SPRAWOZDANIE Z LABORATORIUM TEORII OPTYMALIZACJI

Imię, Nazwisko, parametr	Michał Krzyszczuk N=14
Temat	Minimalizacja w kierunku
Data, godzina ćwiczenia	6 marca 2019, 14:30

1. Ćwiczenie 1

Treść zadania:

Znaleźć minimum funkcji celu

$$Q(x_1, x_x) = (x_1 + n * 9)^2 + (x_1 + n * 9) * (x_2 + n * 9) + 0.5(x_2 + n * 9)^2 - 2(x_1 + n * 9) - 3(x_2 + n * 9) + 2.5$$

na prostej w kierunku d = [1,2]T, przechodzącej przez początek układu współrzędnych. Rozwiązać to zadanie analitycznie, a następnie porównać z wynikami numerycznymi, otrzymanymi metodami ekspansji, złotego podziału i aproksymacji parabolicznej.

1.1 Rozwiązanie analityczne

$$x = x_0 + k * d,$$
$$x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, d = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix},$$

$$x_1 = k, x_2 = 2k\ k - parametr$$

Dla n = 14 jawna postać funkcji:

$$Q(x_1, x_x) = x_1^2 + 0.5x_2^2 + x_1 x_2 + 375 * x_1 + 250 * x_2 + 39\,314{,}5$$

$$q(k) = Q(k, 2k) = 5k^2 + 875k + 39\,314{,}5$$

Minimum funkcji:

$$\hat{k} = \frac{-1250}{10} = -87{,}5 \rightarrow x_1 = -125, x_2 = -175$$

1.2 Rozwiązanie numeryczne

Zmodyfikowany kod funkcji kosztu:

```
function [q,x]=koszt(x,z,d)



if nargin==2, x=x+z;
elseif nargin==3, x=x+z*d;
end
q = x(1)^2 + 0.5*x(2)^2 + x(2)*x(1) + 375*x(1)+250*x(2) +
39314.5;
```

Kod rysujący rozwiązywany problem:

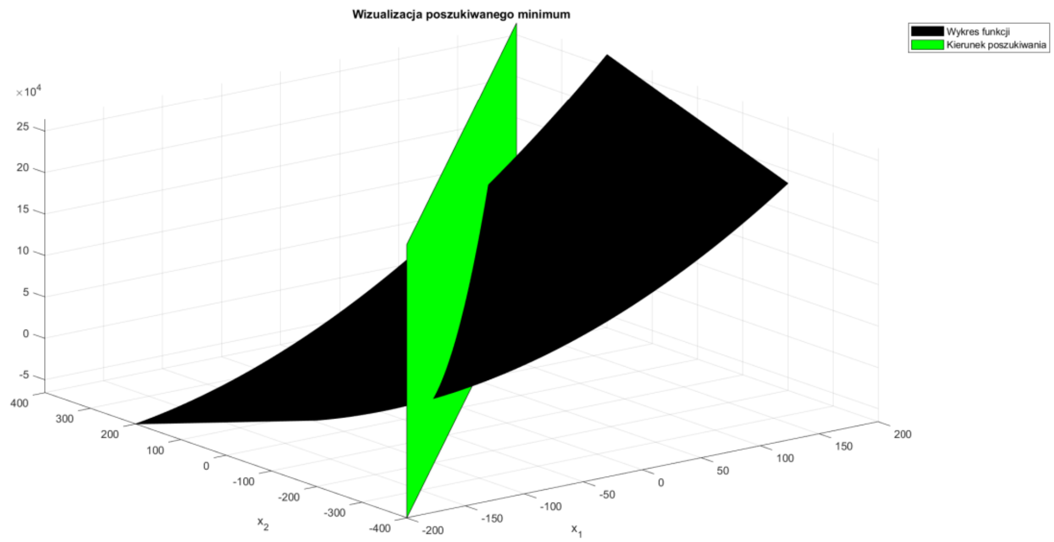
```
close all;
clear all;
%%%%plot surface
[x1,x2] = meshgrid(-200:0.5:200,-200:0.5:200);
z = x1.^2 + 0.5*x1.^2 + x1.*x2 + 375*x1+250*x1 + 39314.5;
figure(1)
surf(x1, x2, z,'DisplayName','Wykres
funkcji','FaceColor','black ');
hold on;
x1 = [-200, 200; -200, 200];
x2 = 2 * x1;
z = [min(min(z)), min(min(z)); max(max(z)), max(max(z))];
surf(x1, x2, z, 'FaceColor','green
','DisplayName','Kierunek poszukiwania');
axis tight
legend show
title('Wizualizacja poszukiwanego minimum');
xlabel('x_{1}')
ylabel('x_{2}')
zlabel(f)
```

