

Transformée de Hough

Recherche de formes particulières

Plan de la présentation

- Problématique
- Historique
- Notions
 - Rappel : *espace image*
 - Rappel : *représentation polaire*
- Transformée de Hough
 - Accumulateur
- Détection de droites dans une image
 - Démonstrations
- Détection de cercles
- Exemples d'applications
- Conclusion

Problématique

MÉTHODES STRUCTURELLES

utilisation **d'informations a priori** sur la structure du contour

- Modèles **rigides** —> corrélation, mise en correspondance
- Modèles **paramétriques** —> transformée de Hough
- Modèles **élastiques** —> contours actifs
- Modèles **stochastiques** —> méthodes markoviennes

Problématique

- Reconnaissance de formes particulières
 - identifier ces formes élémentaires
 1. - suivre les contours
 - mise en évidence de critères plus ou moins complexes afin de remonter jusqu'aux formes recherchées.
 2. - existence de formes particulières telle qu'une droite, un cercle ou une ellipse.
 3. ...
- Transformée de Hough

Historique

- Transformée de Hough
 - développée par Paul Hough en 1962
 - brevetée par IBM

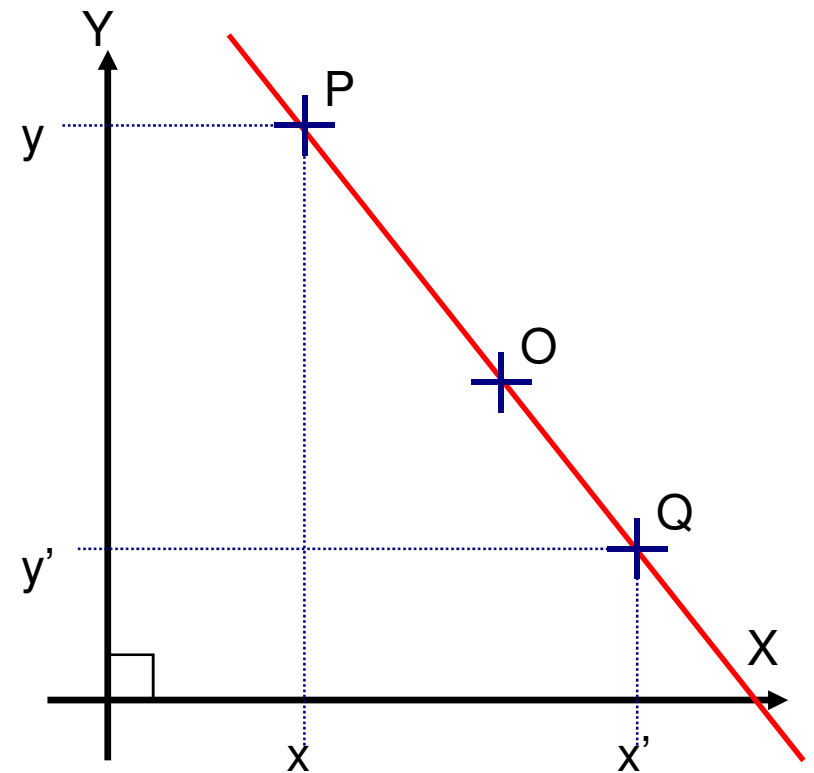
- Principe

On transforme l'image dans l'espace des paramètres et on identifie la courbe dans cet espace.

- Dans les dernières décennies
 - un outils standard → vision artificielle
 - Utilisé pour détection :
 - de droites
 - de cercles
 - d'ellipses
 - ...

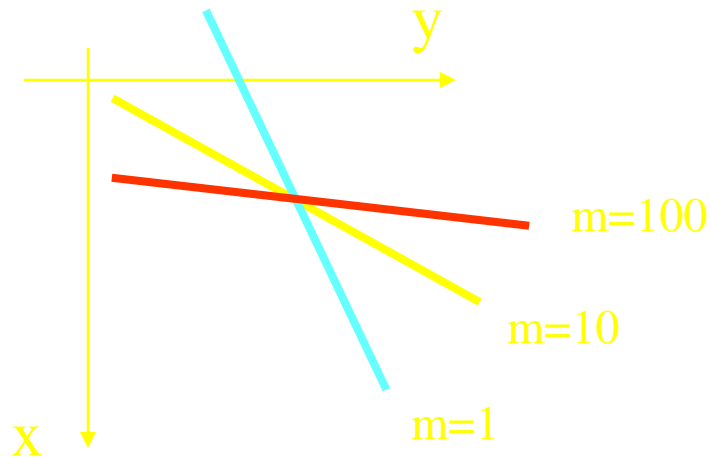
Rappel : *espace image*

- 1 infinité de droites cartésiennes passant par P
- Droite d'équation $y = m.x + c$
→ paramètres (m,c)
- Unicité de la droite passant par les points P & Q
- Déséquilibre possible introduit par un 3^{ème} point

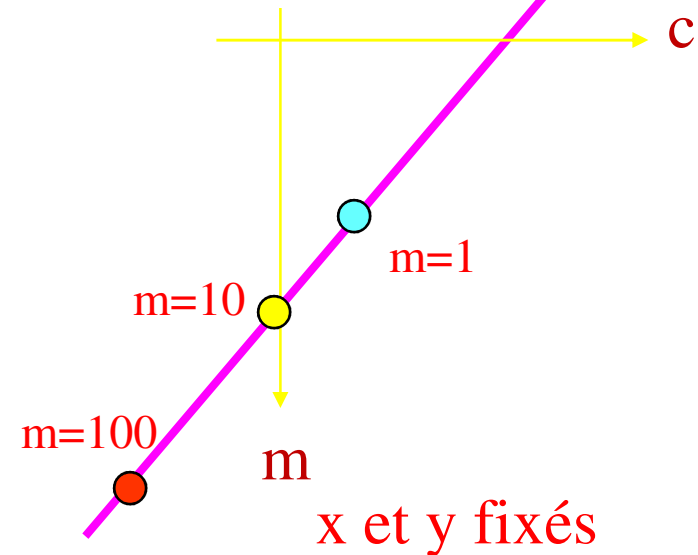


Transformée de Hough (avec la pente et l'ordonnée à l'origine)

$$y = mx + c$$

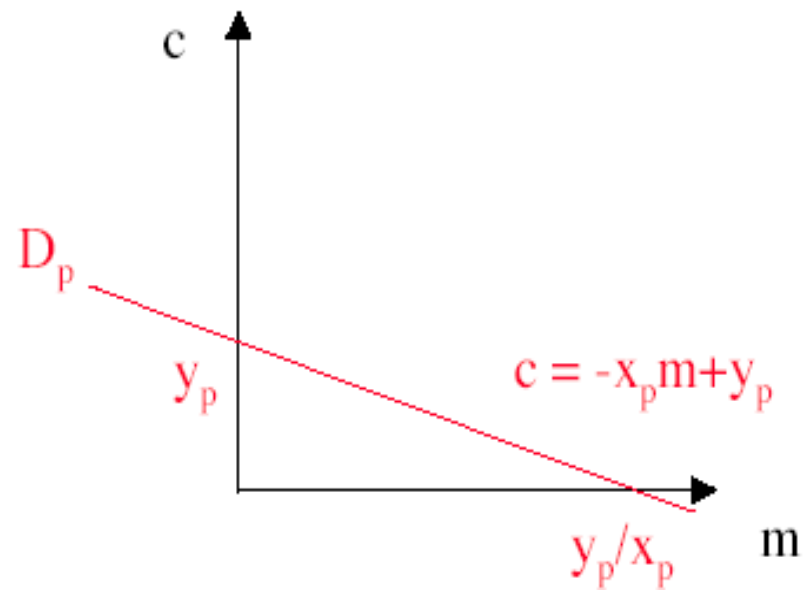
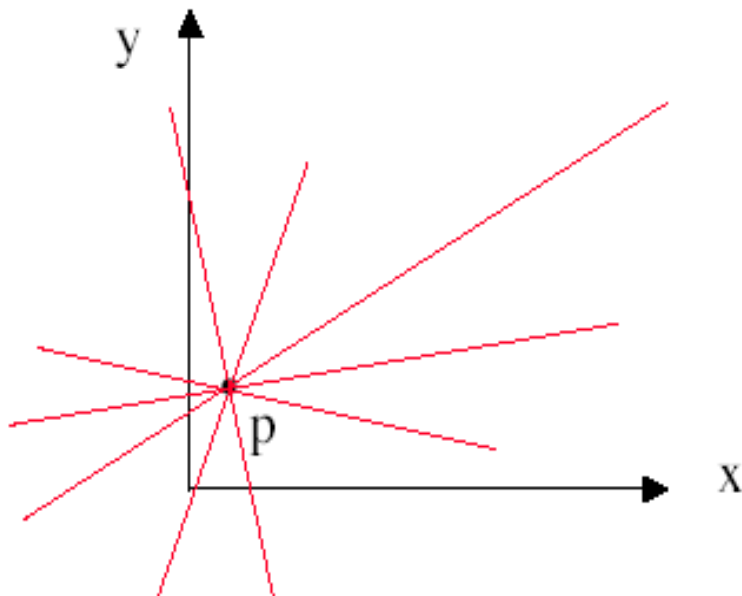


$$c = -xm + y$$



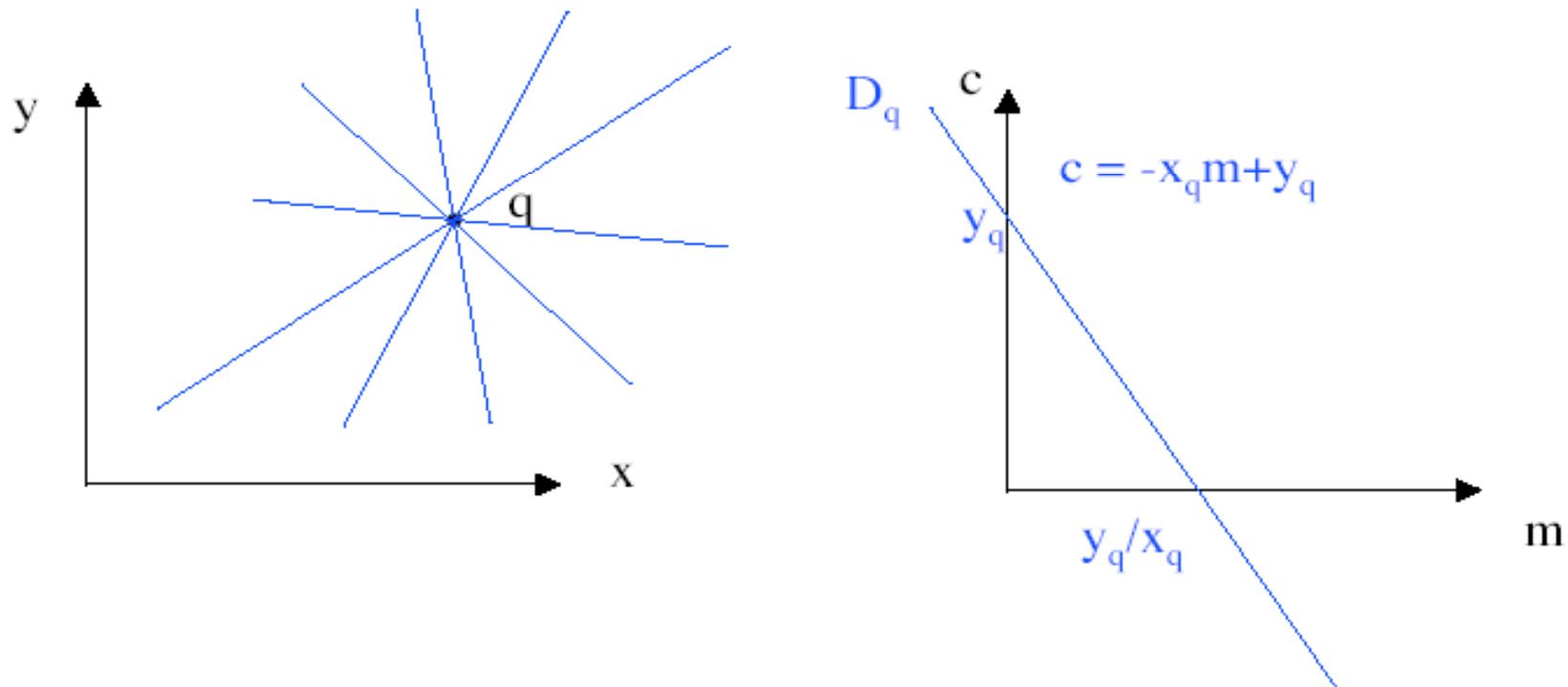
Transformée de Hough (avec la pente et l'ordonnée à l'origine)

Pour chaque point p , toutes les droites passant par ce point correspondent à une seule droite D_p dans l'espace (m, c)



Transformée de Hough (avec la pente et l'ordonnée à l'origine)

