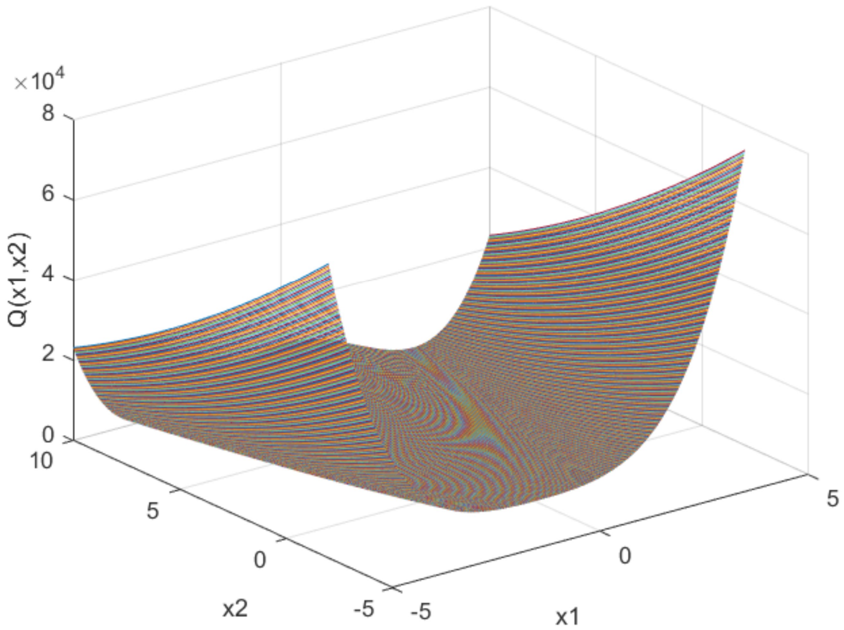
SPRAWOZDANIE Z TEORII OPTYMALIZACJI

Imię, Nazwisko, Numer	Michał Krzyszczuk N=14
Temat ćwiczenia	Metody Powella II
Data i godzina wykonania ćwiczenia	20 marca 2019, godz: 14:30

Zadanie 1.

„Dolina bananowa" Rossenbrocka. Wyznaczyć minimum funkcji :

$Q(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$
dla x0 = [9/2;9] *n



Metoda analityczna.

Obydwa składniki funkcjonału są liczbami nieujemnymi, co więcej mogą przyjąć 0, a więc minimum funkcjonału wynosi 0.

$$100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 = 0 \rightarrow 100(x_2 - x_1^2)^2 = (1 - x_1)^2$$

$$100(x_2 - x_1^2)^2 = 0 \wedge 0 = (1 - x_1)^2, więc\ x_1 = 1 \wedge x_2 = 1\ Q(1,1) = 0$$

Rozwiązanie numeryczne.

koszt.m

```
function [q,x]=koszt(x,z,d)

% KOSZT wylicza wskaźnik jakości dla wektora zmiennych
% decyzyjnych x+z*d.

if nargin==2, x=x+z;
elseif nargin==3, x=x+z*d;
end
q=100*(x(2)-x(1)^2)^2+(1-x(1)^2)^2;
```

pownad.m

```
im=inf;%aby zmazac wartość przy poprzednich wywołaniach
programu
maxit=100;
itp=1;
xn=x00;
n=length(xn);
dm=eye(n);
d=eye(n);
xa=xn;
qa=inf;
e0=1e-7;


   if metoda==1,powe_1
   else,powe_2
   end
```

powe_2.m

```
detdm=1;
x_iter = [xn];
kier_baz = [];

for iter=itp:maxit
   tmax=0;
   x0=xn;
   for i=1:n
      [xn,qn,tn]=prosta1(xn,dm(:,i));
      if abs(tn)>tmax
         imax=i;
         tmax=abs(tn);
      end

   end
   delta=norm(xn-x0);
   if delta<e0, break, end
   D=tmax*detdm/delta;
   if D>=.8
   dm(:,imax)=[];
   dm(:,n)=(xn-x0)/delta;

   detdm= [detdm,D];
   xn=prosta1(xn,dm(:,n));
   x_iter = [ x_iter , xn ];
   kier_baz =[ kier_baz , dm ];
   end
end
itp=iter;
```

