Seminario: Algoritmos voraces

© Elena Hernández Pereira y Óscar Fontenla Romero

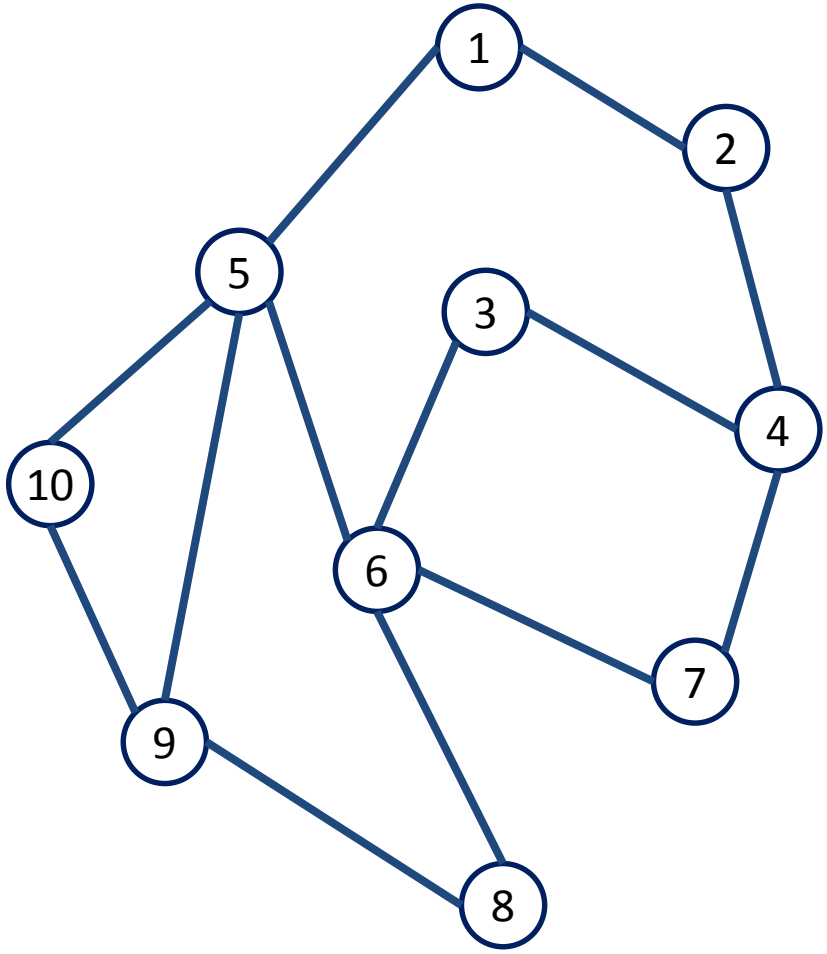
{elena.hernandez, oscar.fontenla}@udc.es

Introducción

- Recorridos sobre grafos:
  - Recorrido en anchura
  - Recorrido en profundidad
- Algoritmos voraces para grafos:
  - Ordenación topológica
  - Árbol expandido mínimo
    - Algoritmo de Kruskal
    - Algoritmo de Prim
  - Caminos mínimos
    - Algoritmo de Dijkstra

Recorrido en anchura de un grafo

Ejercicio 1: realizar el recorrido en anchura del siguiente grafo no dirigido

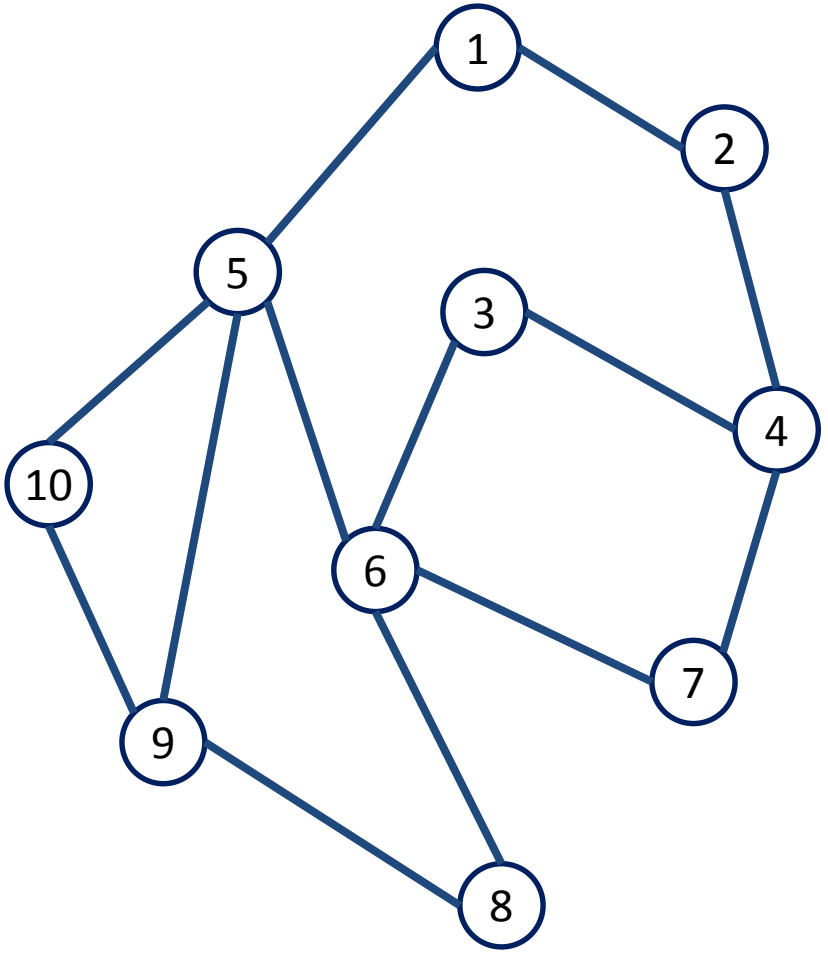


Recorrido en anchura de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

Marcados:



Recorrido en anchura de un grafo

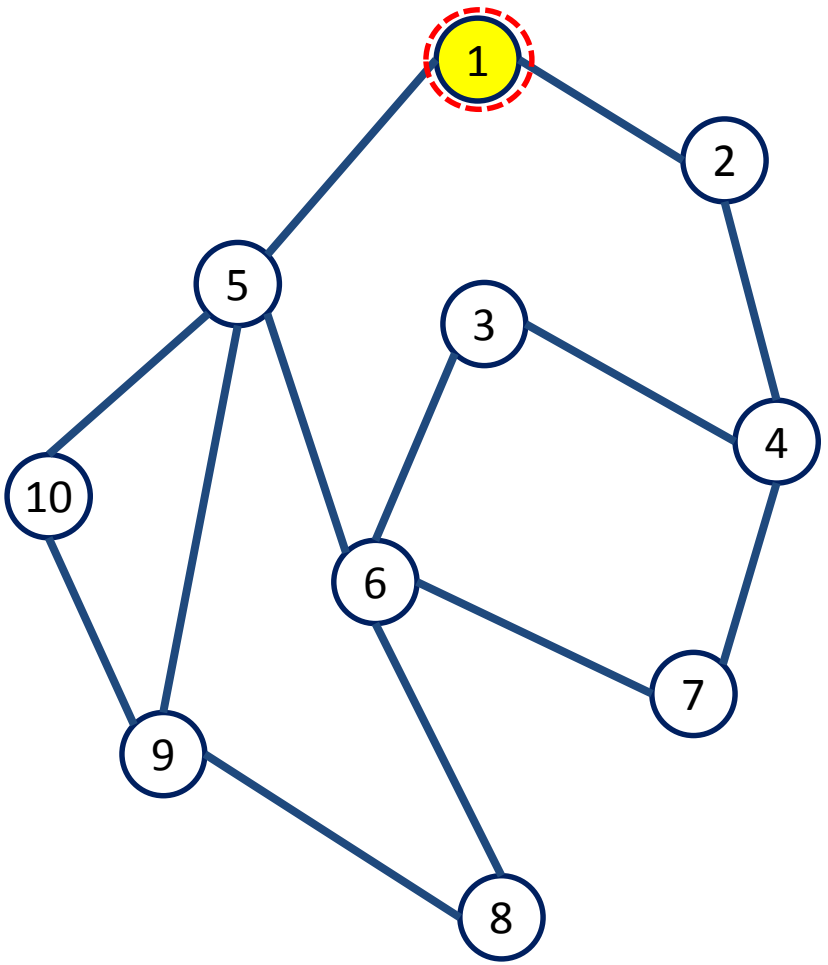
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

1									

Marcados:

V									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

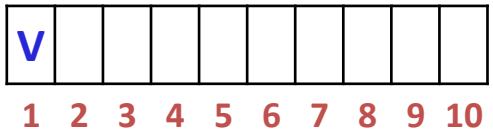


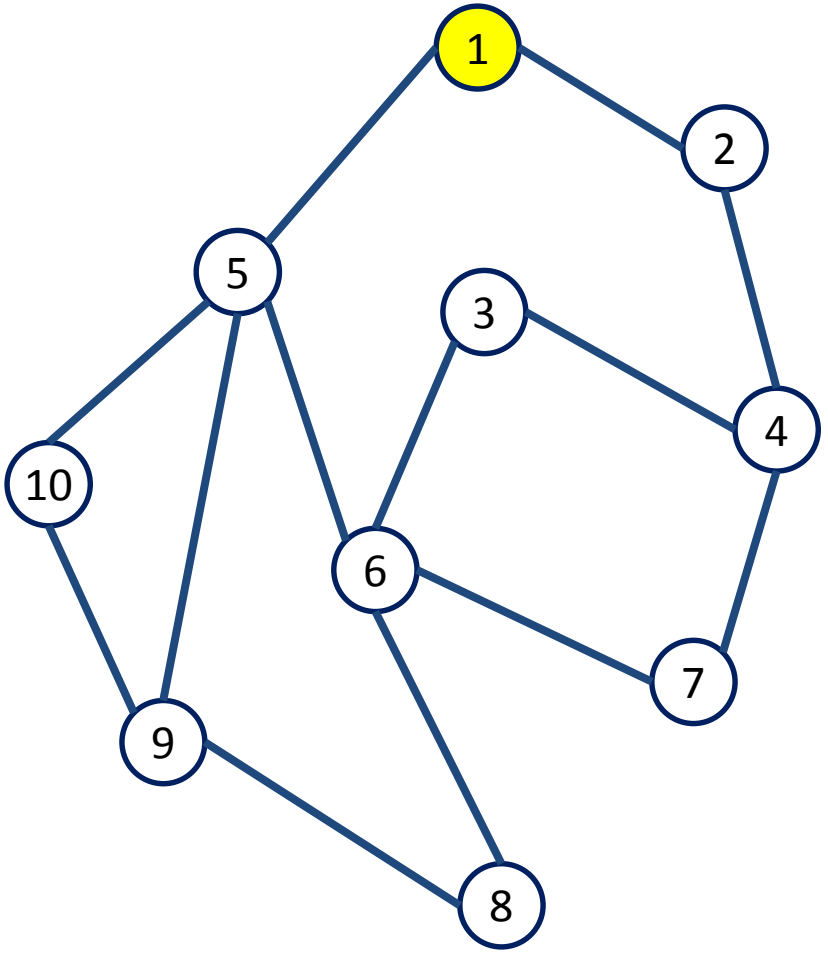
Recorrido en anchura de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

Marcados:





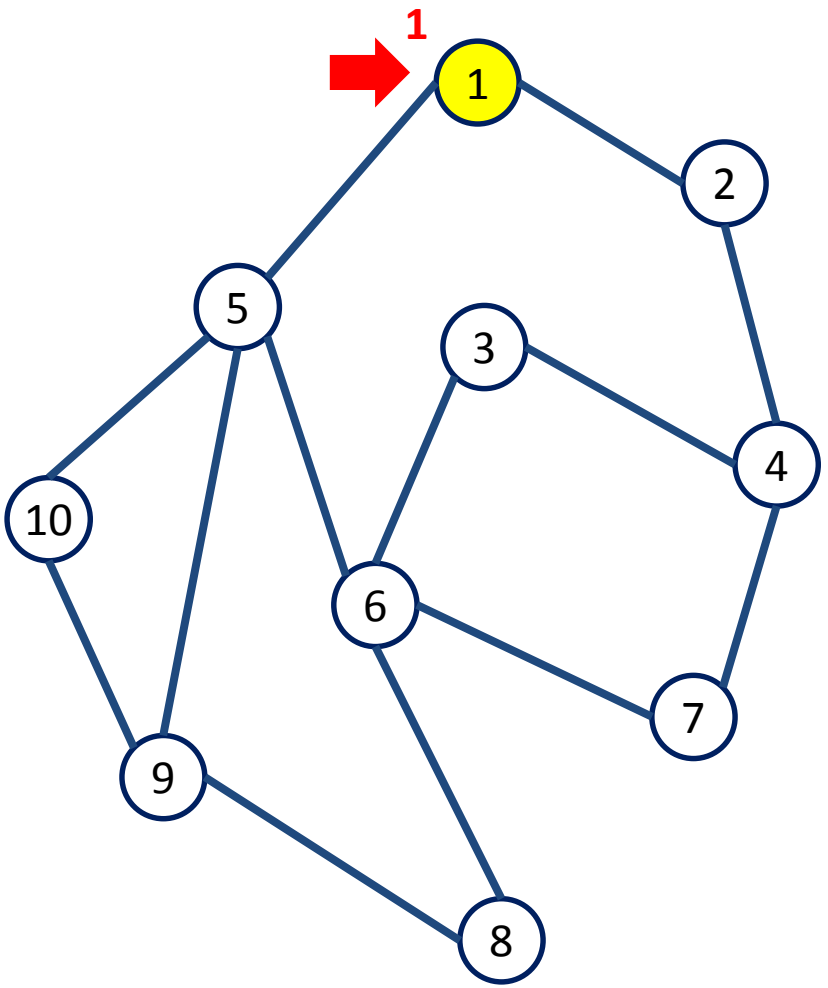
Recorrido en anchura de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

Marcados:

V									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



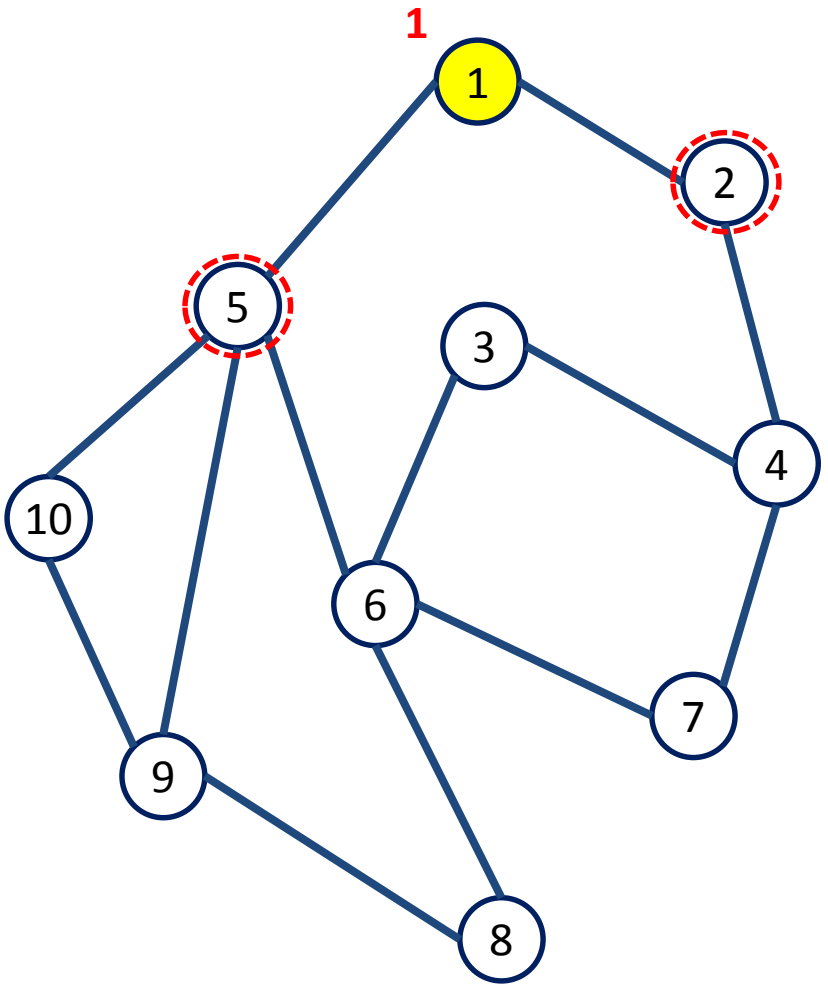
Recorrido en anchura de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

Marcados:

V									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

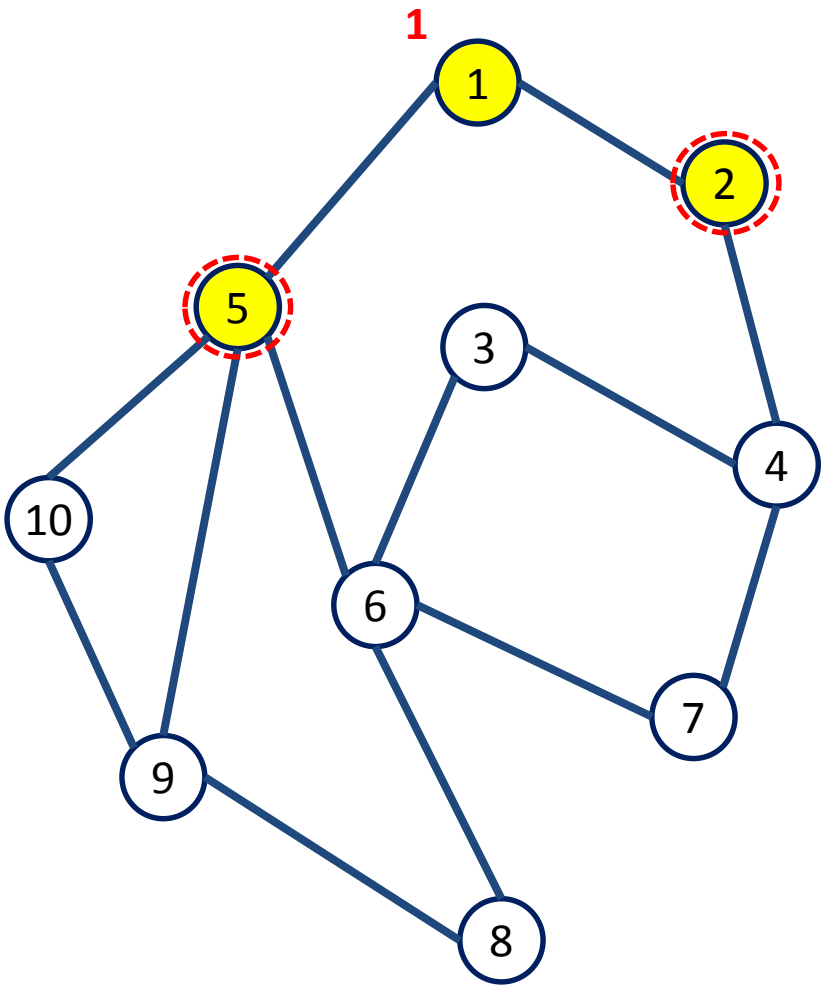
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

2	5								

Marcados:

V	V			V					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

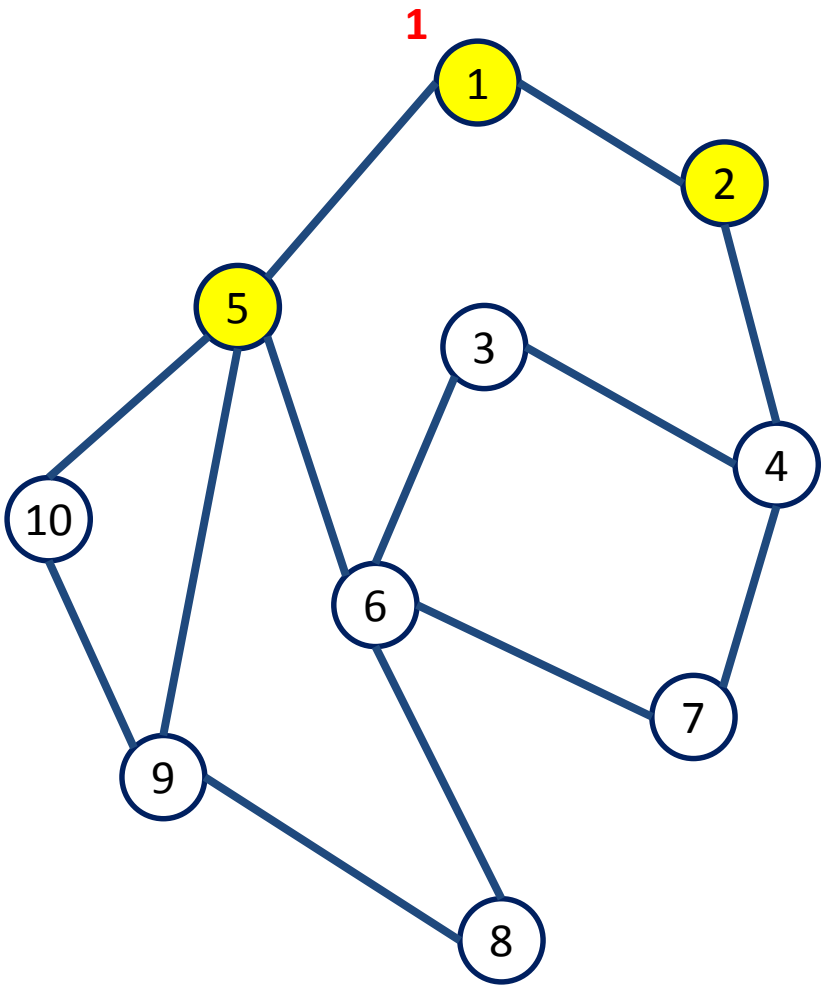
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

2	5								

Marcados:

V	V			V					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

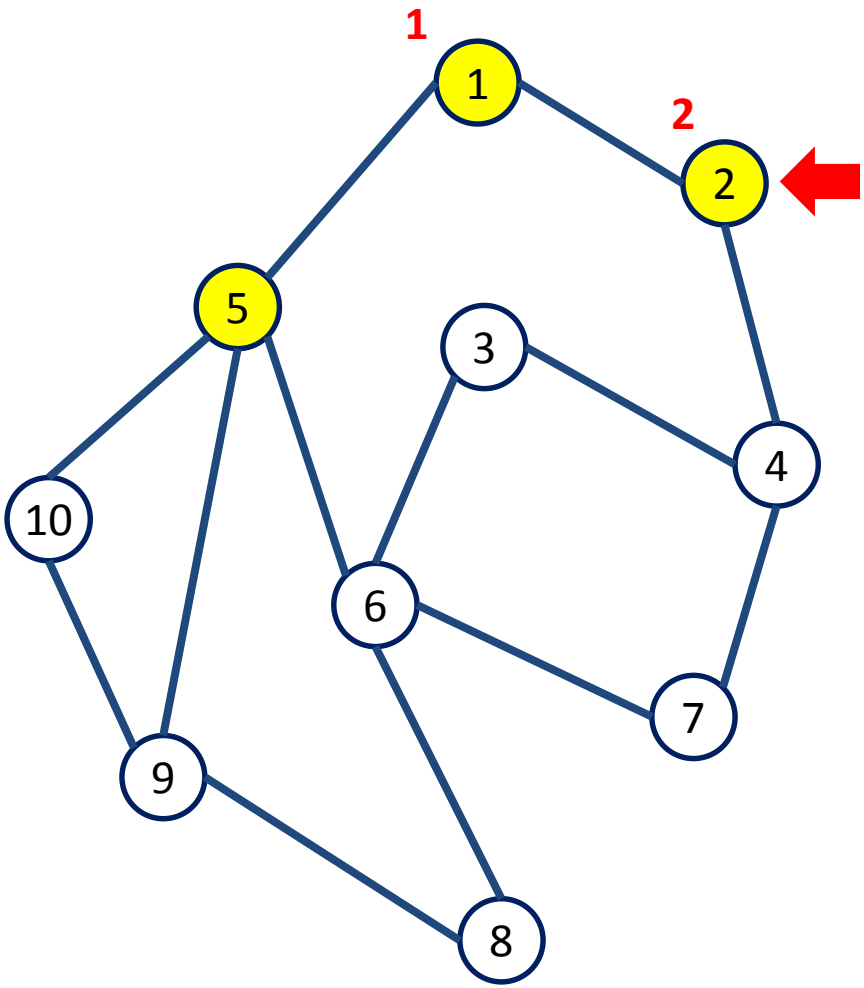
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

5									

Marcados:

V	V			V					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

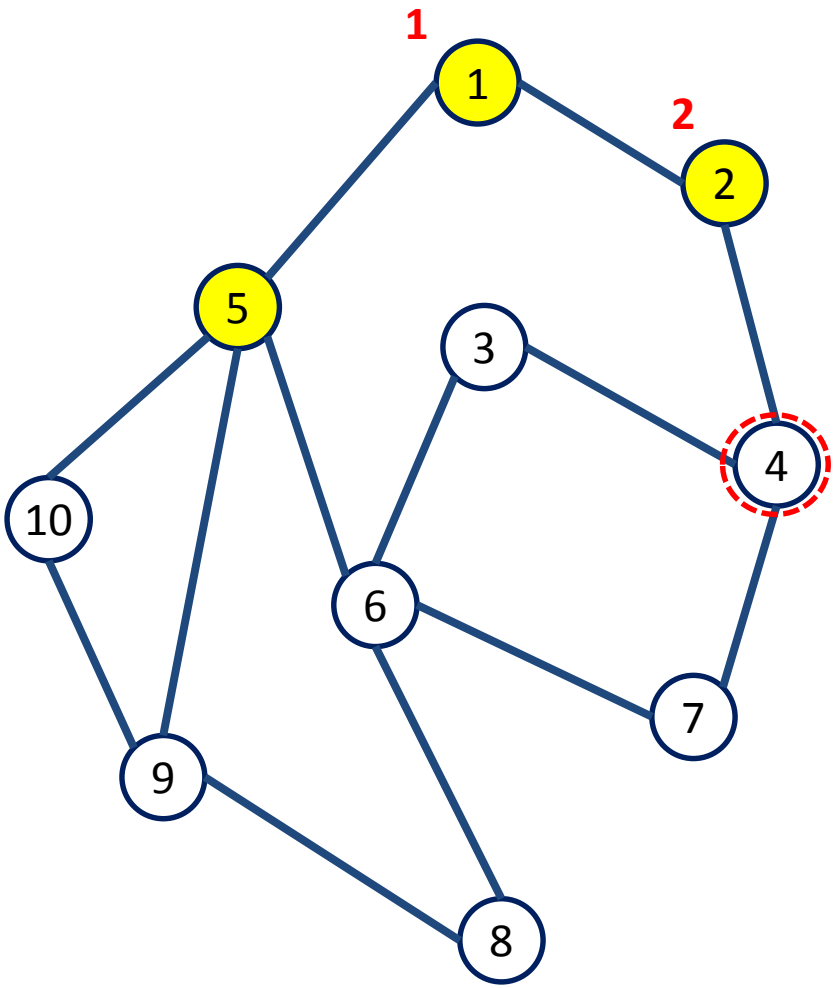
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

5									

Marcados:

V	V			V					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

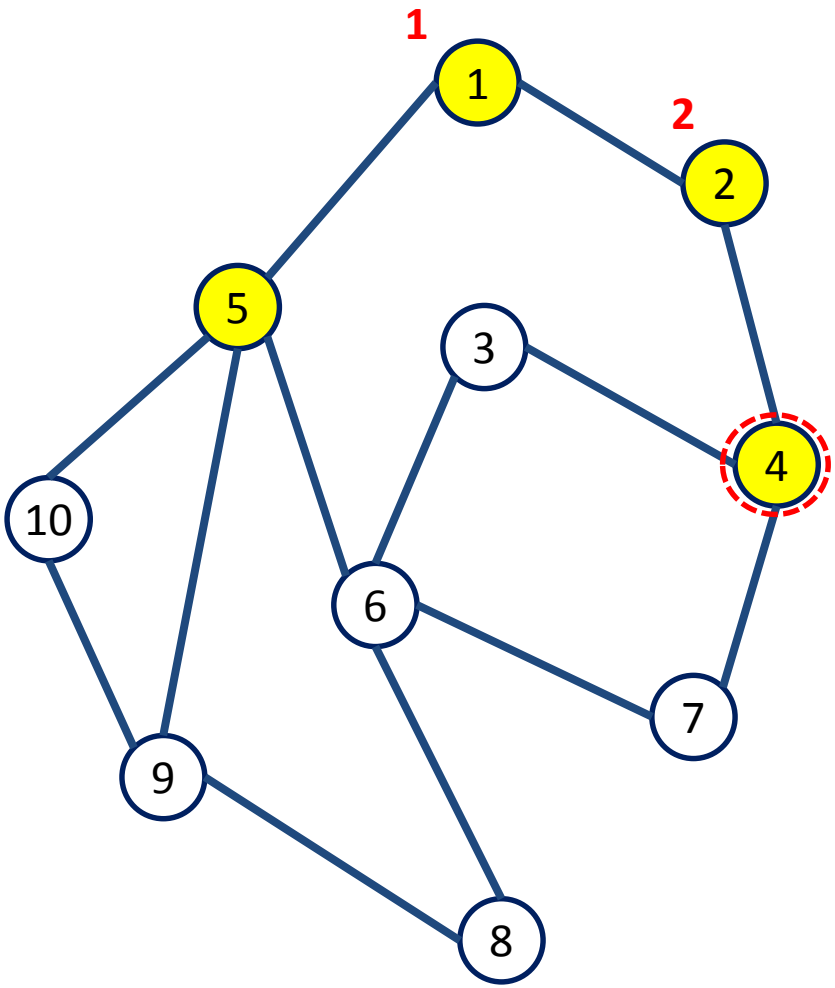
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

