Przykład 7.1

$$\min\left(-x^2 - x^3\right)$$

przy ograniczeniu $x^2 \leq 1$

Metoda zmiennych ostatecznych

$$x^2 - 1 \leq 0$$

$$1 - x^2 \geq 0$$

$$\underline{1 - x^2 - \theta^2 = 0}$$

$$L = \left(-x^2 - x^3\right) + \lambda\left(1 - x^2 - \theta^2\right)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -2x - 3x^2 - 2x\lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1 - x^2 - \theta^2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -2\lambda\theta = 0$$

Przypadek 1°

$\lambda = 0$, $\theta \neq 0$ – ograniczenie nieaktywne

$$-2x - 3x^2 = 0$$

$$-2x\left(1 + \frac{3}{2}x\right) = 0 \qquad x = 0 \ \vee \ x = -\frac{2}{3}$$

Przypadek 2°

$\lambda \neq 0$ $\theta = 0$ – ograniczenie aktywne

$$x = -1 \qquad 2 - 3 + 2\lambda = 0 \qquad \lambda = \frac{1}{2}$$

$$x = 1 \qquad -2 - 3 = 2\lambda \qquad \lambda = -\frac{5}{2}$$

Przypadek 3°

$\lambda = 0$ $\theta = 0$ – rozwiązania zadania z ograniczeniem i bez ograniczeń pokrywają się

$$x = 0$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

Przykład 7.2

Sprawdź warunki regularności dla problemu:

$$\max \ x_1$$

$$(x_2-2) + (x_1-1)^3 \le 0 \quad \rightarrow h_1(x_1, x_2)$$

$$-(x_2-2) + (x_1-1)^3 \le 0 \quad \rightarrow h_2(x_1, x_2)$$

w punkcie rozwiązania $\hat{x}_1 = 1 \ \hat{x}_2 = 2$

$$\nabla h_1(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} 3(x_1-1)^2 \cdot 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\nabla h_2(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} 3(x_1-1)^2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$[\nabla h_1 \ \nabla h_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \ \det = 0$$

rząd macierzy = 1

ograniczenia: 2 $\Rightarrow$ zatem

warunki regularności nie są spełnione

dla punktu $x_1 = 1 \ x_2 = 2$