

# SPRAWOZDANIE

## *Analiza stochastyczna sygnałów rzeczywistych cz. 1*

*Data: 30.12.2017*

### **Zadanie 1.**

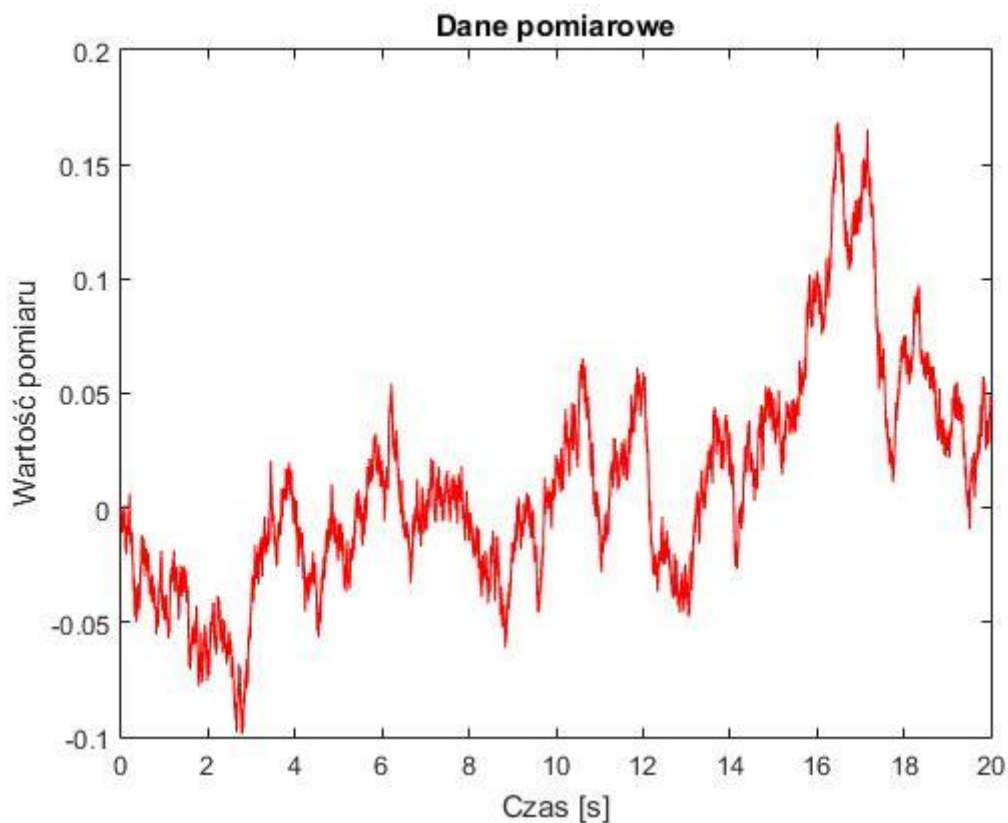
#### Dane:

Obiekt o transmitancji:  $G(s) = \frac{k}{Ts+1}$

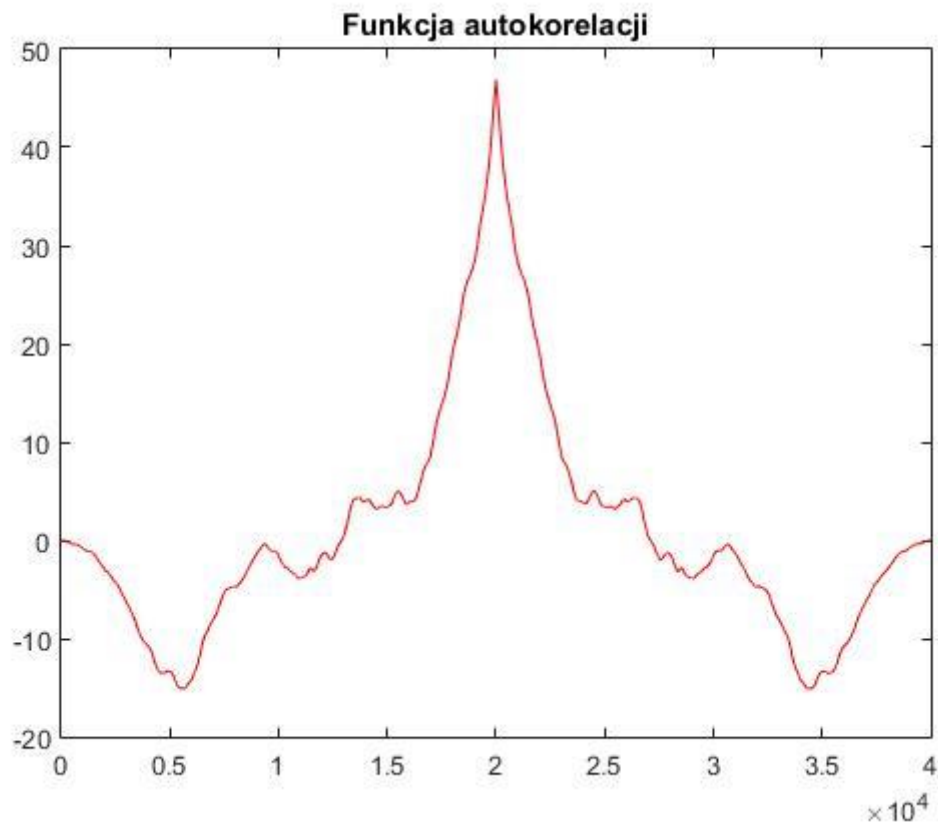
Pobudzenie białym szumem Gaussa o wariancji:  $\sigma^2 = 1$