5	4								

Marcados:

V	V		V	V					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

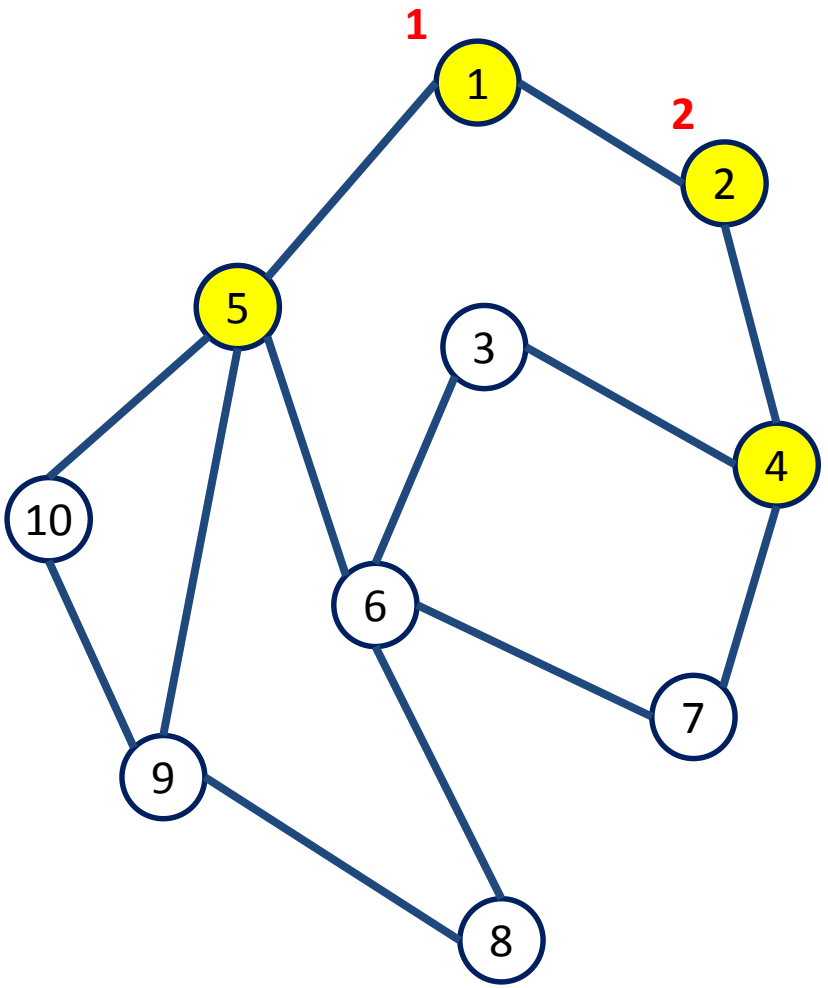
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

5	4								

Marcados:

V	V		V	V					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

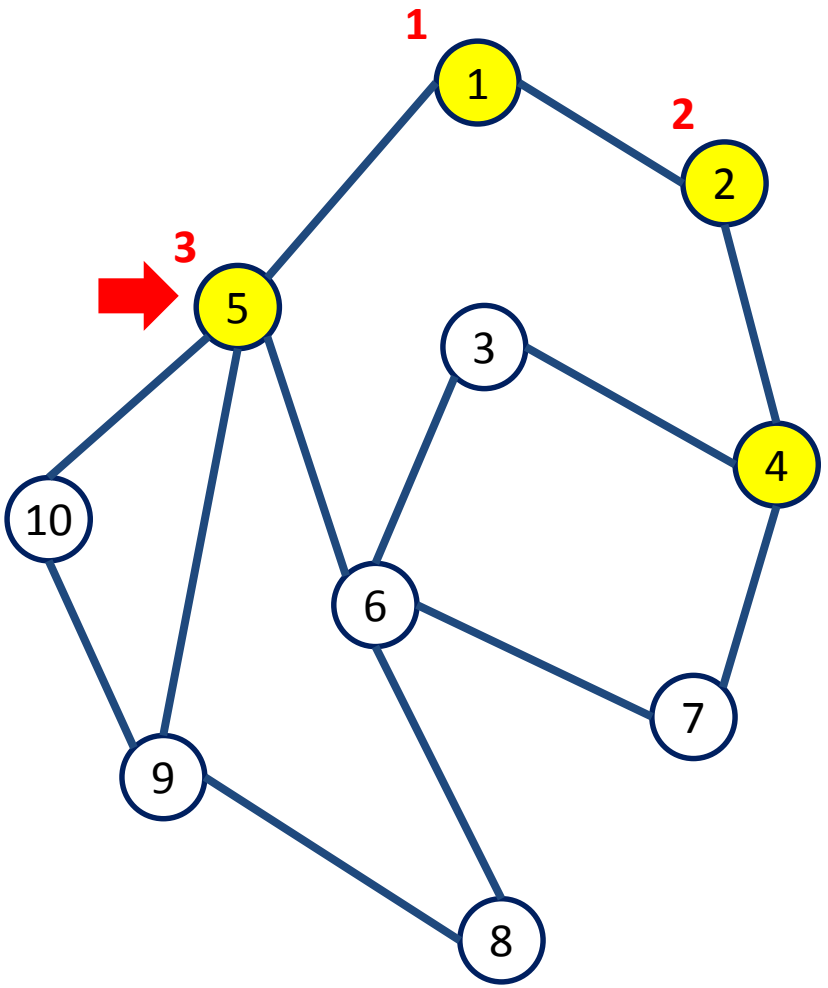
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

4									

Marcados:

V	V		V	V					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

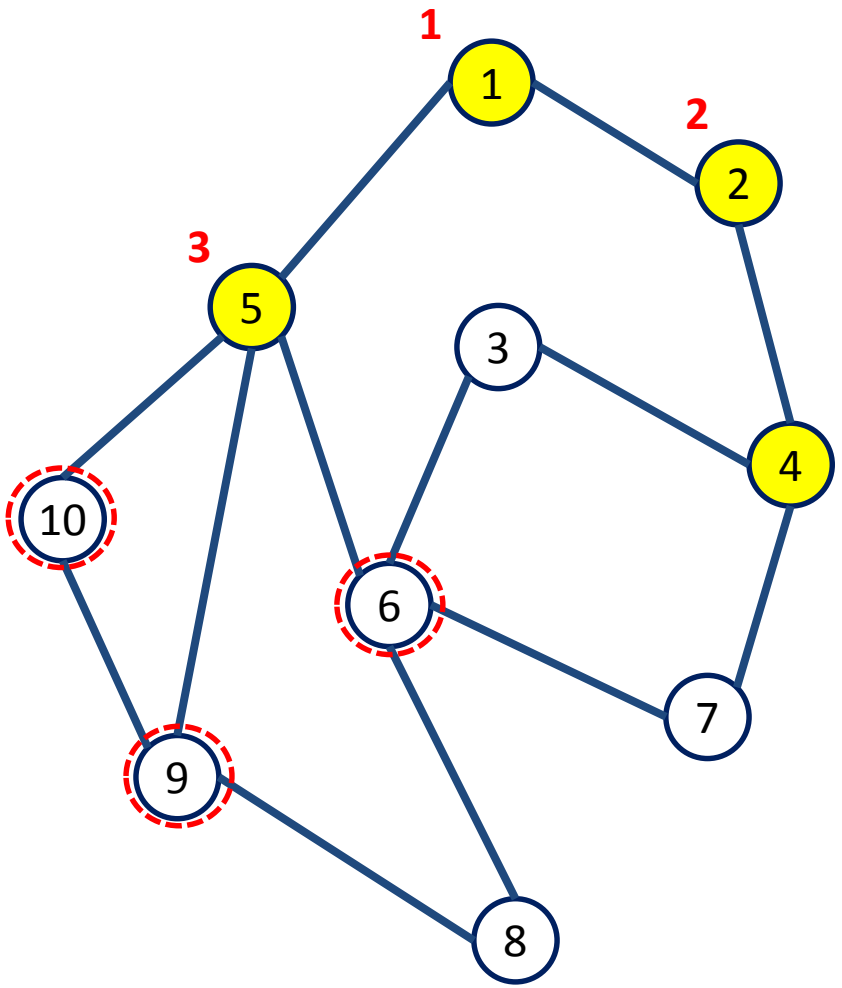
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

4									

Marcados:

V	V		V	V					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

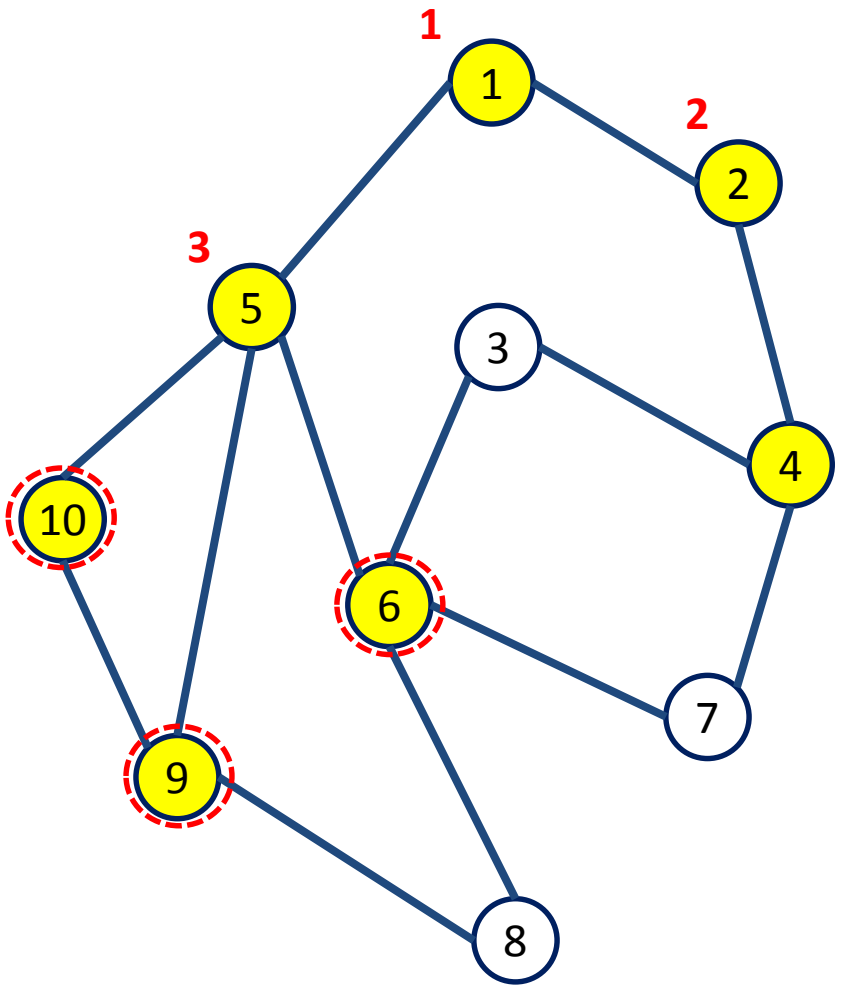
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

4	6	9	10						

Marcados:

V	V		V	V	V			V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

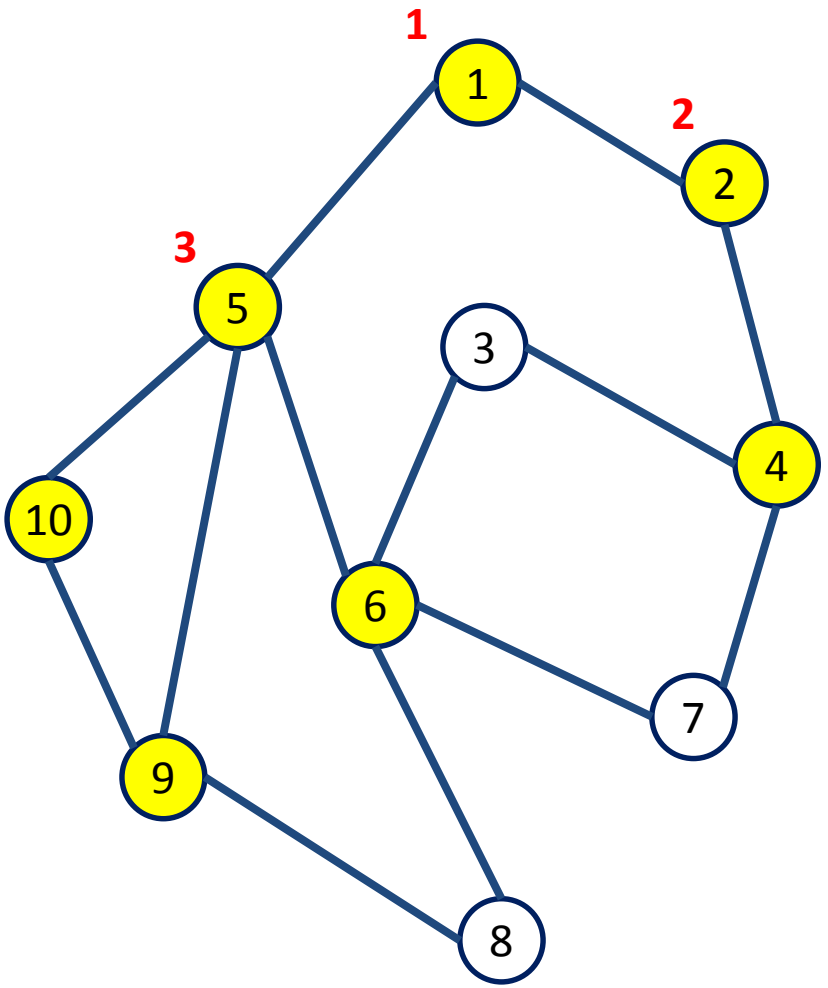
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

4	6	9	10						

Marcados:

V	V		V	V	V			V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

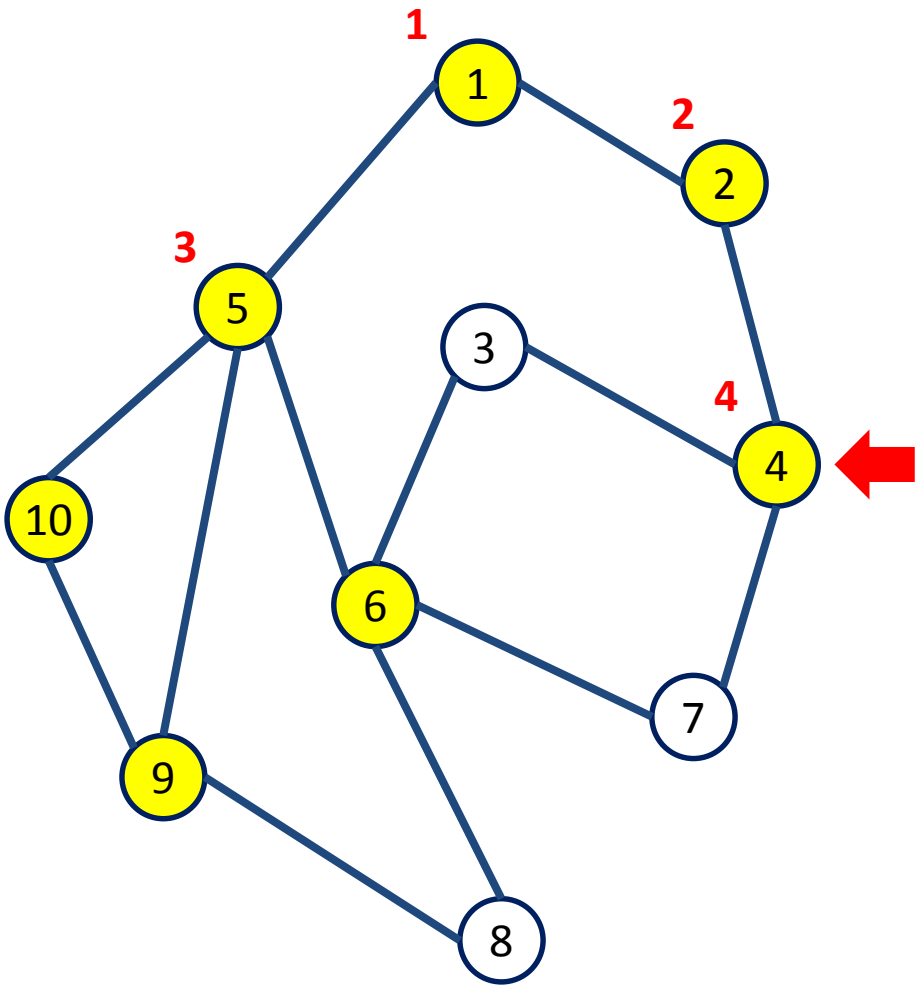
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

6	9	10							

Marcados:

V	V		V	V	V			V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

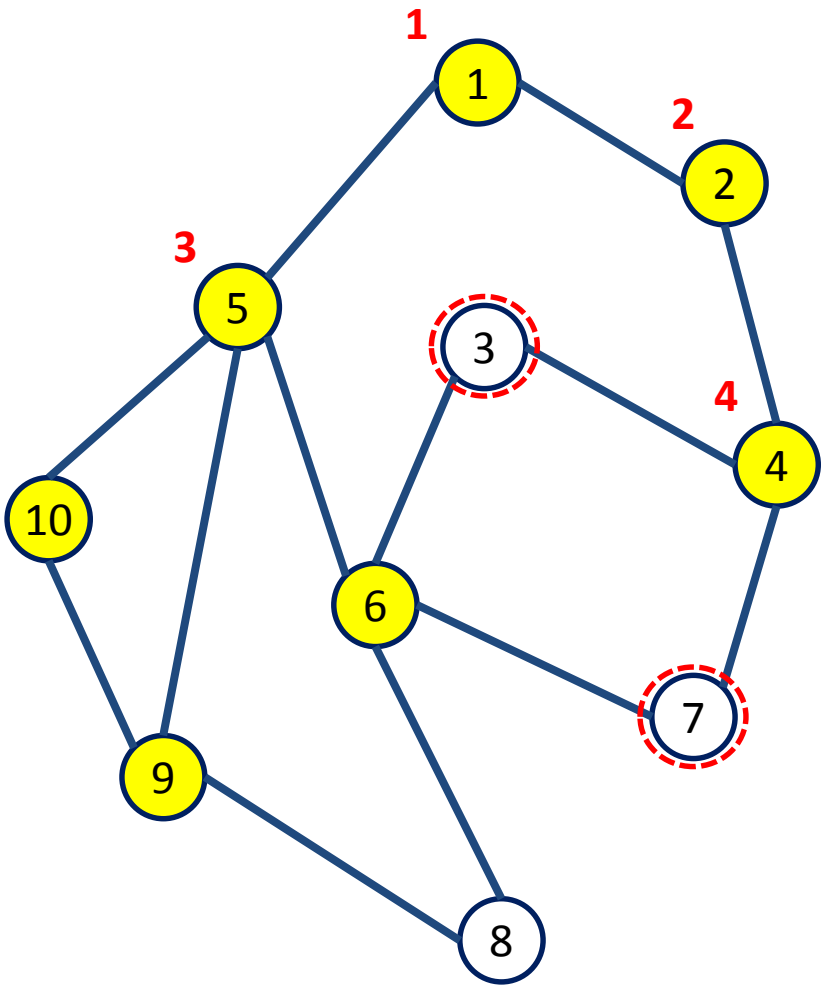
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

6	9	10							

Marcados:

V	V		V	V	V			V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

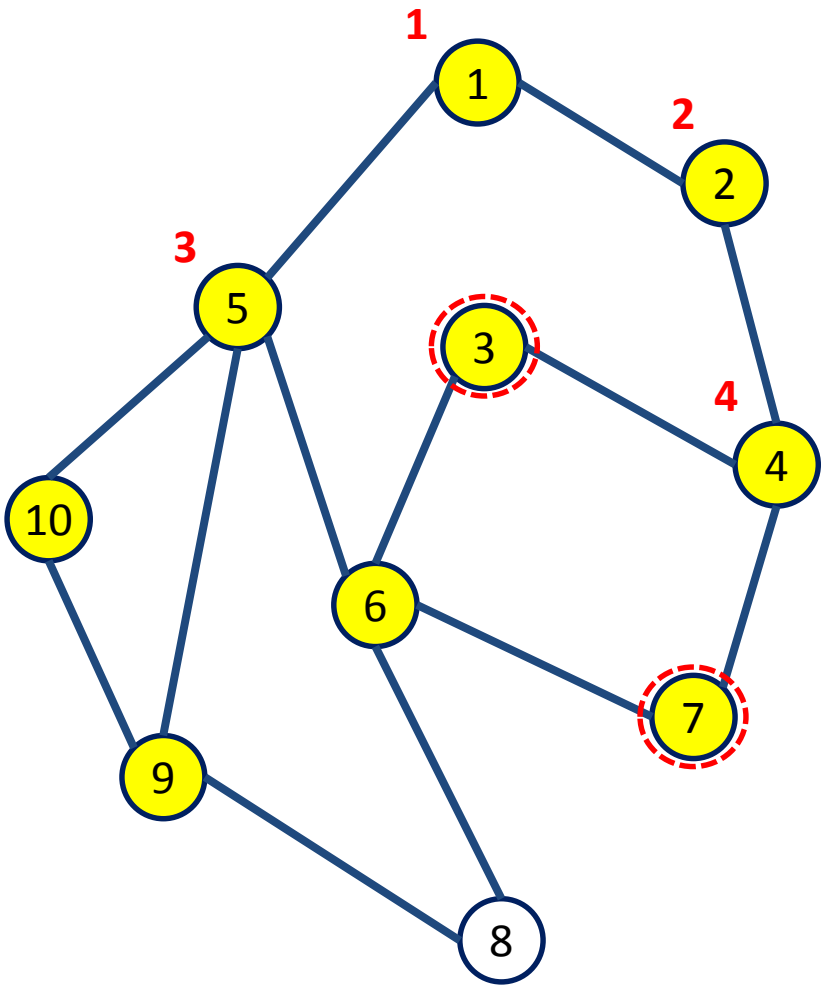
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

6	9	10	3	7					

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V		V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

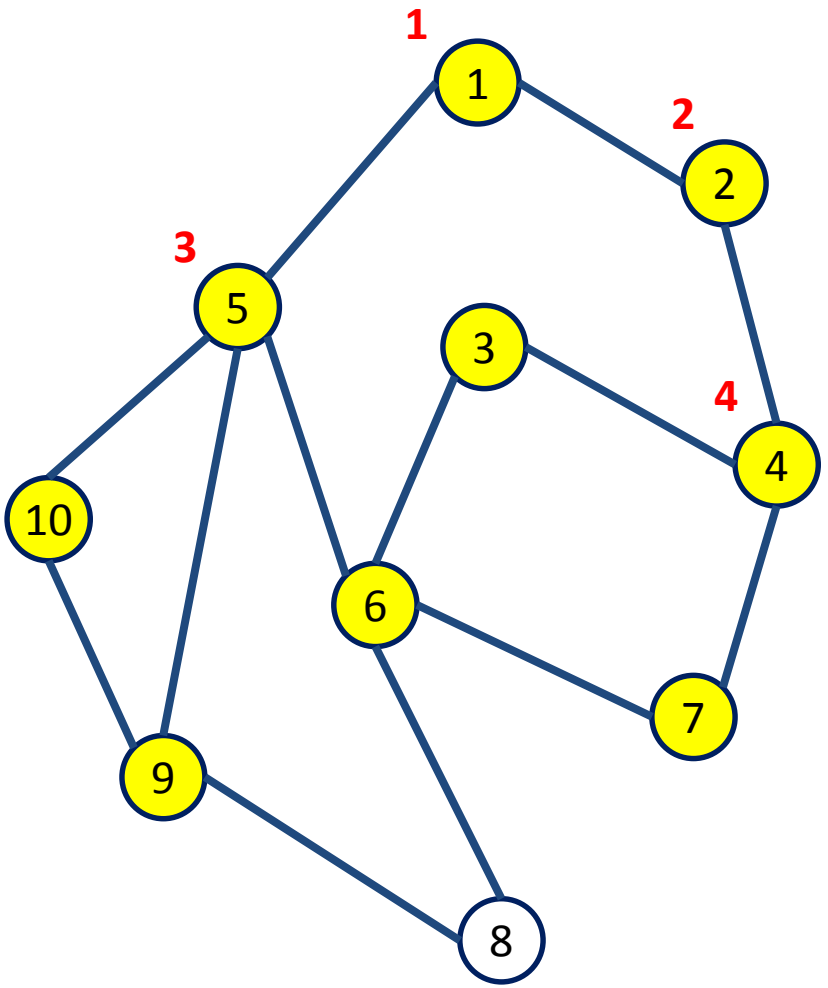
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

6	9	10	3	7					

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V		V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

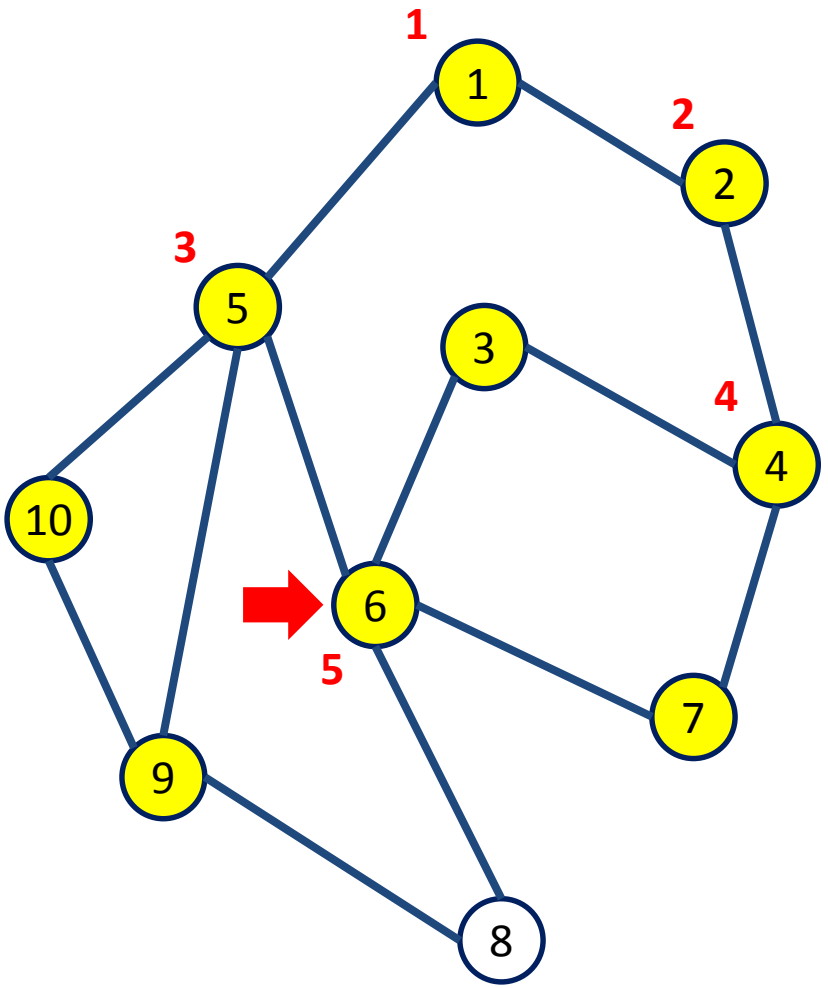
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

9	10	3	7						

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V		V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

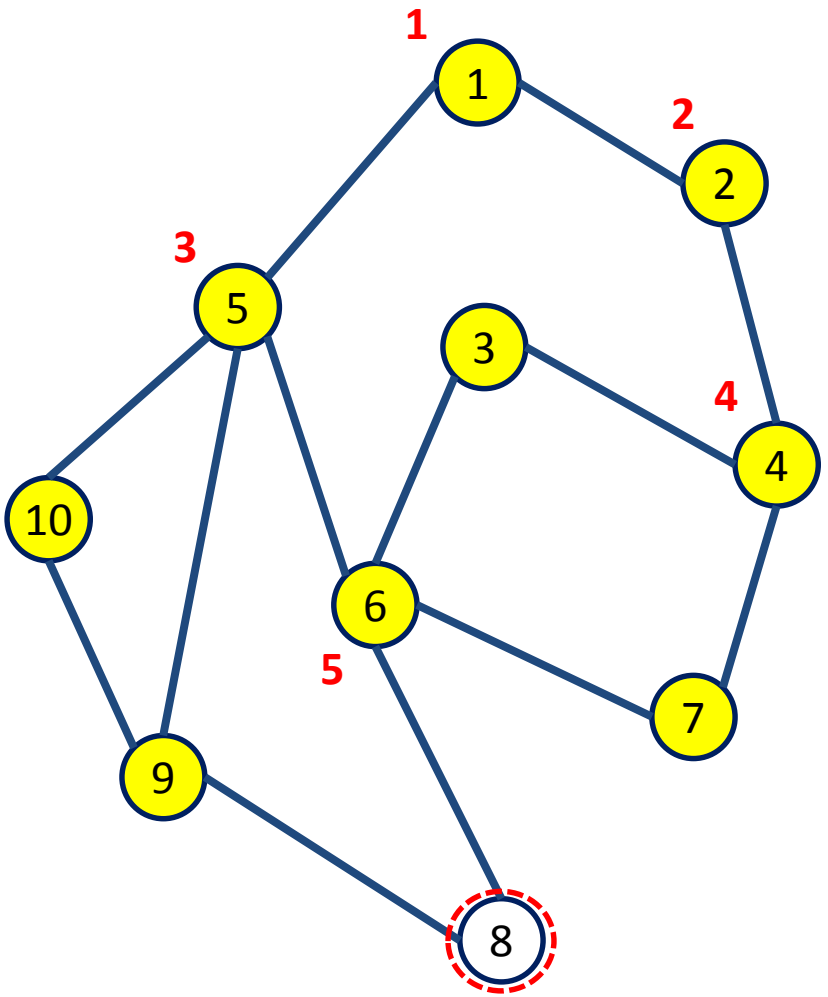
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