zad2.m

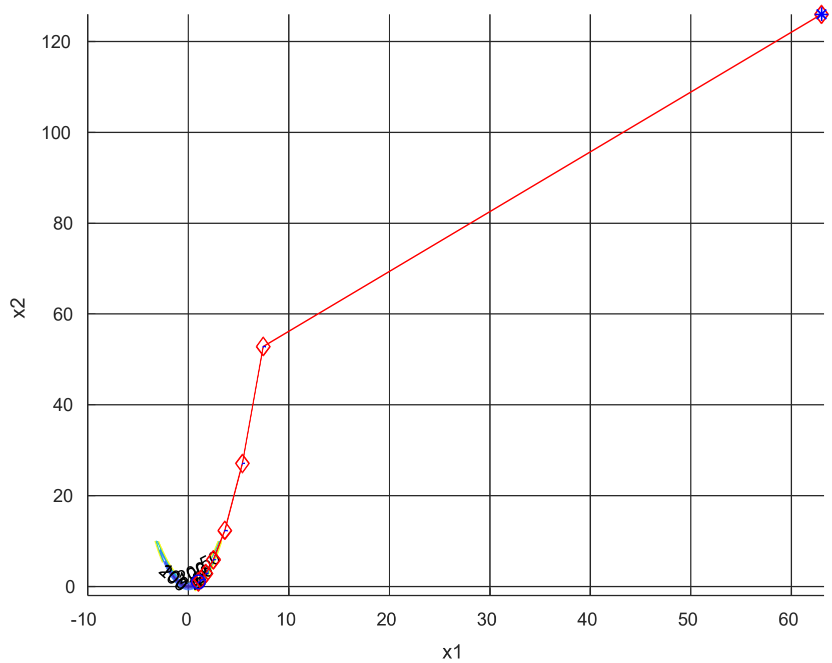
```
clear all;
close all;
clc
drawArrow = @(p1, p2, varargin) quiver(p1(1), p1(2), p2(1) -
p1(1), p2(2) - p1(2), 0, varargin{:});

[x1, x2] = meshgrid(-10:0.04:10, -2:0.01:10);
x00 = [9/2; 9] * 14;%N=14
q=100*(x2-x1.^2).^2+(1-x1.^2).^2;
figure
hold on;
contour(x1, x2, q, [1, 2, 5, 20, 50, 100, 200], 'ShowText',
'on');

metoda = 2;
pownad
grid on;
grid on;
xlabel('x1')
ylabel('x2')

%ograniczenie wykresu ze wzgl?du na odleg?o?? punktu pocz?
tkowego od
%ko?cowego
hold on;

%kolejne wyznaczone punkty
plot(x_iter(1, :), x_iter(2, :), 'r');
plot(x_iter(1, :), x_iter(2, :), 'rd');

%punkt pocz?tkowy (63,126)
plot(x_iter(1, 1), x_iter(2, 1), 'b*');
%znaleziony punkt ko?cowy
plot(x_iter(1, size(x_iter, 2)), x_iter(2, size(x_iter, 2)),
'bo');

%rysuj wektory bazowe
for i = 1:size(x_iter, 2)
    drawArrow(x_iter(:, i), x_iter(:, i) + kier_baz(:, i)/4,
'color', 'blue ');
    drawArrow(x_iter(:, i), x_iter(:, i) + kier_baz(:, i +
1)/4, 'color', 'blue ');
end;
```