Częstotliwość próbkowania:  $f_0 = 1 \text{ kHz}$

#### Rozwiązanie:



*Wykres 1. Dane wejściowe w zależności od czasu.*



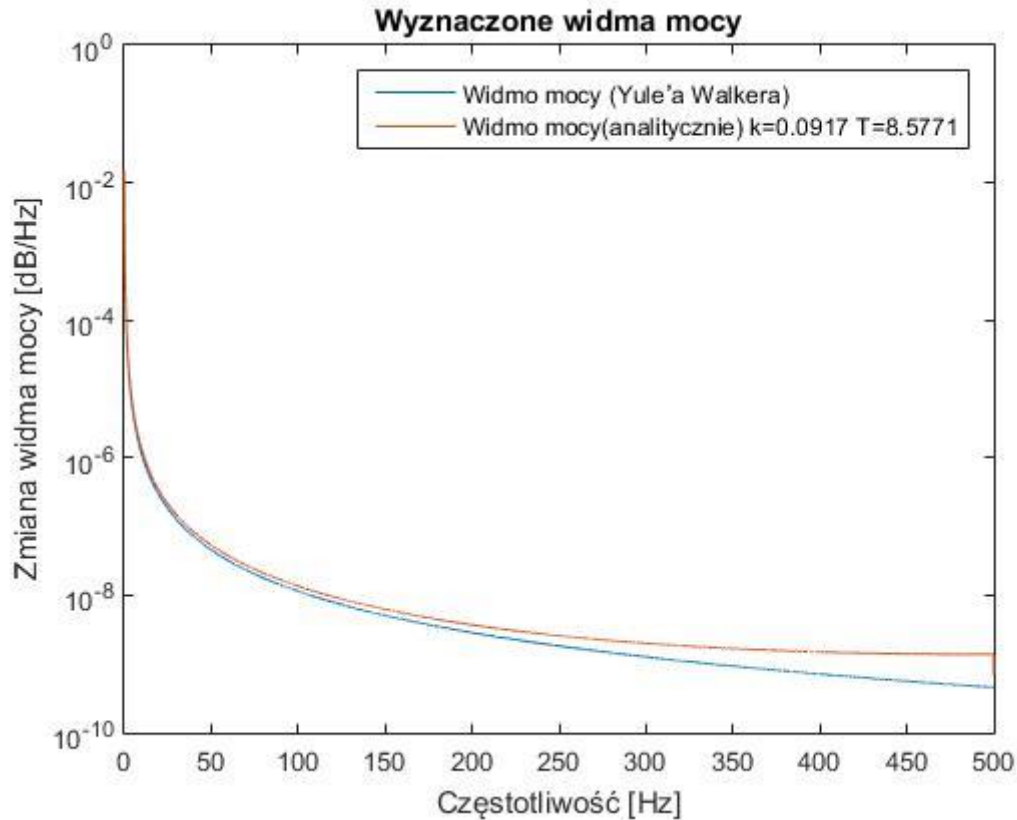
Wykres2. Funkcja autokorelacji.