9	10	3	7						

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V		V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

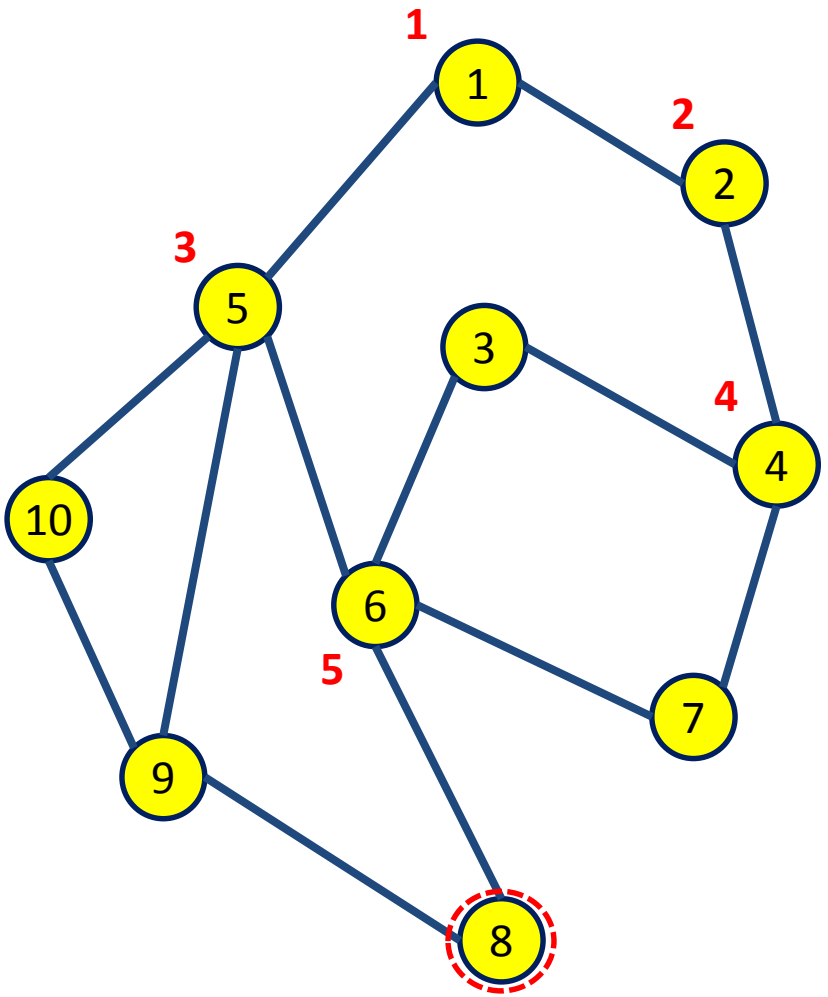
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

9	10	3	7	8					

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

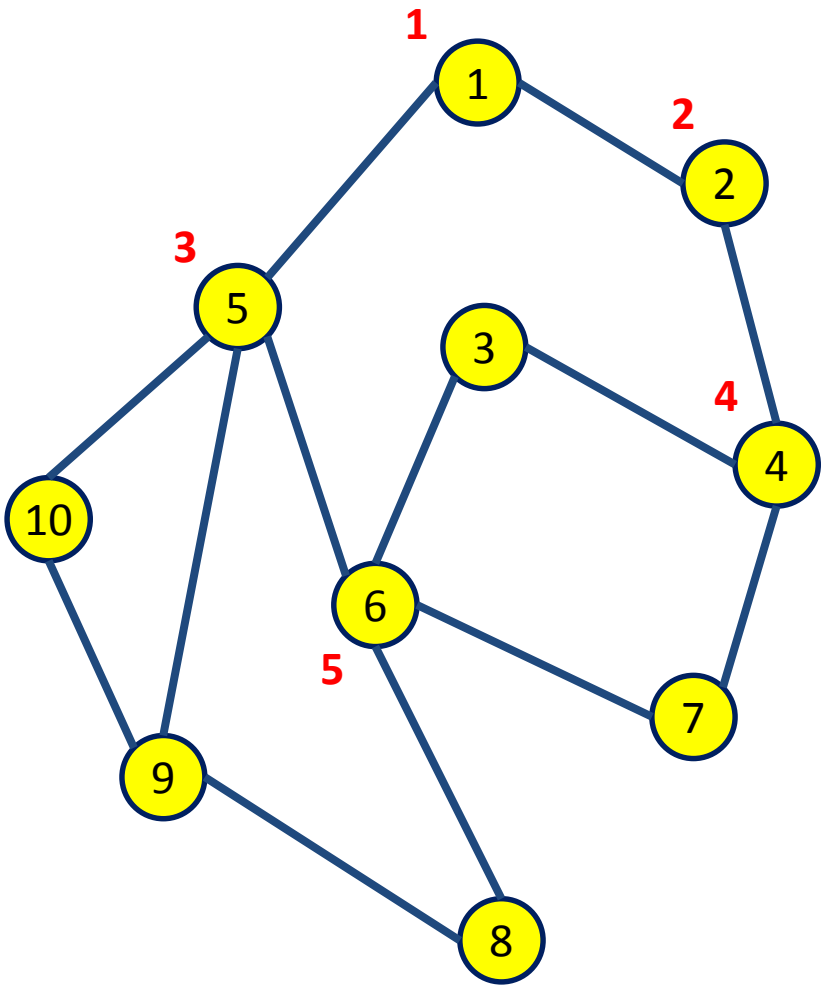
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

9	10	3	7	8					

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

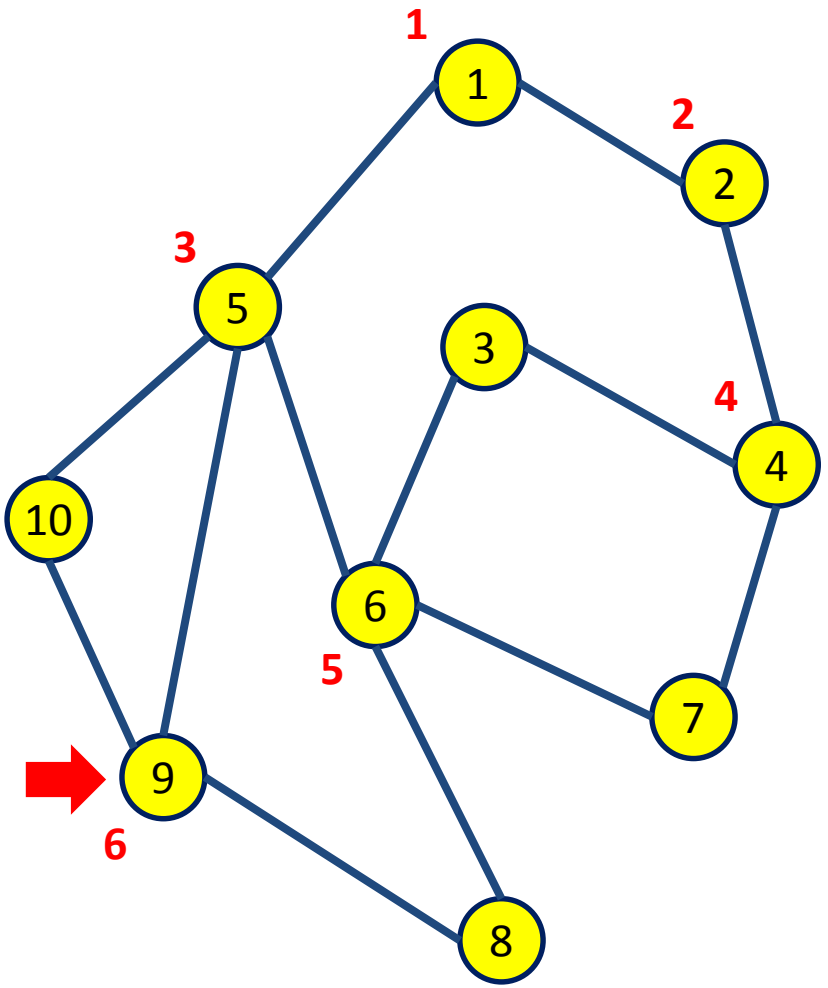
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

10	3	7	8						

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

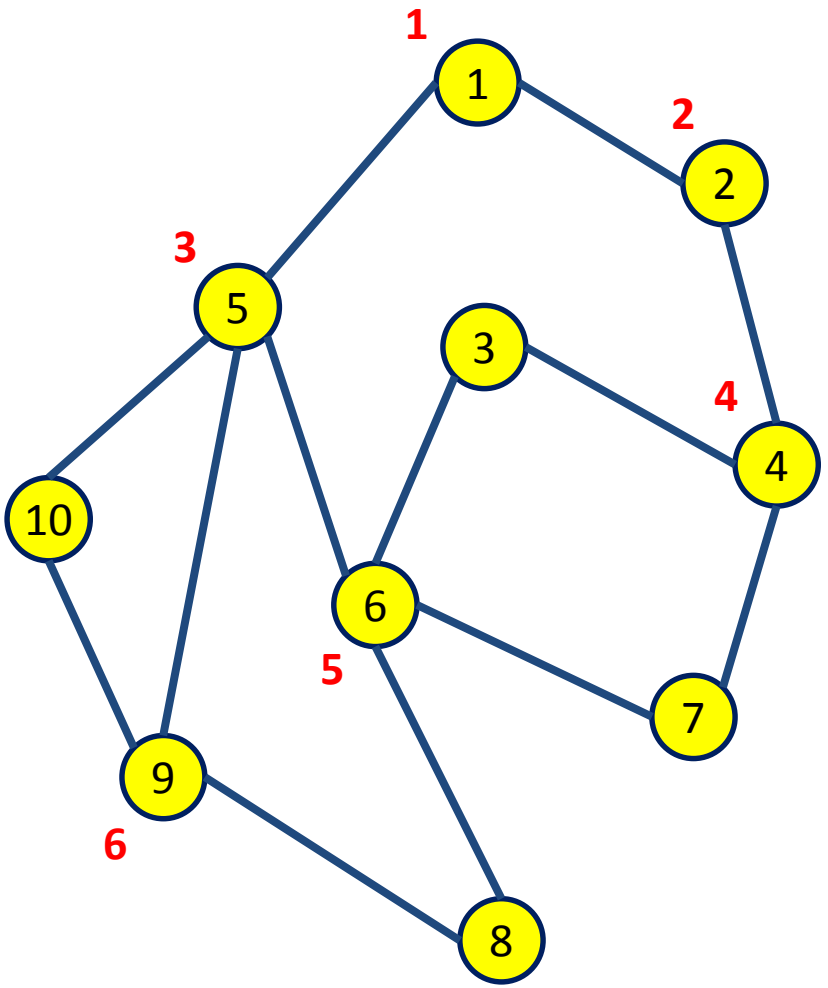
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

10	3	7	8						

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

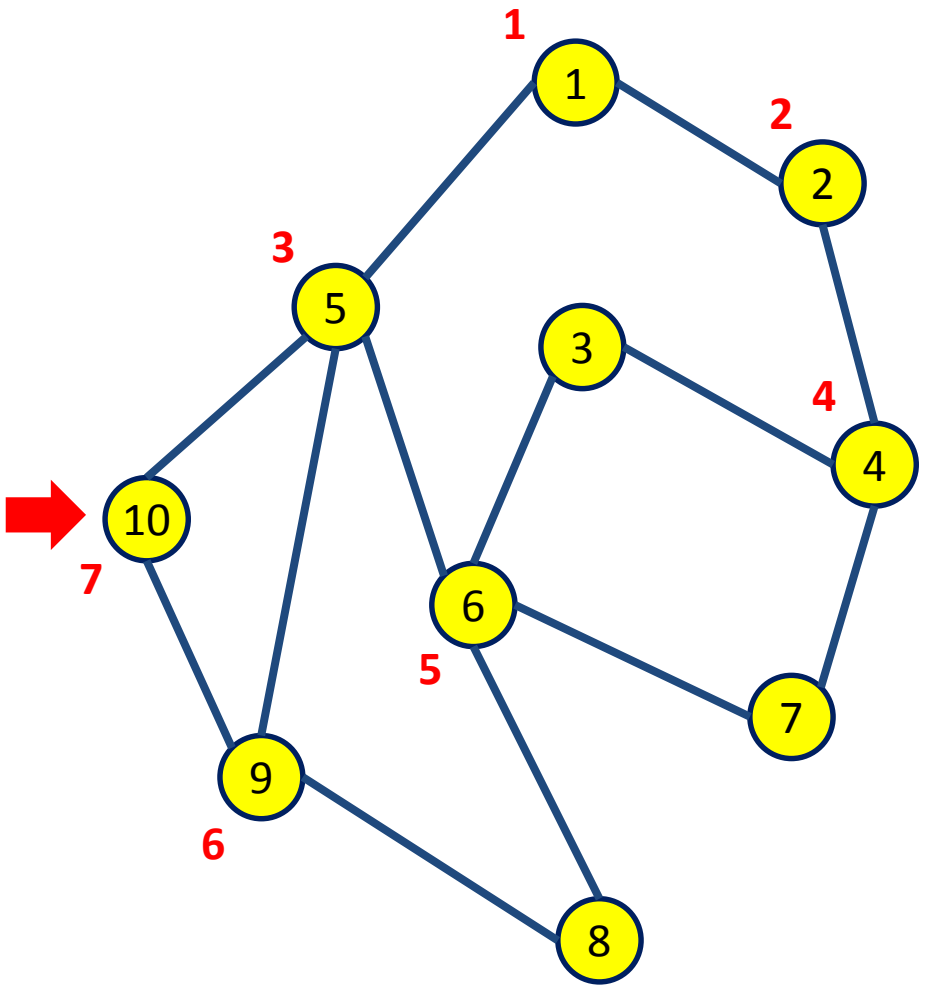
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

3	7	8							

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

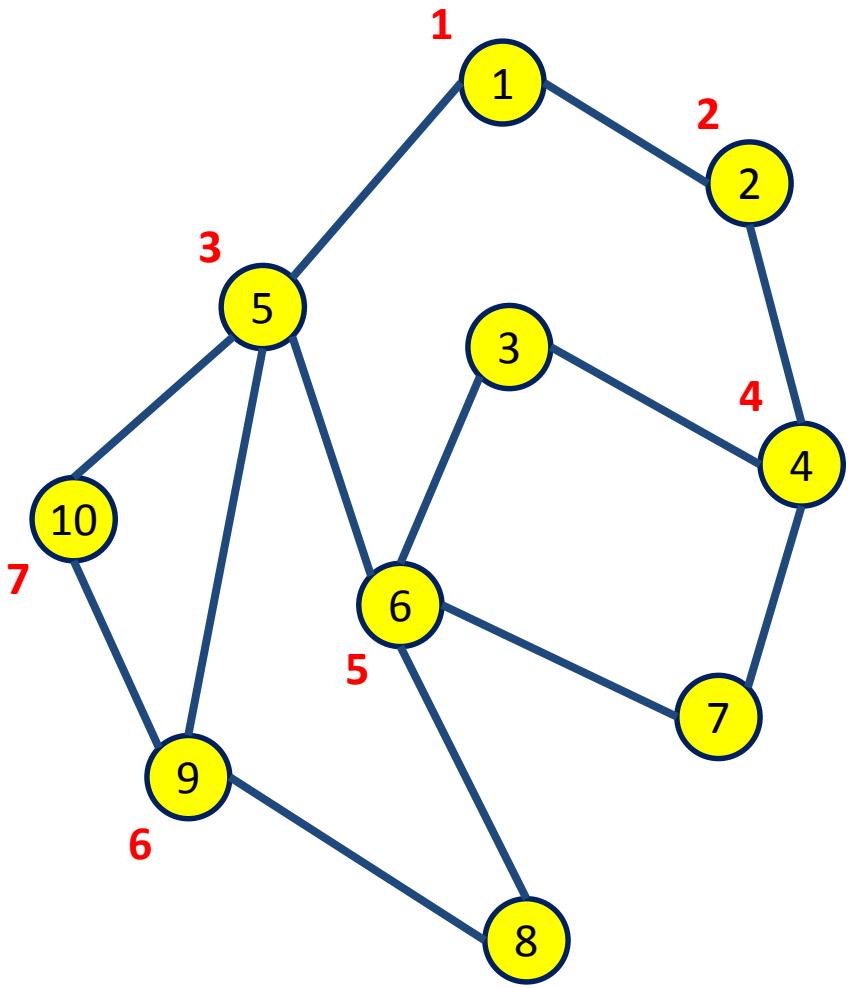
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

3	7	8							

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

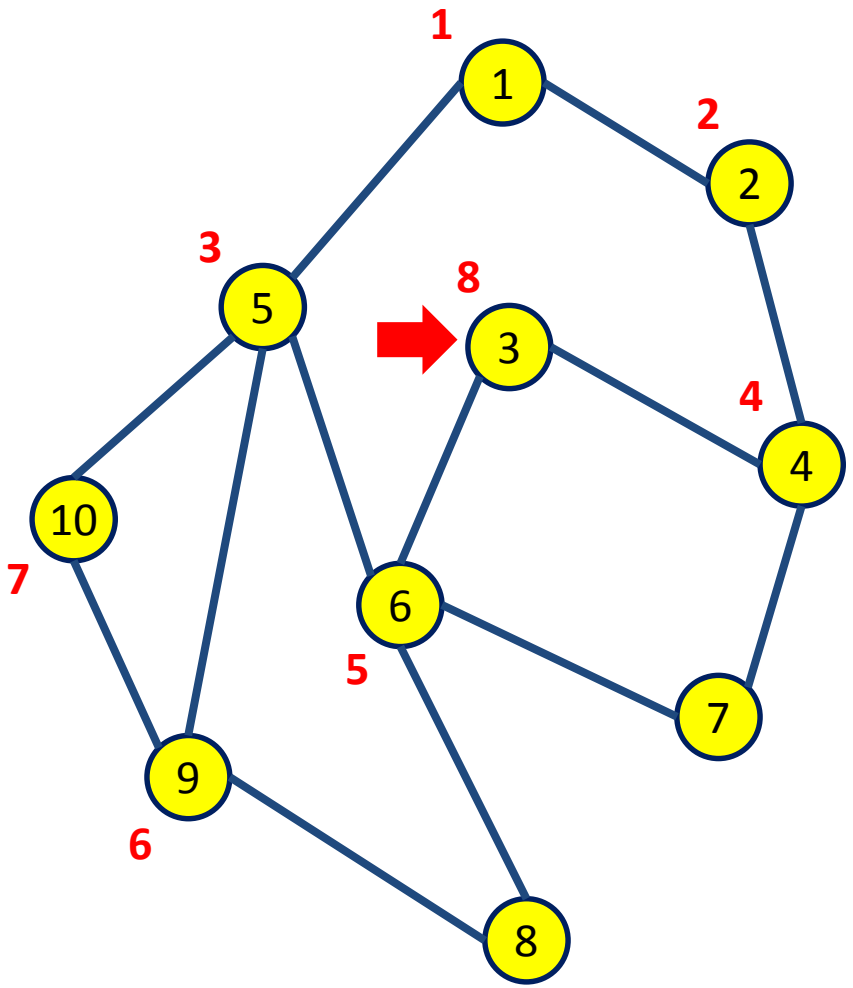
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

7	8								

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

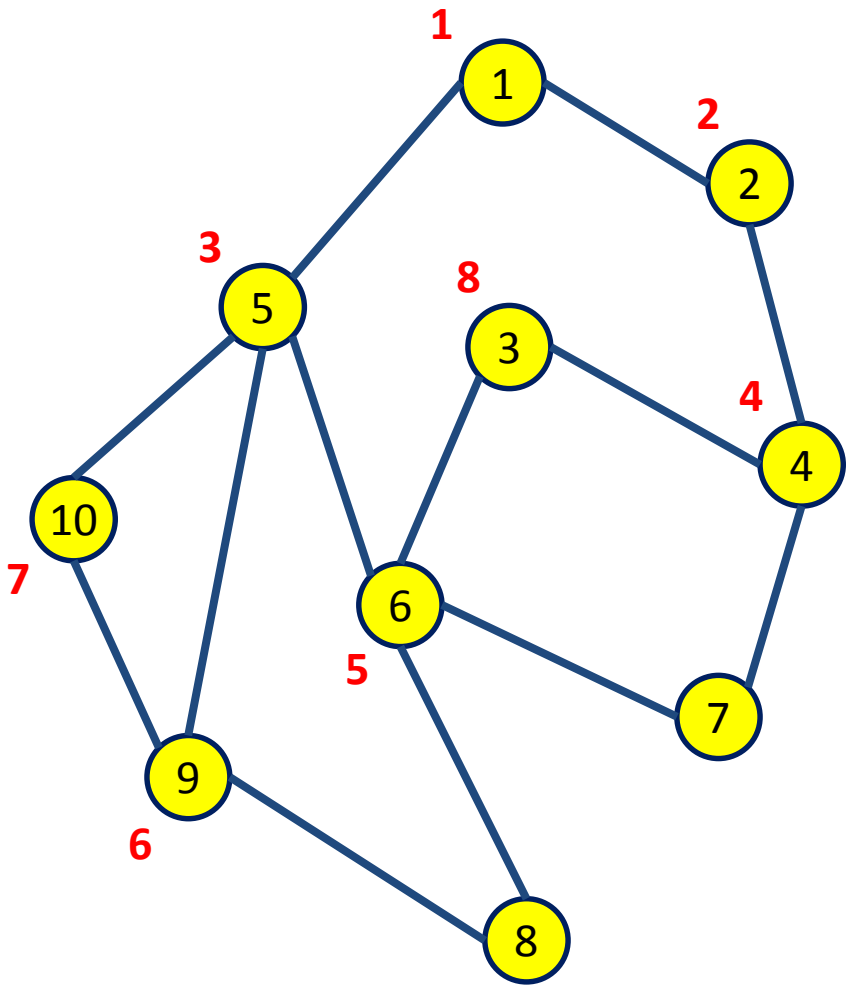
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

7	8								

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

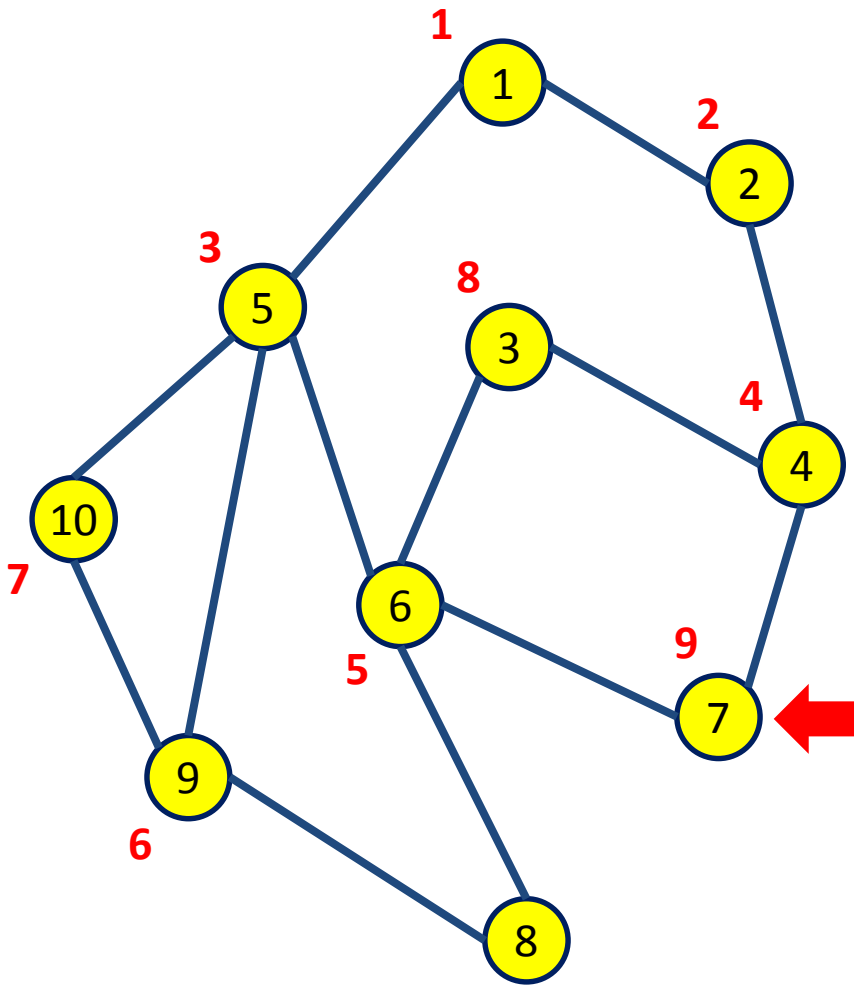
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

8									

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

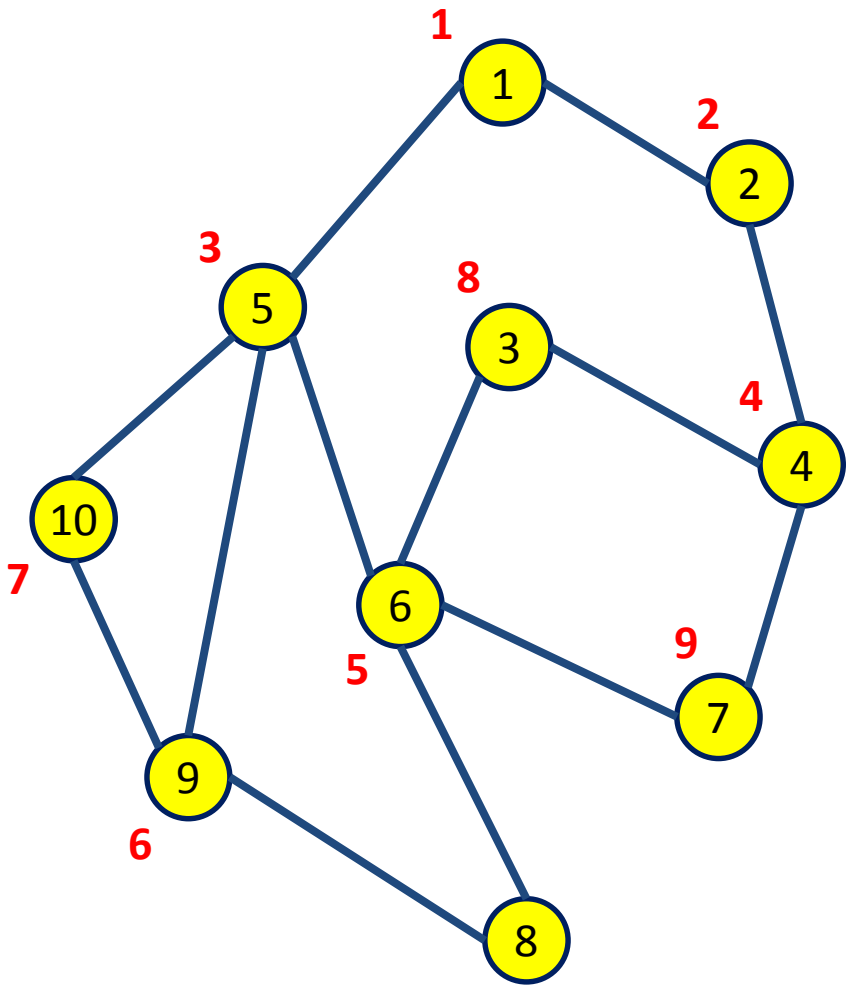
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