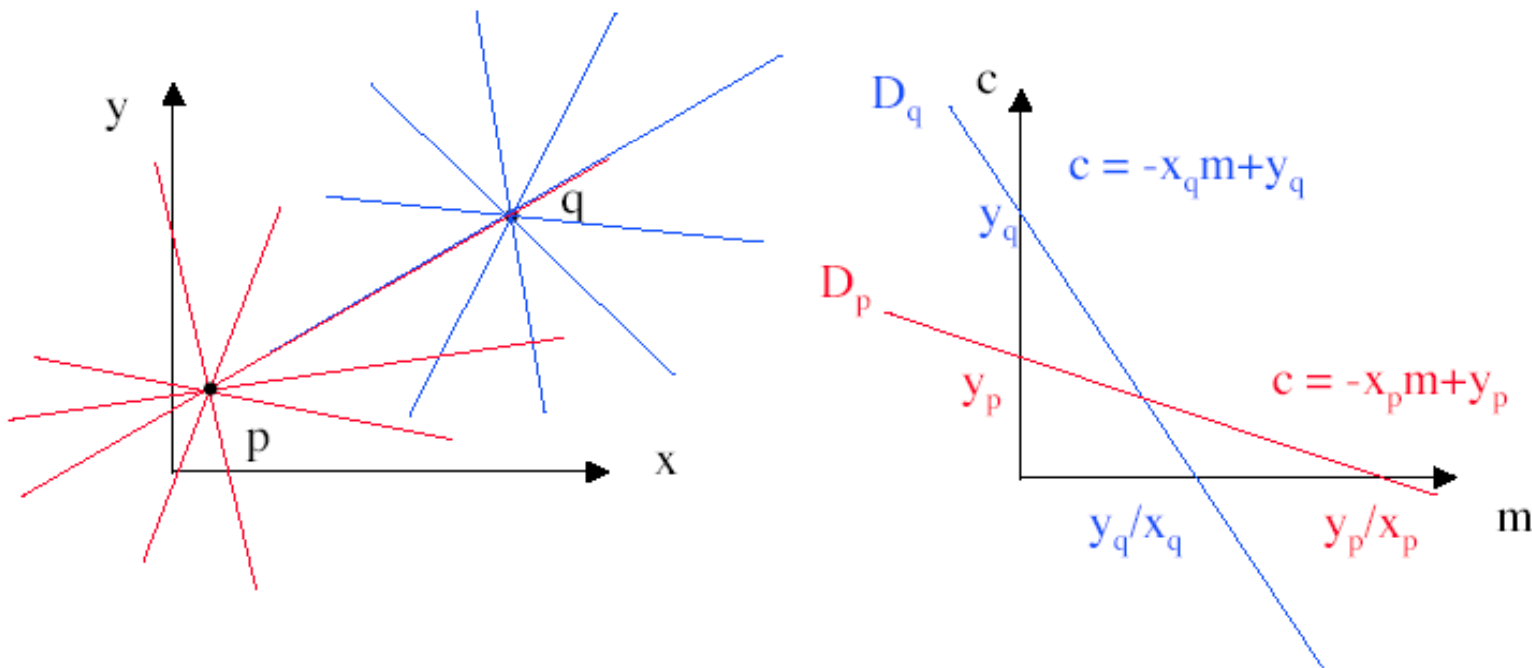
Pour chaque point q , toutes les droites passant par ce point correspondent à une seule droite D_q dans l'espace (m,c)



Transformée de Hough (avec la pente et l'ordonnée à l'origine)

Ces deux faisceaux de droites dans l'espace (x, y) ont en commun la droite qui relie les points p et q .

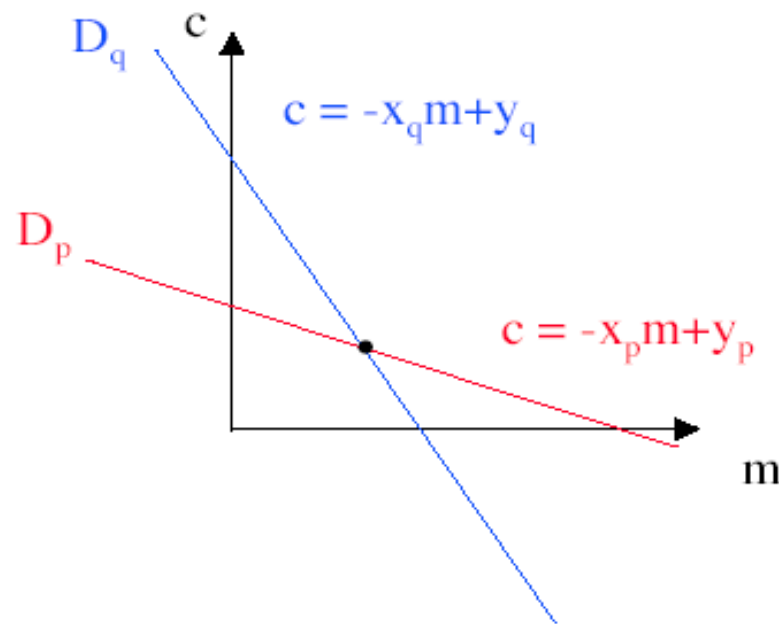
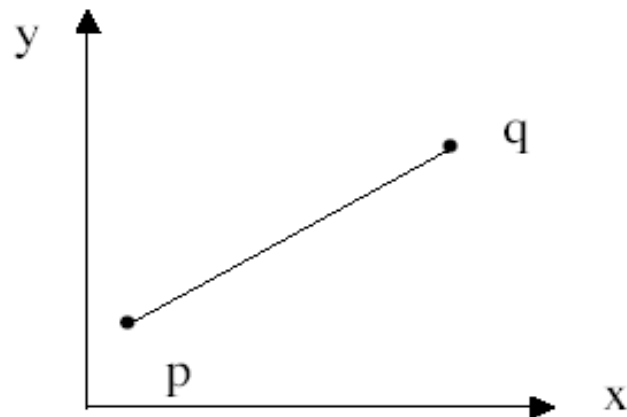
A cette droite (p, q) correspond l'intersection des 2 droites D_p et D_q représentant p et q dans l'espace (m, c)



Transformée de Hough (avec la pente et l'ordonnée à l'origine)

Ces deux faisceaux de droites dans l'espace (x, y) ont en commun la droite qui relie les points p et q .

À cette droite (p, q) correspond l'intersection des 2 droites D_p et D_q représentant p et q dans l'espace (m, c)

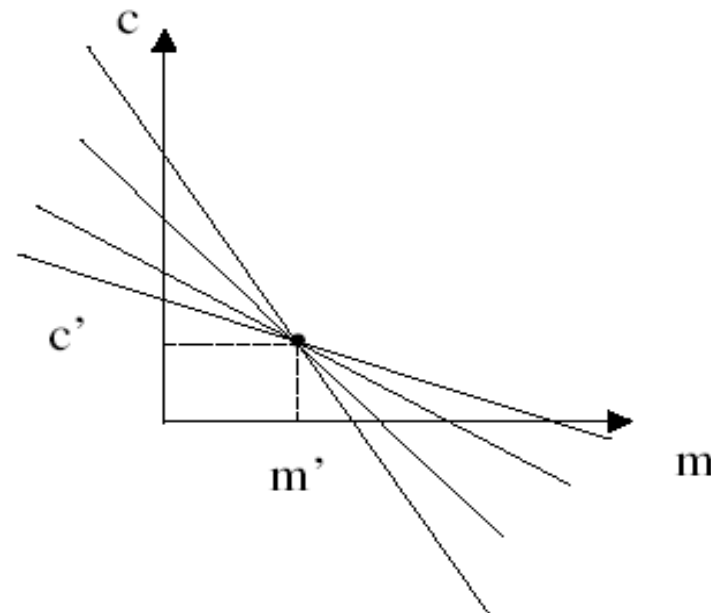
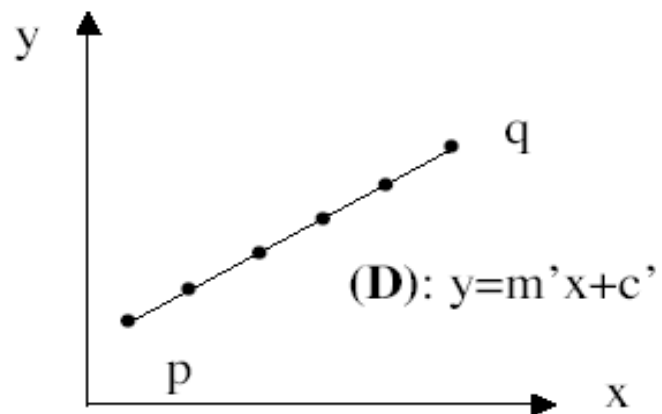


Transformée de Hough (avec la pente et l'ordonnée à l'origine)

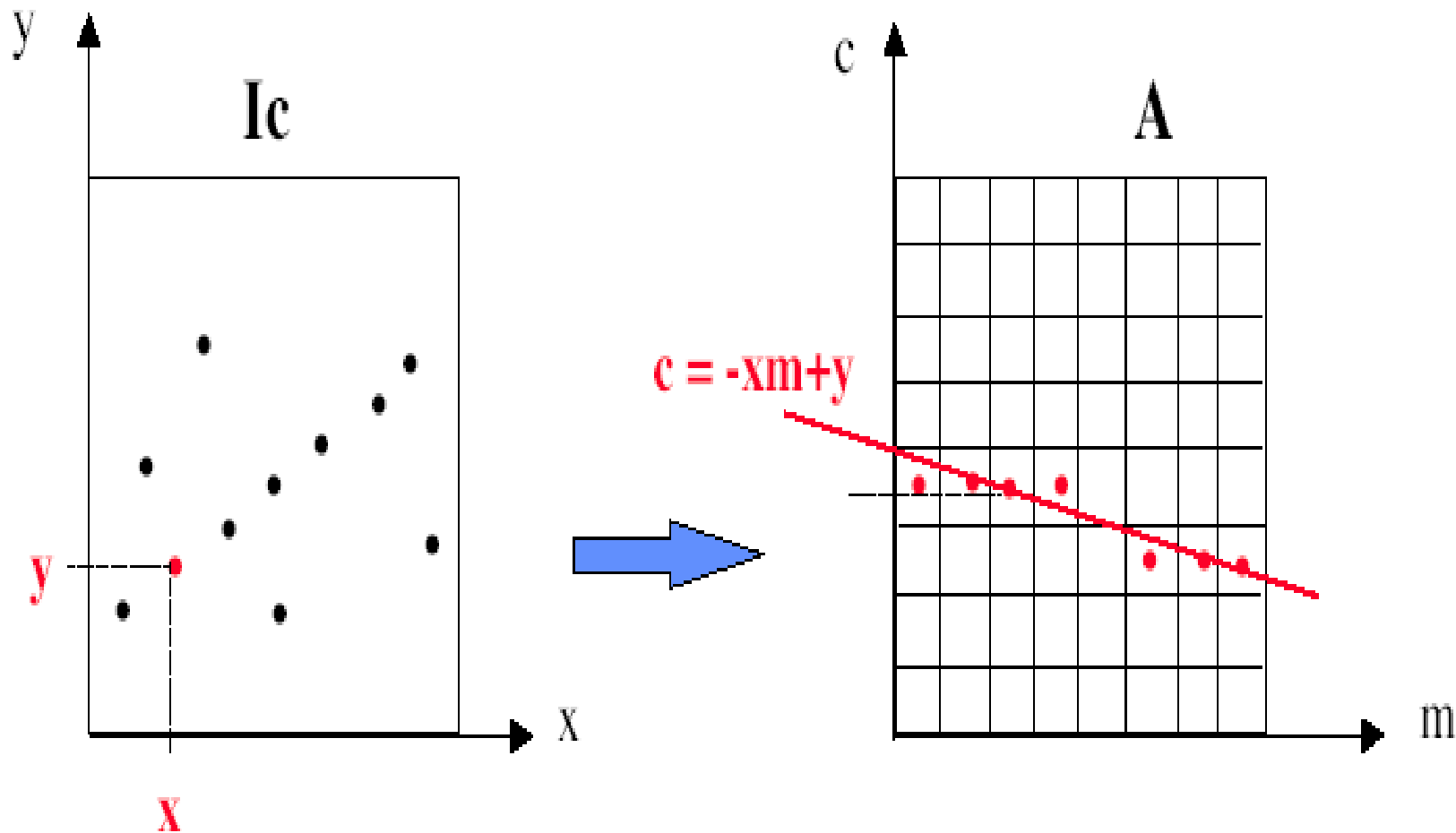
Tous les points situés sur la même droite D dans l'espace (x,y) sont représentés par des droites qui passent toutes par le même point dans l'espace (m,c).

Ce point (m', c') donne les paramètres recherchés de l'équation de la droite D :