Kod obliczający minimum zadanymi metodami:

```
close all;
clear all;
x0 = [0;0];
d = [1;2];


%%%%%%ekspansja

[zw,qw,wskaz,z,q]= ekspan(x0,d,1,100);
fprintf(1,'ekspansja\n');
z=zw(2)
x=x0+d*z


%%%%%z³oty podzia³
[zp_zw,zp_qw,zp_z,zp_q] = zlopod(x0, d, zw, qw, 100, z, q); %zloty podzia³
fprintf(1,'z³oty podzia³\n');
z=zp_zw(2)
x=x0+d*z

fprintf(1,'aproksymacja paraboliczna\n');
%%%%% metoda aproksymacji parabolicznej
[zw_apropa , qw, z, q] = apropa(x0, d, zw, qw, 100, z,q);
z=zp_zw(2)
x=x0+d*z
```

Porównanie wyników metod:

Metoda	**X1**	**X2**	**Znalezione minimum**
analityczna	-87.5000	-175.0000	-87.5000
ekspansja	-81.0000	-162.0000	-81.0000
złoty podział	-87.5000	-175.0000	-87.5000
aproksymacja paraboliczna	-87.5000	-175.0000	-87.5000



2. Ćwiczenie 3

Treść zadania:

Znaleźć wszystkie pierwiastki wielomianu:

$$w(x) = x^5 - 91.11x^4 - 899.989x^3 + 1100.009x^2 - 110.91x + 1$$

przez minimalizację wskaźnika: $Q(x) = w(x)^2$

2.1 Rozwiązanie numeryczne

Zmodyfikowany kod funkcji koszt

```
function [q,x]=koszt(x,z,d,w)

%w dany wektor wsp wielomianu

if nargin==3, x=x+z;
elseif nargin==4, x=x+z*d;
end
q = polyval(w,x); %wielomian w
q = q.*q %wielomia w*w
```

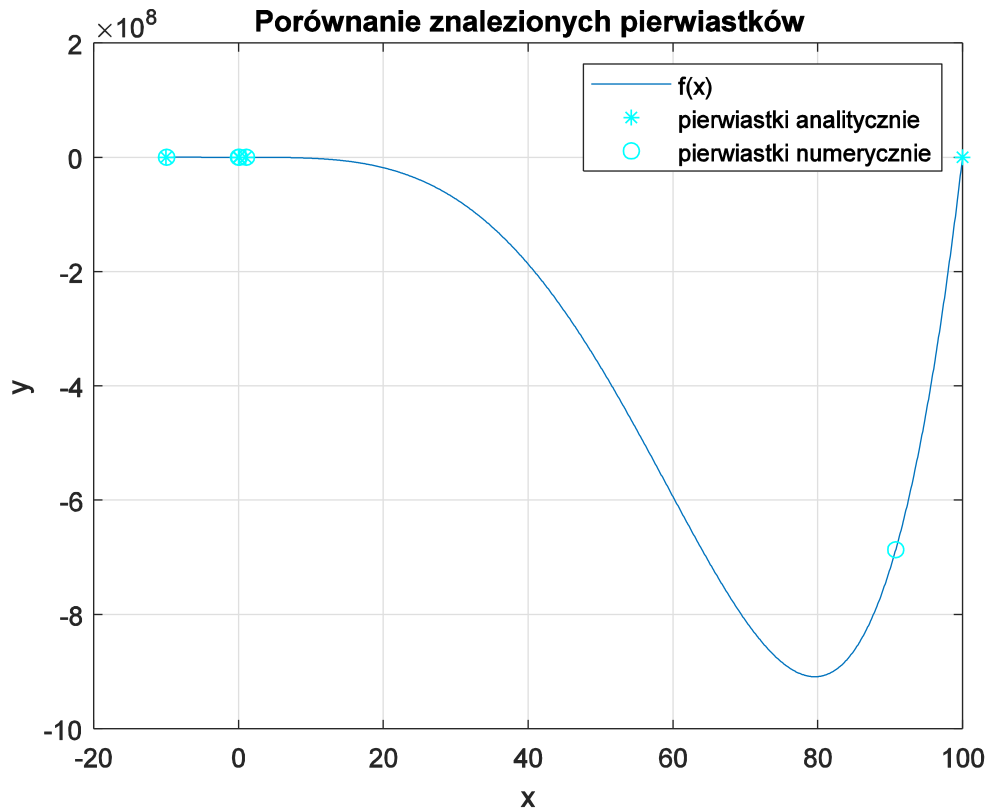
Kod realizujący znajdowanie pierwiastków

```
close all;
clear all;
x0 = 9*14;

%generacja wspolczynnikow wielomianu
w_coef = [1, -91.11, -899.989, 1100.009, -110.91, 1];
%wype³nienie rejestru pierwsiatków zerami
roots = zeros(1, 5);
%maksymalna ilosc iteracji
n = length(w_coef) - 1;
for k = 1:n
    w_coef
    roots(k) = prosta1(x0, 1, w_coef)
    old_w_coef = w_coef;
    w_coef = ones(1, 6-k);
    for k = 2:(6-k)
        w_coef(k) = old_w_coef(k) + w_coef(k-1) * roots(k)
    end
end

roots
```

