

Aplicación de Enfoques Semimarkovianos a la Mejora de Políticas de Mantenimiento Predeterminado en Activos Industriales

Antonio Sánchez-Herguedas ^{1*}, Angel Mena-Nieto ², Francisco Rodrigo-Muñoz ¹, Javier Villalba-Diez ³, Joaquín Ordieres-Meré ⁴

¹ Escuela Superior de Ingenieros (ESI). Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Seville, Spain

² Escuela Técnica Superior de Ingenieros (ETSI). Universidad de Huelva. Campus El Carmen, 21819 Huelva, Spain

³ Hochschule Heilbronn, Campus Schwäbisch Hall, 74523 Schwäbisch Hall, Germany

⁴ Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ETSII), Universidad Politécnica de Madrid, 28006 Madrid, Spain

antoniosh@us.es, mena@uhu.es, frodrigo@us.es, javier.villalba-diez@hs-heilbronn.de, j.ordieres@upm.es

Resumen- Uno de los caminos utilizados para hacer más sostenibles la operación y el mantenimiento de las instalaciones industriales es trabajar en la optimización de los recursos. El ingeniero de mantenimiento cada vez dispone de una mayor cantidad de información y la tecnología de la industria 4.0 facilita su trabajo en referencia a la obtención, recogida y clasificación de datos. Estos datos son utilizados de manera diferente dependiendo de la importancia de los equipos para el negocio. Aquellos equipos de alta responsabilidad permiten la inversión en técnicas predictivas. Éstos son muy importantes, pero suelen ser pocos. La mayoría de los equipos no justifican esta inversión, por lo que para evitar pérdidas de recursos se debe optimizar el intervalo preventivo predeterminado. El uso de modelos matemáticos semi-markovianos permiten obtener la óptima duración del intervalo preventivo, a partir de costes de intervenciones y penalizaciones, ingresos por funcionamiento y el comportamiento ante el fallo.

Palabras Clave- Proceso Semi-Markov; Intervalo preventivo; Modelo de mantenimiento; Horizonte finito, Costes de mantenimientos

I. INTRODUCCIÓN

En la literatura sobre modelos para la optimización del mantenimiento Crespo et al. [1] establecen una clasificación de los problemas a resolver mediante modelos: a) determinar los intervalos de tiempo de mantenimiento óptimos, b) determinar la frecuencia de las inspecciones y el mantenimiento basado en la condición, c) determinar los recursos óptimos para cumplir con los requisitos de mantenimiento, o d) encontrar el ciclo de vida económico de un equipo ante la disyuntiva de la reparación frente al remplazo. Este trabajo trata el primer tipo de modelos y desarrolla su aplicación adaptado a un horizonte finito de planificación. Este tipo de optimización también ha sido tratada recientemente en la revisión realizada por de Jonge et al. [2].

El método desarrollado en este documento es un método exacto. Nakagawa et al. [3] realizan un esfuerzo interesante para desarrollar métodos exactos, convirtiendo los modelos de mantenimiento habituales en modelos de mantenimiento finito, utilizando el método de partición. El deterioro de los componentes se modela como un proceso semi-markoviano

[4], donde el sistema evoluciona entre diferentes estados: operativo, correctivo y preventivo. El modelo supone que el tiempo de permanencia en cada estado está marcado por una función de distribución de tiempos de permanencia y que la transición entre ellos sigue una ley de probabilidades. Para ello, es necesario la recogida de datos referentes a tiempos de fallo, tiempos de funcionamiento y datos de retornos en forma de costes de las intervenciones o pérdidas y de ingresos por funcionamiento. Actualmente las nuevas tecnologías de la industria 4.0 permiten la recogida y clasificación de gran número de datos [5] sin tener que recurrir a técnicas estadísticas.

El desarrollo del trabajo consiste en la exposición del proceso de determinación de la correcta ubicación de la tarea de mantenimiento preventivo (intervalo preventivo) [6]-[7]. Este proceso consta de seis fases: análisis del problema, recogida y selección de datos, la elaboración de funciones de distribución observadas y su ajuste a funciones de distribución teóricas, el desarrollo de un modelo matemático de optimización basado en procesos de semi-Markov, la evaluación de los retornos esperados acumulados en las sucesivas transiciones entre estados mediante la aplicación de transformadas z , y la determinación del intervalo preventivo óptimo en el caso de un horizonte finito.