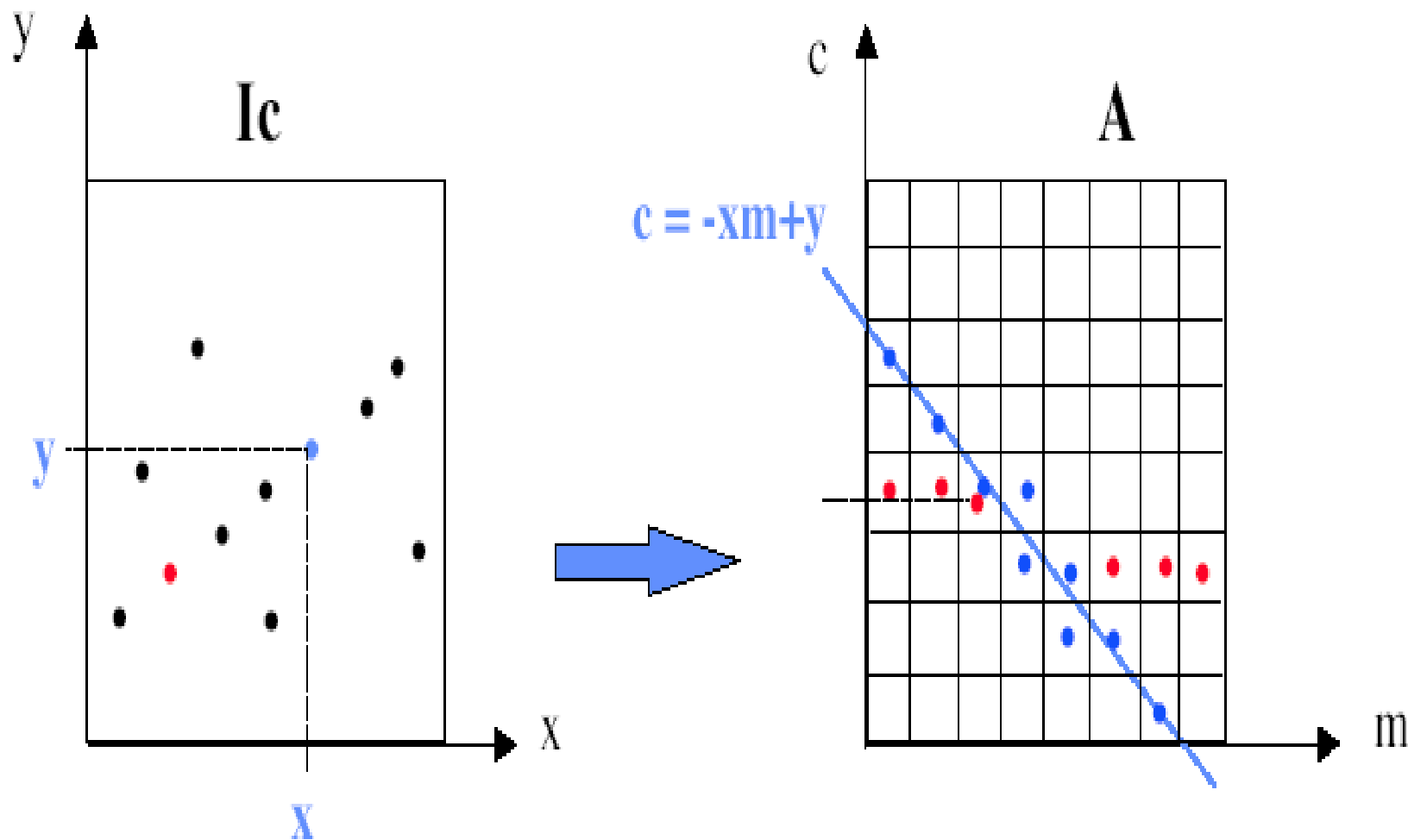
$$y = m'x + c'$$



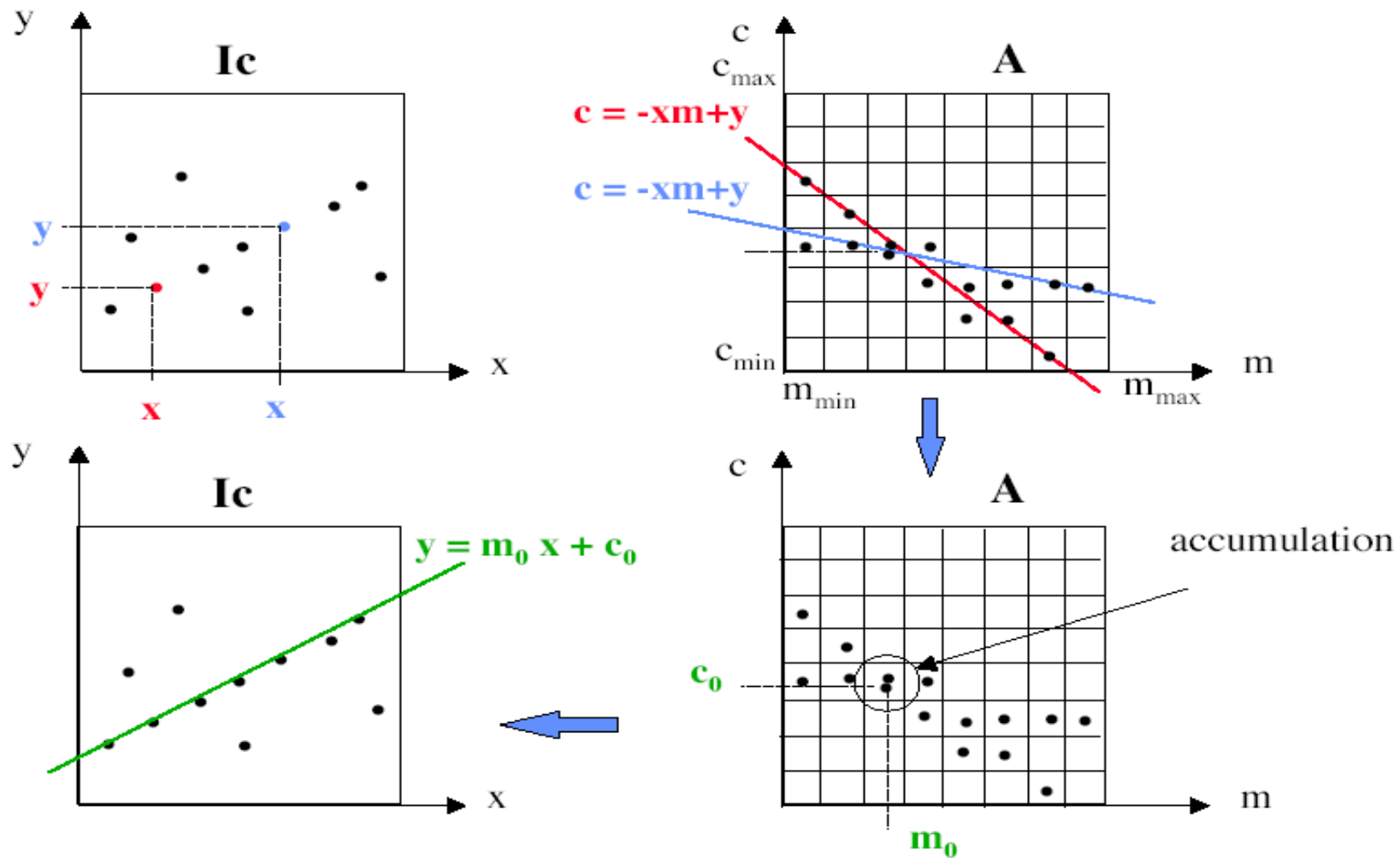
Transformée de Hough (avec la pente et l'ordonnée à l'origine: Algorithme)



Transformée de Hough (avec la pente et l'ordonnée à l'origine :Algorithme)



Transformée de Hough (avec la pente et l'ordonnée à l'origine: Algorithme)



Transformée de Hough (avec la pente et l'ordonnée à l'origine: Algorithme)

Algorithme

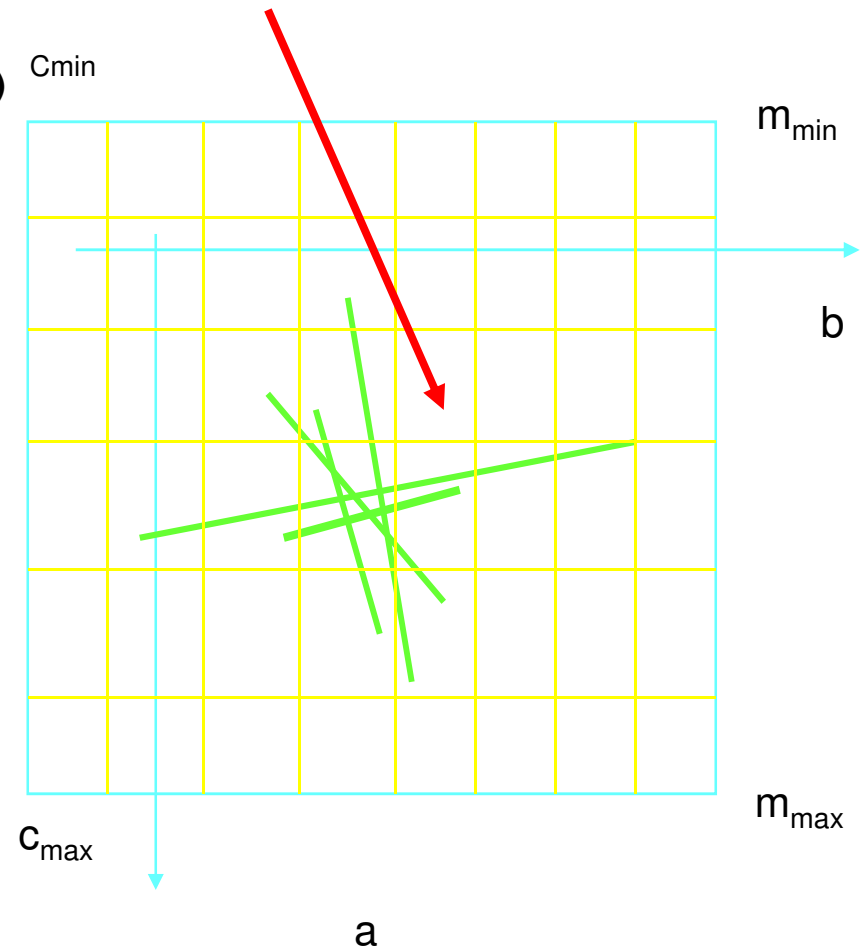
(On traite une image binaire I_c , résultant par exemple d'une détection de contours)

- Partitionner l'espace (m,c) sous forme d'un tableau A à 2 dimensions.
- Initialiser le tableau A à 0
- Pour chaque pixel (x',y') correspondant à un point contour dans l'image I_c , incrémenter toutes les entrées (m,c) de A satisfaisant $c = -x'm + y'$
- Les valeurs élevées de A , par exemple en (m_0, c_0) correspondent à l'équation d'une droite $y = m_0 x + c_0$ pour laquelle beaucoup de pixels de l'image I_c ont voté.

Algorithme

- 1) Quadrillage de l'espace (a, b)
- 2) Pour chaque case $A(u, v) = 0$
- 3) Pour chaque point image
 - a) Choisir $m \in [m_{\min}, m_{\max}]$
 - b) Calculer $c = -xm + y$
 - c) Calculer la case (u, v)
 - d) $A(u, v) = A(u, v) + 1$
- 4) Pour toute case (u, v) , si $A(u, v) > \text{seuil}$, cette case représente une droite

case $(u, v) \Rightarrow$ accumulateur



Transformée de Hough

(avec la pente et l'ordonnée à l'origine: réalisation)

Inconvénients de l'approche présentée :

1- fournit l'équation d'une droite infinie au lieu d'un segment de droite

2- problème de discrétisation de l'espace (m, c) :

dimensions de $A(m_{\min} : m_{\max}, c_{\min} : c_{\max})$

Si la droite cherchée est verticale $\Rightarrow m \rightarrow \infty$

1 \Rightarrow traitement supplémentaire : parcourir la droite et déterminer le premier et le dernier point effectivement présents

2 \Rightarrow utiliser une autre représentation d'une droite

Rappel : *espace polaire*

- Coordonnées polaires

$$\varphi = x.\cos(\theta) + y.\sin(\theta) \quad (1)$$

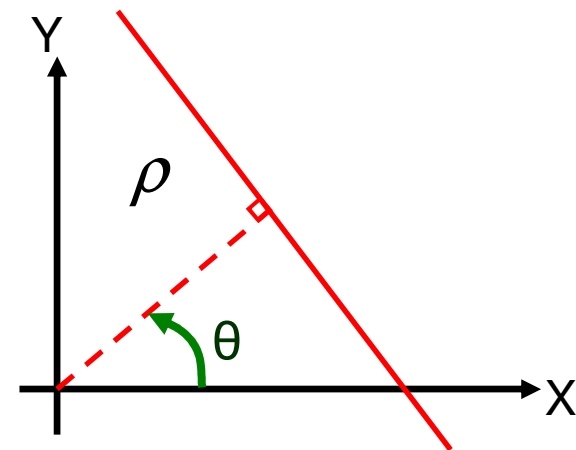
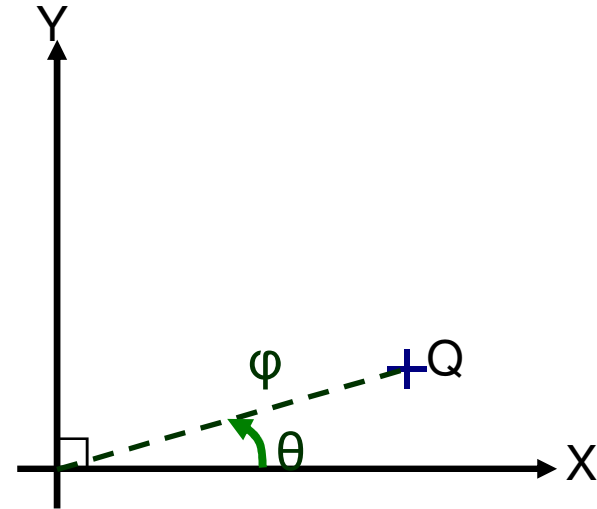
Relation liant φ et θ

→ paramètre (φ, θ)

- Paramètres polaires

$$\rho = \frac{|x_i y_j - x_j y_i|}{\sqrt{(y_j - y_i)^2 + (x_j - x_i)^2}}$$

$$\theta = -\arctan \frac{(x_i - x_j)}{(y_j - x_i)}$$



Transformée de Hough (avec la normale et l'angle)

- Forme normale de la droite

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$

- L'espace paramétré est borné par:

$$\rho \in [-(H^2+L^2)^{1/2}, (H^2+L^2)^{1/2}]$$

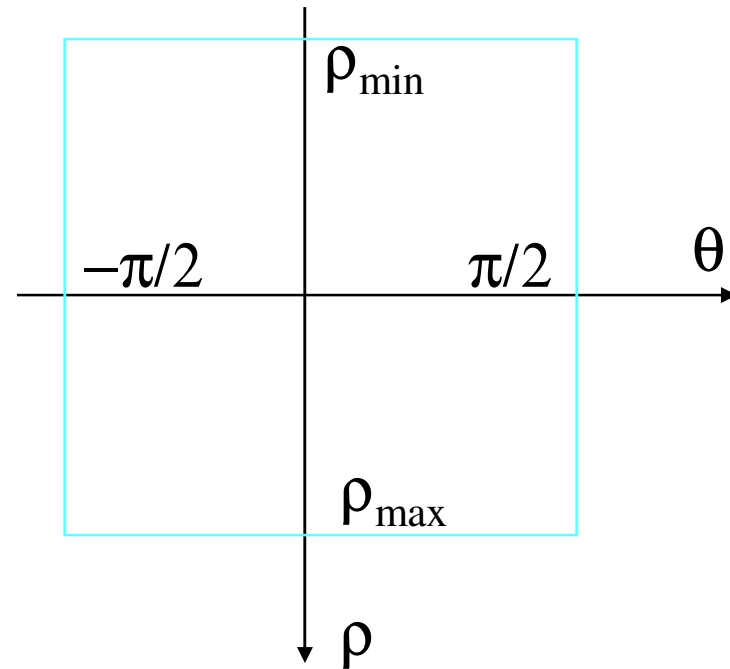
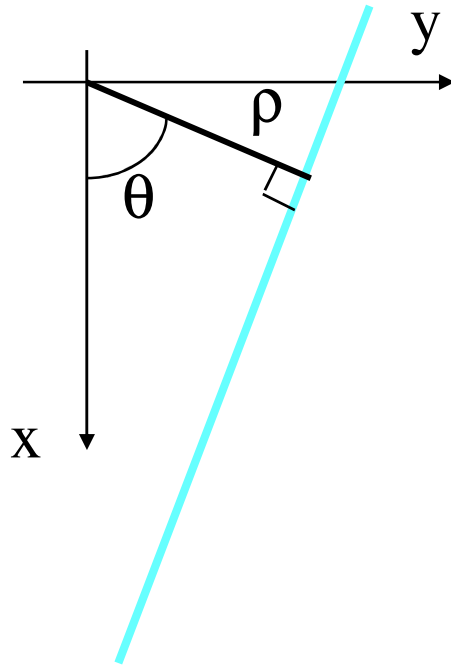
H: Hauteur de l'image