plot_funkcji.m

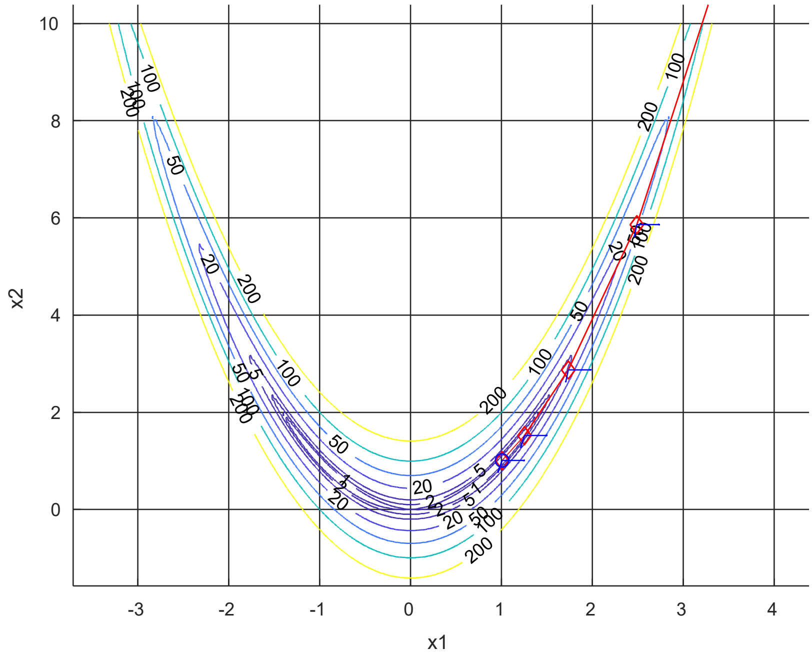
```
clear all;
close all;
[x1, x2] = meshgrid(-5:0.01:5, -2:0.01:10);
q=100*(x2-x1.^2).^2+(1-x1.^2).^2;


figure(1)
plot3(x1,x2,q)
grid on;

xlabel('x1')
ylabel('x2')
zlabel('Q(x1,x2)')
```

Otrzymane optymalne wartości:
$x_1 = 1.005295 \wedge x_2 = 1.0077 \rightarrow Q(x_1, x_2 = 0.000094)$

x1	63.0000	7.442404	5.368848	3.616735	2.488957	1.735636	1.252700	1.00529584937377
x2	126.0000	52.85556	27.07267	12.34426	5.863697	2.873246	1.521706	1.00773387280743
detdm	1.0000	0.998472	0.998307	0.996781	0.996204	0.994682	0.994517	0.9929



Na rysunku przedstawione kolejne punkty od x0 do xk jednak ze względu na duży rząd wielkości różnicy pomiędzy poszukiwanym ekstremum a punktem początkowym, dołączono wykres z przybliżeniem w zakresie minimum.



Zadanie 2.

Zbadać działanie metod Powella dla funkcji :

$$Q(x)=100\left(x_1^2-x_2\right)^2+\left(1-x_1\right)^2+90\left(x_3^3-x_4\right)^2+\left(1-x_3\right)^2+10.1\left[\left(x_2-1\right)^2+\left(x_4-1\right)^2\right]+19.8\left(x_2-1\right)\left(x_4-1\right)$$

gdzie $[x_{01},x_{02},x_{03},x_{04}]^T=[9/2,9,9,9/2]^T*N, N=14$

Rozwiązanie numeryczne.

koszt.m

```
function [q,x]=koszt(x,z,d)

% KOSZT wylicza wskaźnik jakości dla wektora zmiennych
% decyzyjnych x+z*d.

if nargin==2, x=x+z;
elseif nargin==3, x=x+z*d;
end
e1=x(1)-1;
e2=x(2)-1;
e3=x(3)-1;
e4=x(4)-1;
q=100*(x(1)^2-x(2))^2+e1^2+90*(x(3)^3-x(4))^2;
q=q+e3^2+10.1*(e2^2+e4^2)+19.8*e2*e4;
```

