

$$\begin{aligned}
 \therefore \int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^n} &= \frac{1}{a^2} \frac{x}{(2n-2)(a^2 + x^2)^{n-1}} \\
 &- \frac{1}{a^2 \cdot (2n-2)} \int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{n-1}} + \frac{1}{a^2} \int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{n-1}} \\
 &= \frac{1}{a^2} \frac{x}{(2n-2)(a^2 + x^2)^{n-1}} + \frac{2n-3}{a^2(2n-2)} \int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{n-1}}.
 \end{aligned}$$

Also for $\int \frac{x^m dx}{(a^2 + x^2)^n} = \int x^{m-1} dx \frac{x}{(a^2 + x^2)^n}$. We have,

if $p = x^{m-1}$, $dq = x(a^2 + x^2)^{-n} dx$:

$$\begin{aligned}
 &\int \frac{x^m dx}{(a^2 + x^2)^n} \\
 &= \frac{1}{2-2n} \frac{x^{m-1}}{(a^2 + x^2)^{n-1}} + \frac{m-1}{m-2} \int \frac{x^{m-2} dx}{(a^2 + x^2)^{n-1}}
 \end{aligned}$$

$$du = (a^2 - x^2)^{\frac{n}{2}} dx$$

$$(a^2 - x^2)^{\frac{n}{2}} = a^2 (a^2 - x^2)^{\frac{n-2}{2}} - x^2 (a^2 - x^2)^{\frac{n-2}{2}};$$

$$\therefore u = a^2 \int (a^2 - x^2)^{\frac{n-2}{2}} dx - \int x \cdot x (a^2 - x^2)^{\frac{n-2}{2}} dx$$

$$= a^2 \int (a^2 - x^2)^{\frac{n-2}{2}} dx + \frac{x(a^2 - x^2)^{\frac{n}{2}}}{n} - \frac{u}{n};$$

$$\therefore u = \frac{x(a^2 - x^2)^{\frac{n}{2}}}{n+1} + \frac{na^2}{n+1} \int (a^2 - x^2)^{\frac{n-2}{2}} dx.$$