Kod wizualizujący pierwiastki:

```
close all;
clear all;

x1 = -10:0.1:100;
x2 = [0.01 0.1 1 -10 100];
x3 = [0.0100    0.1111    1.1007   -9.9194   90.7768];
w_coef = [1, -91.11, -899.989, 1100.009, -110.91, 1];

y1 = polyval(w_coef,x1);
y2 = polyval(w_coef,x2);
y3 = polyval(w_coef,x3);

figure(1)
plot(x1,y1,'DisplayName','f(x)')
hold on;
plot(x2,y2,'c*','DisplayName','pierwiastki analitycznie')
plot(x3,y3,'c o','DisplayName','pierwiastki numerycznie')
```

```
grid on;
xlabel('x')
ylabel('y')
title('Porównanie znalezionych pierwiastków')
legend show;
```



Metoda analityczna	Metoda numeryczna
0.01	0.01
0.1	0.1111
1	1.1007
-10	-9.9194
100	90.7768

Udostępniony funkcje, zostały przystosowane do iteracyjnego dzielenia wielomianu, przez wprowadzenie go jako wektora współczynników przy potęga. Każda instancja funkcji koszt, wywołuje się z dodatkowym parametrem. Konieczna była zmiana wszystkich wywołań oraz zmiana instrukcji sterującej przy użyciu zmiennej *nargin* .

3. Ćwiczenie 4

Treść zadania:

Przeprowadzić minimalizację funkcjonału:

$$Q(x1,x2,x3,x4) =$$

$$100(x_1^2 - x_2\ )^2 + (1 - x_1)^2 + 90(x_3^3 - x_4\ )^2 + (1 - x_3)^2 + 10.1[(x_2 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2] + 19.8(x_2 - 1)(x_4 - 1)$$

$$x_i = x_i + 9 * N$$

Należy rozwiązać problem co najmniej przy standardowym zestawie parametrów:

1. początek układu jest punktem startowym
2. kierunek jest wektorem składającym się z samych jedynek
3. dopuszcza się pięciokrotną ekspansję
4. współczynnik ekspansji jest równy 3
5. krok początkowy jest równy 1 6. dokładność względna $\varepsilon = 0.0001$

3.1 Rozwiązanie numeryczne

Kod realizujący funkcję kosztu

```
function [q,x]=koszt(x,z,d)



if nargin==2, x=x+z;
elseif nargin==3, x=x+z*d;
end
x1 = x(1)+9*14;
x2 = x(2)+9*14;
x3 = x(3)+9*14;
x4 = x(4)+9*14;
q= 100*(x1^2-x2)^2 + (1-x1)^2 + 90*(x3^3-x4)^2 + (1-x3)^2 +
10.1*((x2-1)^2 + (x4-1)^2) +19.8*(x2-1)*(x4-1);
```

Kod realizujący znajdowanie minimum oraz porównanie błędów

```
close all;
clear all;

zn = 1;
maxit_eksp = 5;
maxit = 100;

x0 = zeros(1, 4);
d = ones(4, 1);

[zw_ekspansja, qw_eks, wskaz, z_eks, q_eks] = ekspan(x0, d,
zn, maxit_eksp);
x_ekspan = x0 + zw_ekspansja(2) * d;


[zw_zloty_podzial , qw_zlopod, z, q] = zlopod(x0, d,
zw_ekspansja, qw_eks, maxit, z_eks, q_eks);
x_zlopod = x0 + zw_zloty_podzial(2) * d;

[zw_aproksymacja , qw_apropa, z, q] = apropa(x0, d,
zw_ekspansja, qw_eks, maxit, z_eks, q_eks);
x_apropa = x0 + zw_aproksymacja(2) * d;

qw_eks(2)/qw_zlopod(2)
qw_eks(2)/qw_apropa(2)
```

Rozwiązania numeryczne z wszystkich metod są identyczne.

$$\hat{x} = -81 * [1\ 1\ 1\ 1]^T$$

Współczynnik ekspansji jest zdeterminowany wewnątrz funkcji i wynosi 3.

4.Wnioski

Metoda ekspansji jest dobrym kandydatem na znalezienie obszaru minimum (zgrubnego) tak, aby na jej wynikach zastosować metodę złotego podziału/ aproksymacji .