zad3.m

```
close all;
clear all;
metoda = 1;
x0 = [7/2;7;7;7/2];
pownad;
```

pownad.m

```

im=inf;%aby zmazac wartość przy poprzednich wywołaniach
programu

z=4;
xn= x0;
X=xn;
itp=1;
n=length(xn);
e0=0.000001;
maxit=100000;
dm=eye(n);
x_iter = [ xn]
kier_baz = [dm]
metoda=1
   if metoda==1,powe_1
   else,powe_2
   end
```

powe_1.m

```
y = []
for iter=1:maxit
   xn=prosta1(xn,dm(:,z));
   x0=xn;
   X=[X xn];
   for i=1:z
      [xn,qn]=prosta1(xn,dm(:,i));
```

```
    end
    delta=norm(xn-x0);
    if delta<e0, break, end
    dm(:,1)=[];
    y = [y qn];
    dm(:,z)=(xn-x0)/delta;
    x_iter = [x_iter, xn];
    kier_baz = [kier_baz , dm(:, n)];
end
```

Wyniki:

i	x1	x2	x3	x4	q	detdm
1	63	126	126	63	3.60E+14	1
2	21.0125	22.7546	15.87123	62.2135	1.41E+09	0.946574
3	14.33253	14.15573	14.7755	15.37069	9.31E+08	0.95404
4	9.185803	12.43	9.583061	12.96578	6.82E+07	0.995004
5	8.813373	7.963843	8.440769	8.840836	3.21E+07	0.916708
6	8.080257	7.393854	8.045498	6.000801	2.42E+07	0.911416
7	2.414554	2.099681	2.677085	2.57976	2.63E+04	0.924977
8	2.082924	1.786551	2.527168	1.877239	1.90E+04	0.910801
9	1.99662	1.656619	1.886611	1.657508	2.86E+03	0.93325
10	1.792241	1.59882	1.780811	1.558029	1.78E+03	0.91845
11	1.632739	1.229836	1.699465	1.415225	1.31E+03	0.926464
12	1.31449	1.2132	1.318019	1.054287	1.65E+02	0.864831
13	1.25412	1.20021	1.231219	1.090826	6.90E+01	0.900791
14	1.133336	1.168753	1.190853	1.170574	2.67E+01	0.95409
15	1.109719	1.140391	1.138476	1.170049	1.02E+01	0.974544
16	1.088948	1.117831	1.113551	1.156916	5.75E+00	0.941284
17	1.04729	1.104367	1.10766	1.150517	4.58E+00	0.929559
18	1.029304	1.081704	1.104274	1.134259	4.58E+00	0.983653
19	1.021729	1.044673	1.090454	1.048734	5.63E+00	0.904673
20	1.004518	1.014822	1.056041	1.014349	2.42E+00	0.988742
21	**1.003097**	**1.002725**	**1.002304**	**1.003387**	2.73E-03	0.977739

W następnych iteracjach wartość funkcji celu nie różniła się od poprzedniej znacząco.

Sprawdzenie

```
fun = @(x)100*(x(1)^2-x(2))^2+(x(1)-1)^2+90*(x(3)^3-x(4))^2;
+(x(3)-1)^2+10.1*((x(2)-1)^2+(x(4)-1)^2)+19.8*(x(2)-1)*(x(4)-1);
x = fminsearch(fun,x00)
x =

    1.0155
    1.0271
    0.9900
    0.9692
Current function value: 0.002735
```

Wnioski

II Metoda Powella różni się od uprzednio poznanej zasadą tworzenia nowych kierunków poszukiwań. W tej metodzie stosuję się zmianę kierunków dopiero gdy wyznacznik macierzy jest większy bądź równy pewnej stałej wartości (0.8). W obu zadaniach otrzymane wyniki są bliskie otrzymanym analitycznie oraz obliczonym za pomocą funkcji *fminsearch.* **Część pracy była wzorowana na sprawozdaniu numer 2(Metoda Powella I).**