II. MATERIAL Y MÉTODOS

Analizamos el comportamiento ante el fallo de las juntas tóricas localizadas en las conexiones extremas del tubo refrigerado (en adelante crossover) que une los dos escapes de un motor alternativo diesel de 12 cilindros en V. Como consecuencia de las altas temperaturas que alcanzan los gases de escape en el interior del crossover, aunque esté sometido a refrigeración forzada, a menudo se produce el deterioro de estas juntas tóricas, pese a la protección térmica que se le aplica durante su fase de montaje. Esto provoca la aparición de fugas de refrigerante tanto al exterior del motor como al interior del crossover.

Inicialmente la intervención preventiva de sustitución estaba diseñada para realizarse cada 4000 horas de funcionamiento del motor. Este hecho, había provocado la

aparición de 83 fallos durante 4 años, junto a 38 censuras por la derecha debido a preventivos realizados a motores que previamente habían fallado (no de 4000 horas). Estos datos corresponden a 115.000 horas de funcionamiento en 32 motores de 16 embarcaciones. Este modo de fallo era el responsable de un gran número de horas de indisponibilidad de la patrullera, permitiendo “situaciones” que justamente se trataban de evitar con la presencia activa de la patrullera. El proceso de obtención de los parámetros de la función de Weibull [8] que determina el comportamiento de las tóricas sujetas a la política de mantenimiento preventivo [9] cada 4000 horas (intervalo preventivo) se expone en la Figura 1.

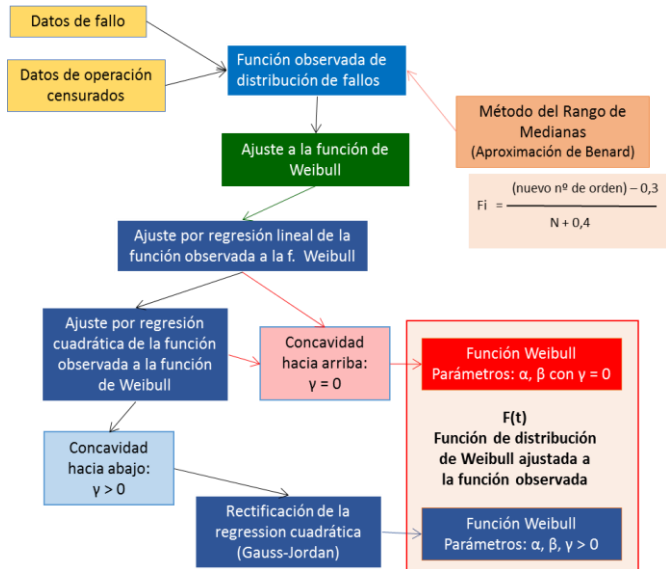


Fig. 1. Determinación de las funciones de distribución de fallos observada y teórica

Este proceso genera una Weibull de parámetro de forma, $\alpha = 2,36$; parámetro de escala, $\beta = 1317$ y parámetro de origen, $\gamma = 0$ [10]. Además, se analizan los tiempos de permanencia en los estados correctivos y preventivos, resultando respectivamente unas Normales de medias 8 y 7 horas [11].

A. Modelo semi-markoviano de retornos para un periodo de tiempo finito

Para la construcción del modelo se ha elegido un proceso semi-markoviano, debido a que es una herramienta potente para la optimización de problemas de fiabilidad y mantenimiento. Una explicación detallada del modelo propuesto a continuación se puede encontrar en Crespo et al. [1]. Está compuesto por tres estados (1. Operativo, 2. Correctivo y 3. Preventivo). En el estado Operativo, el equipo funcionará produciendo unos ingresos. Durante el funcionamiento el proceso de aparición del fallo sigue una función de distribución de Weibull. Si tras un tiempo τ (intervalo preventivo), el equipo no falla, el sistema hace una transición hacia el estado Preventivo, en el que se realiza la tarea preventiva de sustitución de las tóricas. Esta intervención está caracterizada por los costes de los repuestos, la mano de obra y el coste derivado de la inactividad. Una vez terminada la tarea preventiva el sistema vuelve al estado Operativo. Si antes de haber alcanzado el tiempo τ , se produce un fallo, el sistema pasaría al estado Correctivo, generándose unos costes de mano de obra de la reparación, de repuesto y de indisponibilidad. El sistema

compuesto por los tres estados evoluciona durante el tiempo que se estime oportuno (finito), mediante el mecanismo de ir

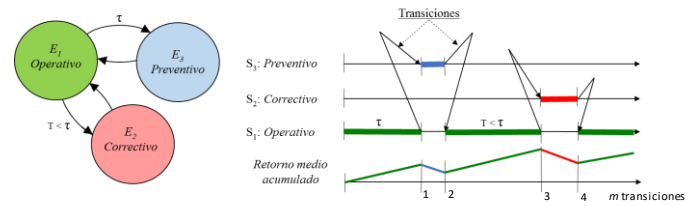


Fig. 2. Estados y transiciones del modelo

saltando de un estado a otro de acuerdo con ciertas probabilidades de transición. En cada transición el sistema acumula ingresos o costes en forma de retornos, recogidos en la variable retorno medio acumulado. En la Figura 2 se expresan gráficamente esas transiciones.