L: Largeur de l'image

$$\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$$

Transformée de Hough

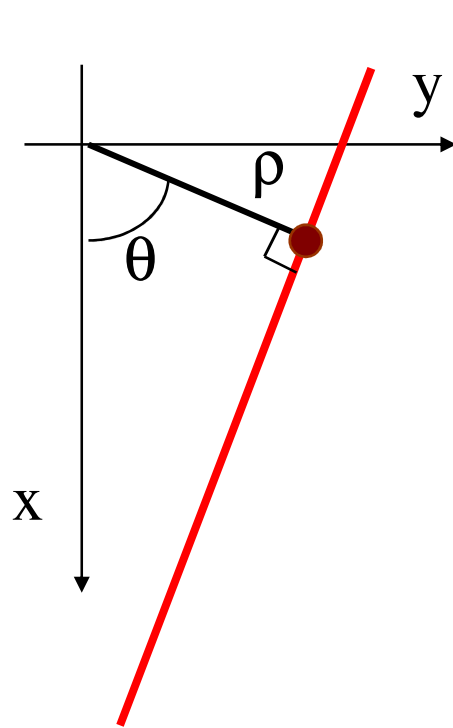
$$y = ax + b \quad \longrightarrow \quad x \cos(\theta) + y \sin(\theta) = \rho$$



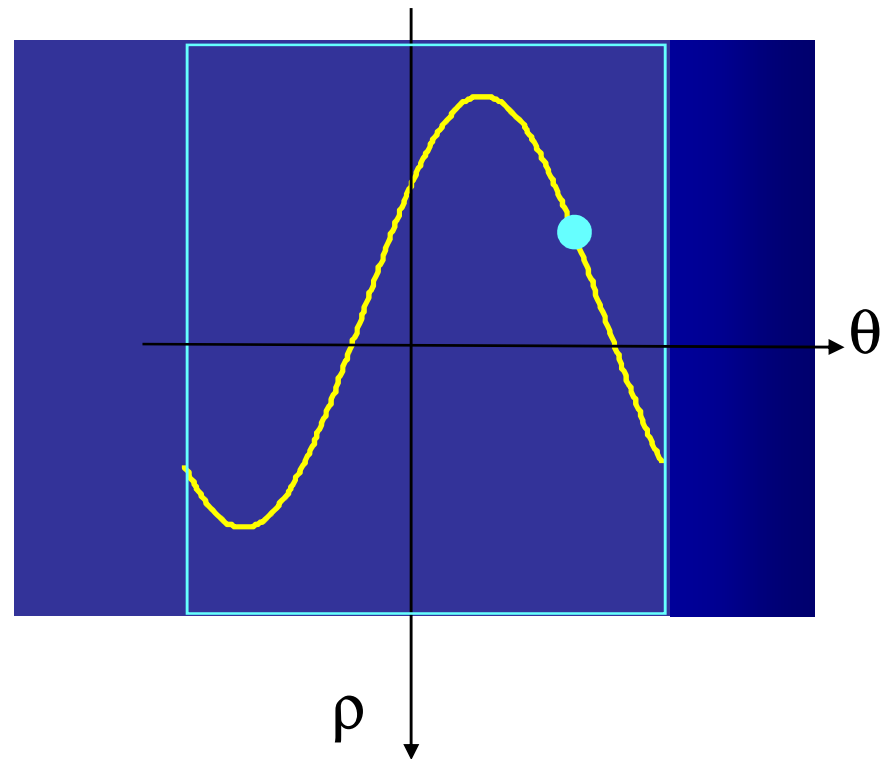
Espace des paramètres

Transformée de Hough

$$x \cos(\theta) + y \sin(\theta) = \rho$$



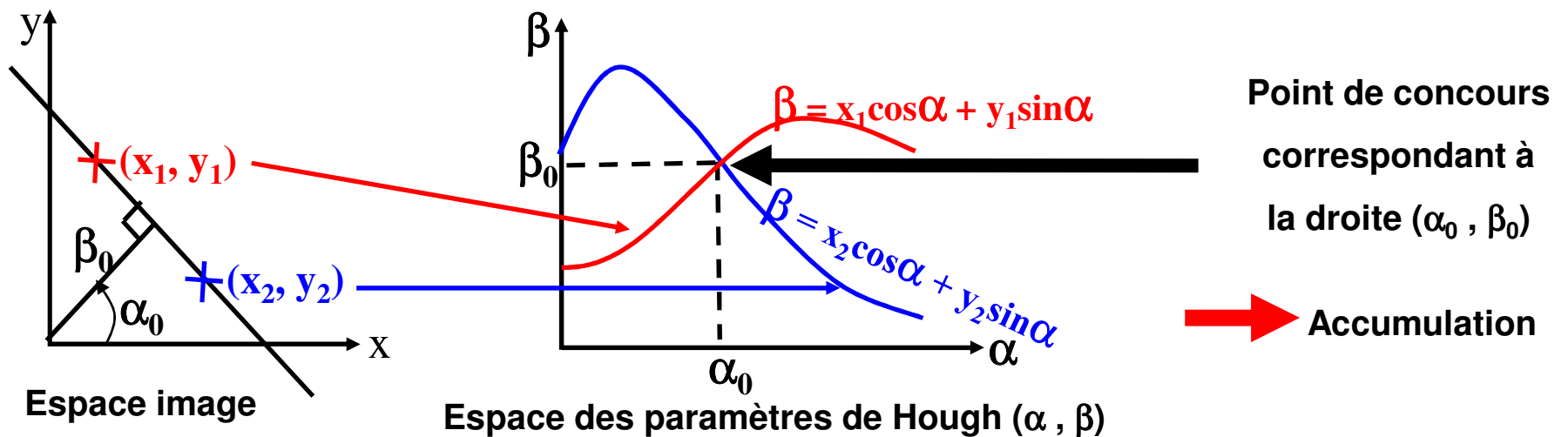
Espace image



Espace des paramètres

Transformée de HOUGH droite

- Une droite en coordonnées polaires est paramétrée par (α, β)
 - α angle à la normale
 - β distance à l'origine
- Dans l'espace des paramètres de Hough (α, β) , chaque point de la droite (x, y) de l'espace image est transformé en une sinusoïde $\beta = x \cos \alpha + y \sin \alpha$



Transformée de Hough

- Principe d'accumulation d'évidence
 - Recoupement d'un large ensemble de sources d'information (*ici, les pixels*)
 - *Accumulateur* $A(\varphi, \theta)$: matrice où chaque élément (φ, θ) est un compteur incrémenté par les sources d'informations
- Correspondance
 - un pixel du plan (notre image)
 - un point de l'espace des paramètres
- Rechercher
 - les pics de cet espace des paramètres
- Seconde transformation

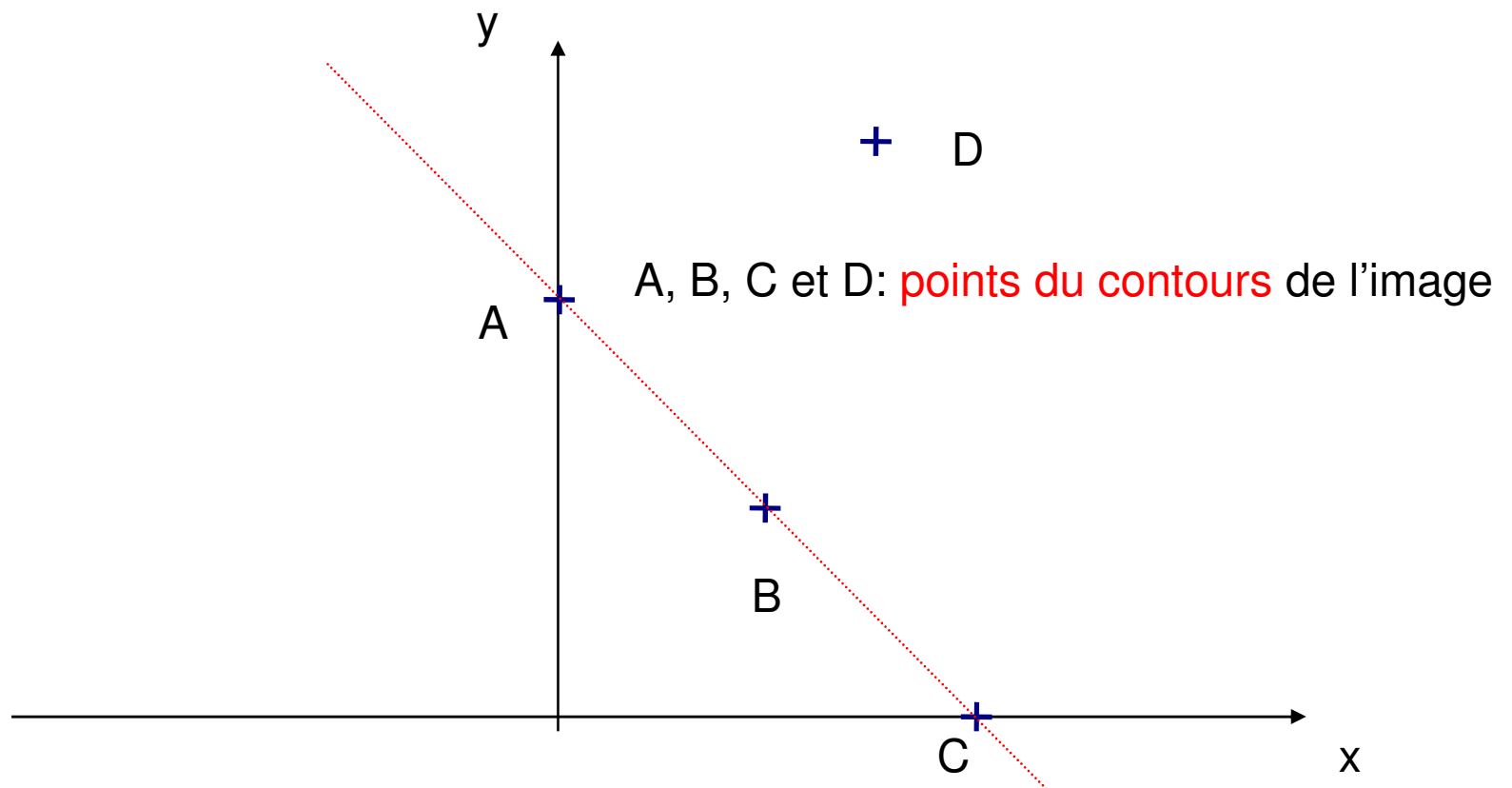
Accumulateur (théorie)

- Un élément de A est un compteur correspondant à une droite unique définie par (ρ, θ) .
- Algorithme de calcul de A :
 - $A \leftarrow 0$
 - pour tout couple de pixel appartenant au contour:
 - Calculer les coordonnées de la droite passant par les deux pixels, (ρ, θ)
 - Convertir les paramètres continus en indice: $A(\tilde{\rho}, \tilde{\theta}) \leftarrow (\frac{\rho}{\Delta\rho}, \frac{\theta}{\Delta\theta})$
 - Mise à jour de l'accumulateur: $A(\tilde{\rho}, \tilde{\theta}) \leftarrow A(\tilde{\rho}, \tilde{\theta}) + 1$
 - fin pour

Calcul de l'accumulateur (exemple)

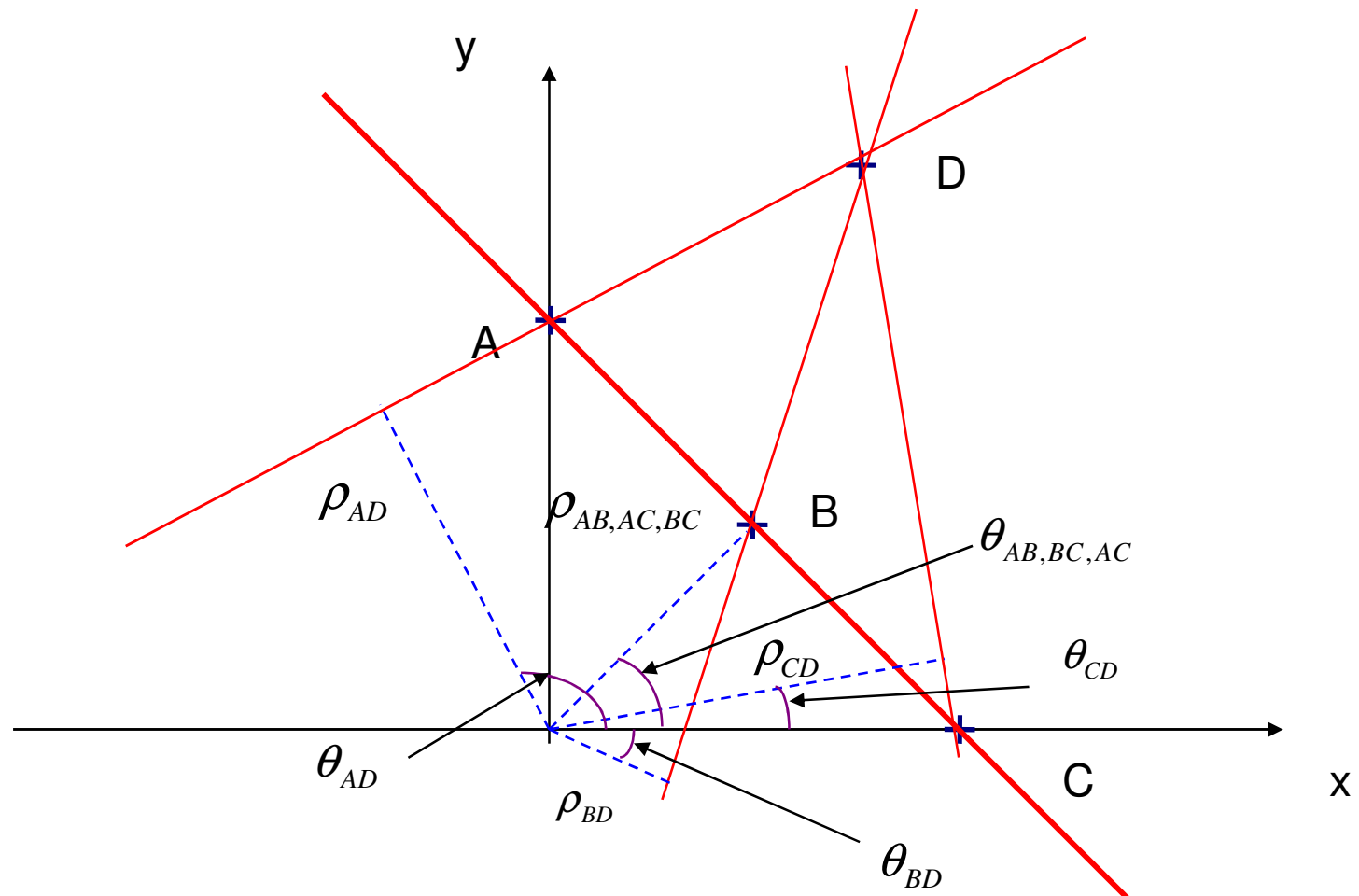
But de l'algorithme: détecter la droite formée par A, B et C

