęp

Celem laboratorium było zbadanie metody simpleks i wykorzystanie jej do rozwiązania dwóch zadań optymalizacji.

2 Ćwiczenie 2

Treść zadania:

Dany jest mostek:



zawierający pięć rezystorów o rezystancjach Ri (i = 1 ... 5). Dane są również napięcia Ui (i = 1 ... 5), a prądy Ii (i = 1 ... 5) płynące przez rezystory muszą spełniać nierówności:

$$\overline{I}_i - \Delta_i \leqslant I_i \leqslant \overline{I}_i + \Delta_i, \qquad i = 1 \dots 5$$

gdzie $\overline{I}_i$, Δ_i (i = 1 ... 5) są dane. Wartości Ui, $\overline{I}_i$, Δ_i (i = 1 ... 5) podano w tabeli. Dobrać wartości rezystancji tak, aby całkowita moc rozproszona na mostku była minimalna.

i	1	2	3	4	5
Ui [V]	6	10	4	7	3
Ii [mA]	4	2	2	2	4
Δ_i	1	1	1	1	

2.1 Rozwiązanie numeryczne

Jako wektor zmiennych decyzyjnych przyjęto wektor prądów, oznaczono go jako $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{bmatrix}^T$ Minimalizowana będzie funkcja:

$$f(x) = \sum_{i=0}^{5} c_i x_i \rightarrow min$$

Współczynnikami c_i są napięcia na odpowiednich rezystorach. Ma to uzasadnienie, ponieważ iloczyny prądów i napięć są równe mocom wydzielanym na poszczególnych rezystorach. Ograniczeniami będą:[1]

$$A \cdot x = b$$

$$l \leqslant x \leqslant u$$

Zapisano równania, korzystając z prądowego prawa Kirchoffa:

$$\begin{cases} i_1 = i_3 + i_4 \\ i_5 = i_2 + i_3 \\ i_1 + i_2 = i_4 + i_5 \end{cases}$$

Zapisano na tej podstawie macierz ograniczeń wierszowych:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Wektor b prawej strony:

$$b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [mA]$$

Wektor t, określający typ ograniczeń:

$$t = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Wektor c współczynników funkcji celu:

$$c = \begin{bmatrix} 6 & 10 & 4 & 7 & 3 \end{bmatrix} [V]$$

Wektory ograniczeń dolnych i górnych na zmienne decyzyjne l i u:

$$l = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} [mA]$$

$$u = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} [mA]$$

Stworzono plik, służący do uruchamiania procedury, obliczania funkcji celu i rezystancji.

```
clear all;
close all;
clc

A = [1, 0, -1, -1, 0;
      0, 1, 1, 0, -1;
      1, 1, 0, -1, -1]
```

[1]Standardowym ograniczeniem jest ograniczenie $A \cdot x \leqslant b$, jednak pliki wykorzystywane w trakcie laboratoriów umożliwiają definiowanie ograniczeń o różnym charakterze, więc postanowiono zdefiniować dwa ograniczenia równościowe — w tym problemie takie ograniczenia mają sens. Można jednak przejść na ograniczenia nierównościowe, wykorzystując dwa ograniczenia o przeciwnych znakach.

```
b = [0;
     0;
     0]

t = [0;
     0;
     0]

c = [6, 10, 4, 7, 3]

l = [3;
     1;
     1;
     1;
     4]

u = [5;
     3;
     3;
     3;
     4]

zadan = 'mini';
plnad
xopt
Ropt = c ./ xopt'*1000
qopt = c * xopt / 1000
```

Dodatkowo zakomentowano pierwsze trzy linie w pliku `zrodpl.m` tak, aby uwzględniał on zdefiniowane w powyższym pliku macierze i wektory.

W wyniku działania algorytmu uzyskano rozwiązanie:

$$\widehat{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} [mA]$$

Obliczono rezystancje rezystorów przez podzielenie napięć przez odpowiednie prądy i przemnożenie przez 1000, aby uzyskać wartość w omach. Uzyskano następujące rezystancje:

$$R = \begin{bmatrix} 2000 \\ 5000 \\ 2000 \\ 7000 \\ 750 \end{bmatrix} [\Omega]$$

Dla takich rezystancji uzyskano moc wydzielaną (wartość funkcji celu) równą 65mW.