El modelo consta de tres funciones probabilística: $F(t)$, la función de distribución de fallos del equipo, $G(t_c)$, la función de distribución del tiempo que el equipo permanece bajo mantenimiento correctivo y $H(t_p)$, la función de distribución del tiempo que el equipo permanece bajo preventivo. Los retornos del modelo son: R_1 , ingreso por unidad de tiempo, R_2 , coste por unidad de tiempo (correctivo), R_3 , coste por unidad de tiempo (preventivo), R_{ij} , coste de transición desde el estado i al j . Las probabilidades de transición entre los estados se expresan mediante la matriz $[P]$, los tiempos de permanencia en cada estado por la matriz $[F]$ y los retornos mediante la matriz $[R]$. Ec. 1, 2 y 3.

$$[P] = \begin{pmatrix} 0 & F(\tau) & 1 - F(\tau) \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$[P] = \begin{pmatrix} 0 & F(\tau) & 1 - F(\tau) \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad [F] = \begin{pmatrix} 0 & A & \tau \\ B & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$A = \frac{1}{F(\tau)} \int_0^\tau t \cdot f(t) dt; \quad B = \int_0^\infty t_c g(t_c) dt_c; \quad C = \int_0^\infty t_p h(t_p) dt_p$$

$$[R] = \begin{pmatrix} 0 & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & 0 & 0 \\ r_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & R_1 A + R_{12} & R_1 \tau + R_{13} \\ R_2 B + R_{21} & 0 & 0 \\ R_3 C + R_{31} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

B. Cálculo del retorno esperado acumulado, $v_i(m)$, en m pasos

El retorno en un solo paso, partiendo del estado i es una variable aleatoria que puede tomar los valores $r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{ik}$ con probabilidades respectivas $p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ik}$, entonces el retorno esperado en un solo paso, partiendo del estado i es:

$$v_i(1) = \sum_{j=1}^k r_{ij} p_{ij} \quad (4)$$

El retorno esperado de 2 pasos sería:

$$v_i(2) = v_i(1) + \sum_{j=1}^k v_j(1) p_{ij} \quad (5)$$

El retorno esperado en m pasos sería:

$$v_i(m) = v_i(1) + \sum_{j=1}^k v_j(m-1)p_{ij} \quad (6)$$

Generalizando para todos los estados de partida (forma vectorial), se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones en diferencias:

$$V(m) = V(1) + P V(m-1) \quad (7)$$

Tradicionalmente esta ecuación se resolvía de forma numérica, por ejemplo, mediante programación dinámica.

Pero es posible encontrar una solución analítica aplicando la transformada z , a ambos miembros de la igualdad. Si se reduce en una unidad el índice de la ecuación en diferencias se alcanza la Ec. 8.

$$z(Z[V(m)] - V(0)) = V(1) \frac{z}{z-1} + P Z[V(m)] \quad (8)$$

dividiendo por z y multiplicando por $(1 - z^{-1}P^{-1})$, se alcanza la expresión matemática del retorno esperado acumulado:

$$Z[V(m)] = \frac{1}{z-1} (I - z^{-1}P)^{-1} V(1) \quad (9)$$

Las tres componentes de este vector $Z[V(m)]$ son una combinación lineal de funciones racionales en z . Para cada una de estas componentes podemos encontrar las series de Laurent que la forman, y a partir de ahí buscar la inversa de la transformada z de cada una de las componentes de $V(m)$. La expresión matemática de la primera componente se muestra en la Ec. 10.

$$v_1(m) = \begin{cases} v_1(0) = 0, \\ v_1(1) = r_{12}F(\tau) + r_{13}(1-F(\tau)), \\ v_1(m) = \frac{1}{4} \left[\begin{aligned} &(2m+1+(-1)^{m-1}) \left(R_1 \int_0^\tau t f(t) dt + R_{12}F(\tau) + (R_{11}\tau + R_{13})(1-F(\tau)) \right) \\ &+ (2m-1-(-1)^{m-1}) \left(\left(R_2 \int_0^\infty t_e g(t_e) dt_e + R_{21} \right) F(\tau) \right. \\ &\left. + \left(K_3 \int_0^\infty t_p h(t_p) dt_p + R_{31} \right) (1-F(\tau)) \right) \end{aligned} \right] \end{cases} \quad (10)$$

para valores de $m = 2, 3, 4, \dots$

De la misma manera se obtienen las ecuaciones para los retornos esperados acumulados partiendo de los estados correctivo y preventivo, $v_2(m)$ y $v_3(m)$ [12].