Etape 1: extraire les contours de l'image



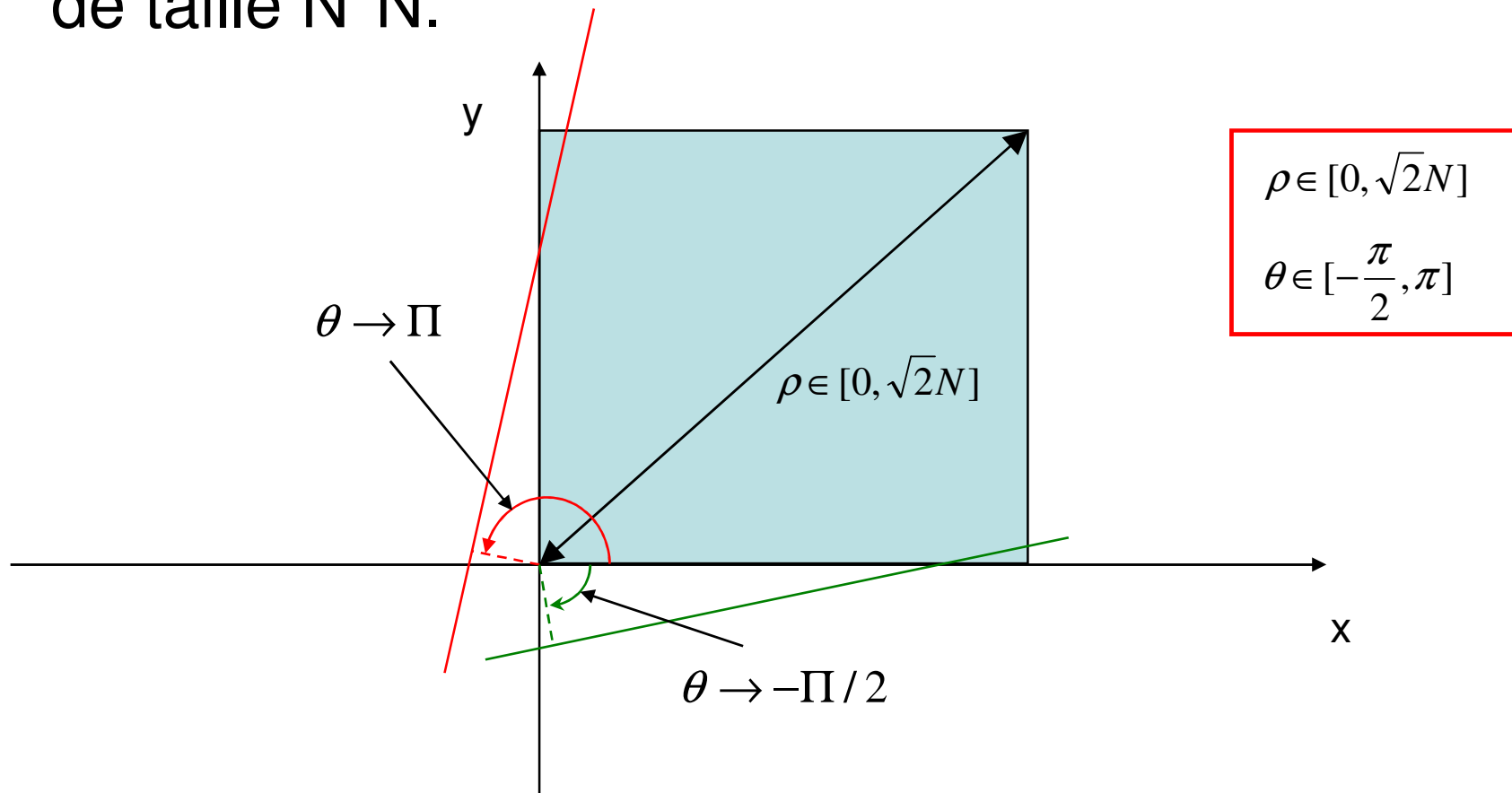
Calcul de l'accumulateur (exemple)

Etape 2: former toutes les droites possibles (6 possibilités)



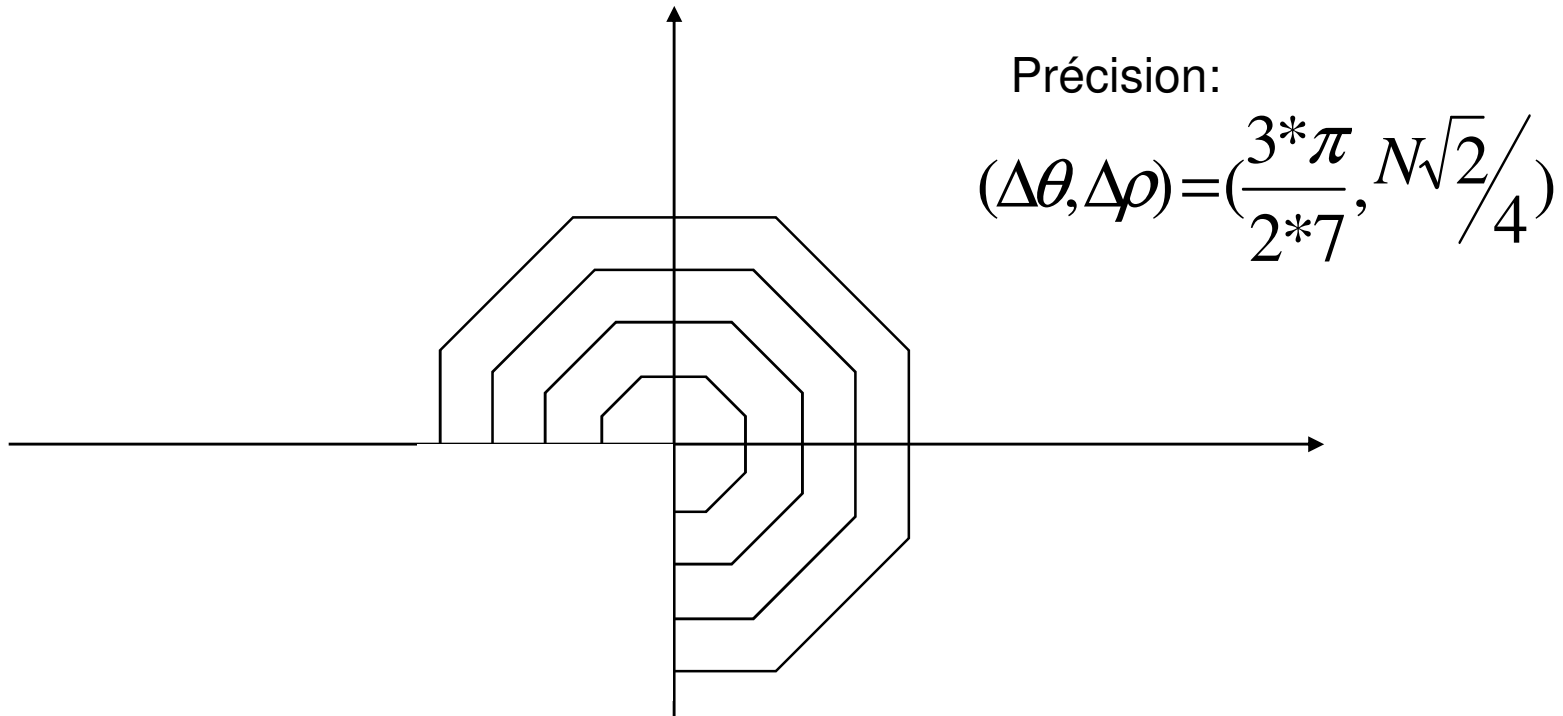
Calcul de l'accumulateur (exemple)

- Domaines de variation de ρ et θ pour une image de taille $N \times N$.



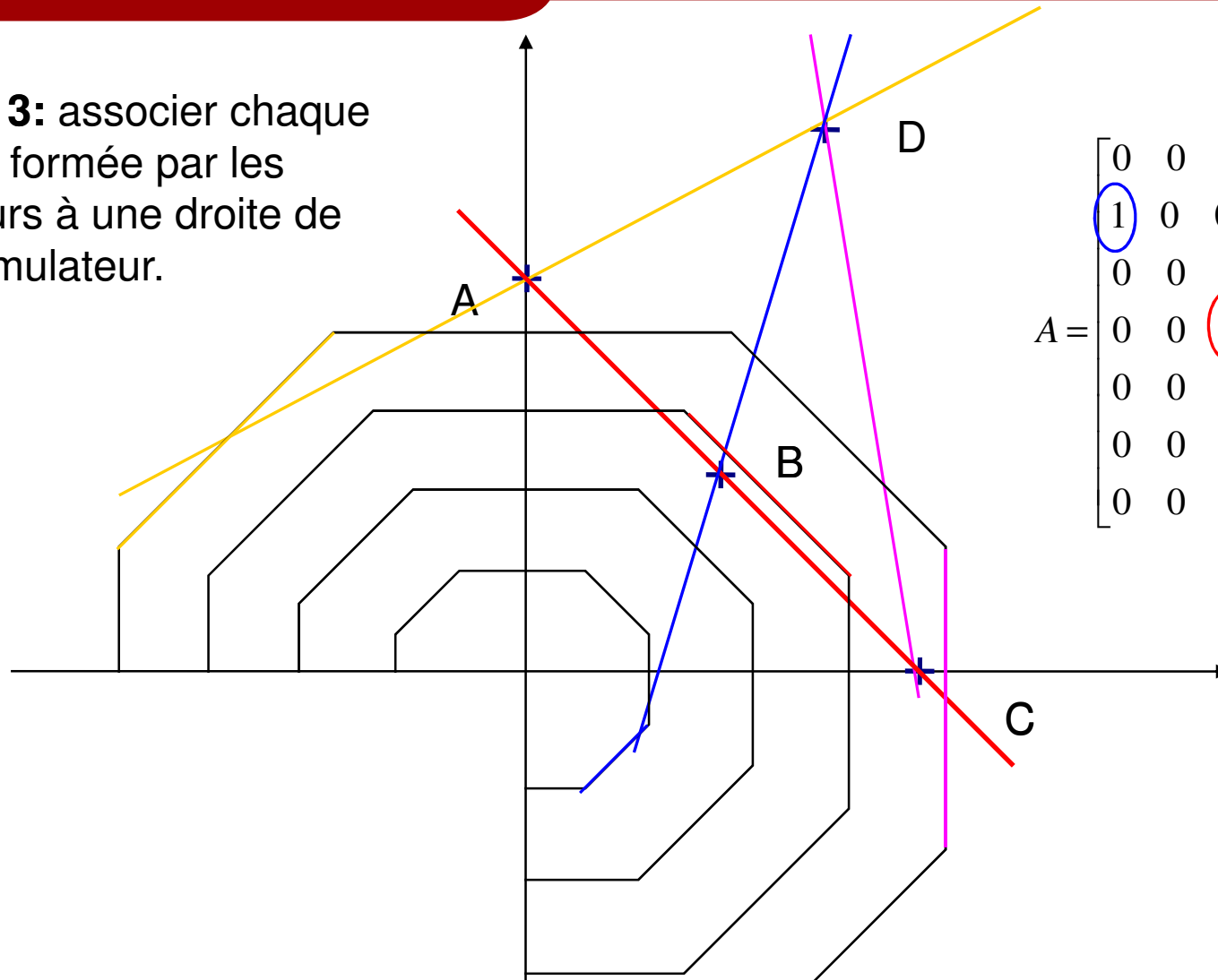
Calcul de l'accumulateur (exemple)

Un élément de A est un compteur correspondant à une droite unique définie par (ρ, θ) . On choisit A de taille $7*4$.



Calcul de l'accumulateur (exemple)

Etape 3: associer chaque droite formée par les contours à une droite de l'accumulateur.