Korzystając z zależności:  $S(\omega) = |G(\omega j)|^2$

$$S(\omega) = \left| \frac{k}{T^2 \omega^2 + 1} - j \frac{kT\omega}{T^2 \omega^2 + 1} \right|^2 = \sqrt{\left( \frac{k}{T^2 \omega^2 + 1} \right)^2 + \left( \frac{kT\omega}{T^2 \omega^2 + 1} \right)^2}^2 = \frac{k^2}{T^2 \omega^2 + 1}$$

$$k = \sqrt{S(0)} \quad S(0) = 0.0084 \Rightarrow k = 0.0917$$

Znając wartość k, obliczam T dla  $\omega = 1 \Rightarrow T = 8.5771$



Wykres 3. Porównanie metod

Kod MATLAB'a generujący powyższe wykresy i dokonujący koniecznych obliczeń.

```
clear;
close all;
load('data_01.mat');
f = 1000; % częstotliwość próbkowania [Hz]
t = (0:1/f:(length(x) - 1)/f)';
figure();
plot(t,x,'red');
title('Dane pomiarowe');
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Wartość pomiaru');
figure();
plot(xcorr(x),'red');
title('Funkcja autokorelacji');
h=spectrum.yulear;
Hpsd = psd(h,x,'Fs',f);
plot(Hpsd);
values = Hpsd.Data;
frequencies = Hpsd.frequencies;
fprintf('S(0) = %.4f\n', values(1));
k = sqrt(values(1));
fprintf('k = %.4f\n', k);
T=8.5771;
for i=1:length(frequencies)
    S(i)=(k.^2)/(T.^2 * frequencies(i).^2 + 1);
end
figure(1);
semilogy(frequencies,S);
hold on;
semilogy(frequencies,values);
title('Wyznaczone widma mocy');
ylabel('Zmiana widma mocy [dB/Hz]');
xlabel('Częstotliwość [Hz]');
legend('Widmo mocy (Yule'a Walkera)', 'Widmo mocy(analitycznie) k=0.0917 T=8.5771');
```

## Zadanie 2.

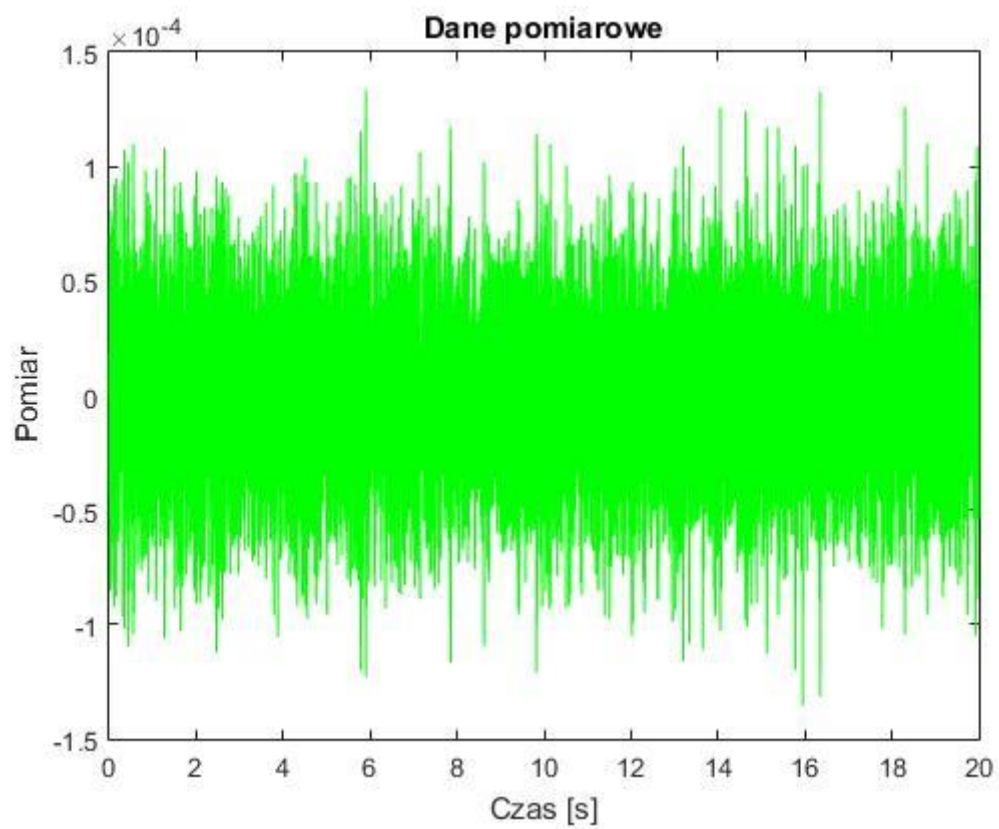
Dane:

Oscylator harmoniczny o transmitancji:  $G(s) = \frac{k}{s^2 + 2\xi\omega_0 + \omega_0^2}$

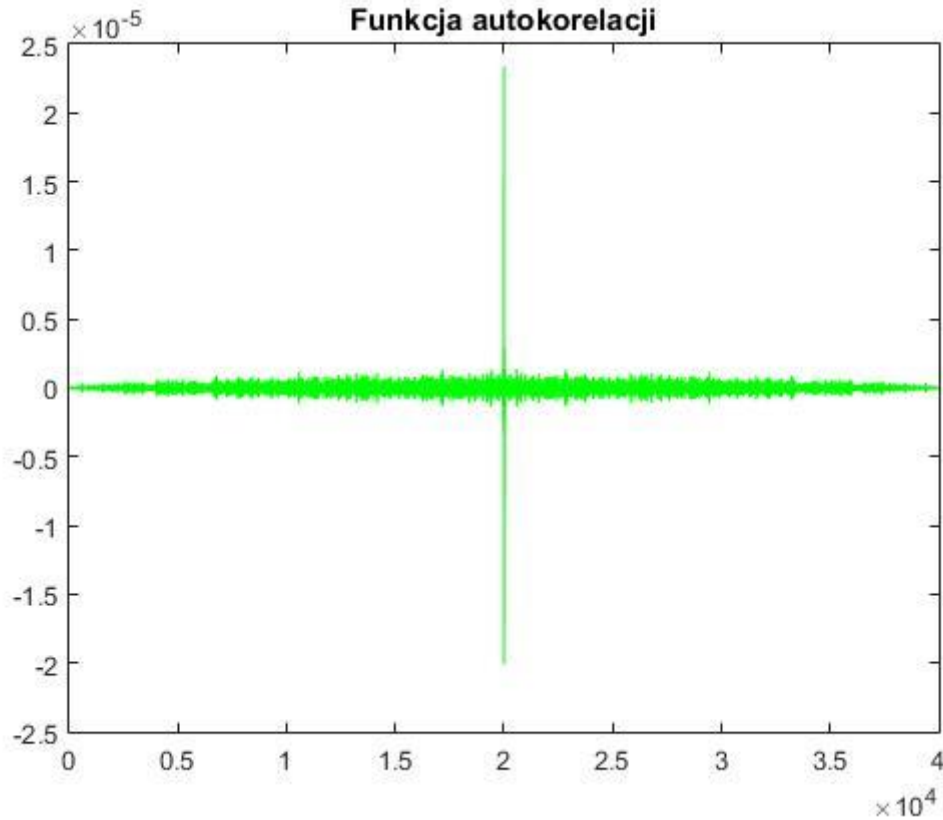
Pobudzenie białym szumem Gaussa o wariancji:  $\sigma^2 = 1$

Częstotliwość próbkowania:  $f_0 = 1 \text{ kHz}$

Rozwiązanie:



Wykres 4. Dane wejściowe(2) w zależności od czasu.



Wykres 6. Funkcja autokorelacji.

Wyznaczenie teoretycznego wzoru na widmo mocy:

$$S(\omega) = |G(j\omega)|^2 = \left| \frac{k}{j^2\omega^2 + 2\xi\omega_0 j\omega + \omega_0^2} \right|^2 = \left| \frac{k(\omega_0^2 - \omega^2)}{4\xi^2\omega_0^2\omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2} - j \frac{2k\xi\omega_0\omega}{4\xi^2\omega_0^2\omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2} \right|^2 =$$

$$= \frac{k^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4k^2\xi^2\omega_0^2\omega^2}{[4\xi^2\omega_0^2\omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2]^2} = \frac{k^2 [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\xi^2\omega_0^2\omega^2]}{[4\xi^2\omega_0^2\omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2]^2} = \frac{k^2}{4\xi^2\omega_0^2\omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2}$$

$\omega_0$  znajduję jako wartość dla której widmo mocy jest największe. Otrzymuję:

$$\omega_0 = 246.6125 \text{ Hz}$$

Wartość współczynnika  $k$  wyznaczam analogicznie jak w zad. 1.