3 Ćwiczenie 3

Treść zadania:

Zakład produkcyjny wytwarza trzy rodzaje wyrobów, z których każdy wymaga przydzielenia mocy przerobowych w trzech wydziałach, tj. montażu, kontroli i pakowania. Liczbę godzin niezbędną do wykonania poszczególnych wyrobów podano w poniższej tabeli.

Wyrób	Montaż	Kontrola	Pakowanie
A	0.3	0.1	0.06
B	0.5	0.08	0.04
C	0.4	0.12	0.05

Dostępne tygodniowe moce przerobowe (w roboczogodzinach) wynoszą:

1. montaż — 1800
2. kontrola — 800
3. pakowanie — 700

Zysk wynosi:

1. wyrób A — 400 zł/szt
2. wyrób B — 300 zł/szt
3. wyrób C — 200 zł/szt

Jaki powinien być tygodniowy plan produkcji, aby zmaksymalizować zysk?

3.1 Rozwiązanie numeryczne

Jako wektor zmiennych decyzyjnych przyjęto wektor $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{bmatrix}$ Zmienne decyzyjne oznaczają ilości wyprodukowanych produktów: A, B i C.

Maksymalizowana będzie identyczna funkcja, jak w poprzednim zadaniu:

$$f(x) = \sum_{i=0}^{5} c_i x_i \rightarrow max$$

Współczynniki c_i oznaczają zyski z poszczególnych produktów.

Ograniczeniami będą:

$$A \cdot x \leqslant b$$

$$0 \leqslant x \leqslant \infty$$

Drugie ograniczenie wynika z tego, że nie jest możliwe wyprodukowanie ujemnej liczby produktów. Nie ma natomiast górnego ograniczenia ilości wyprodukowanych produktów, więc jako górne ograniczenie przyjęto nieskończoność.

Zapisano macierz ograniczeń wierszowych:

$$A = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.4 \\ 0.1 & 0.08 & 0.12 \\ 0.06 & 0.04 & 0.05 \end{bmatrix}$$

Wektor b prawej strony składa się z ograniczeń na moce przerobowe:

$$b = \begin{bmatrix} 1800 \\ 800 \\ 700 \end{bmatrix}$$

Wektor t, określający typ ograniczeń:

$$t = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Wektor c współczynników funkcji celu:

$$c = \begin{bmatrix} 400 \\ 300 \\ 200 \end{bmatrix}$$

Zapisano również ograniczenia na zmienne decyzyjne.

$$l = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} \infty \\ \infty \\ \infty \end{bmatrix}$$

Ponownie, stworzono analogiczny m-plik służący do definicji zmiennych i uruchamiania procedury

```
clear all;
close all;
clc

A = [0.3, 0.5, 0.4;
     0.1, 0.08, 0.12;
     0.06, 0.04, 0.05]

 b = [1800;
      800;
      700]

 t = [-1;
      -1;
      -1]

 c = [400, 300, 200]

 l = [0;
```

```
      0;
      0]

  u = [Inf;
       Inf;
       Inf]

zadan = 'maks';
plnad

xopt
```

Uzyskano następujące rozwiązanie optymalne:

$$\widehat{x} = \begin{bmatrix} 6000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Czyli optymalnym rozwiązaniem jest produkowanie tygodniowo wyłącznie 6000 sztuk produktu A. Zakład uzyska wtedy zysk w wysokości 2400000.

4 Wnioski

W trakcie laboratorium zbadano metodę simpleks. Nadaje się ona do rozwiązywania problemów programowania liniowego, czyli problemów z liniowymi ograniczeniami i liniową funkcją celu.

Ma ona szereg zalet: jest dobrze zbadana, działa szybko i umożliwia rozwiązywanie problemów o bardzo dużym rozmiarze.

Na laboratorium rozwiązywano problemy małego rozmiaru. Celem zajęć było raczej zapoznanie się ze stosowaniem tej metody, z przekształcaniem opisu słownego problemu na parametry przekazywane do odpowiedniej metody optymalizacji.