C. Determinación del intervalo óptimo de la tarea de mantenimiento preventivo

Una vez alcanzadas las expresiones explícitas para $v_1(m)$, $v_2(m)$ y $v_3(m)$, podemos proceder a optimizar el tiempo de funcionamiento establecido hasta la tarea de mantenimiento preventivo, τ . Para ello, vamos a utilizar el método directo de derivar la expresión de $v_1(m)$ con respecto a τ , igualando la derivada a cero y estudiando en qué condiciones hay una solución y calculándola cuando exista, Ec. 11.

$$\frac{dv_1(m)}{d\tau} = \frac{1}{4} \left[f(\tau) \left((2m+1+(-1)^{m-1})(R_{12}-R_{13}) + (2m-1-(-1)^{m-1})(R_2B+R_{21}-R_3C-R_{31}) \right) + (2m+1+(-1)^{m-1}) \frac{R_1}{4} (1-F(\tau)) \right] \quad (11)$$

Si en esta ecuación sustituimos la función de distribución de fallos $F(t)$ por la función de Weibull, con parámetro de forma α y de escala β , se obtiene la ecuación del intervalo óptimo para cualquier número de pasos m Ec. 12.

$$(\tau - \gamma)^{\alpha-1} = \frac{\beta^\alpha}{\alpha} \cdot \frac{-R_1}{R_{12}-R_{13} + \frac{2m-1+(-1)^{m-1}}{2m+1+(-1)^{m-1}}(R_2B+R_{21}-R_3C-R_{31})} \quad (12)$$

Esta fórmula matemática garantiza el óptimo intervalo preventivo, τ_0 , para cualquier número de pasos.

D. Cálculo del intervalo preventivo óptimo para el caso de estudio

Para aplicar la fórmula matemática al caso práctico de las tóricas del crossover, necesitamos conocer los datos del problema, los cuales se exponen en la tabla 1. Como se puede observar en la Fig. 3, el óptimo se obtiene

Tabla I
DATOS DEL CASO PRÁCTICO

Función distribución de Fallos			F. D. Tiempos reparación		F. D. Tiempos preventivo	
Weibull (α, β, γ)			Normal (μ_1, σ_1)		Normal (μ_2, σ_2)	
α	β	γ	μ_1	σ_1	μ_2	σ_2
2.36	1,317.47	0.00	8	*	7	*

Retornos operación			Retorno Correctivo		Retorno Preventivo	
R_1 (€/hora)	R_{12} (€)	R_{13} (€)	R_2 (€/hora)	R_{21} (€)	R_3 (€/hora)	R_{31} (€)
6.0	-4,320	-1	-95.0	-620	-82.0	-620

para las transiciones pares. Esto se debe a la construcción del modelo, ya que tras el periodo de operación llega una intervención de mantenimiento preventivo o correctivo, cerrándose el ciclo cada dos transiciones.

m	τ_0 (óptimo)	F(τ)
1	1.093,02	0,474624195
2	1.059,63	0,450209454
3	1.076,02	0,462203415
4	1.059,63	0,450209454
5	1.070,49	0,458158685
6	1.059,63	0,450209454
7	1.067,75	0,456153945
8	1.059,63	0,450209454
9	1.066,12	0,454956704
10	1.059,63	0,450209454



Fig. 3. Intervalo preventivo óptimo y probabilidad de fallo en función a las transiciones m

Cuando el ciclo no se cierra el óptimo se encuentra para valores superiores, pero esta diferencia va decreciendo a medida que el horizonte de planificación aumenta (mayores m).

III. CONCLUSIONES

En esta comunicación hemos presentado un nuevo método para obtener el valor del intervalo hasta el mantenimiento preventivo que hace máximo el retorno esperado acumulado en un horizonte finito de m pasos. Se ha considerado un proceso semi-markoviano formado por tres estados y se ha concretado con un caso real de un modo de fallo en el sistema de escape de gases de un motor diesel.

Se ha determinado el retorno esperado acumulado, demostrando que puede expresarse como la solución de un sistema de ecuaciones en diferencias. Para su resolución se ha utilizado la técnica de la transformada z .