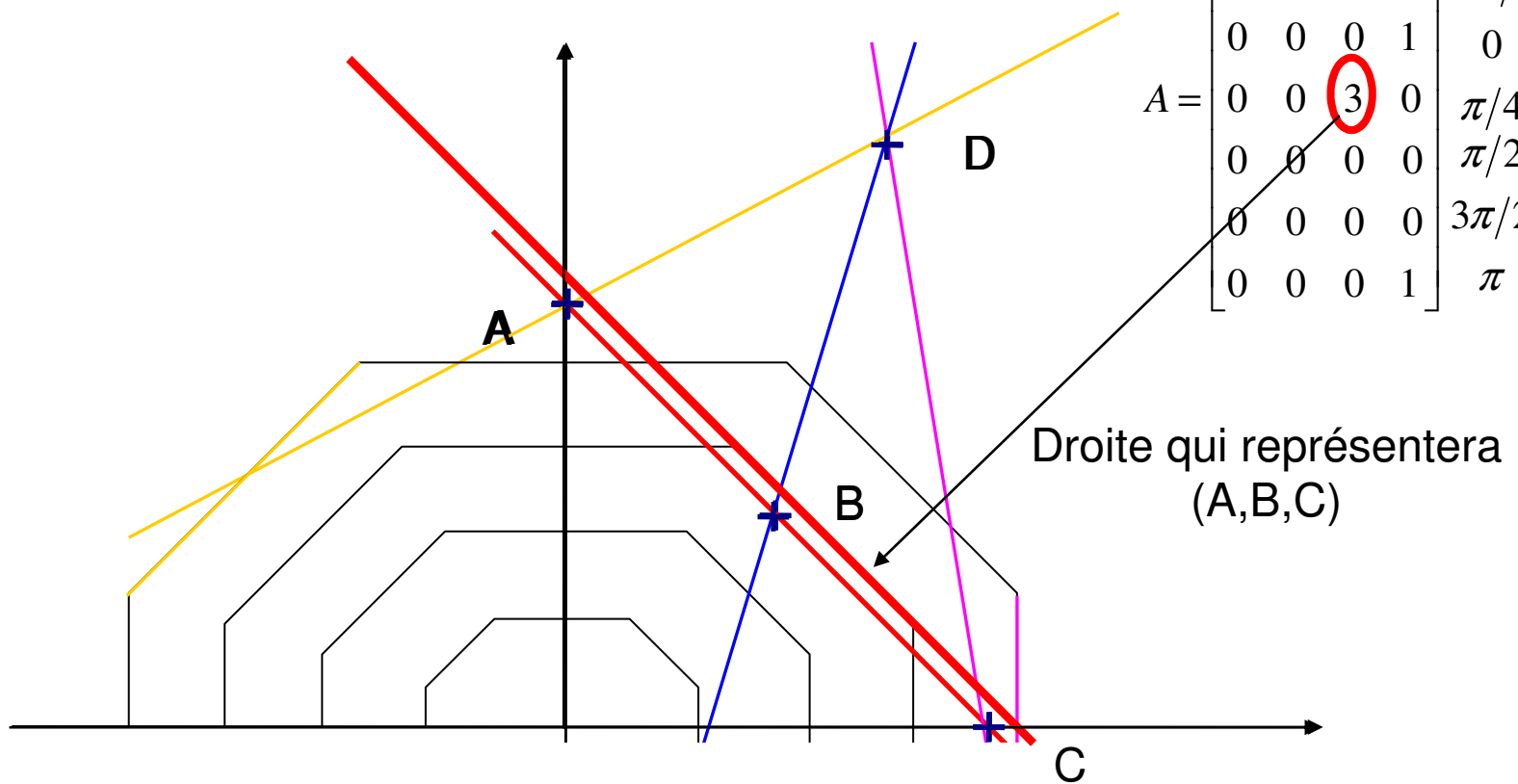
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \textcircled{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} \\ 0 & 0 & \textcircled{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \textcircled{1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} -\pi/2 \\ -\pi/4 \\ 0 \\ \pi/4 \\ \pi/2 \\ 3\pi/2 \\ \pi \end{matrix}$$

Calcul de l'accumulateur (exemple)

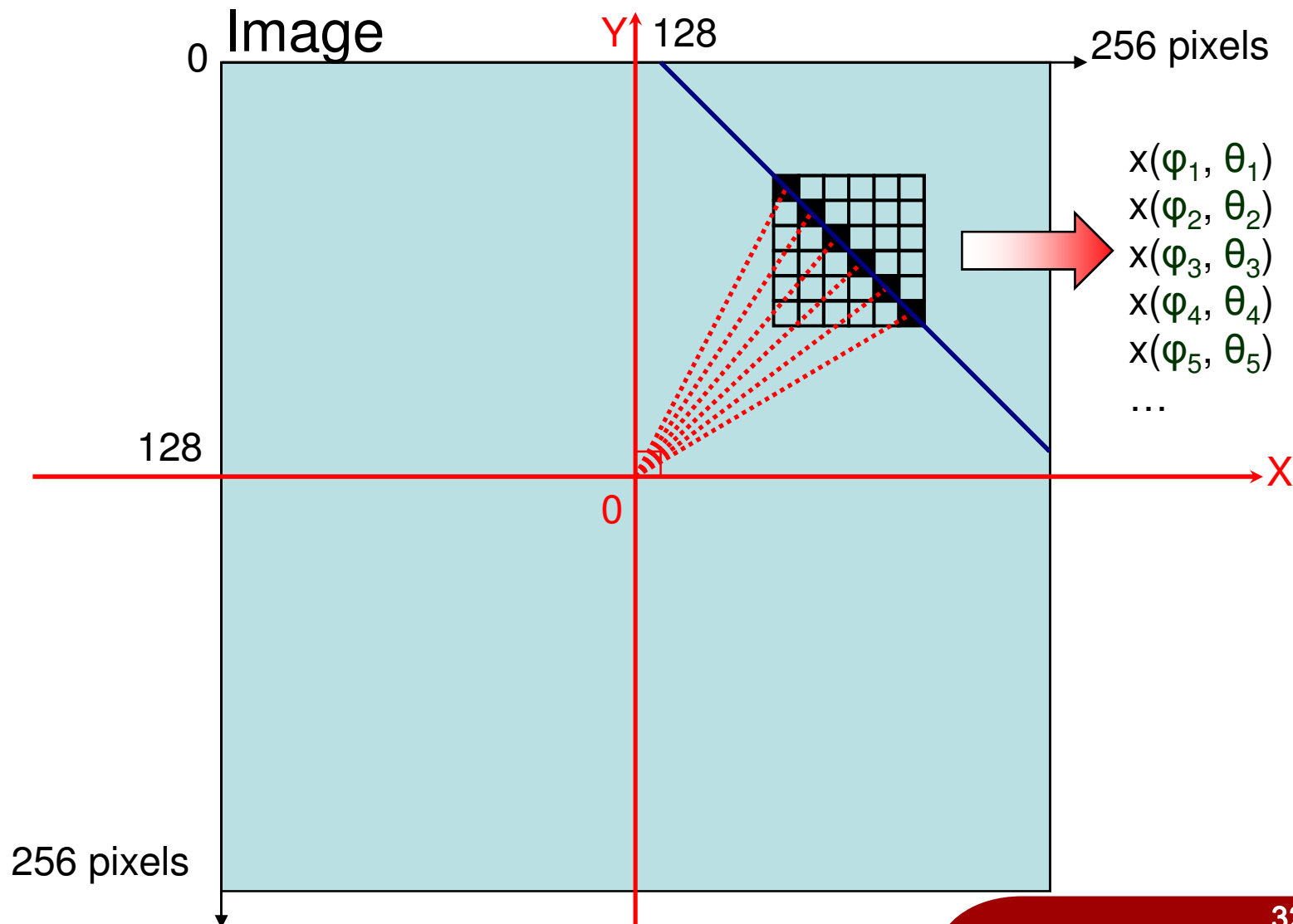
Etape 4: détection des maxima locaux dans l'accumulateur

➤ On en déduit les formes (droites) représentatives

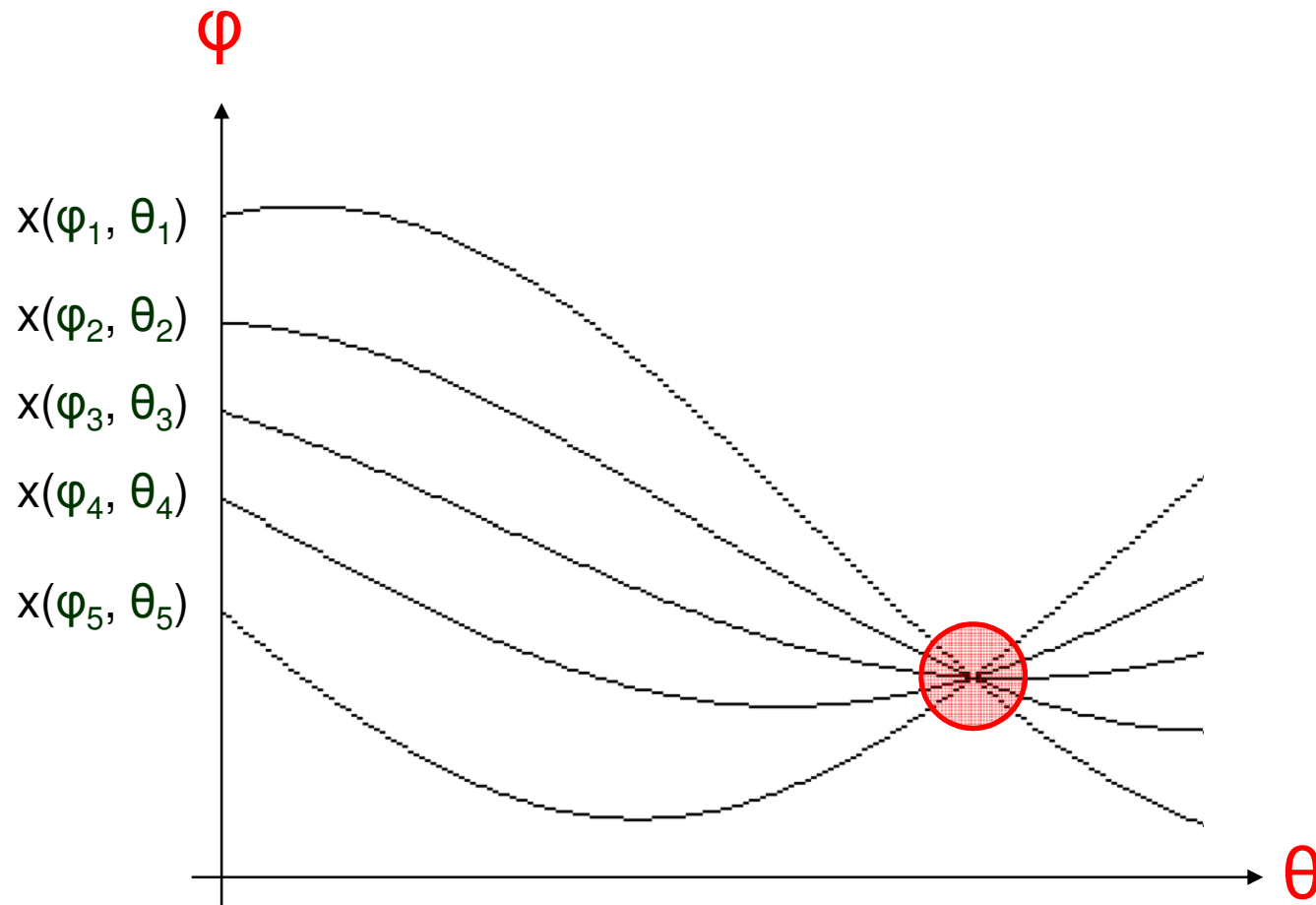
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} -\pi/2 \\ -\pi/4 \\ 0 \\ \pi/4 \\ \pi/2 \\ 3\pi/2 \\ \pi \end{matrix}$$