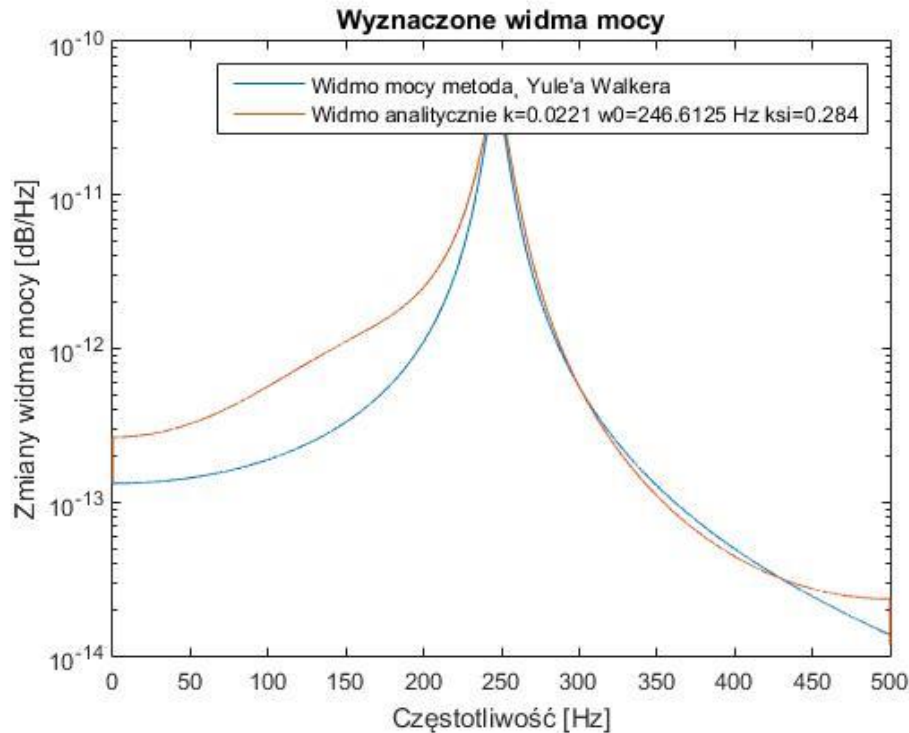
$$k = 0.0221$$

Wyznaczam  $\xi$ :

$$\xi = \sqrt{\frac{k^2 - S(\omega)(\omega^2 - \omega_0^2)^2}{4\omega_0^2\omega^2 S(\omega)}}$$

Przyjmuję uproszczenie  $\omega := \omega_0$

$$\xi = \frac{k}{2\omega_0^2 \sqrt{S(\omega_0)}} = 0.0284$$



Wykres 7. Porównanie metod.

Kod MATLAB'a generujący powyższe wykresy i dokonujący koniecznych obliczeń.

```
clear; close all;
load('data_02.mat')
f = 1000; % częstotliwość próbkowania [Hz]
t = (0:1/f:(length(x) - 1)/f);
figure();
plot(t,x,'green');
title('Dane pomiarowe');
xlabel('Czas [s]');
ylabel('Pomiar');
figure();
plot(xcorr(x),'green');
title('Funkcja autokorelacji');
h = spectrum.yulear; %
Hpsd = psd(h,x,'Fs',f);
values = Hpsd.Data;
frequencies = Hpsd.frequencies;
w0 = frequencies(find(values == max(values)));
fprintf('w0 = %.4f Hz\n', w0);
k = w0^2*sqrt(values(1));
fprintf('k = %.4f\n', k);
ksi=sqrt( (k.^2)/(4*w0.^4 * max(values)) );
for i=1:length(frequencies)
    S(i)=(k.^2)/(4*ksi.^2 * w0.^2 * frequencies(i).^2 + (w0.^2 - frequencies(i).^2).^2);
end
figure(2)
semilogy(frequencies,S)
hold on
semilogy(frequencies,values)
title('Wyznaczone widma mocy')
ylabel('Zmiany widma mocy [dB/Hz]')
xlabel('Częstotliwość [Hz]')
legend('Widmo mocy metoda, Yule'a Walkera', 'Widmo analitycznie k=0.0221 w0=246.6125 Hz ksi=0.284');
```