Para maximizar este retorno esperado acumulado en m pasos $V(m)$, se ha utilizado el procedimiento directo de derivación con respecto al tiempo hasta el mantenimiento preventivo τ , igualando esta derivada a cero. El método ha sido implementado con datos reales, obteniéndose un resultado muy acorde al valor que ya se había propuesto, basándose en la experiencia.

Entre las ventajas de este método respecto a métodos anteriores podemos destacar:

- Permite el cálculo directo con una expresión analítica de los retornos esperados acumulados para m pasos.
- Obtiene de manera directa el valor del intervalo preventivo que maximiza el retorno esperado acumulado, sin necesidad del empleo de métodos numéricos como la programación dinámica que se usa habitualmente.
- Proporcionar el valor óptimo $\tau_0(m)$ para situaciones donde el ciclo de operación-reparación no se completa y otras situaciones de horizonte temporal finito.
- La fórmula puede incluirse en muchos algoritmos y resolver muchos problemas de mantenimiento, tanto de horizonte infinito como finito.
- Al proporcionar soluciones explícitas, este método permite comparar distintos escenarios, simplemente cambiando cualquier parámetro en la distribución de Weibull o valores de los retornos en cada estado. Esto simplifica las tareas de cálculo con respecto a otros modelos que tuvieran que resolverse numéricamente.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por la Agencia Estatal de Investigación de España, a través del proyecto: "Analítica de Datos con Internet Industrial de las Cosas y Tecnología Blockchain para establecer estrategias de Mantenimiento Inteligente (SMASHING)". Referencia RTI2018-094614-B-I00.

REFERENCIAS

- [1] Crespo-Marquez A, Sánchez-Heguedas A. Models for maintenance optimization: A study for repairable systems and finite time periods. *Reliab Eng Syst Saf* 2002;75:367-77. [https://doi.org/10.1016/S0951-8320\(01\)00131-4](https://doi.org/10.1016/S0951-8320(01)00131-4).
- [2] de Jonge B, Scarf PA. A review on maintenance optimization. *Eur J Oper Res* 2020;285:805-24. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.09.047>.
- [3] Nakagawa T, Mizutani S. A summary of maintenance policies for a finite interval. *Reliab Eng Syst Saf* 2009;94:89-96. <https://doi.org/10.1016/j.res.2007.04.004>.
- [4] Kumar G, Varghese JP. Optimum Preventive Maintenance Policy for a Mechanical System Using Semi-markov Method and Golden Section Technique. 2018 IEEE Int. Conf. Ind. Eng. Eng. Manag., Bangkok: 2018, p. 232-6. <https://doi.org/10.1109/IEEM.2018.8607343>.
- [5] Jay Lee, Wang H. New Technologies for Maintenance. En: Khariy A. H. Kobbacy; D. N. Prabhakar Murthy, editor. *Complex Syst. Maint. Handb.*, Springer; 2008, p. 49-78. https://doi.org/10.1007/978-1-84800-011-7_3.
- [6] Coria VH, Maximov S, Rivas-Dávalos F, Melchor CL, Guardado JL. Analytical method for optimization of maintenance policy based on available system failure data. *Reliab Eng Syst Saf* 2015;135:55-63. <https://doi.org/10.1016/j.res.2014.11.003>.
- [7] Hu J, Shen J, Shen L. Periodic preventive maintenance planning for systems working under a Markovian operating condition. *Comput Ind Eng* 2020;142:106291. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106291>.
- [8] Crespo Márquez A, Moreu de León P, Sánchez Herguedas A. Ingeniería de mantenimiento. Técnicas y métodos de aplicación a la fase operativa de los equipos. Madrid: Ed. Aenor; 2004.
- [9] EN 13306. Maintenance. Maintenance terminology 2017.
- [10] Sgarbossa F, Zennaro I, Florian E, Persona A. Impacts of weibull parameters estimation on preventive maintenance cost. *IFAC-PapersOnLine* 2018;51:508-13. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.08.369>.
- [11] Sánchez-Herguedas A, Mena-Nieto A, Rodrigo-Muñoz F. A new analytical method to optimise the preventive maintenance interval by using a semi-Markov process and z-transform with an application to marine diesel engines. *Reliab Eng Syst Saf* 2021;207:1-15. <https://doi.org/10.1016/j.res.2020.107394>.
- [12] Sánchez Herguedas A, Crespo Márquez A, Rodrigo Muñoz F. Optimizing preventive maintenance over a finite planning horizon in a semi-Markov framework. *IMA J Manag Math* 2022;33:75-99. <https://doi.org/10.1093/imaman/dpaa026>.