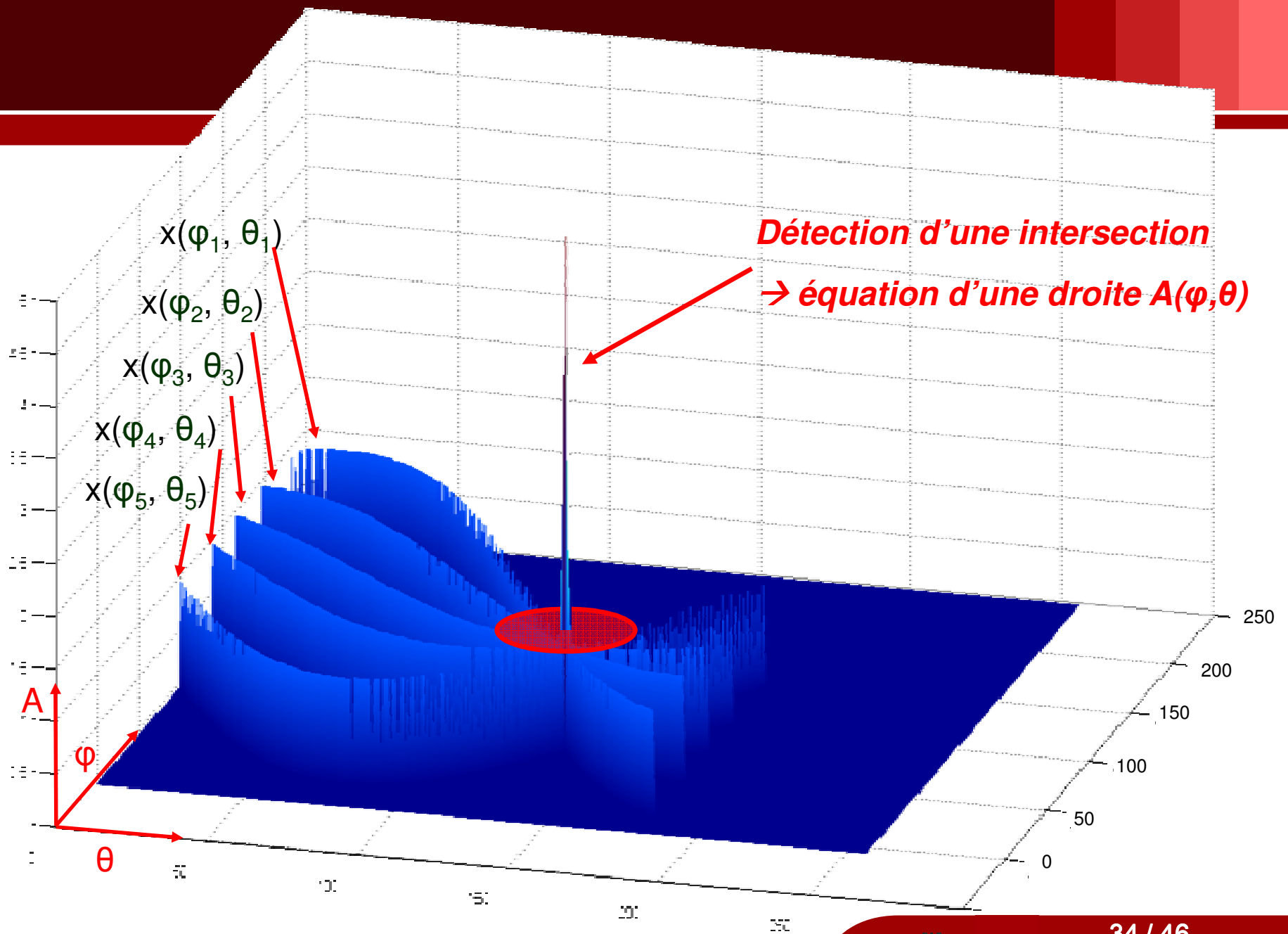


Détection de droites dans une image

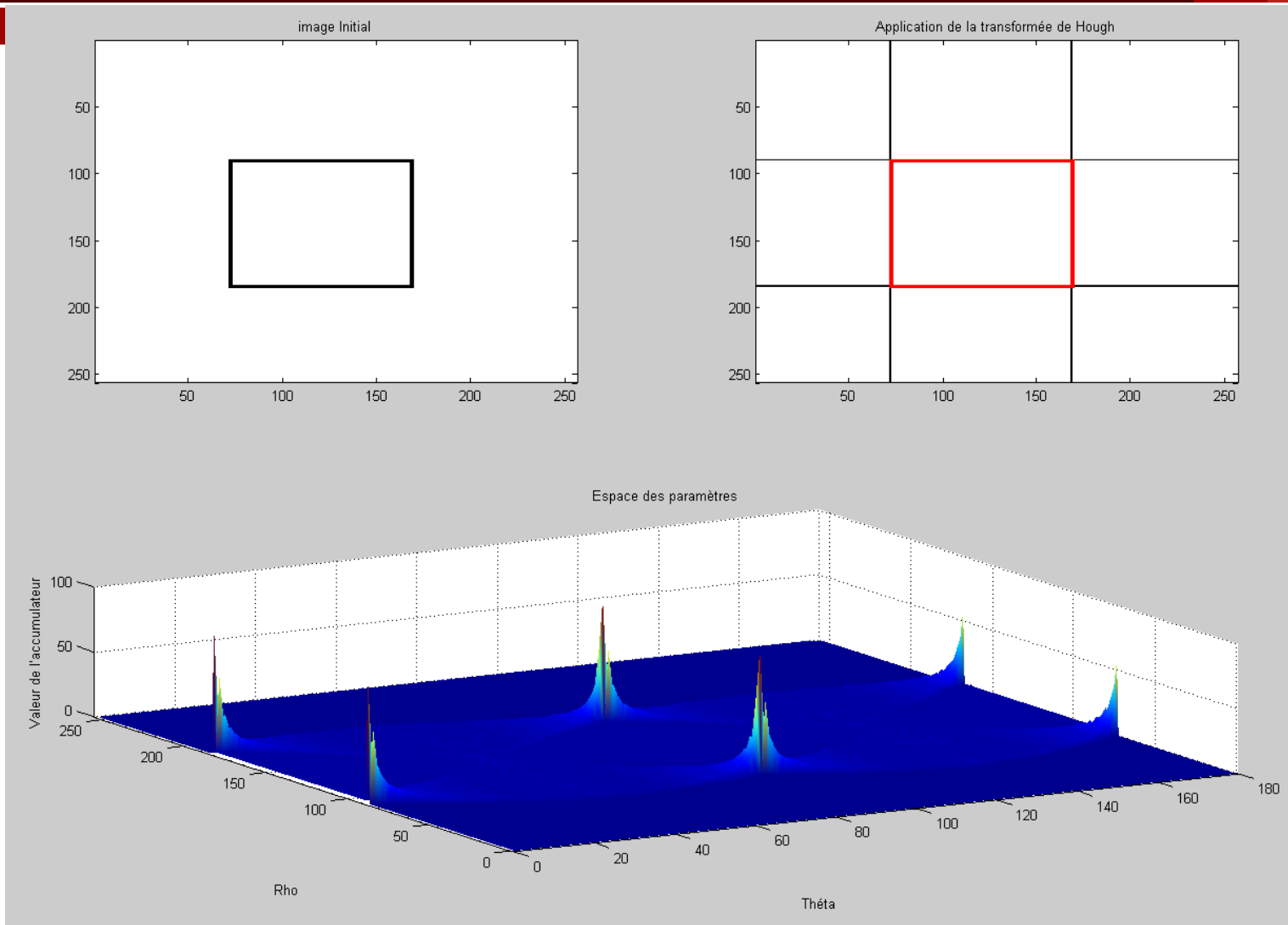


Détection de droites dans une image

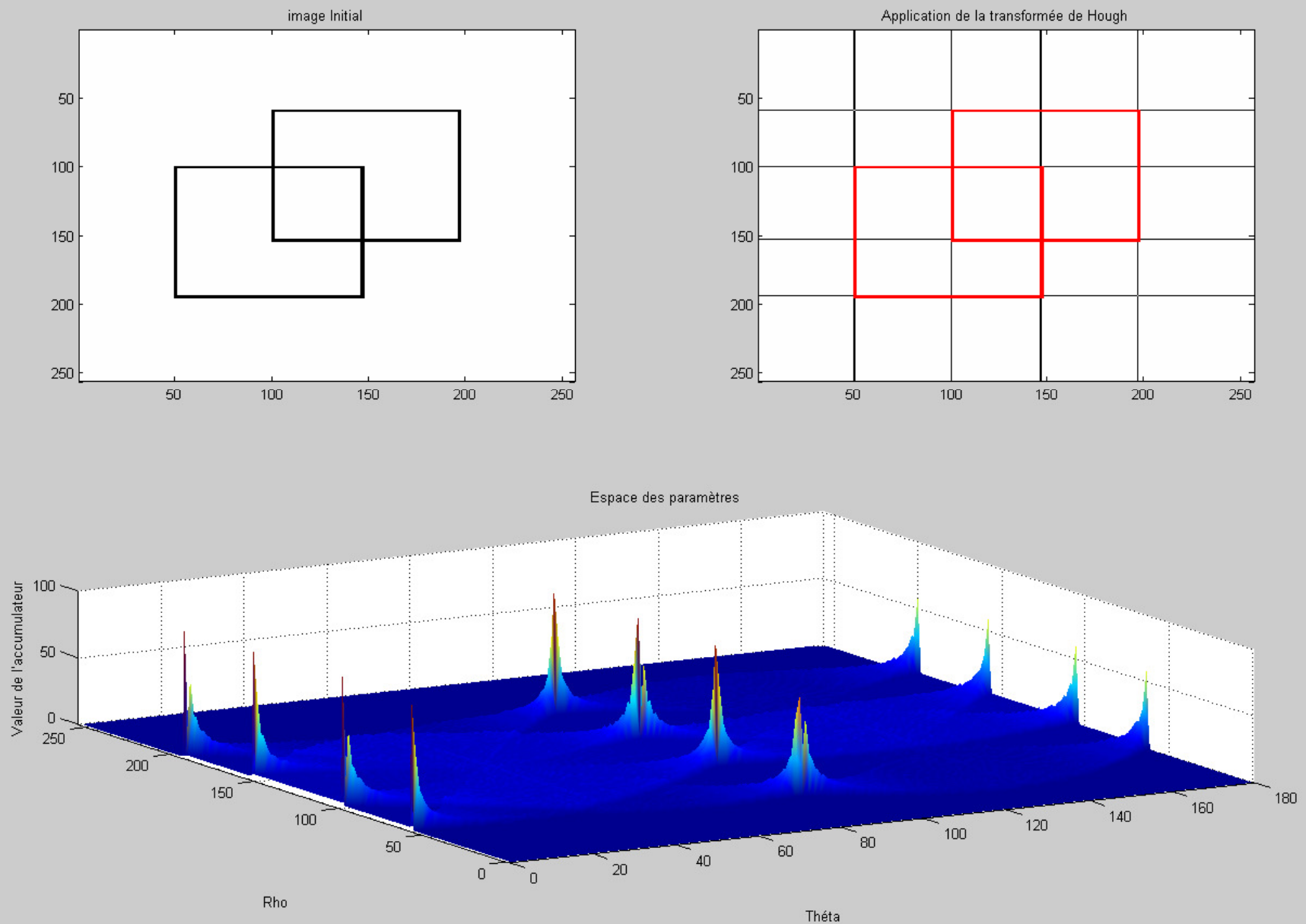




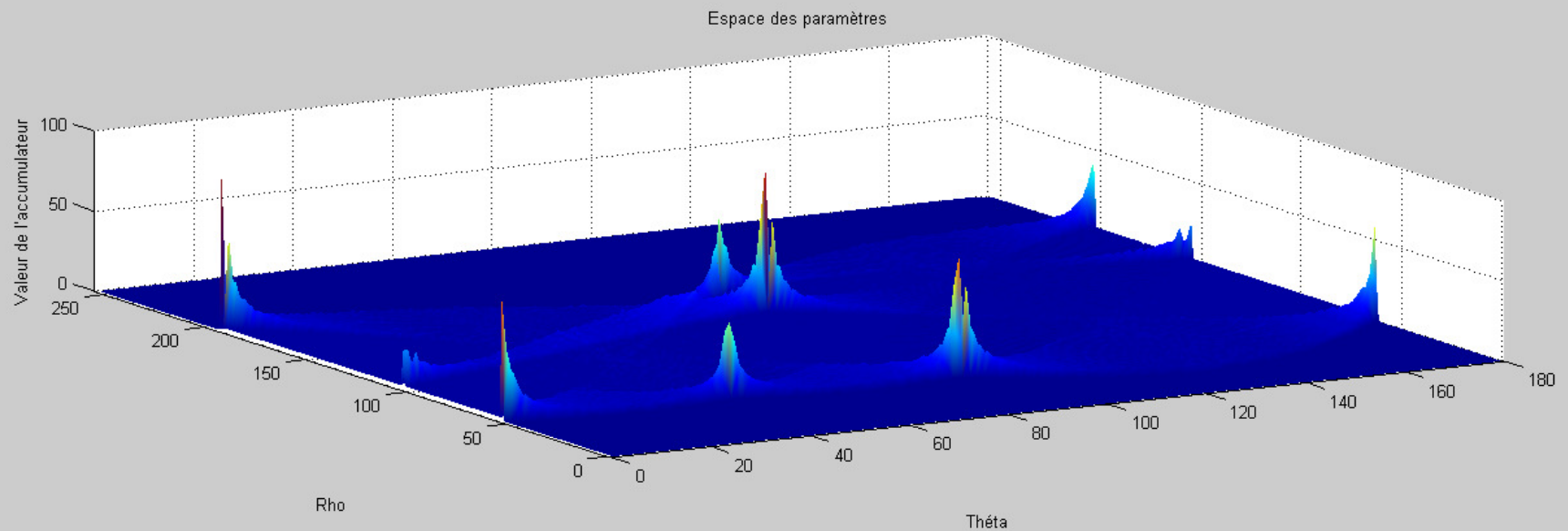
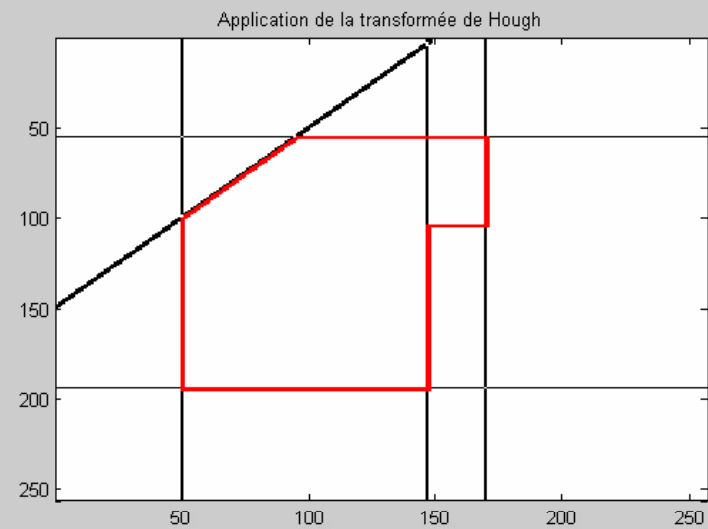
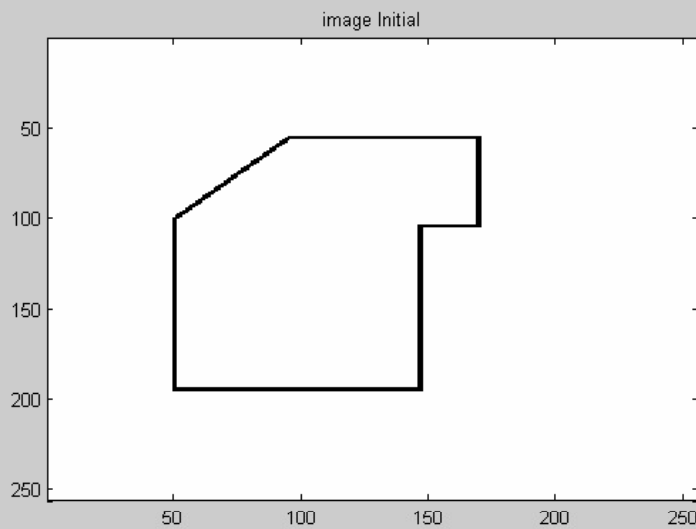
Démonstration Matlab



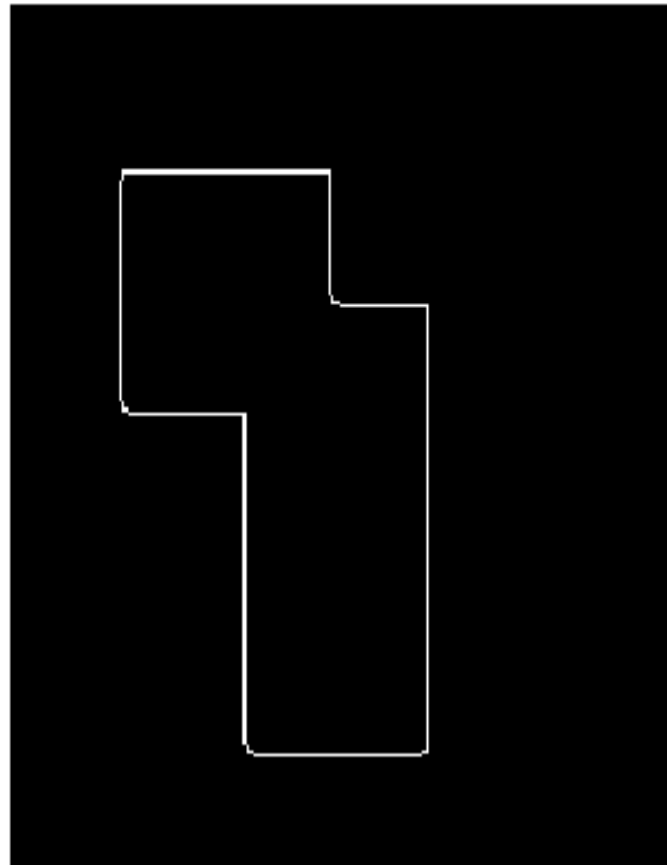
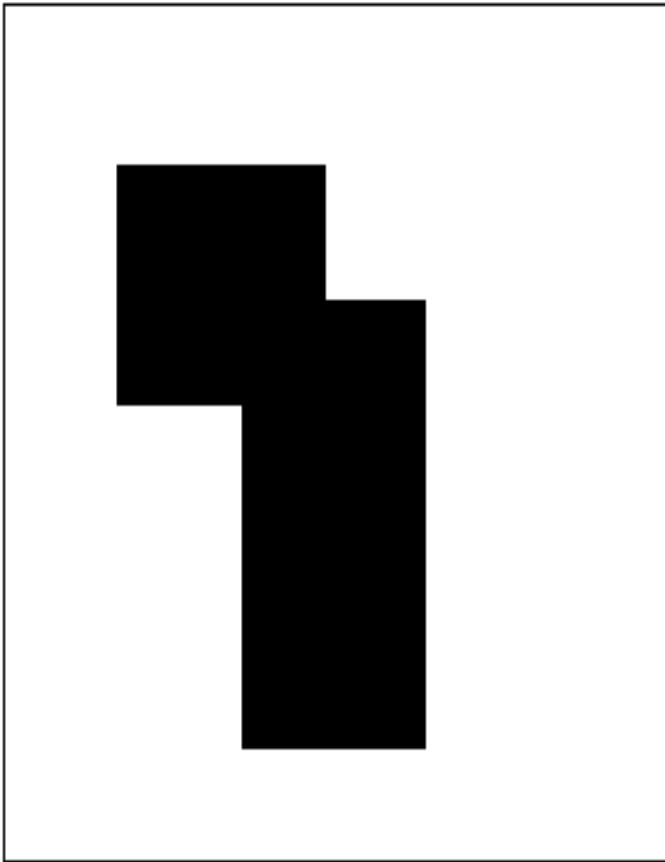
Démonstration Matlab



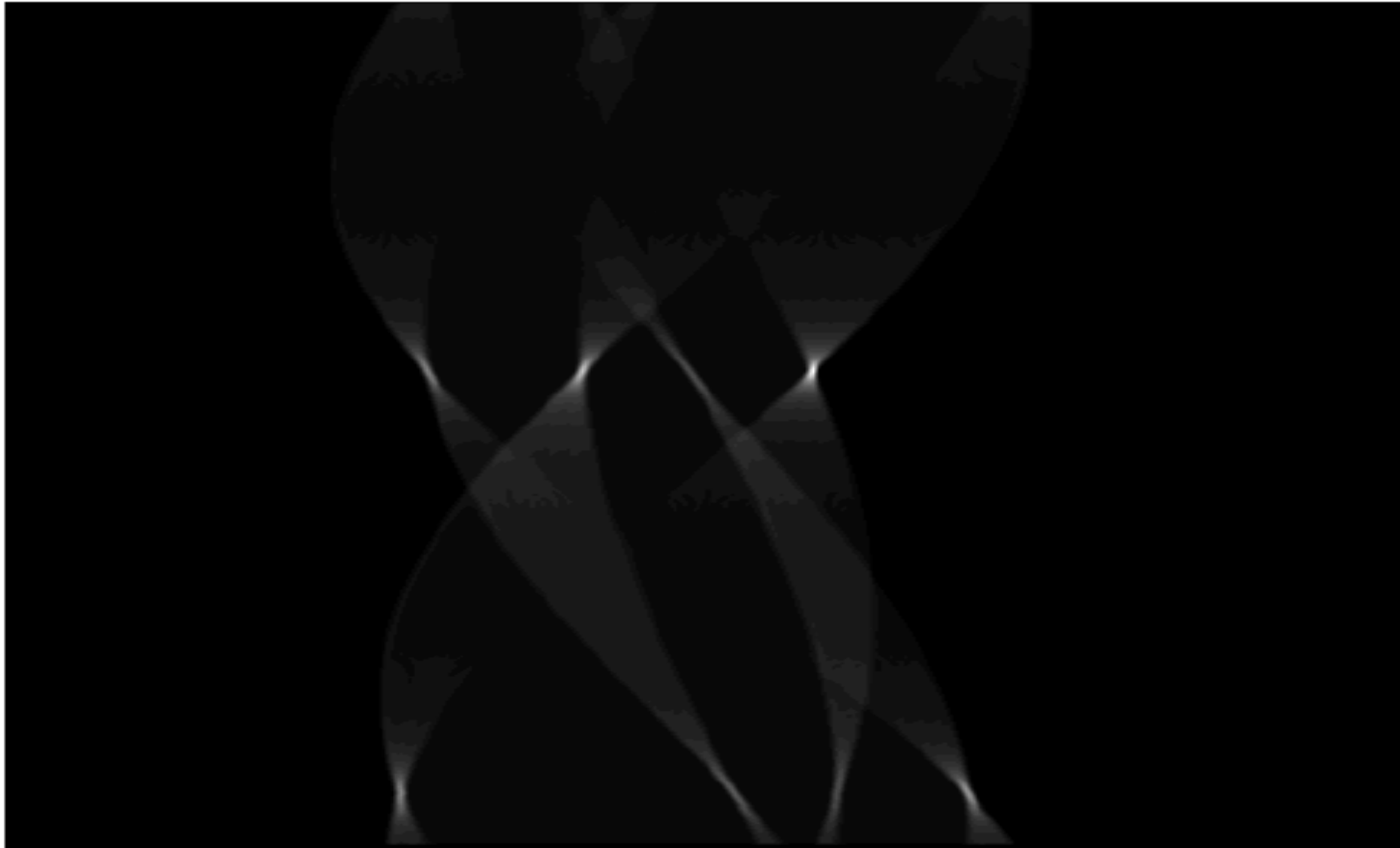
Démonstration Matlab



Démonstration Matlab

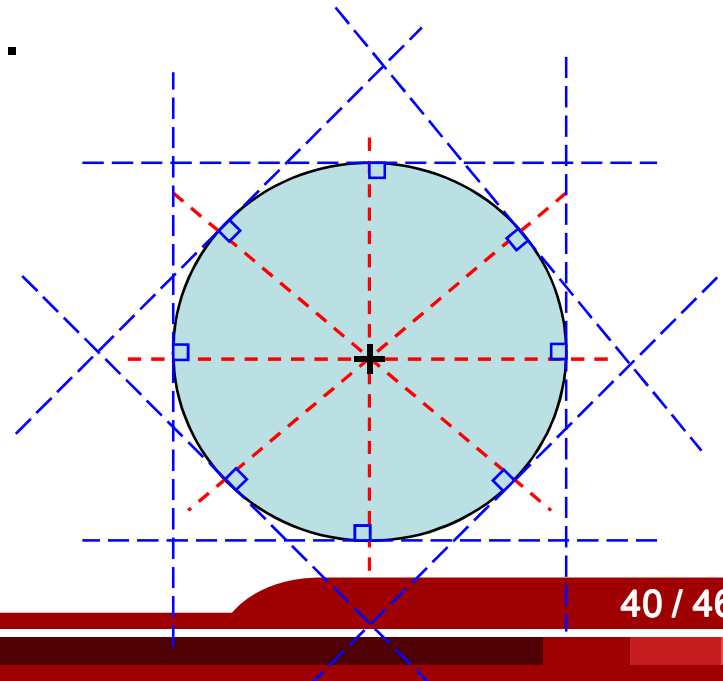
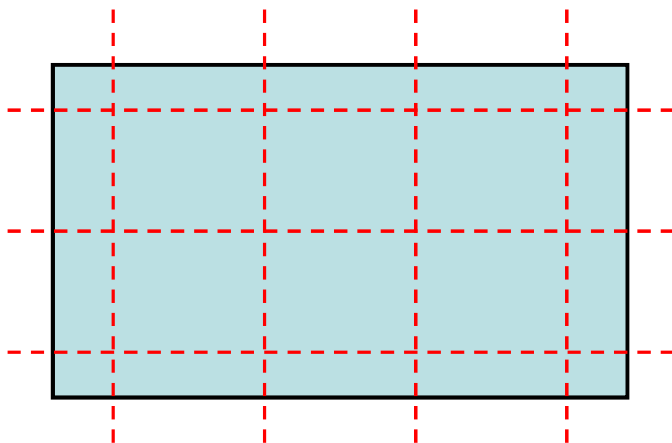


Démonstration Matlab



Détection de Cercles

- Tracer les droites perpendiculaires aux contours des objets
- Toutes les droites vont converger vers le centre
- Grand nombre d'intersections de droite
→ les centres des cercles.



Détection de Cercles

Détection de formes circulaires

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \quad \Rightarrow \quad 3 \text{ paramètres : } a, b, r.$$

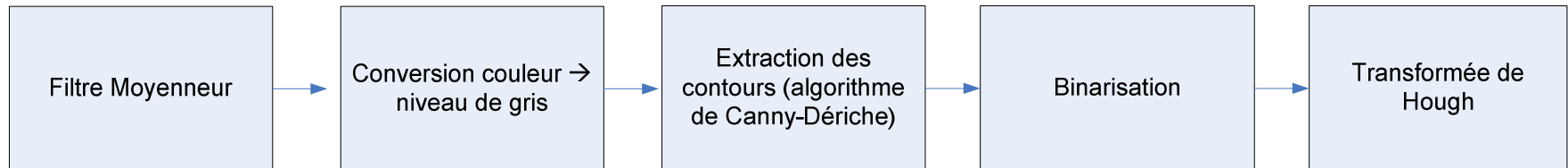
(x, y) dans l'espace image \rightarrow surface dans l'espace (a, b, r)

\Rightarrow tableau 3D : $A(a, b, r)$,

Pour un point contour (x, y) , on incrémente tous les points (a, b, r) qui satisfont l'équation du cercle : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

On sélectionne les maxima de A

Pré-traitements



- 1- Filtrage moyeneur
 - supprimer le surplus de contours non voulus
- 2- Conversion RVB → Niveau de gris
 - traitements suivants non basées sur la couleur
- 3- Opérateur de Canny-Deriche
 - récupération des contours
- 4- Binarisation
 - Garder l'essentiel de l'information « contour »




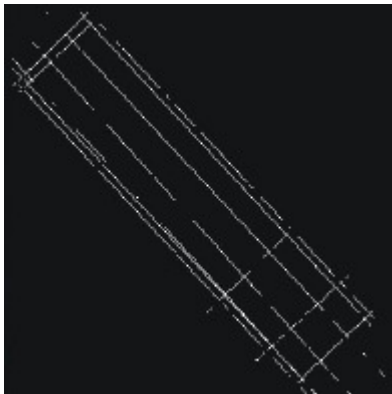
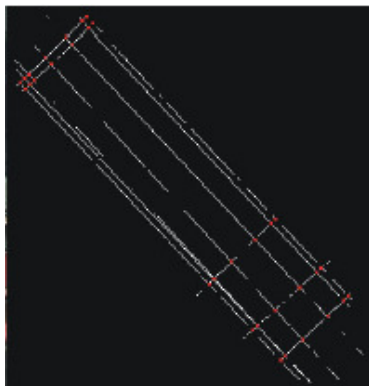
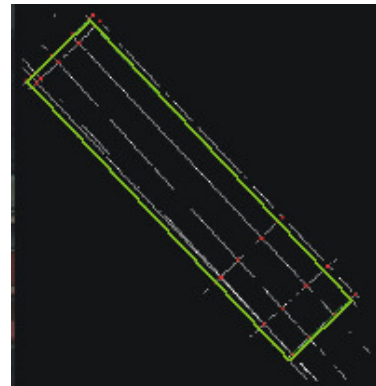
Exemple d' applications

- Reconnaissance d'écriture
- Détection de lignes dans des scènes de conduite sur autoroute
- Estimation du mouvement
- Détection de bâtiments
- Stéréovision
-

Détection de l'endormissement d'un conducteur

- Principe: analyse de la fréquence de clignement des yeux
- Technique fondée sur la détection de cercle
- Utilisation d'une transformée de Hough simplifiée afin de limiter le temps de traitement (application temps réel)



Image en niveau de gris	Binarisation +Extraction des contours	Directions des contours
		
Extractions des contours principaux	Détection des intersections	Extraction du rectangle principal
		

Conclusion

- Méthode simple et robuste
- Détection de formes multiples:
 - Droites: $y = a * x + b$
 - Cercles: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2$
 - Facette plane: $a * x + b * y + c = z$
- Hough 3D: recherche de plans
 - accumulateur de dimension 3
 - problèmes de taille mémoire pour l'implémentation