8									

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



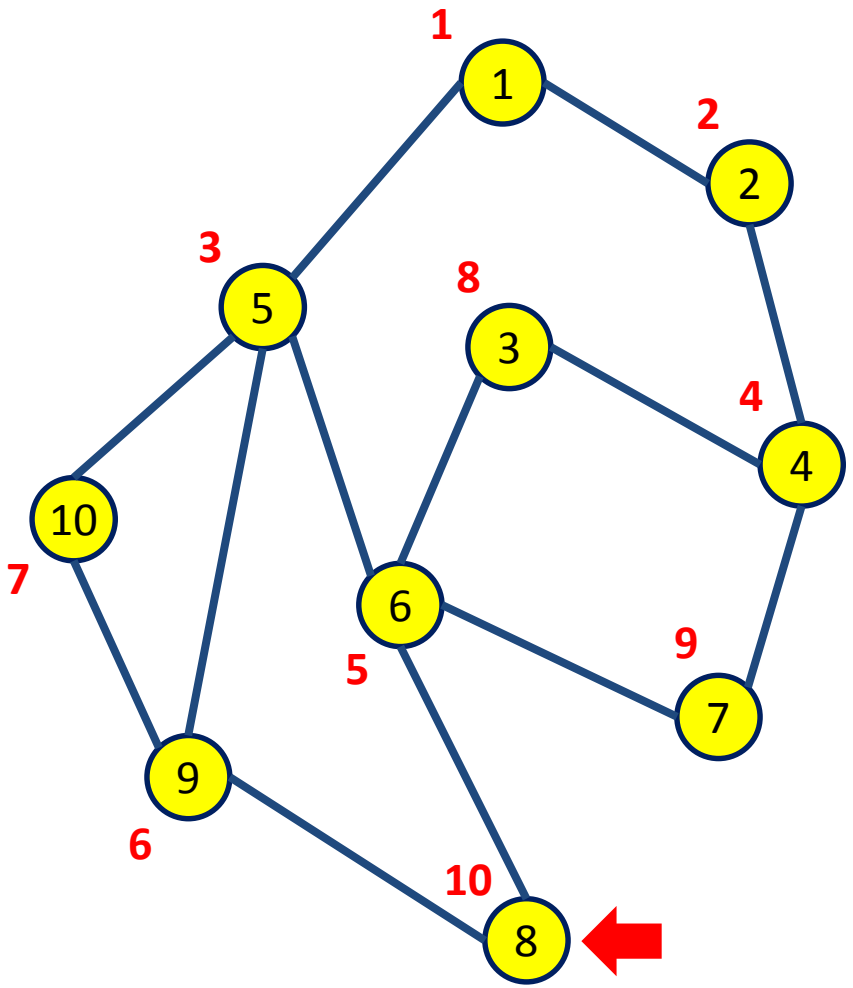
Recorrido en anchura de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en anchura de un grafo

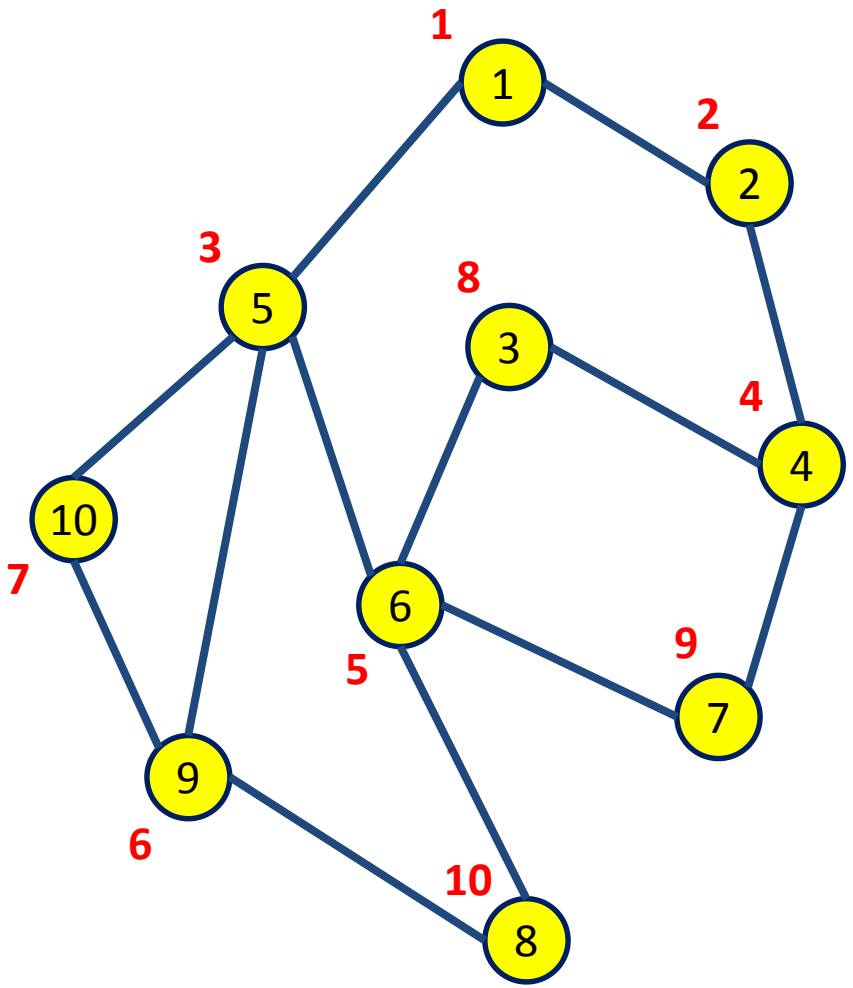
Solución: **Nodo origen = 1**

Cola de nodos:

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

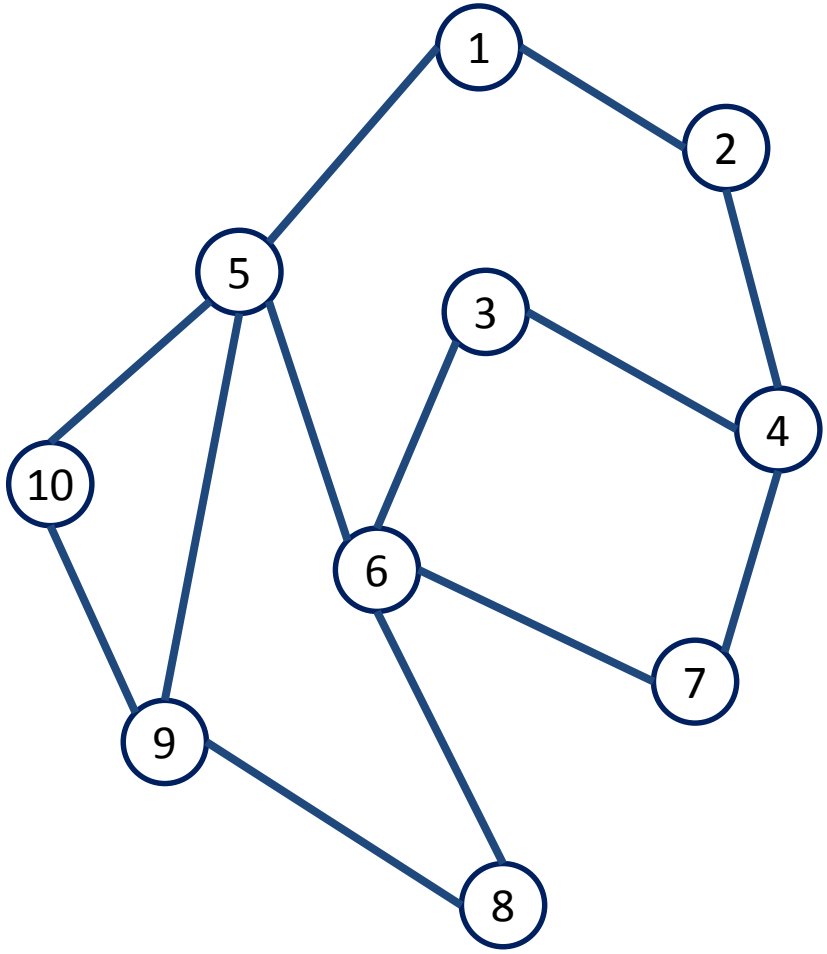
La cola está vacía entonces
FIN DEL PROCESO



Recorrido: 1 - 2 - 5 - 4 - 6 - 9 - 10 - 3 - 7 - 8

Recorrido en profundidad de un grafo

Ejercicio 2: realizar el recorrido en profundidad del siguiente grafo no dirigido para numerarlo en preorden

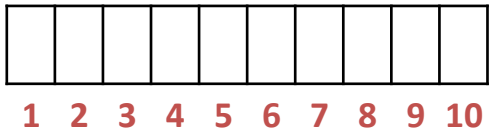


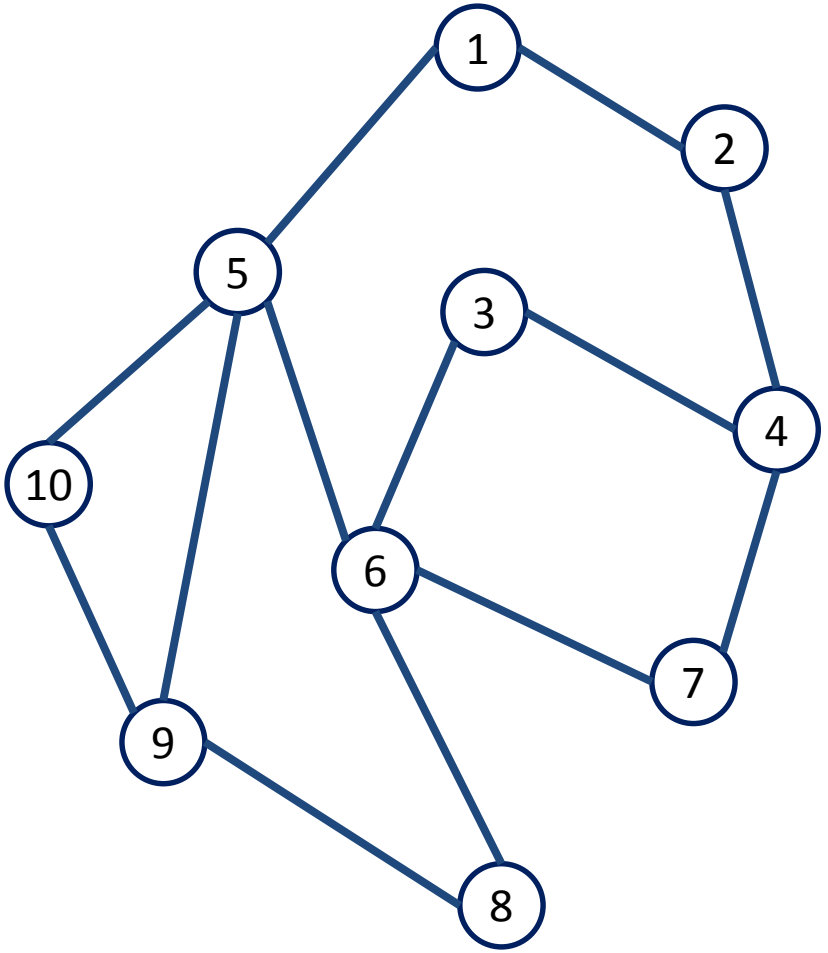
Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

Marcados:





Recorrido en profundidad de un grafo

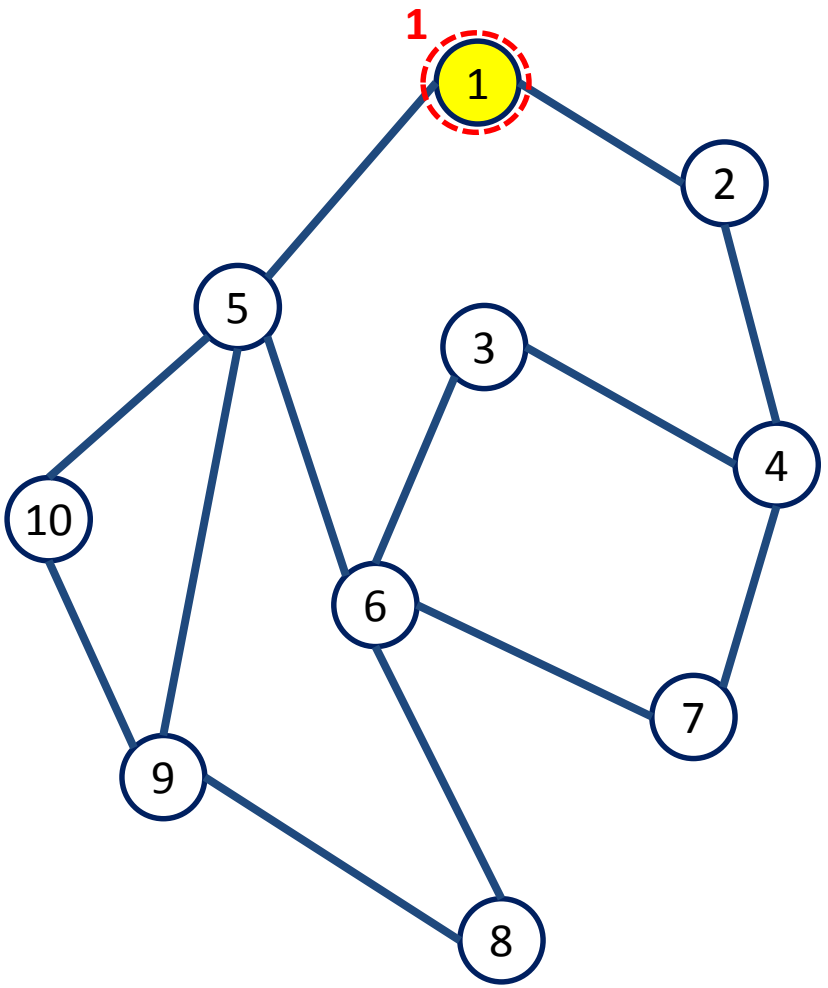
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1									

Marcados:

V									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



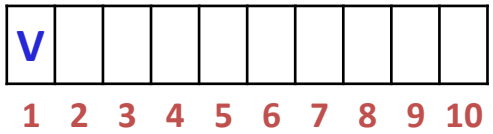
Recorrido en profundidad de un grafo

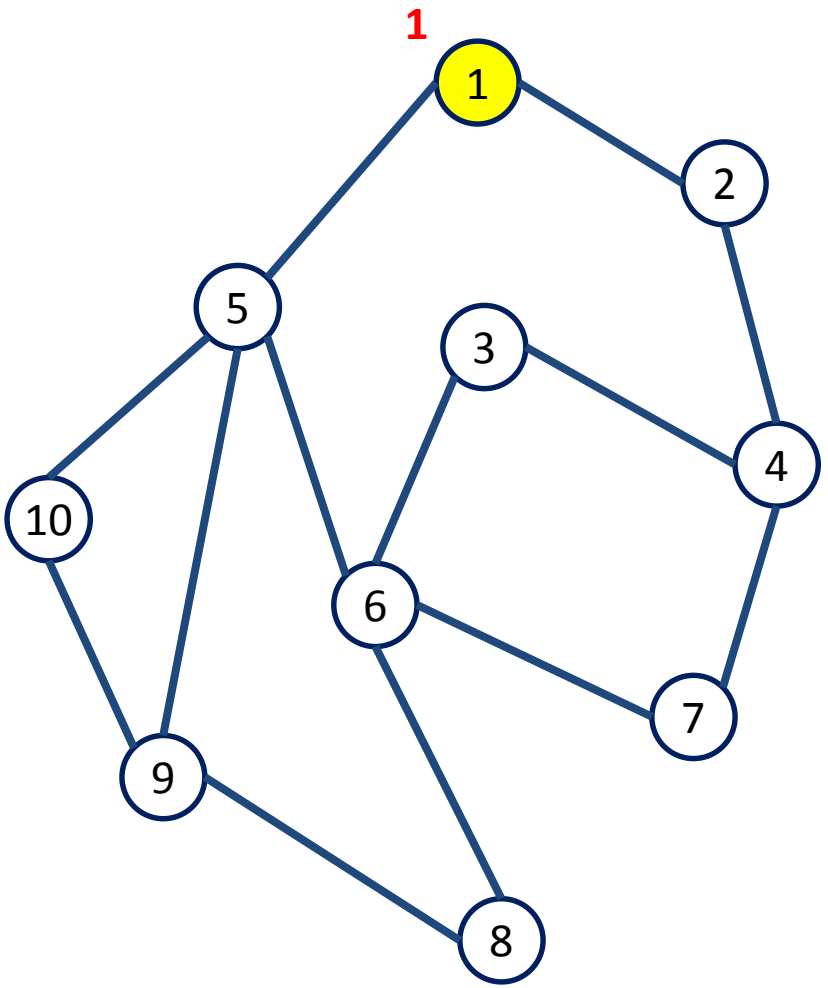
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

Cima

Marcados:





Recorrido en profundidad de un grafo

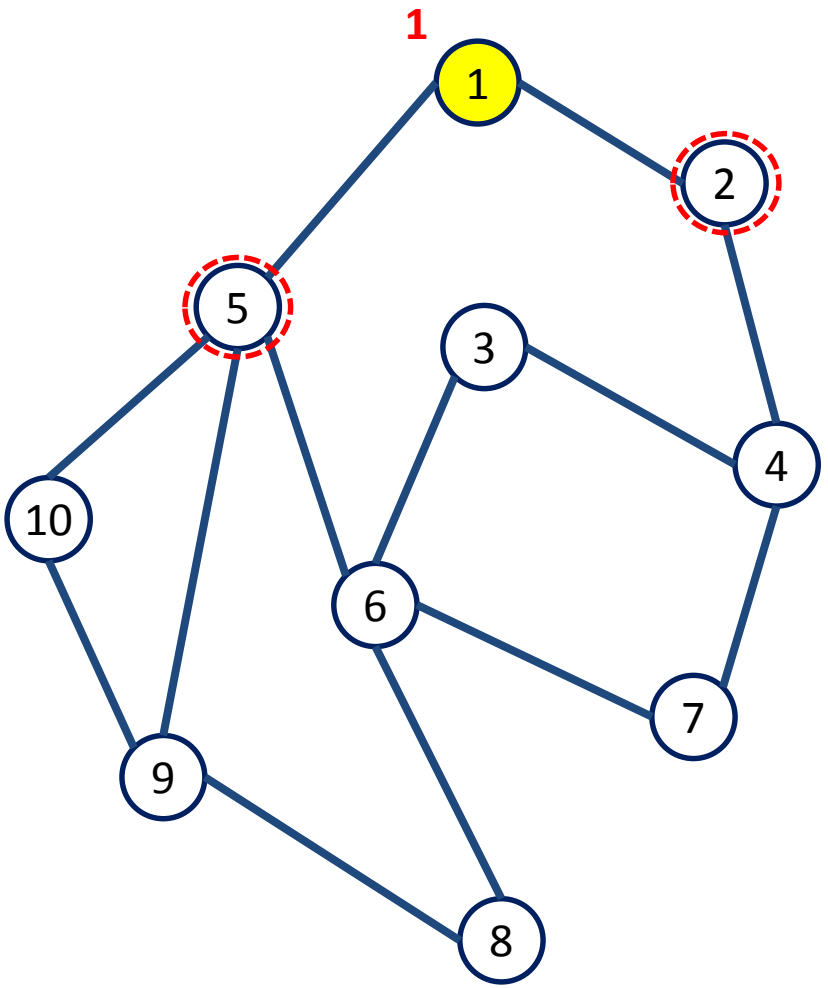
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1									

Marcados:

V									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

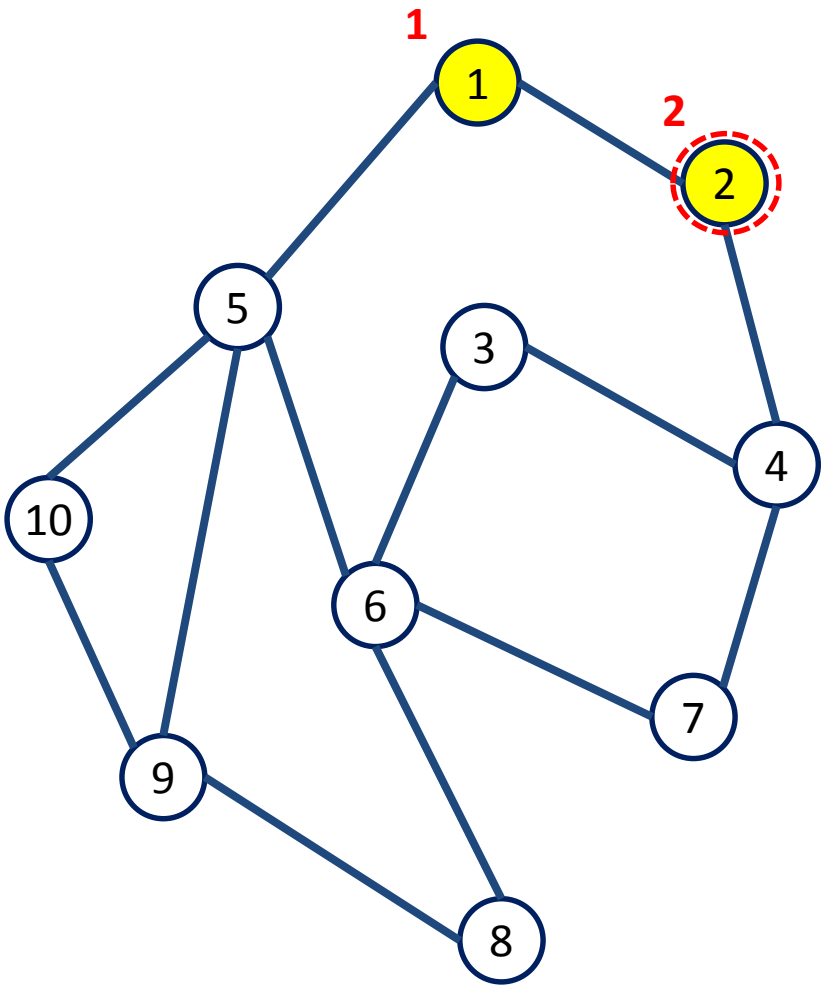
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2								

Marcados:

V	V								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

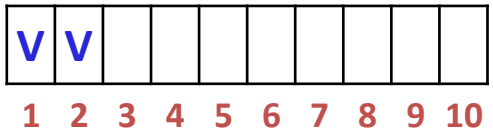


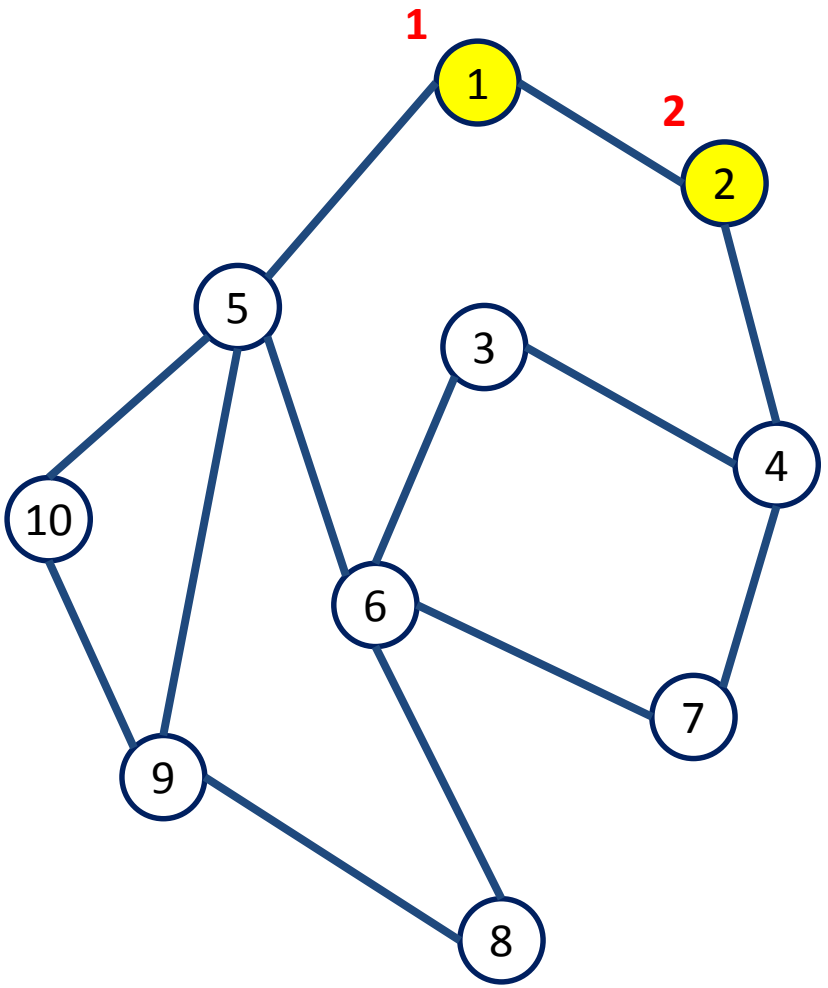
Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

Marcados:





Recorrido en profundidad de un grafo

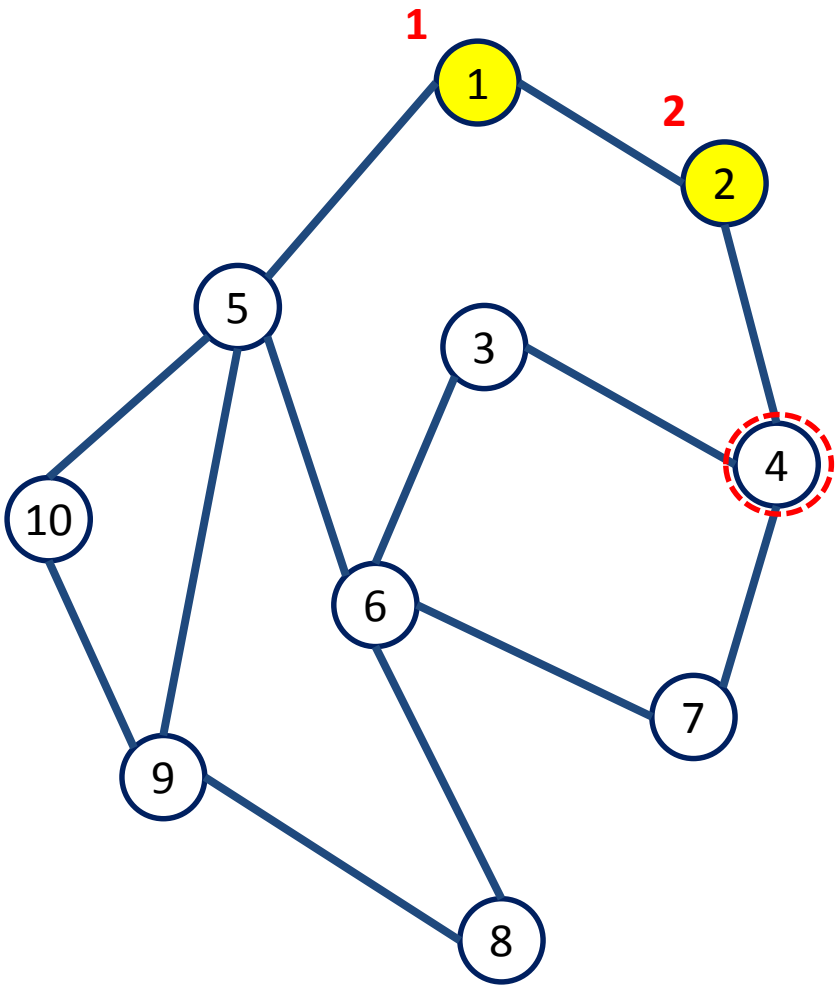
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2								

Marcados:

V	V								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

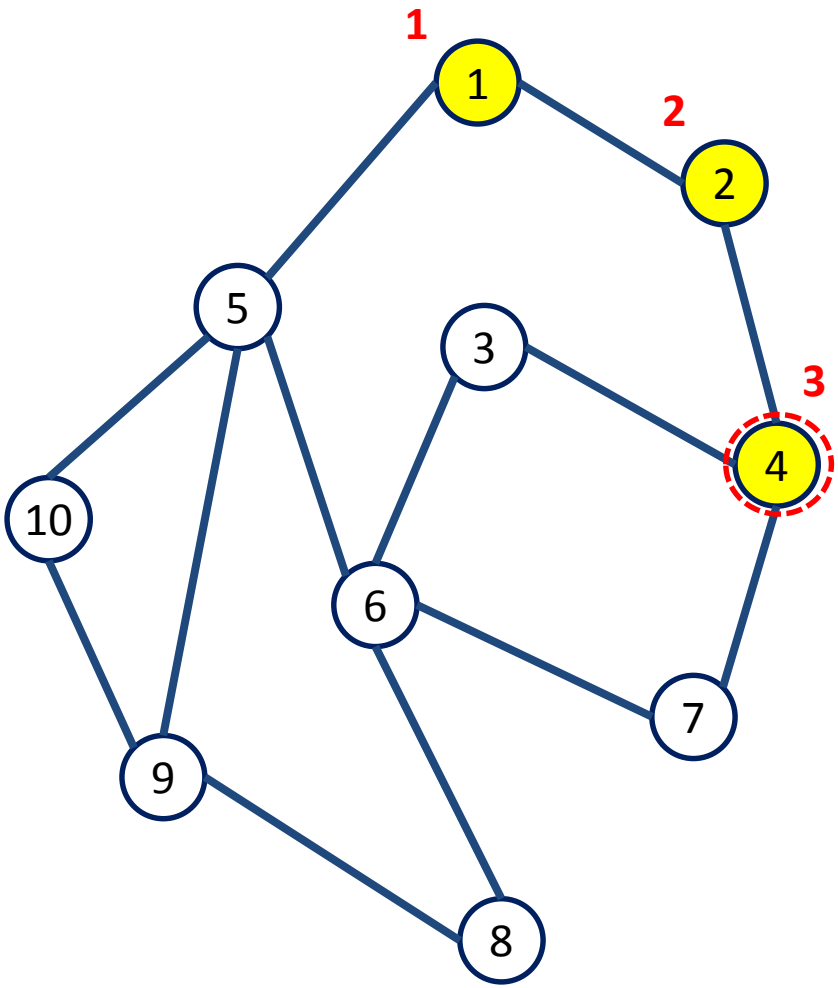
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4							

Marcados:

V	V		V						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

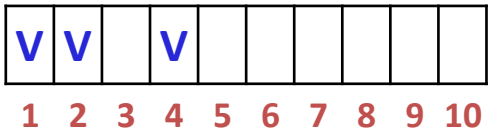


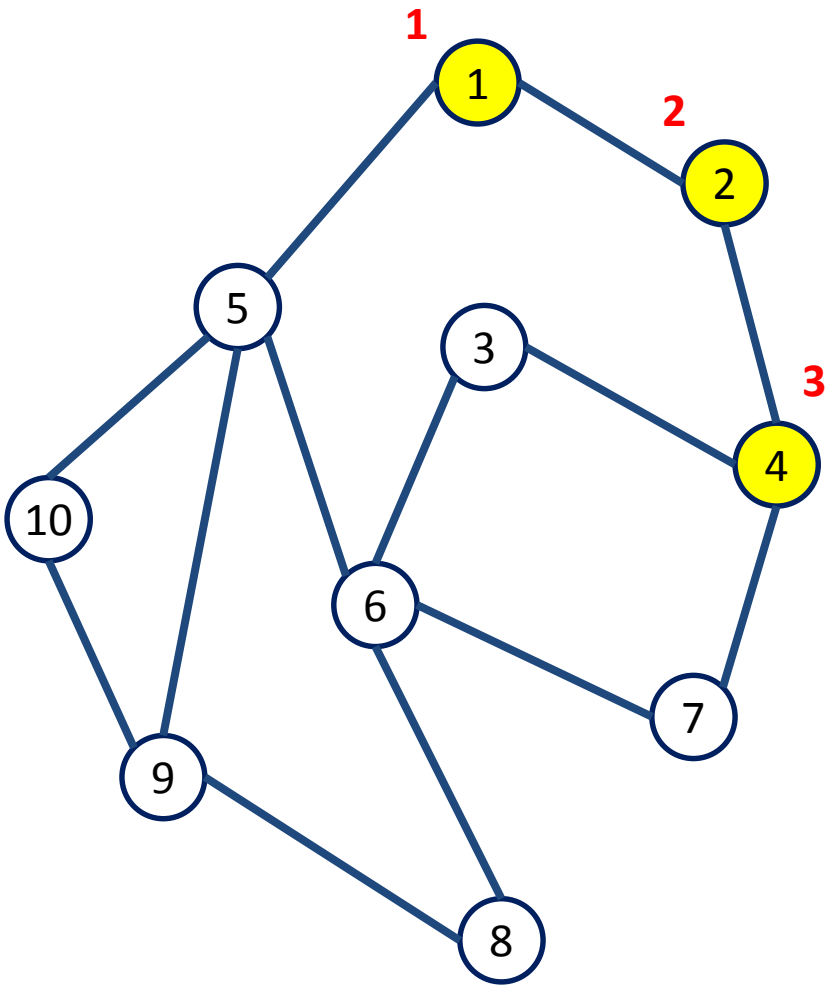
Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

Marcados:





Recorrido en profundidad de un grafo

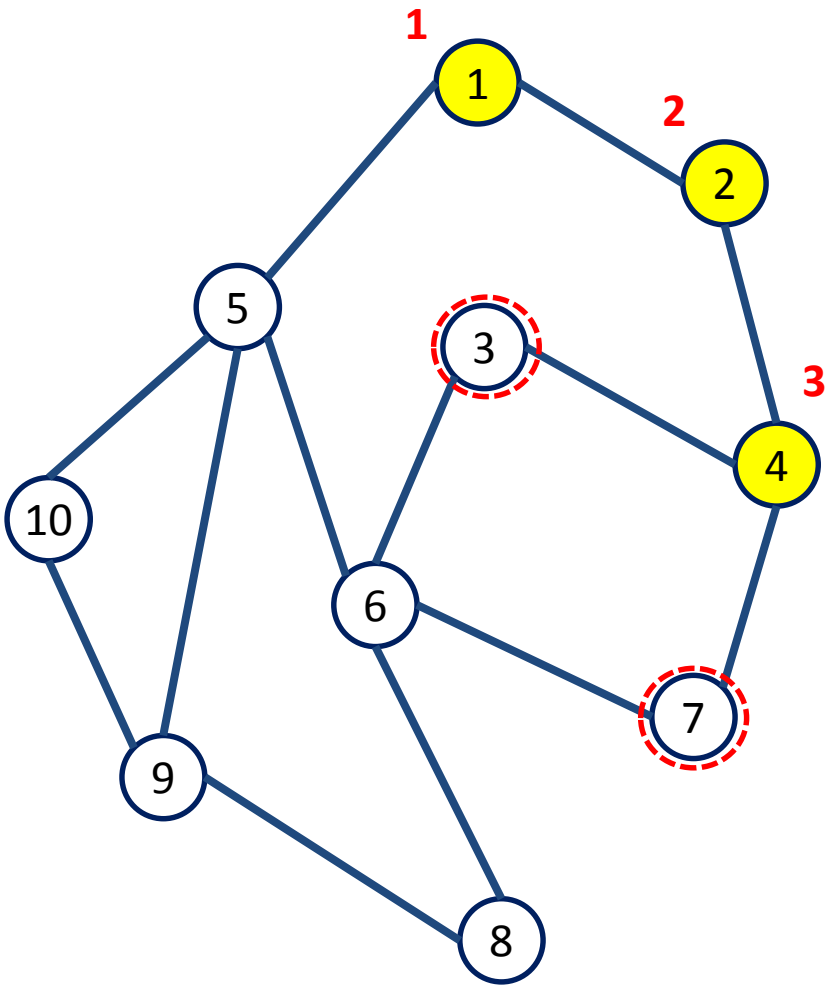
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4							

Marcados:

V	V		V						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

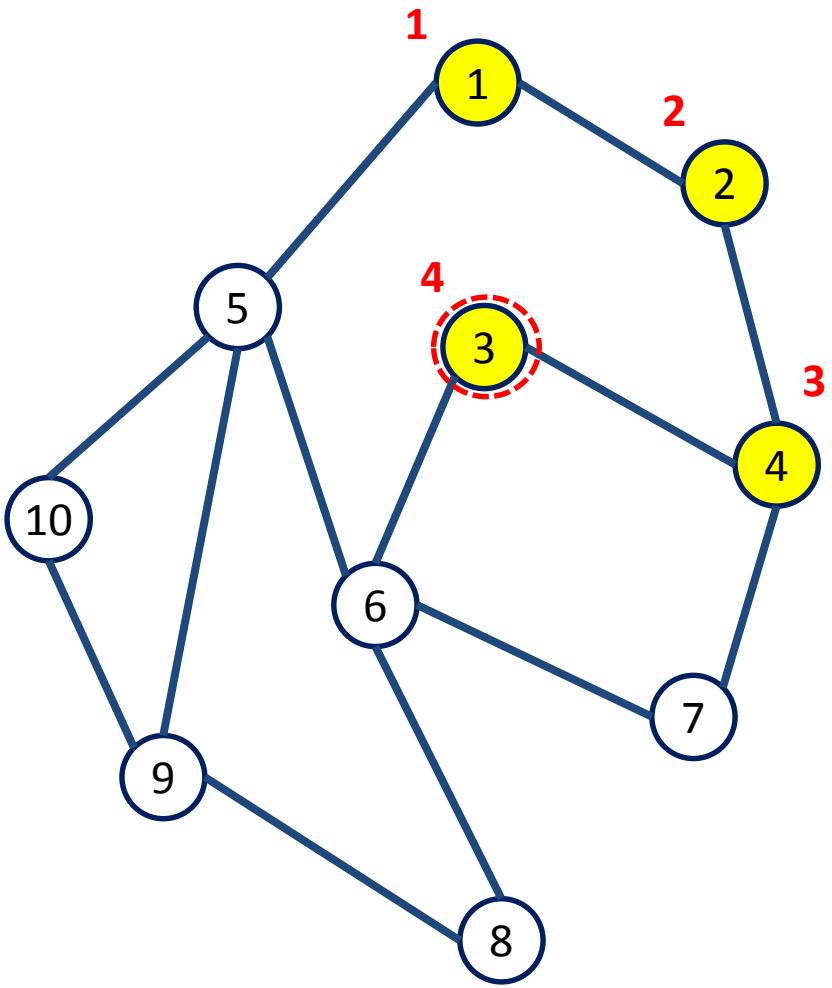
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4	3						

Marcados:

V	V	V	V						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

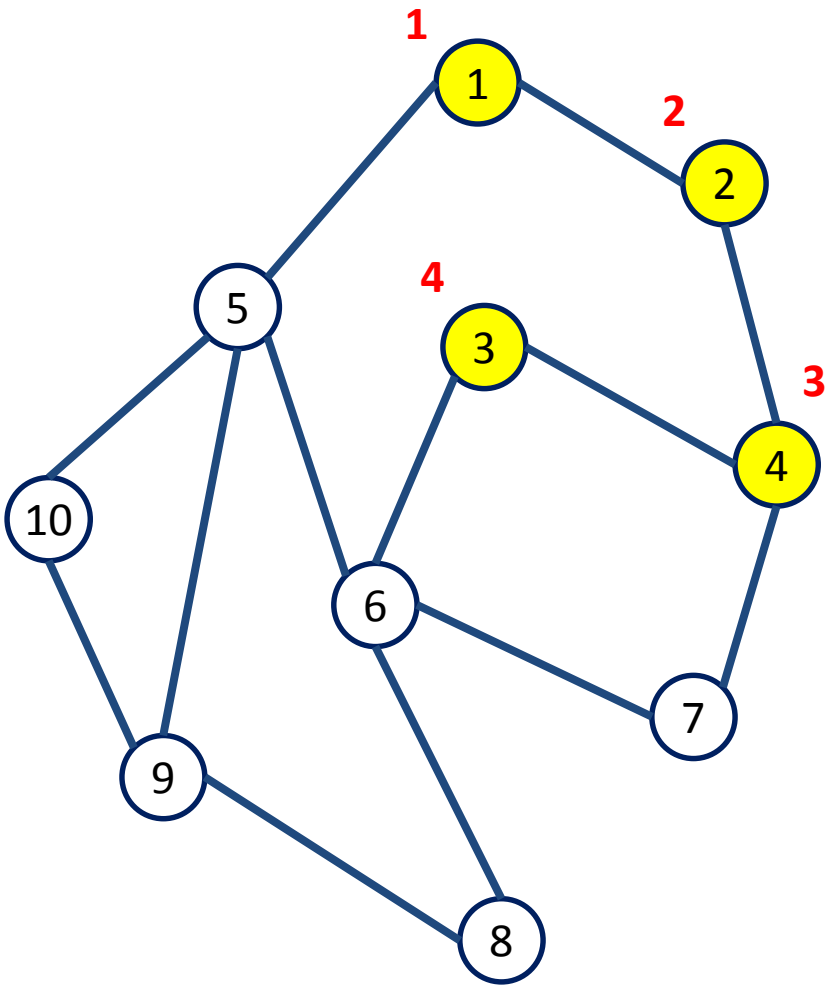
Pila:

1	2	4	3						

Cima

Marcados:

V	V	V	V						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

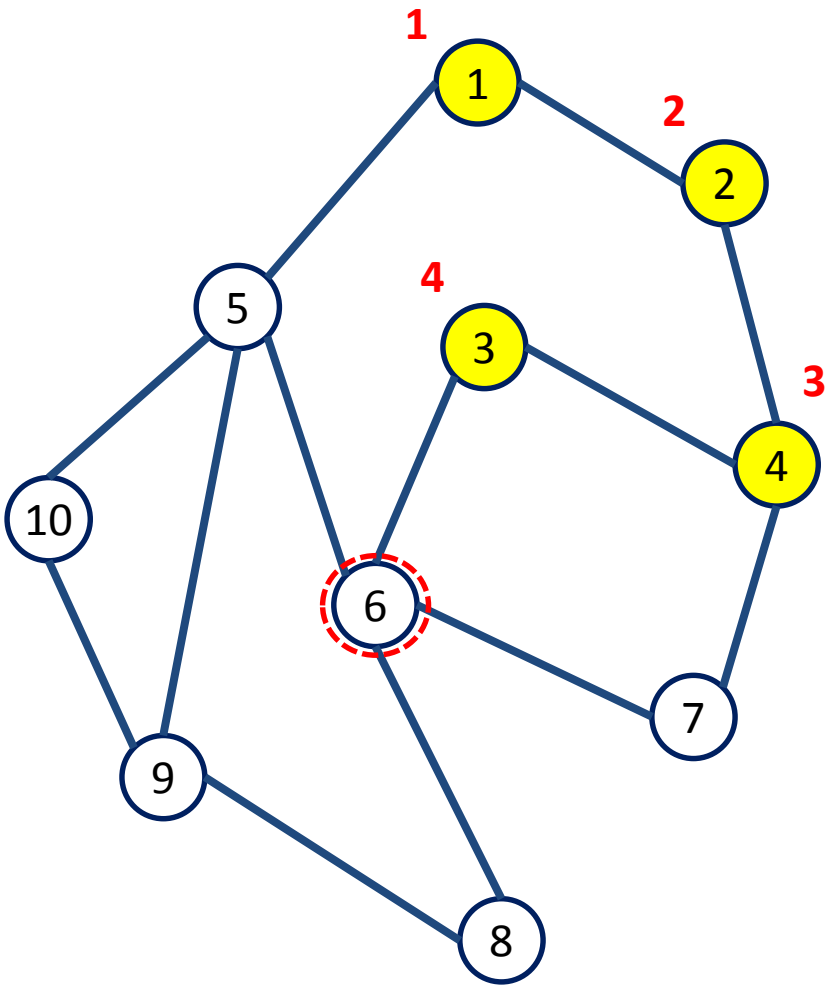
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4	3						

Marcados:

V	V	V	V						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

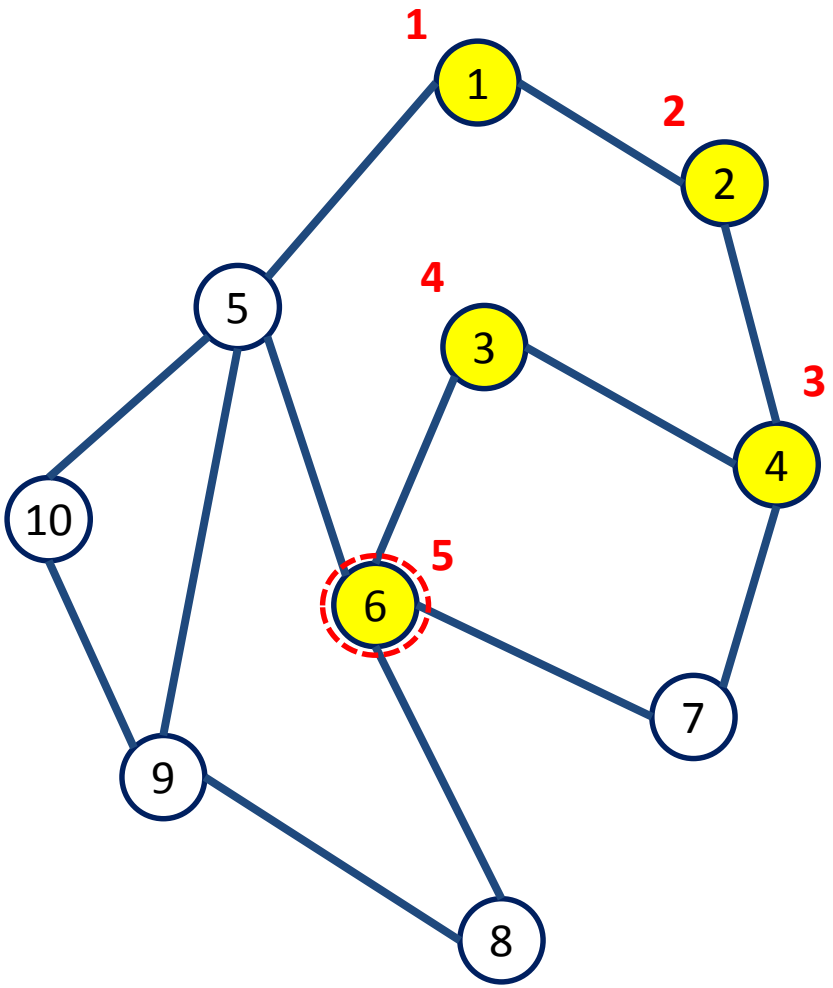
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4	3	6					

Marcados:

V	V	V	V		V				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

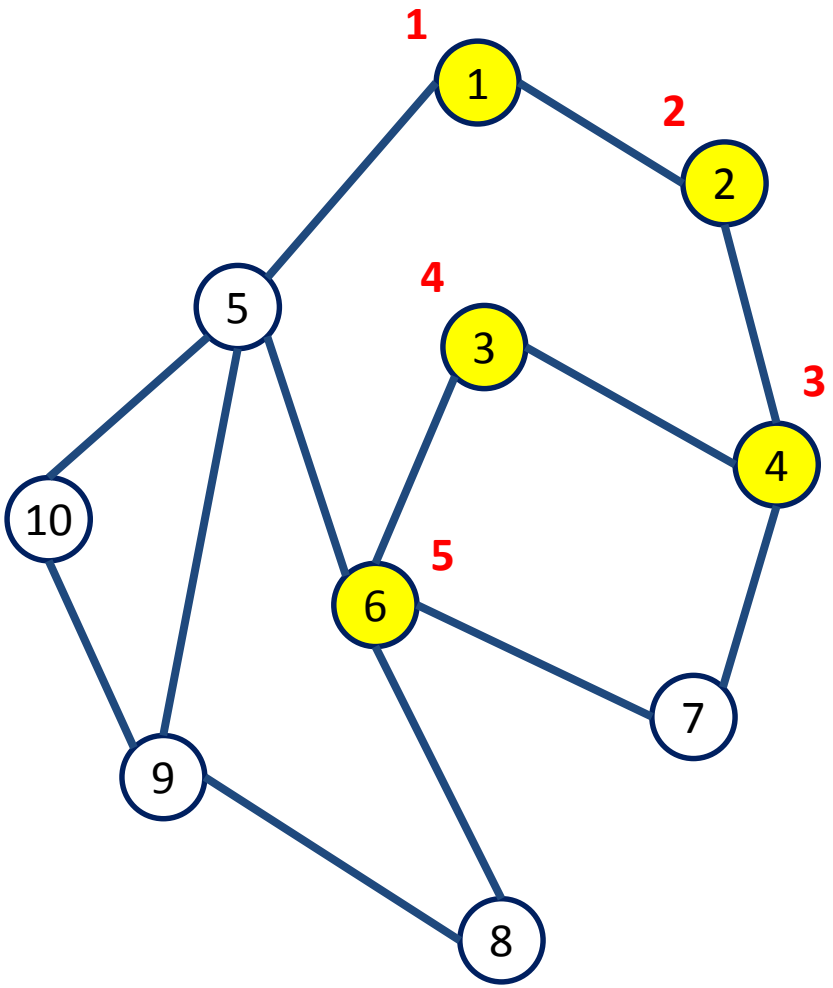
Pila:

1	2	4	3	6					

Cima

Marcados:

V	V	V	V		V				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

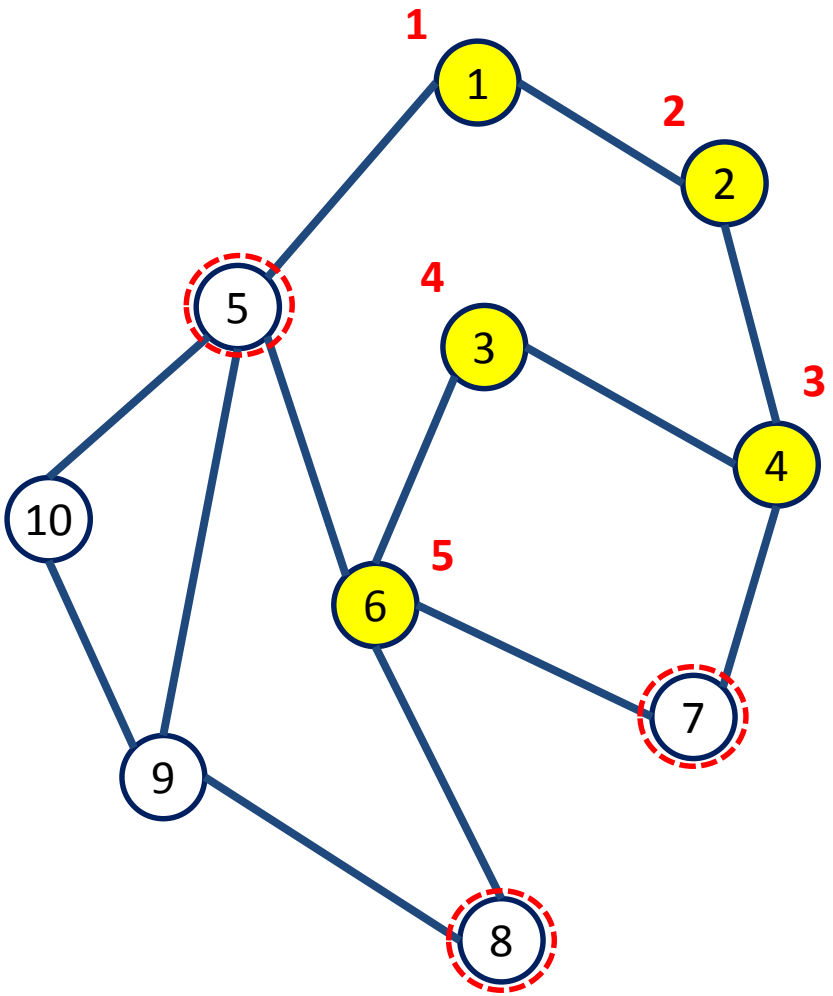
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4	3	6					

Marcados:

V	V	V	V		V				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

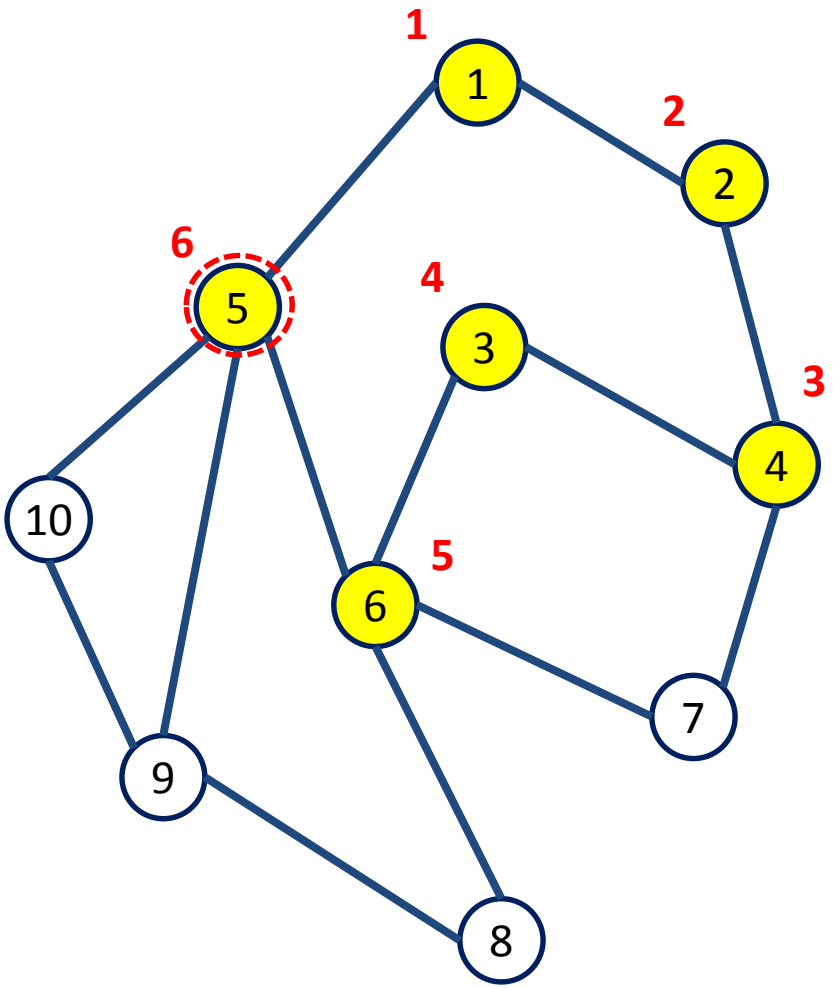
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4	3	6	5				

Marcados:

V	V	V	V	V	V				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

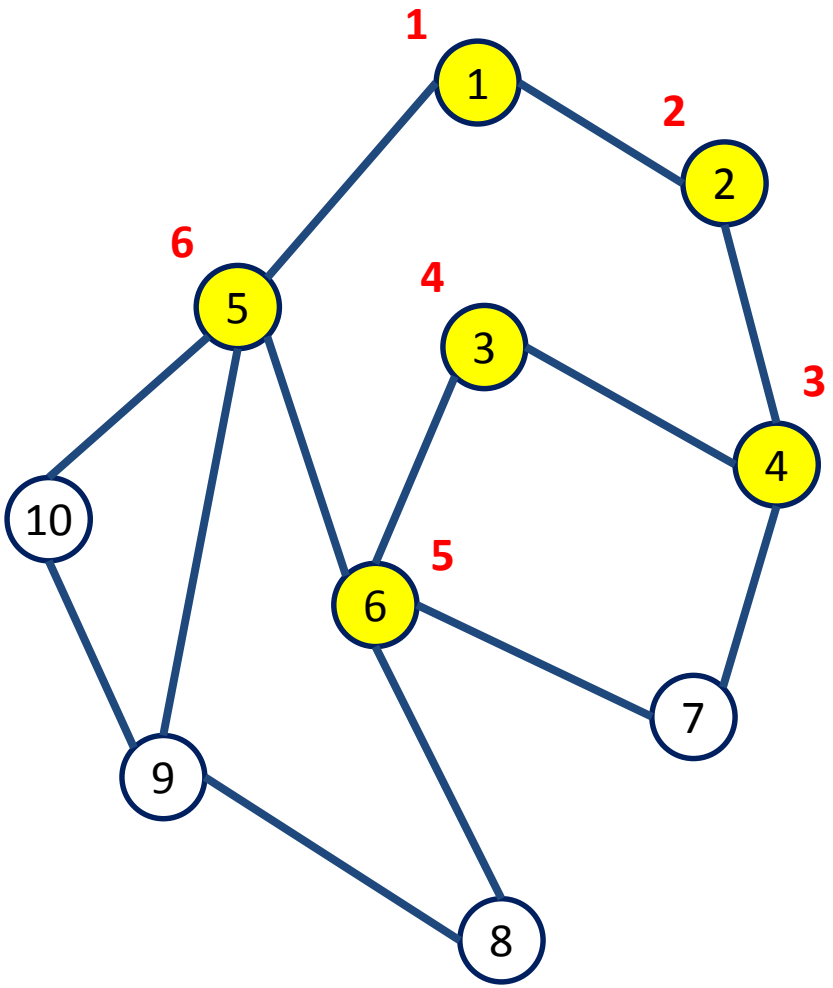
Pila:

1	2	4	3	6	5				

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

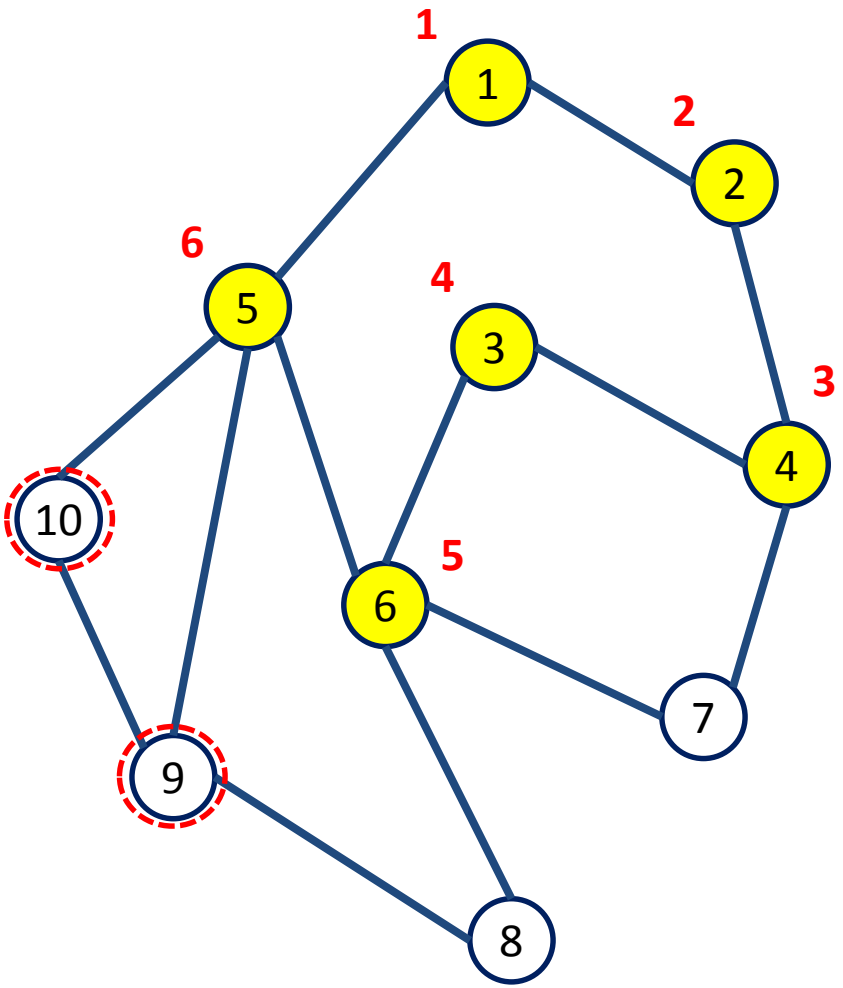
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4	3	6	5				

Marcados:

V	V	V	V	V	V				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

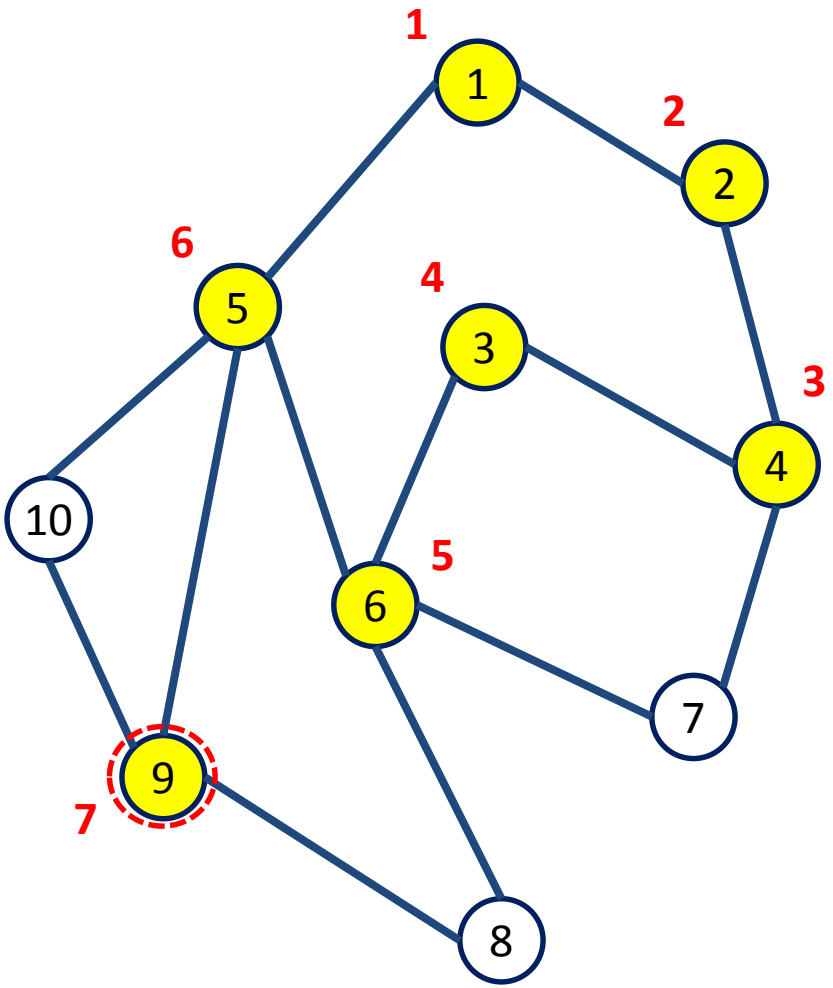
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4	3	6	5	9			

Marcados:

V	V	V	V	V	V			V	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

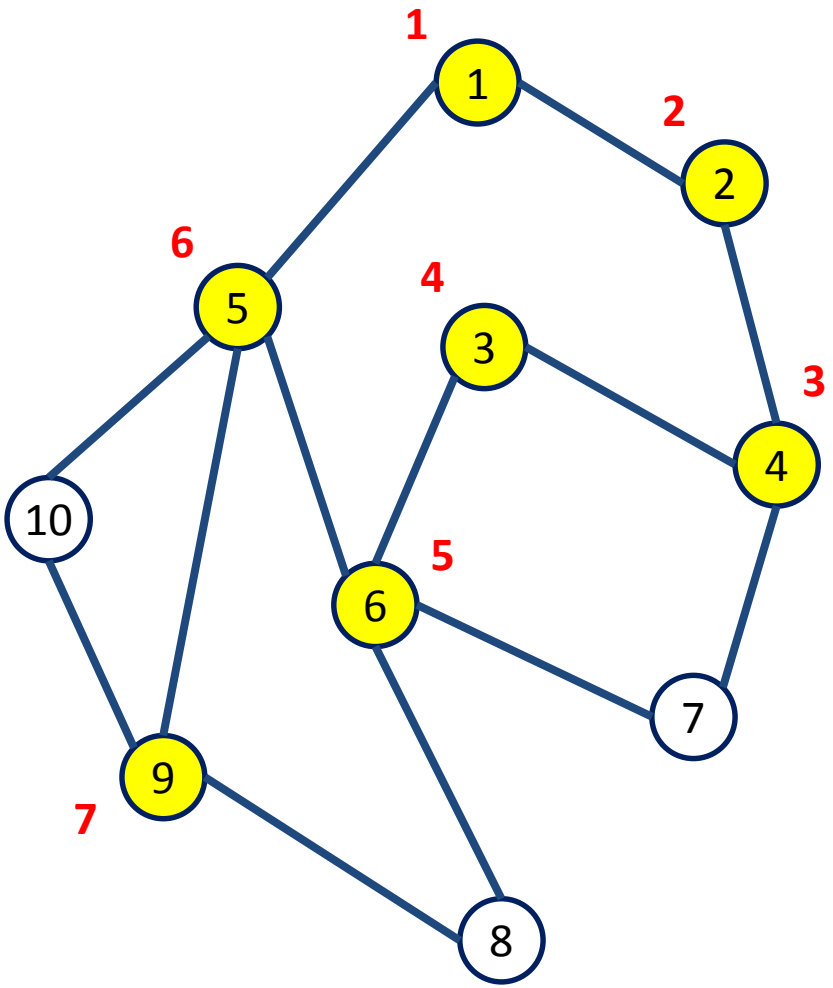
Pila:

1	2	4	3	6	5	9			

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V			V	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

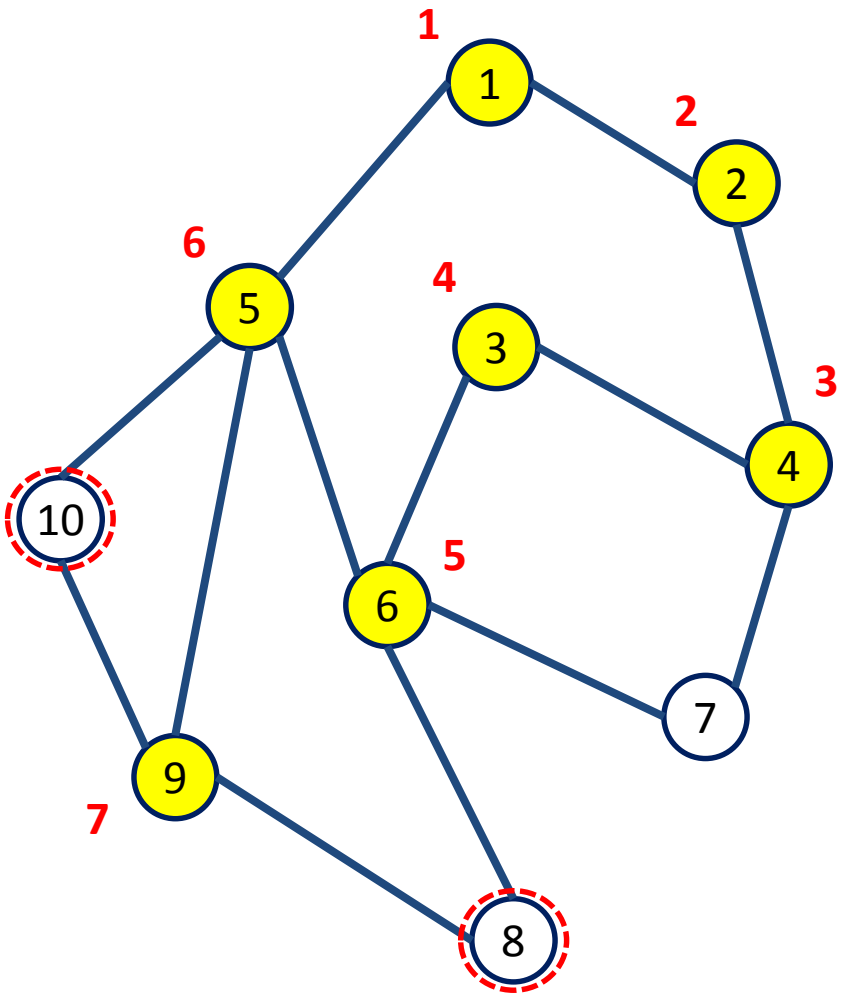
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4	3	6	5	9			

Marcados:

V	V	V	V	V	V			V	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

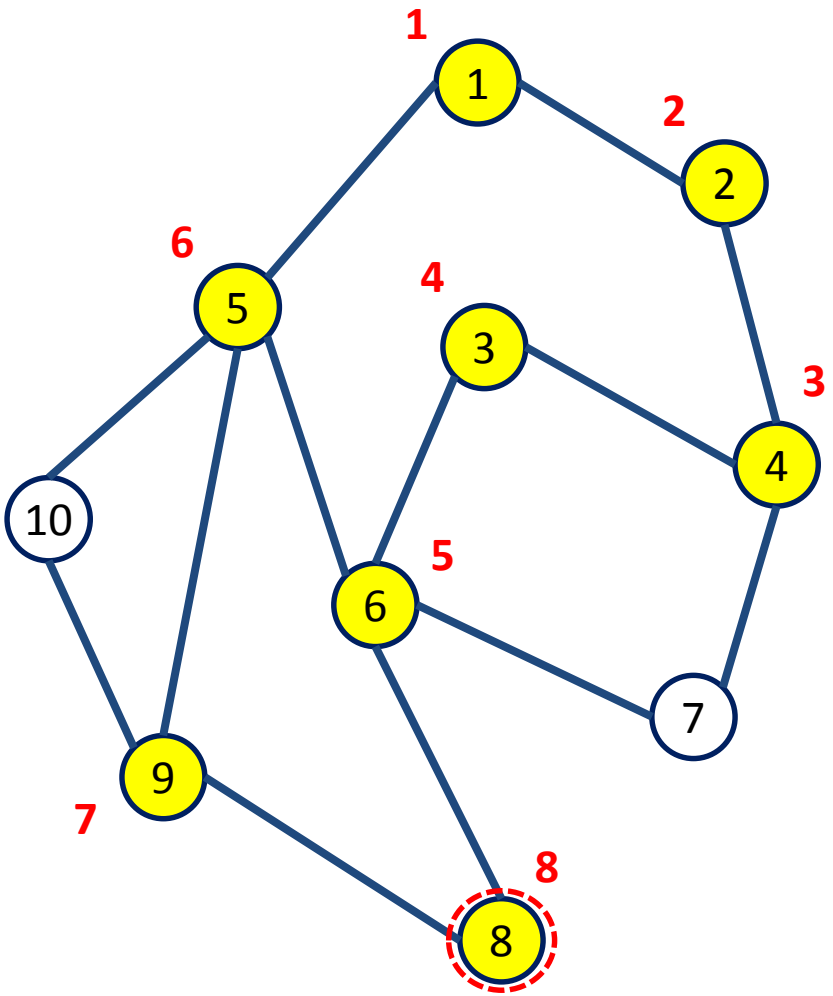
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4	3	6	5	9	8		

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

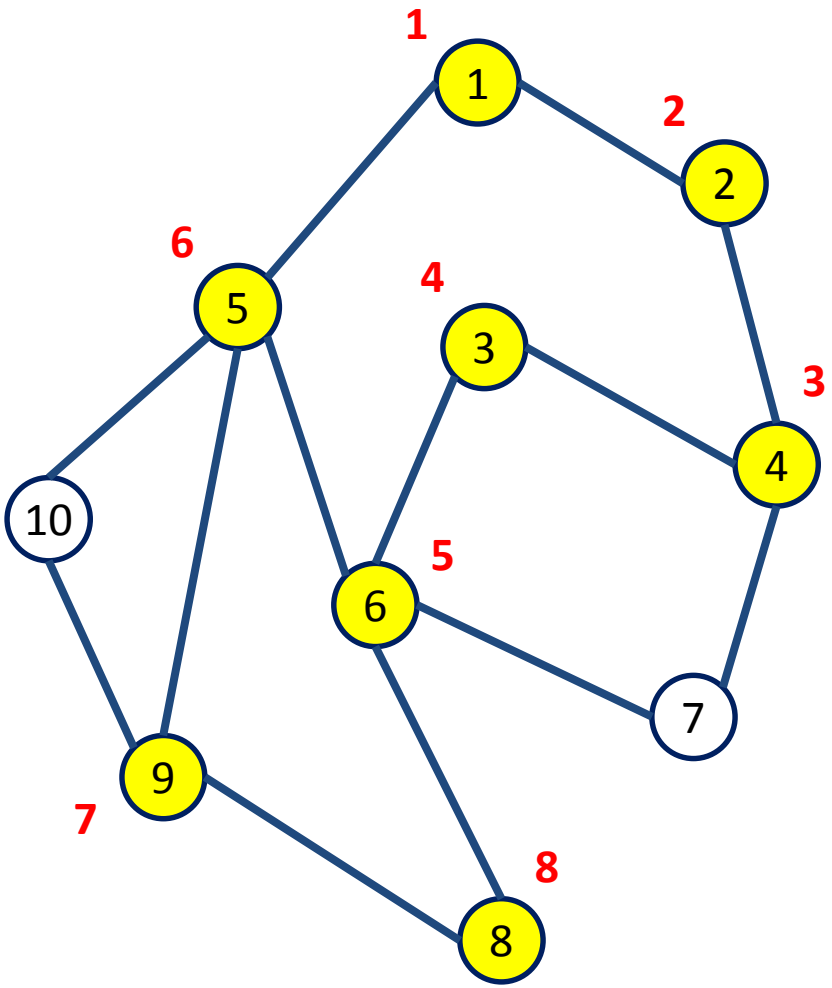
Pila:

1	2	4	3	6	5	9	8		

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

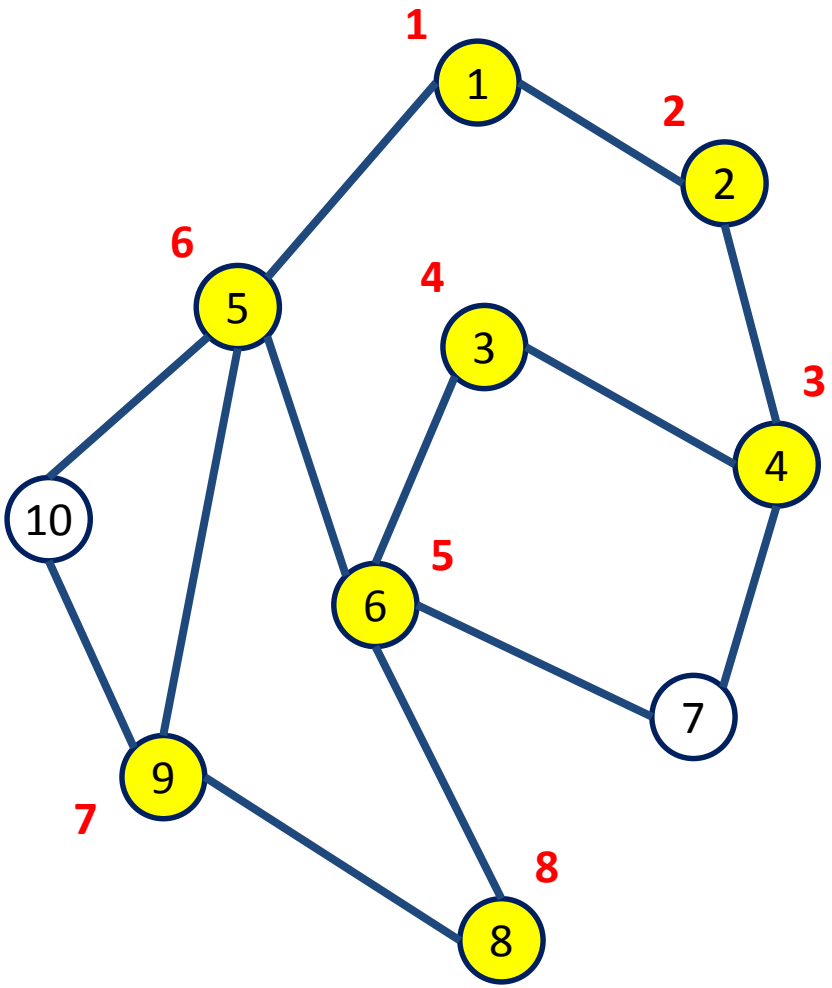
Pila:

1	2	4	3	6	5	9	8		

Desapilar

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

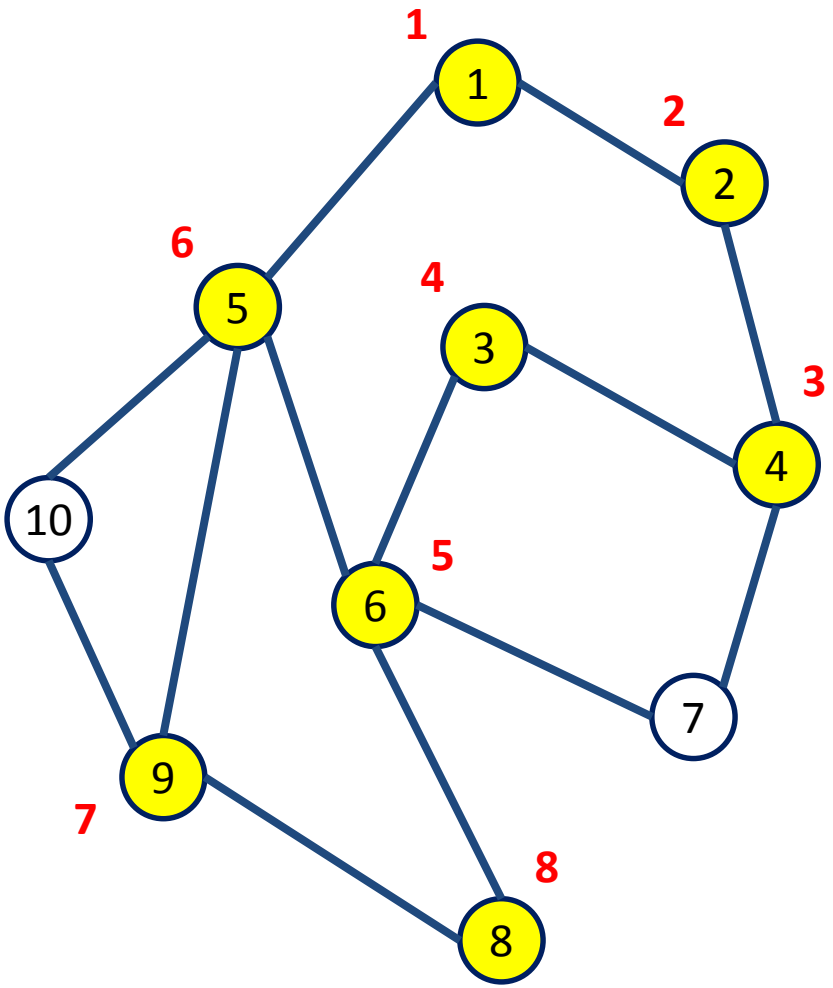
Pila:

1	2	4	3	6	5	9			

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

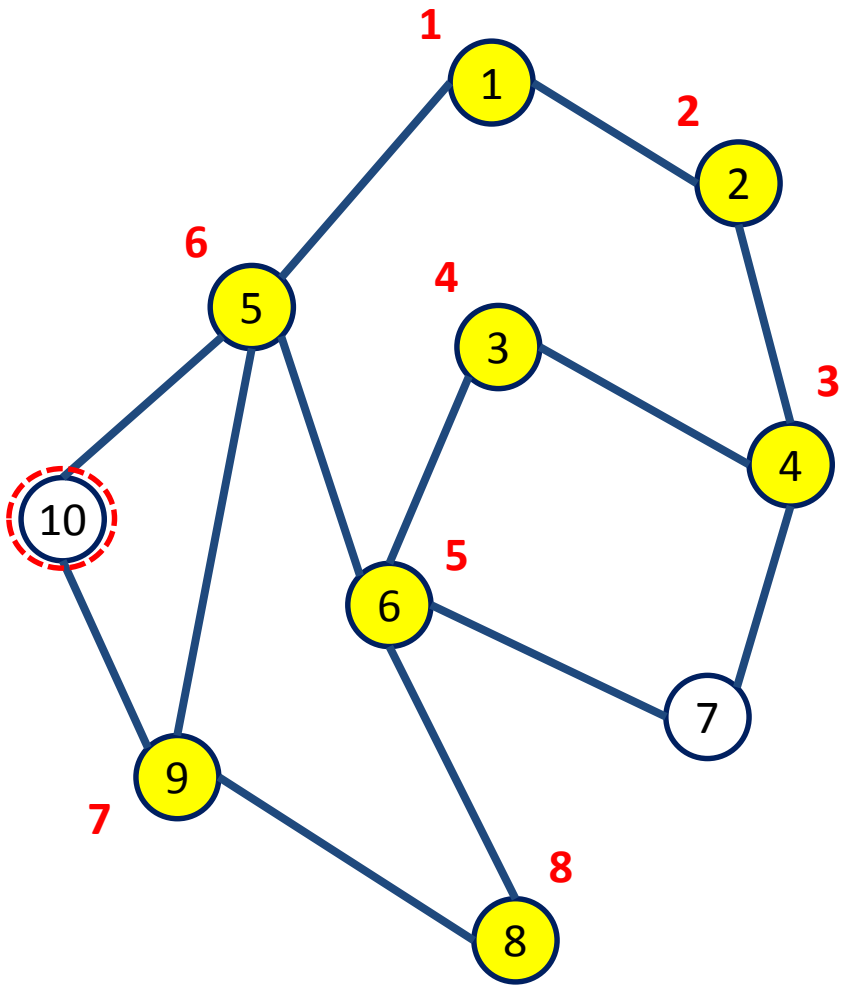
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4	3	6	5	9			

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

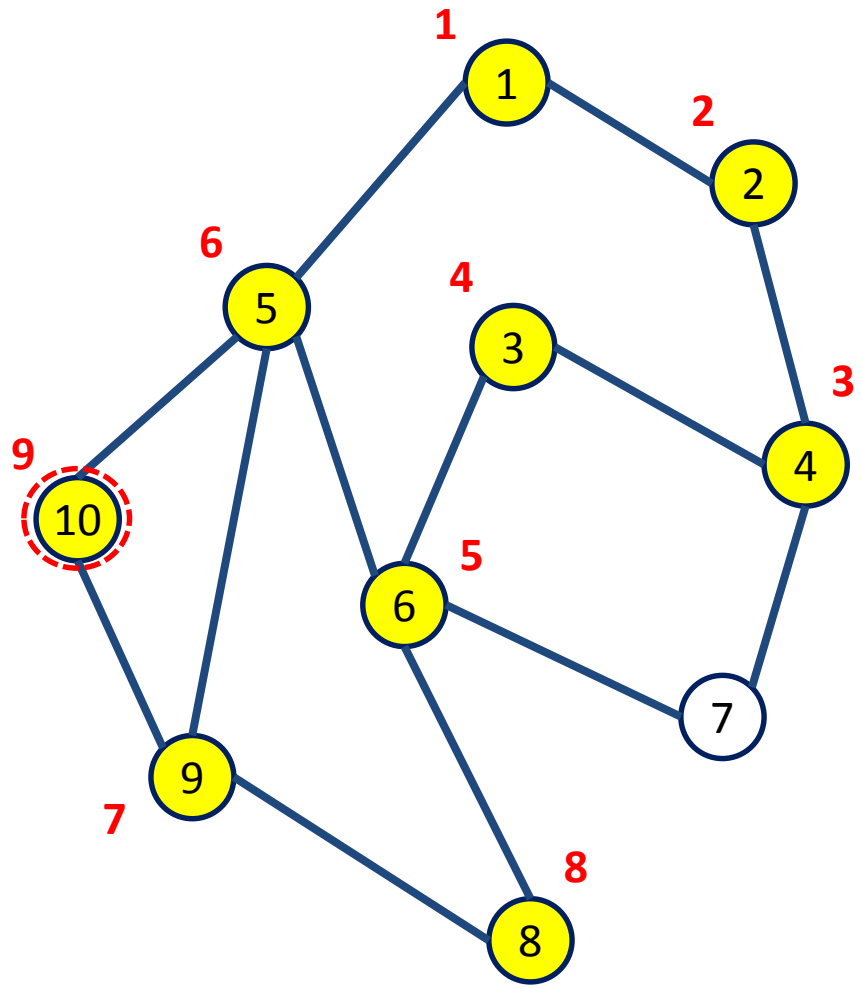
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4	3	6	5	9	10		

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

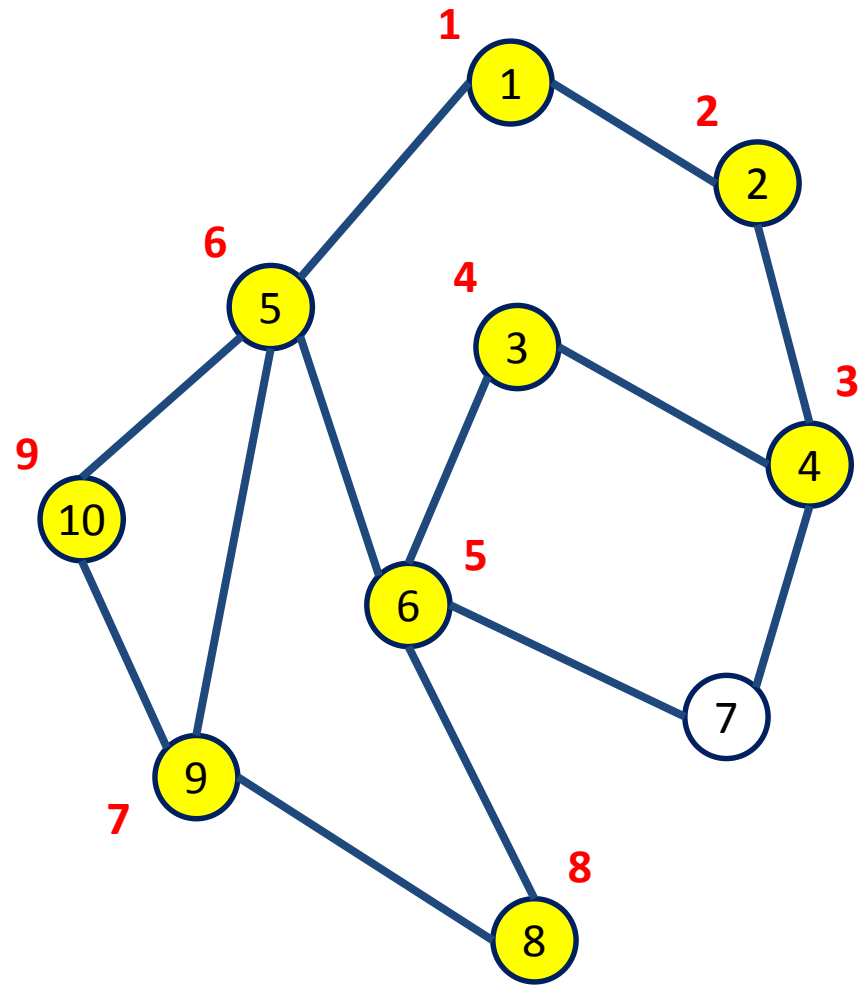
Pila:

1	2	4	3	6	5	9	10		

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

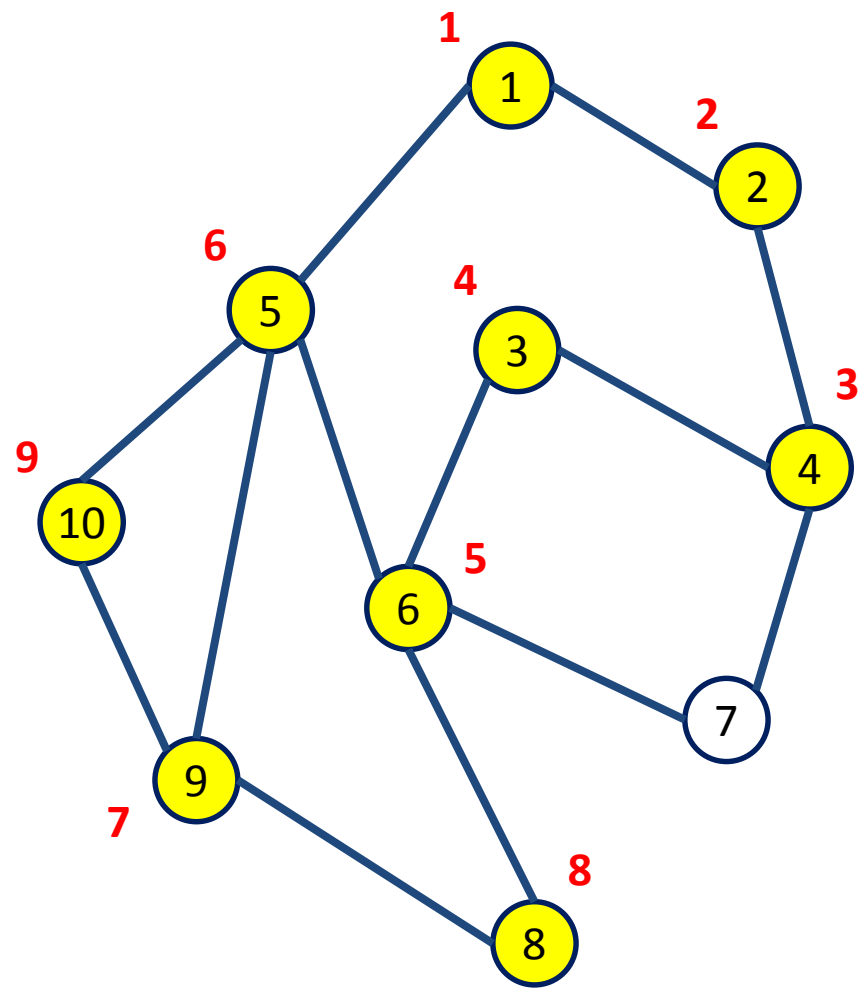
Pila:

1	2	4	3	6	5	9	10		

Desapilar

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

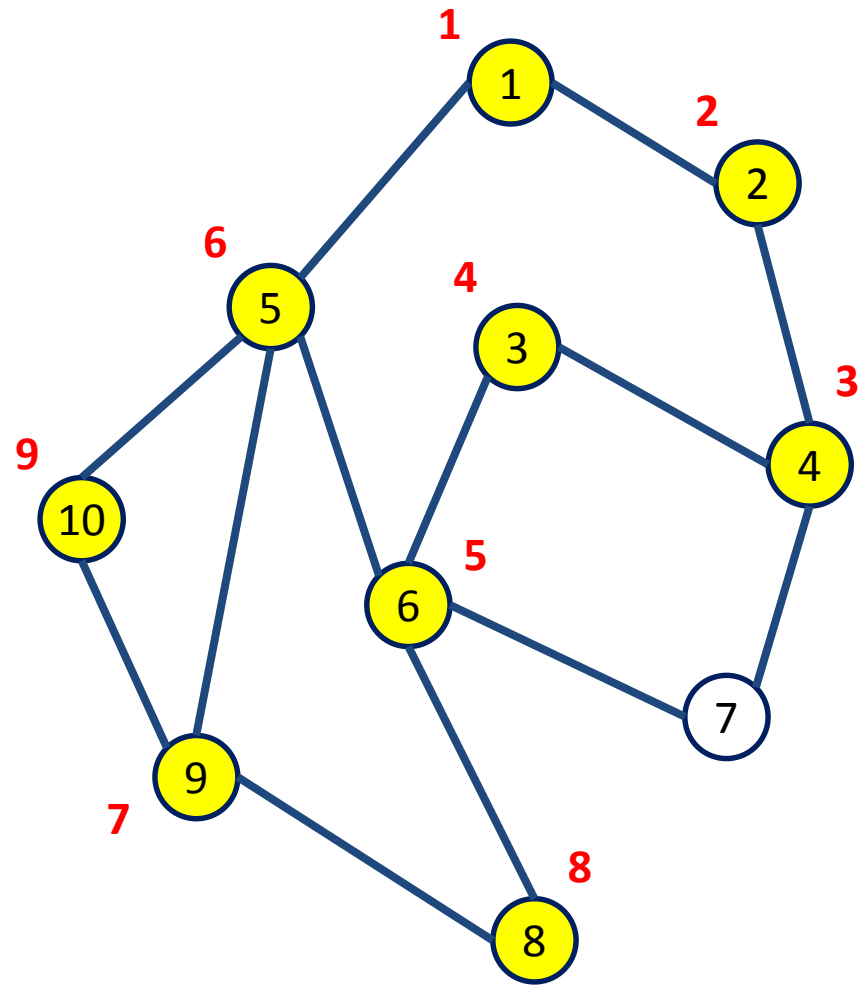
Pila:

1	2	4	3	6	5	9			

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

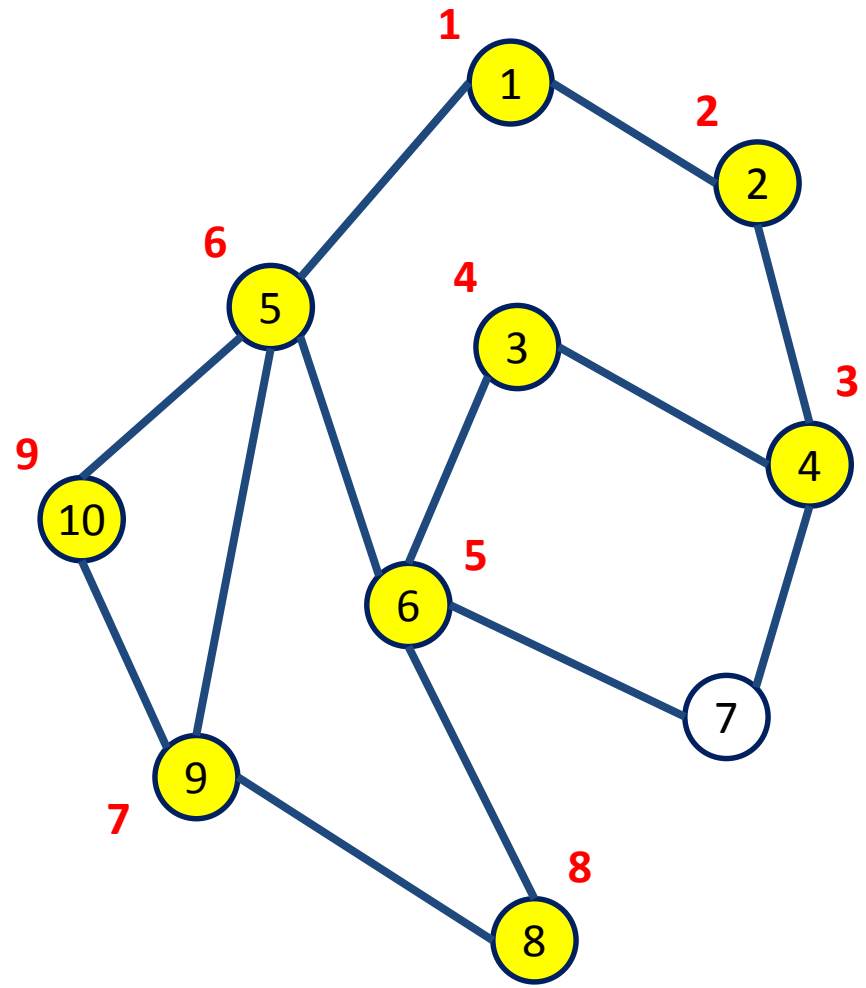
Pila:

1	2	4	3	6	5	9			

Desapilar

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

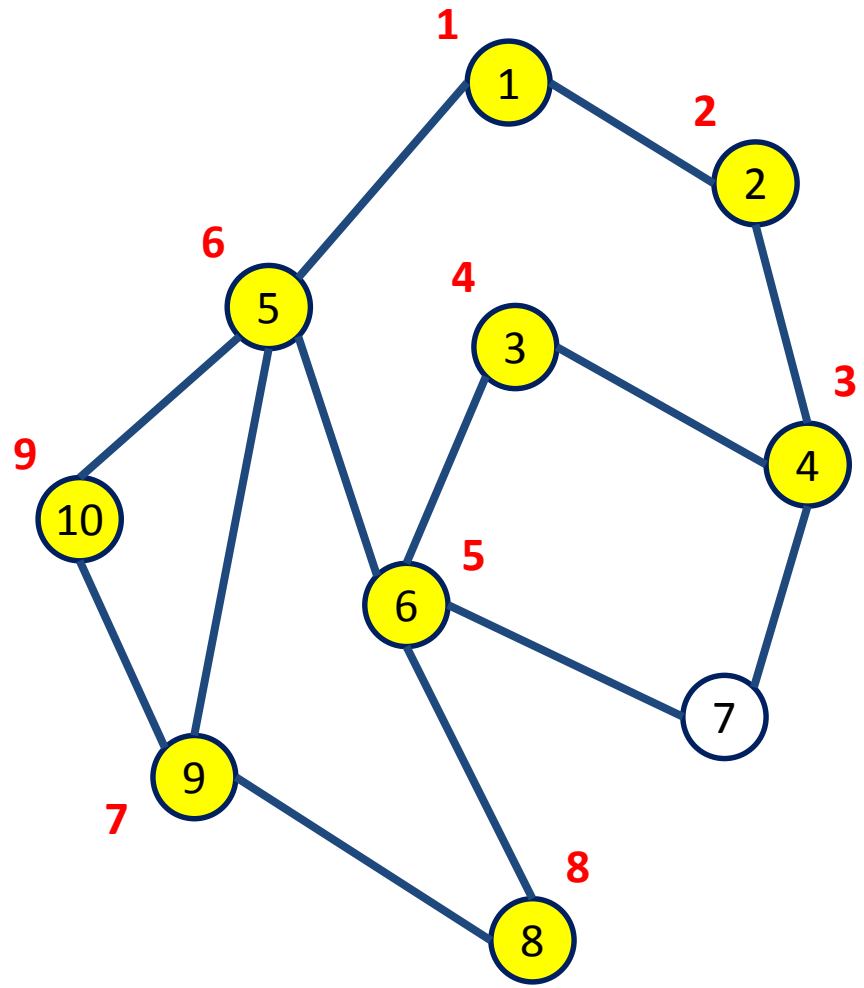
Pila:

1	2	4	3	6	5				

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

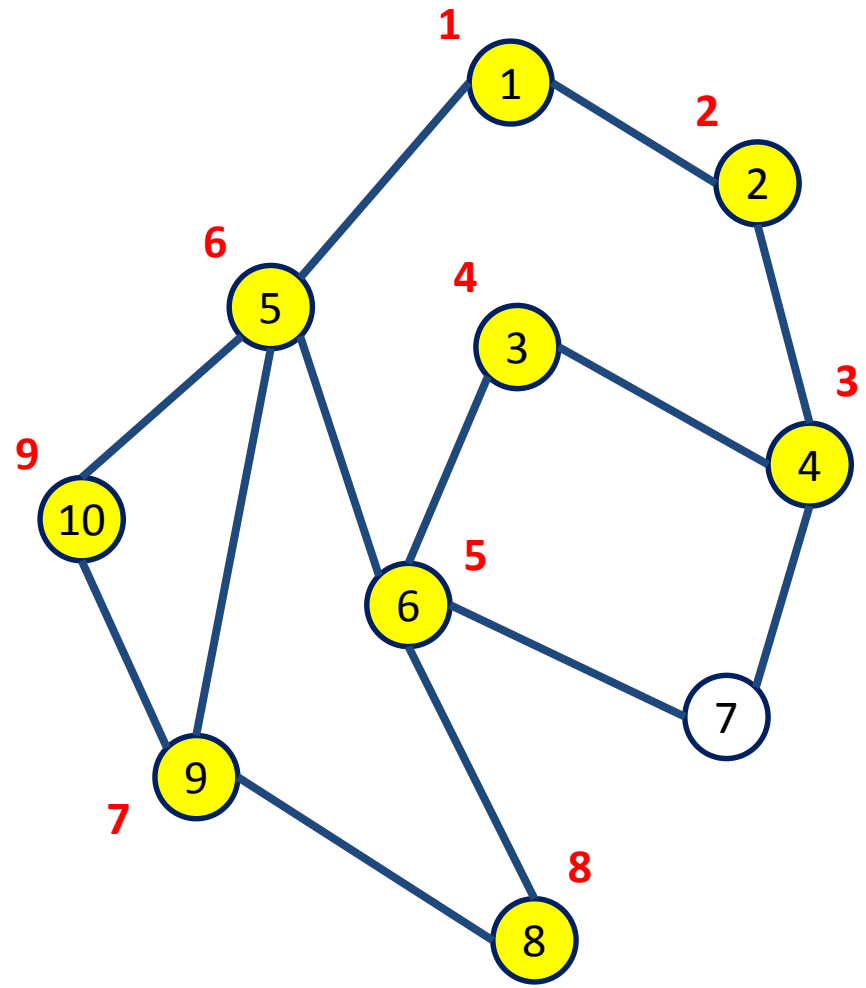
Pila:

1	2	4	3	6	5				

Desapilar

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

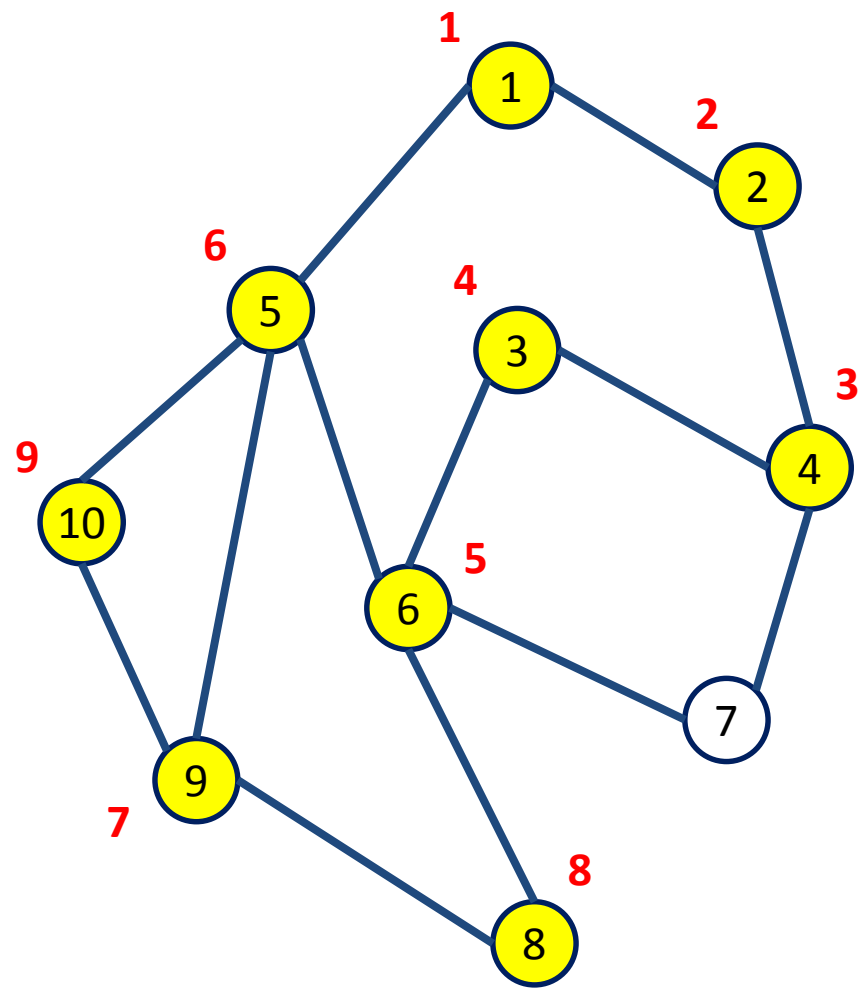
Pila:

1	2	4	3	6					

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

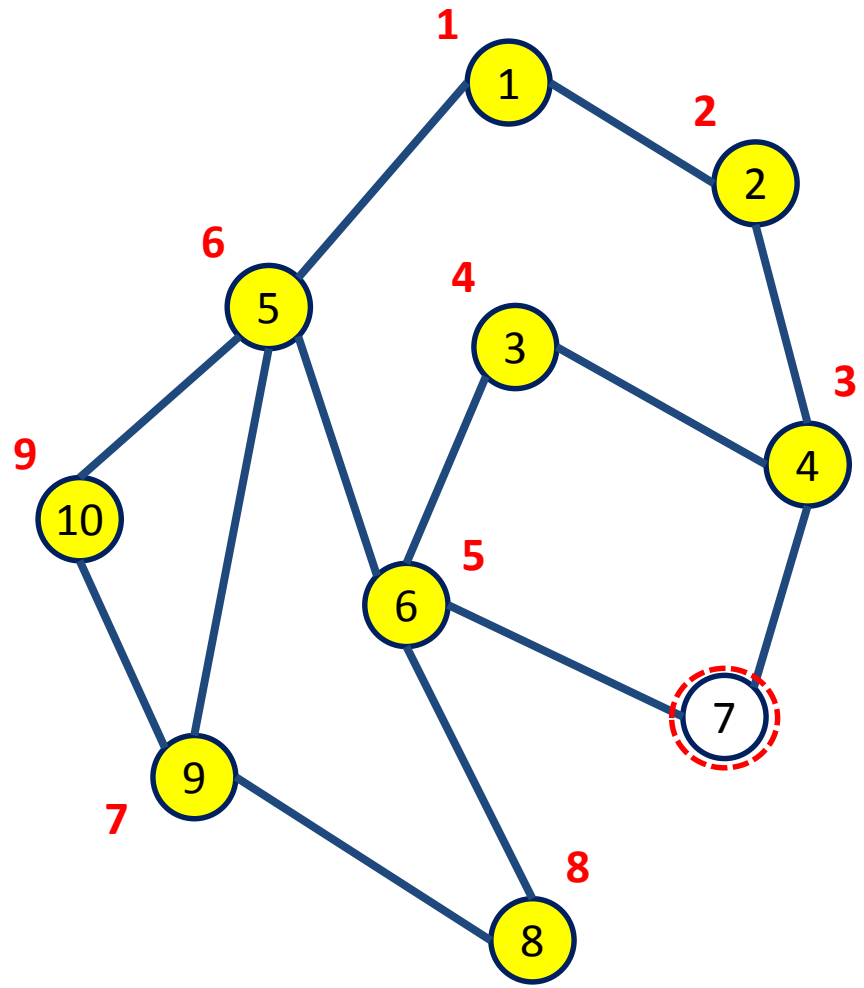
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4	3	6					

Marcados:

V	V	V	V	V	V		V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

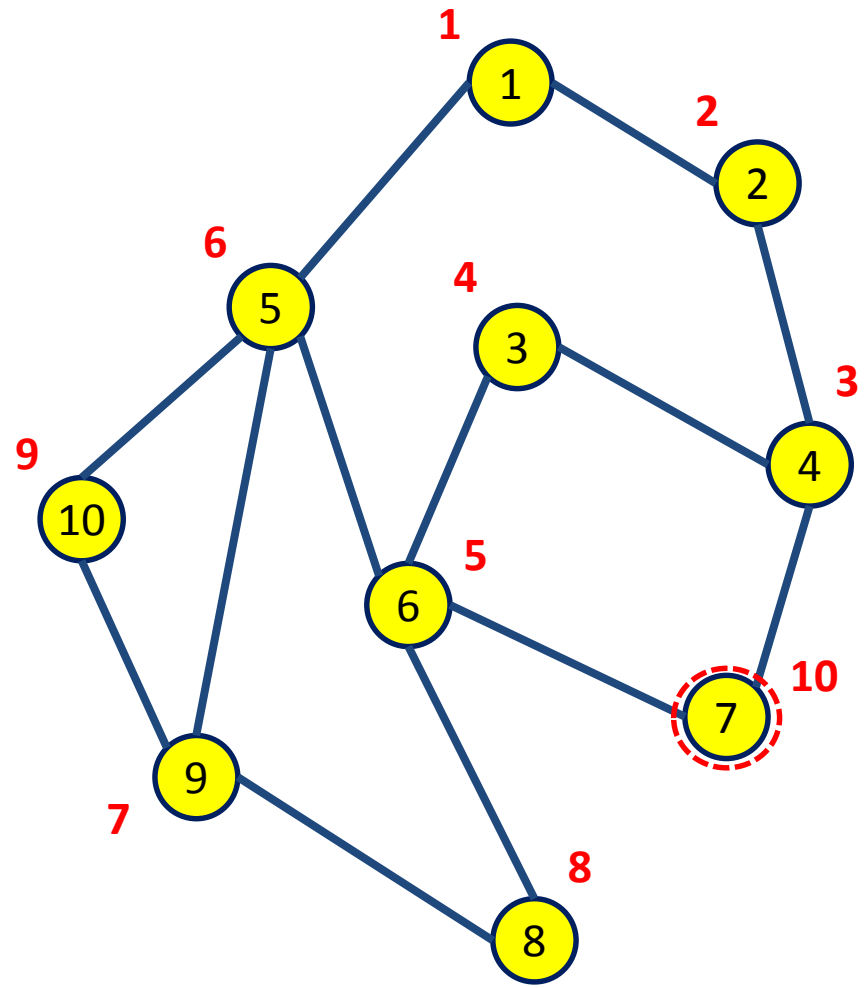
Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

1	2	4	3	6	7				

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

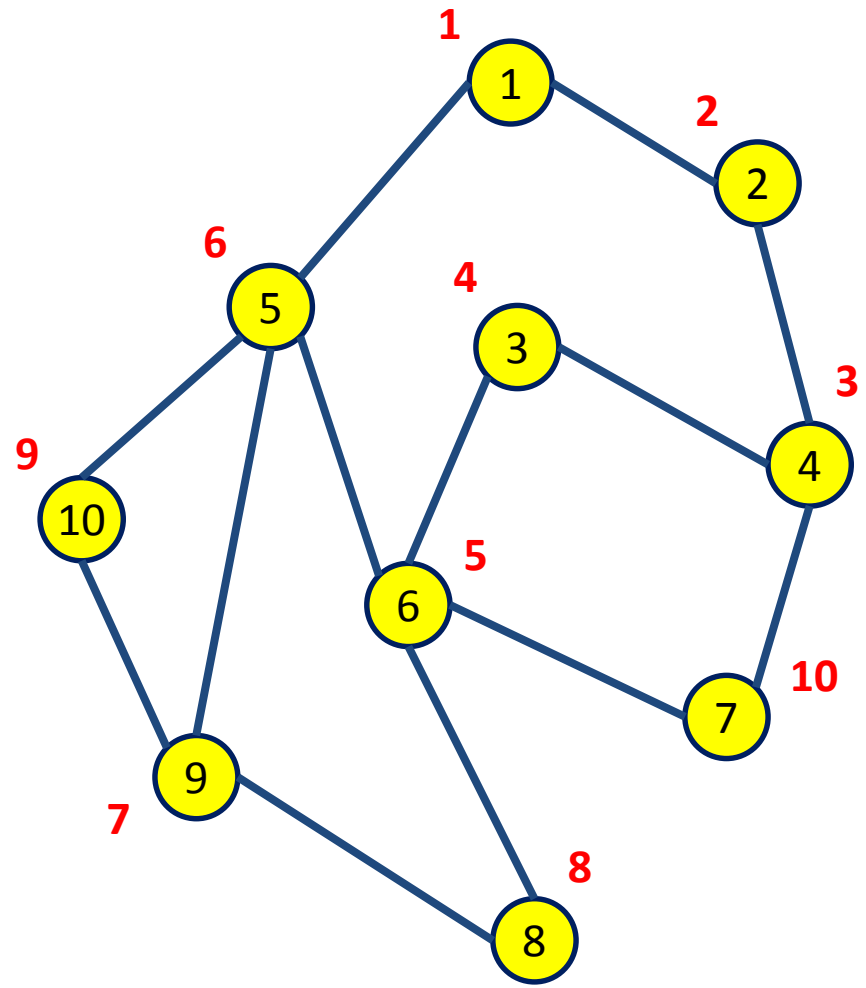
Pila:

1	2	4	3	6	7				

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

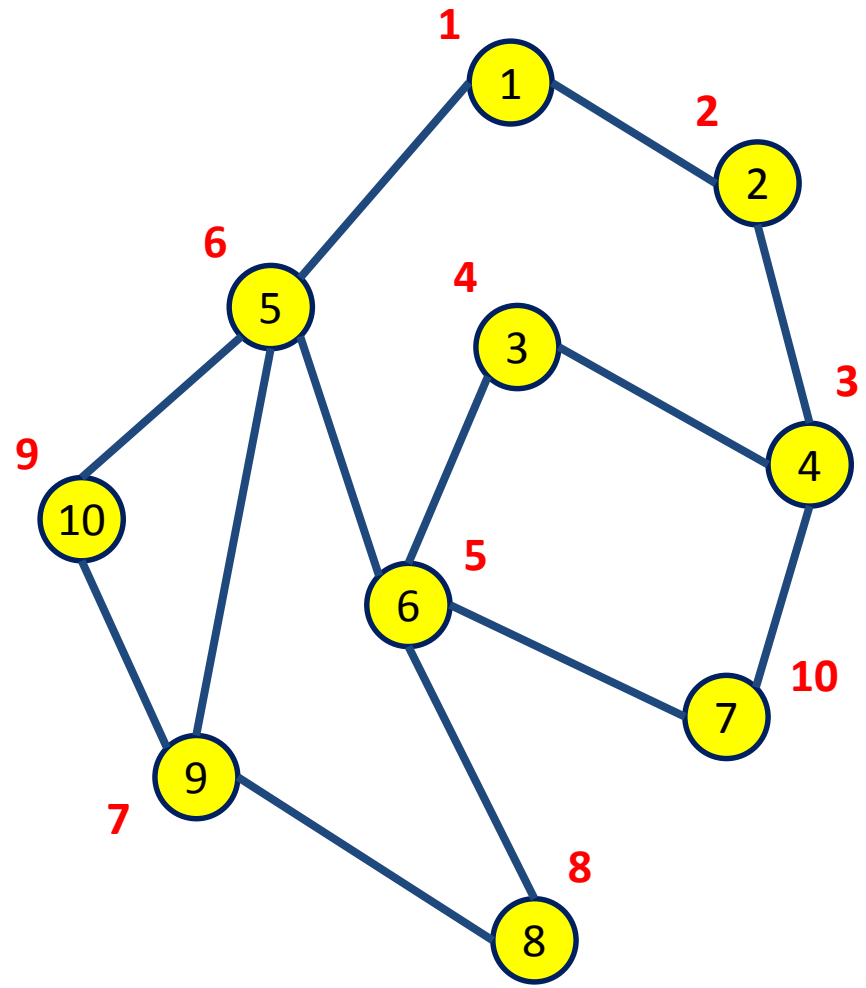
Pila:

1	2	4	3	6	7				

Desapilar

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

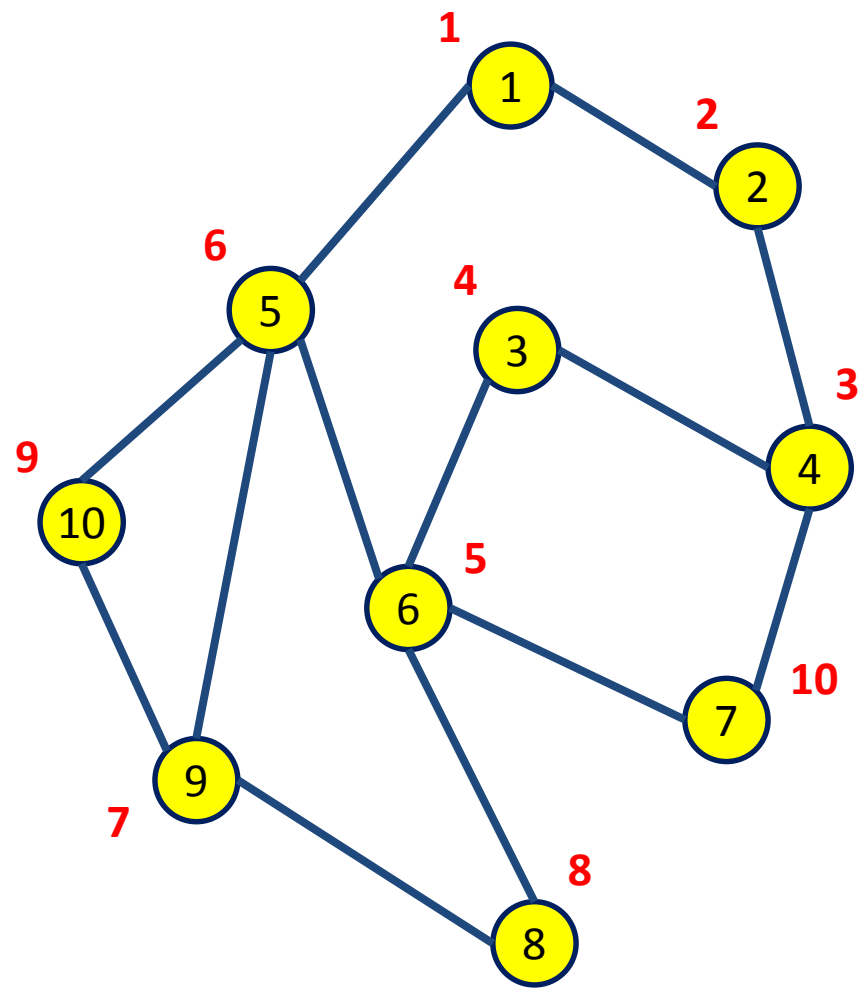
Pila:

1	2	4	3	6					

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

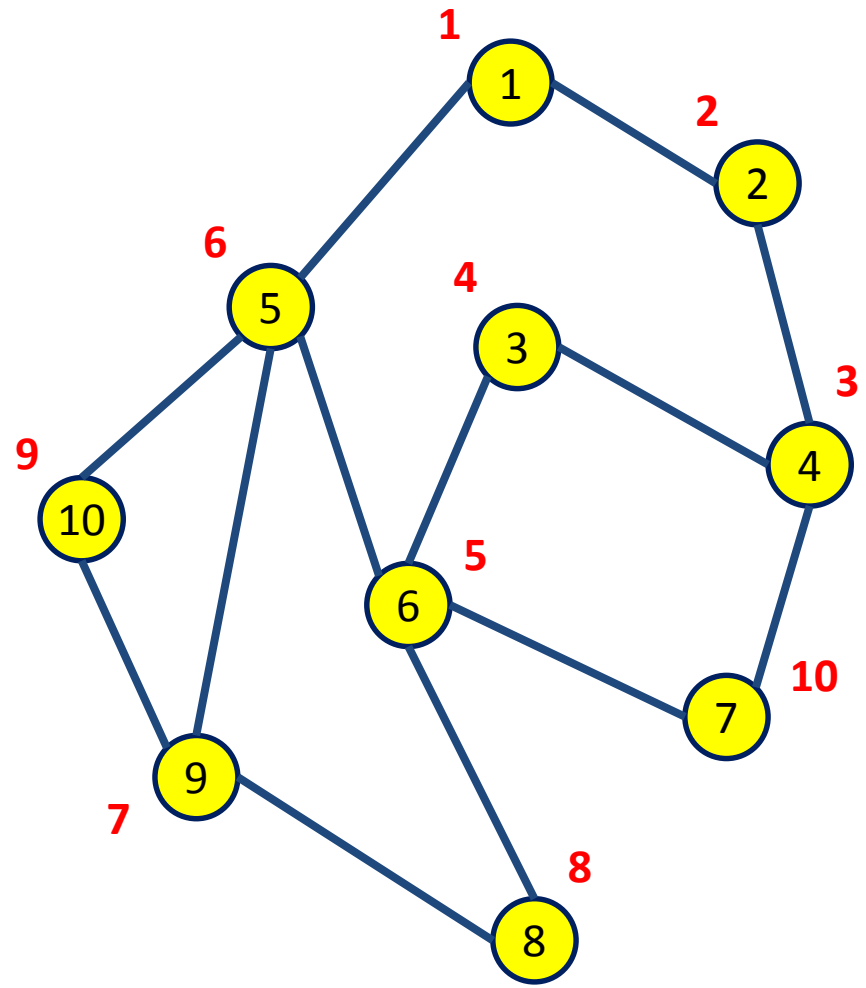
Pila:

1	2	4	3	6					

Desapilar

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

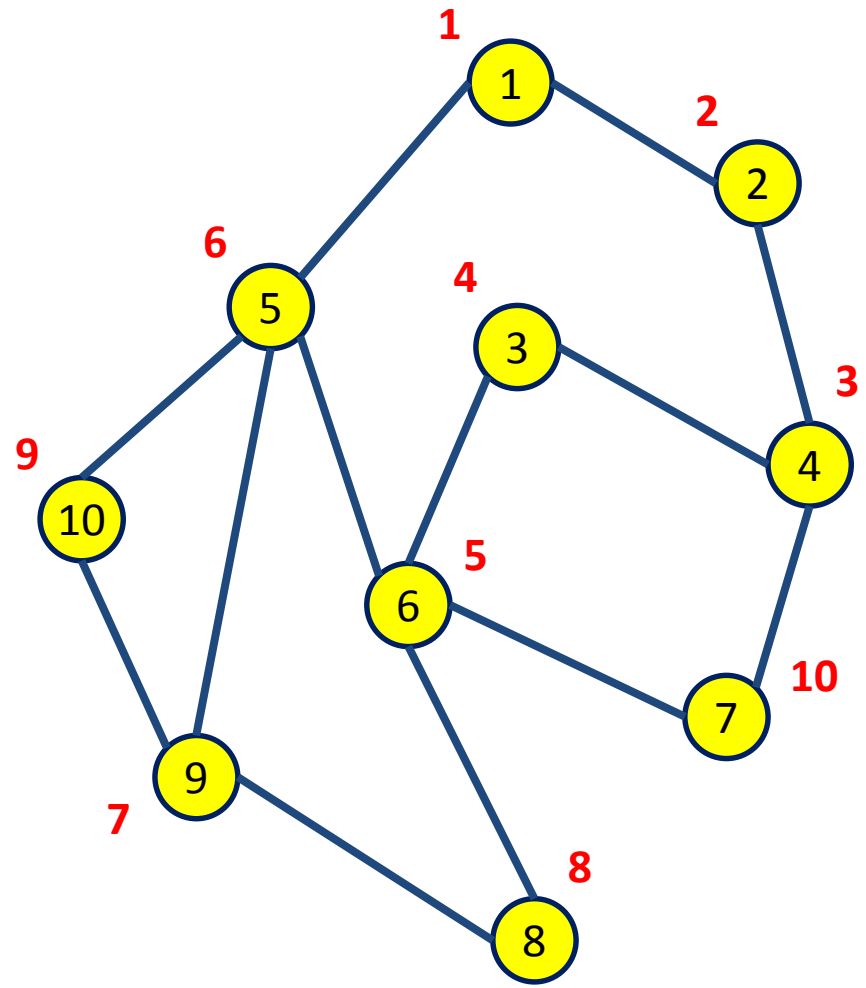
Pila:

1	2	4	3						

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

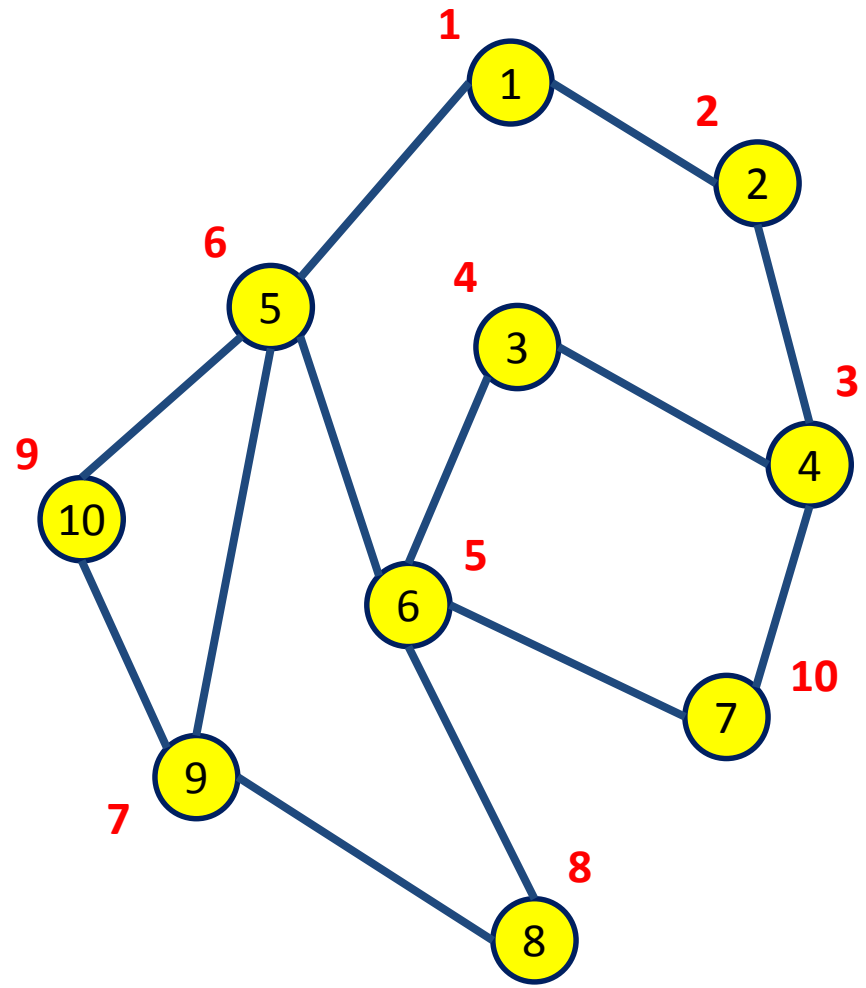
Pila:

1	2	4	3						

Desapilar

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

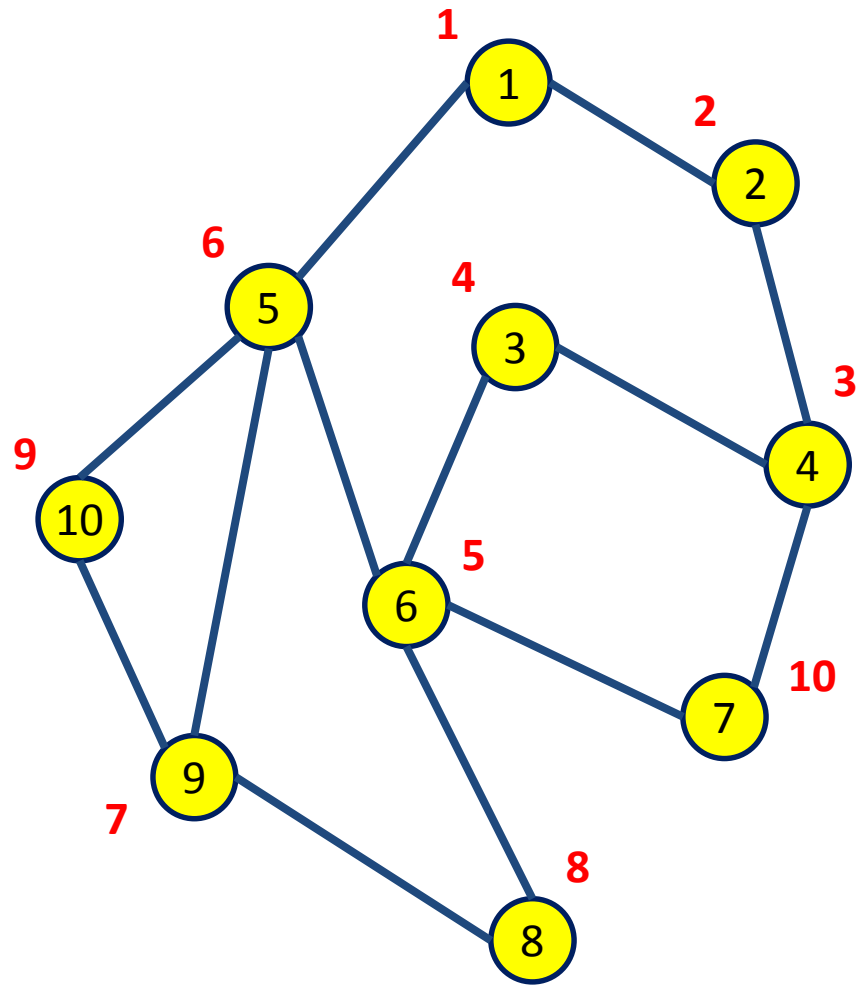
Pila:

1	2	4							

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

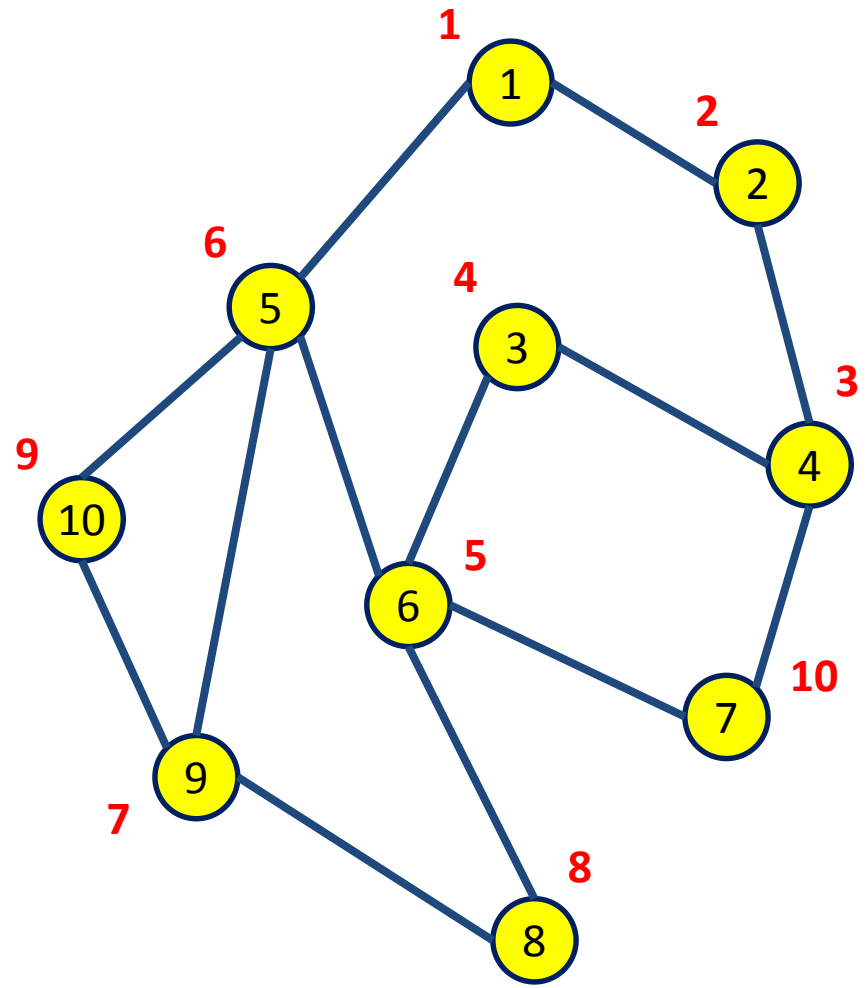
Pila:

1	2	4							

Desapilar

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

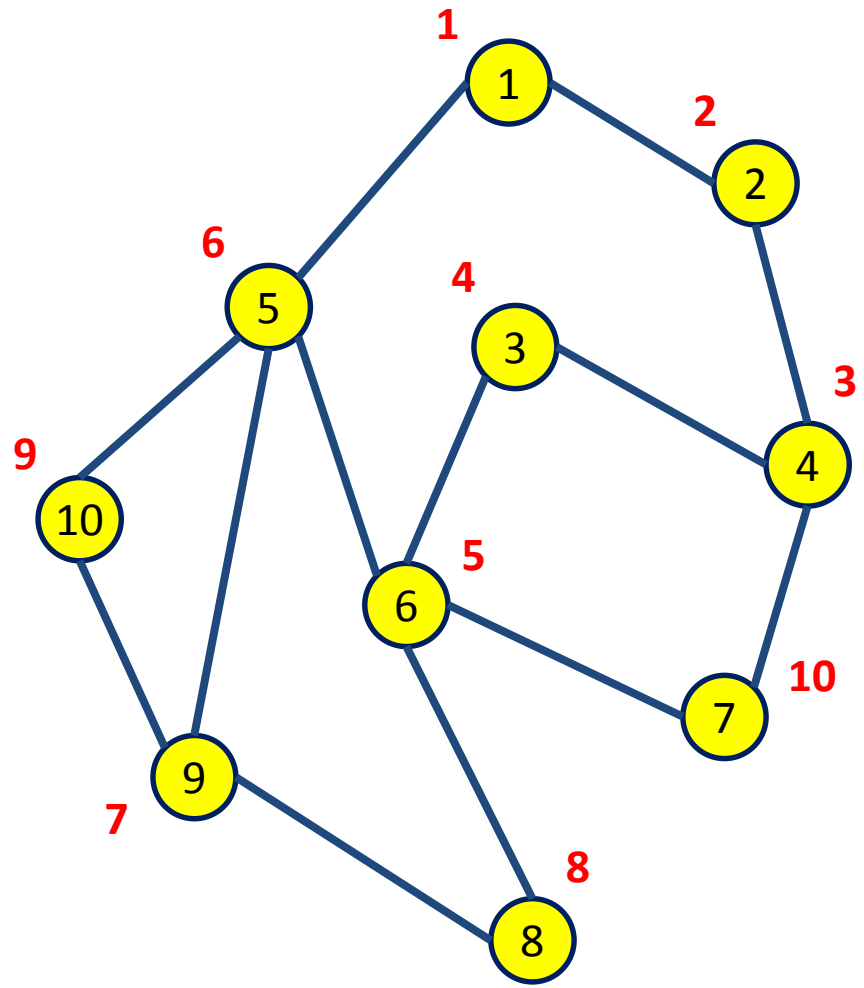
Pila:

1	2								

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

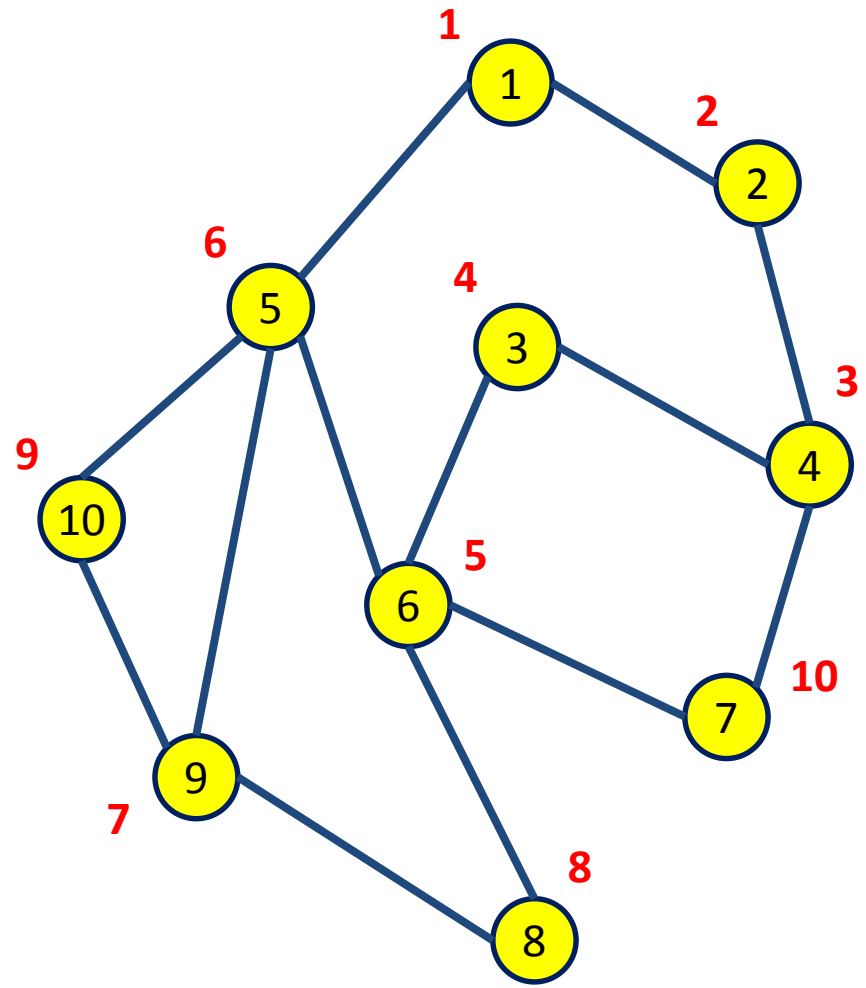
Pila:

1	2								

Desapilar

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

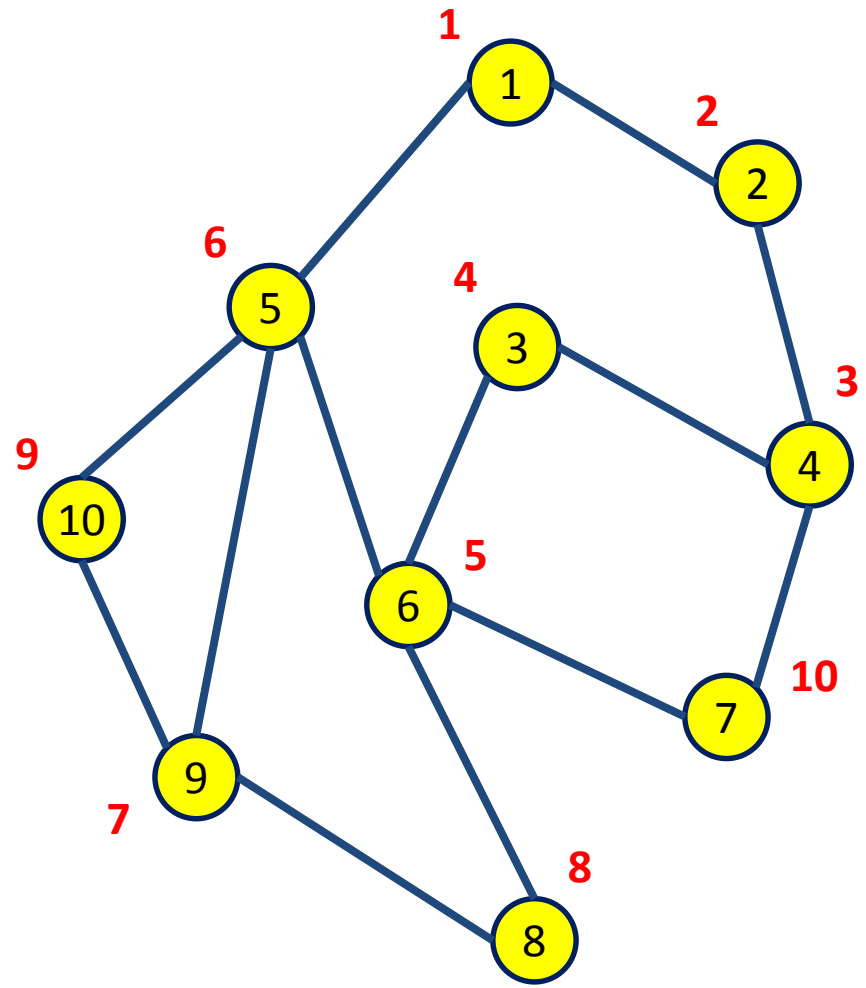
Pila:

1									

Cima

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

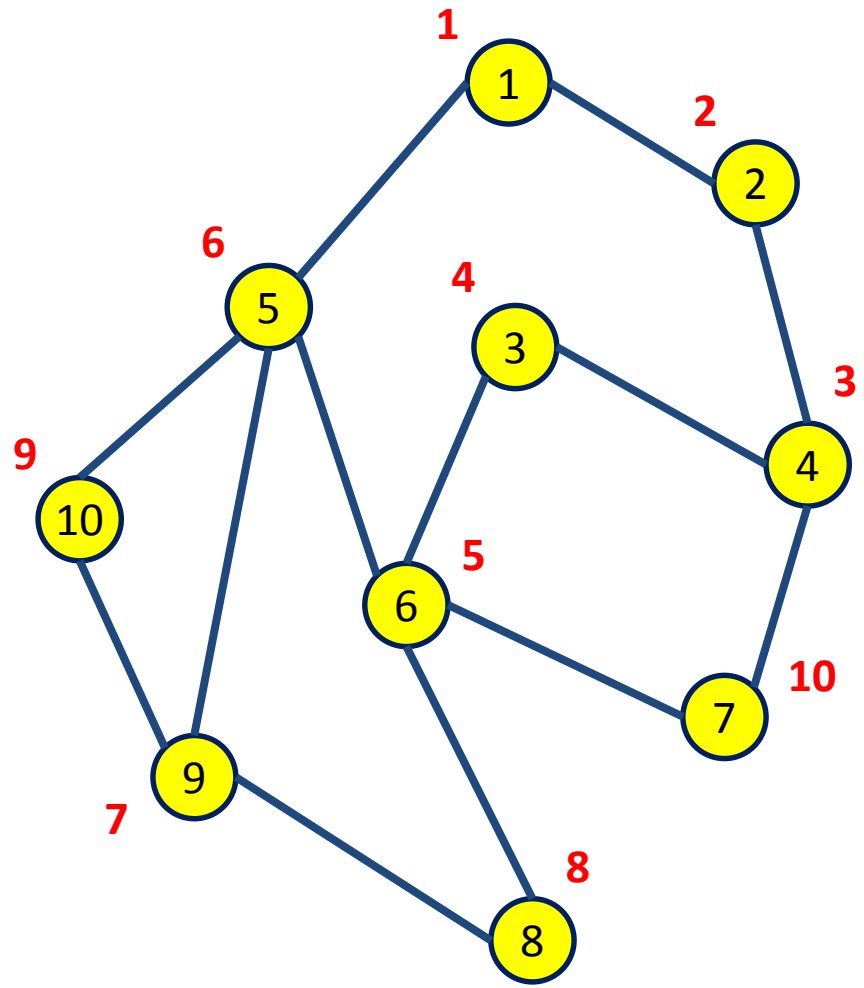
Pila:

1									

Desapilar

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



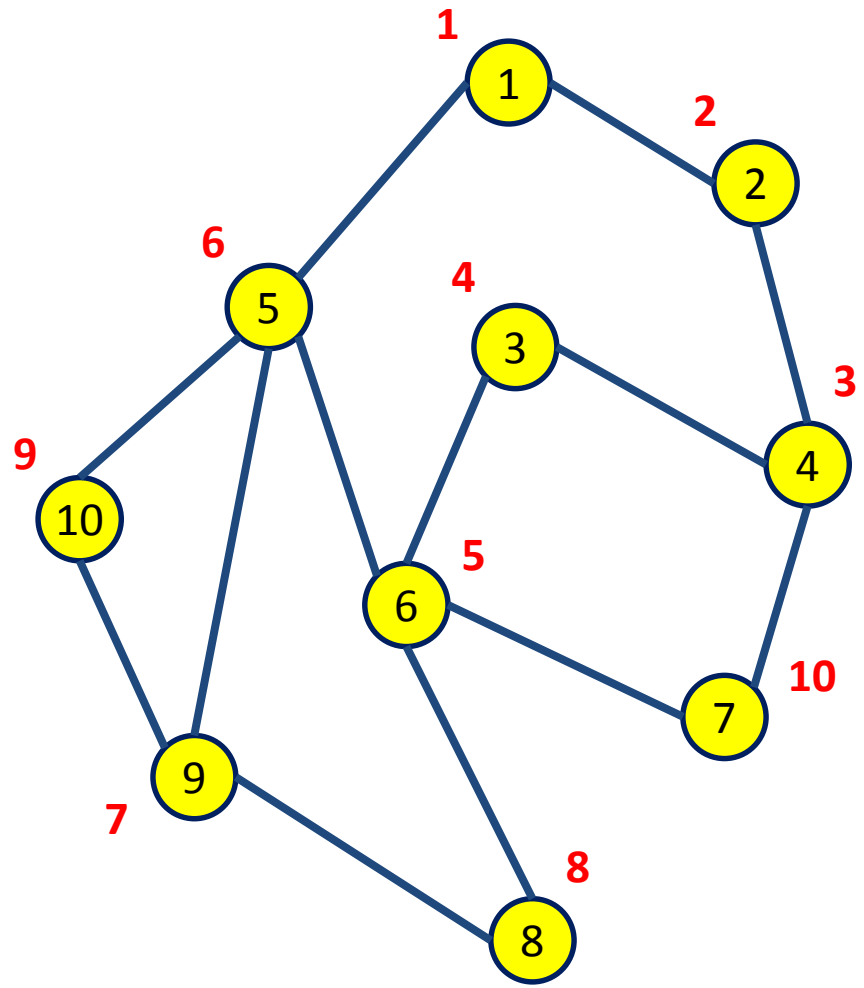
Recorrido en profundidad de un grafo

Solución: **Nodo origen = 1**

Pila:

Marcados:

V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

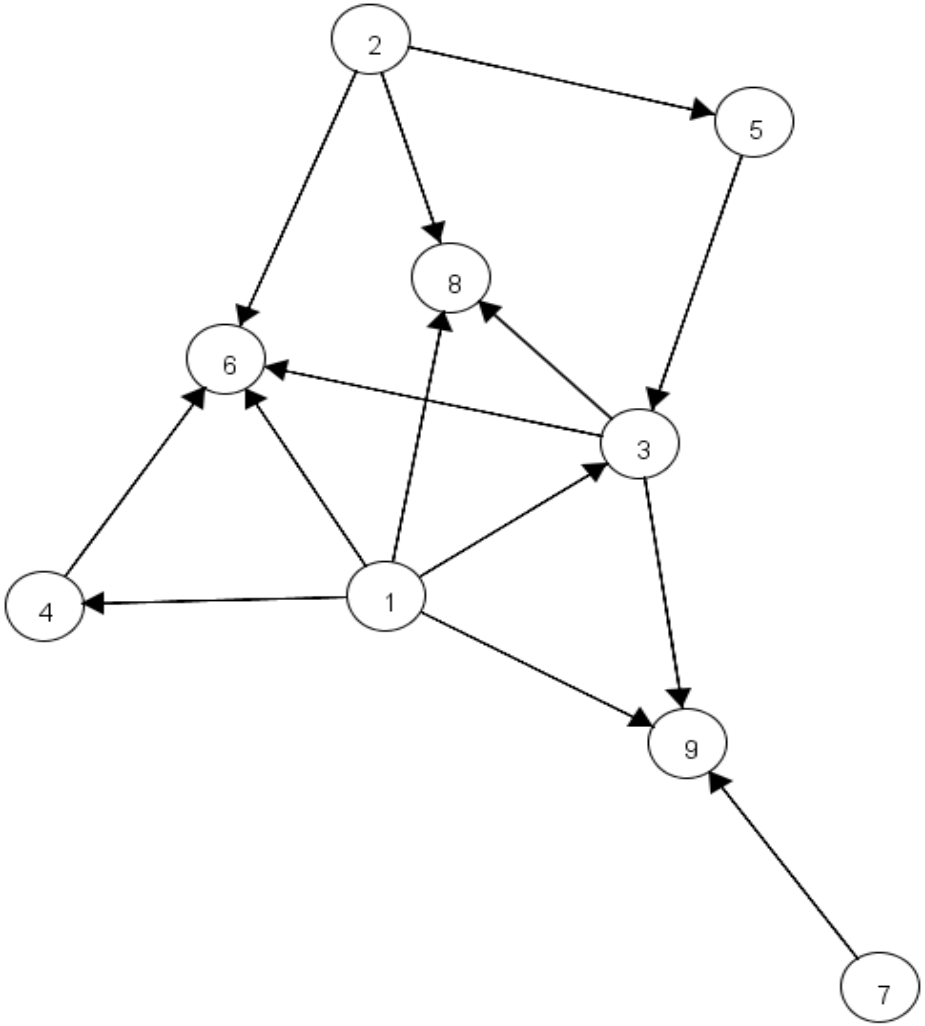


La pila está vacía entonces
FIN DEL PROCESO

Recorrido: **1 - 2 - 4 - 3 - 6 - 5 - 9 - 8 - 10 - 7**

Ordenación topológica

Ejercicio 3: Obtener la ordenación topológica para el siguiente grafo dirigido acíclico (utilizando el algoritmo con cola auxiliar)

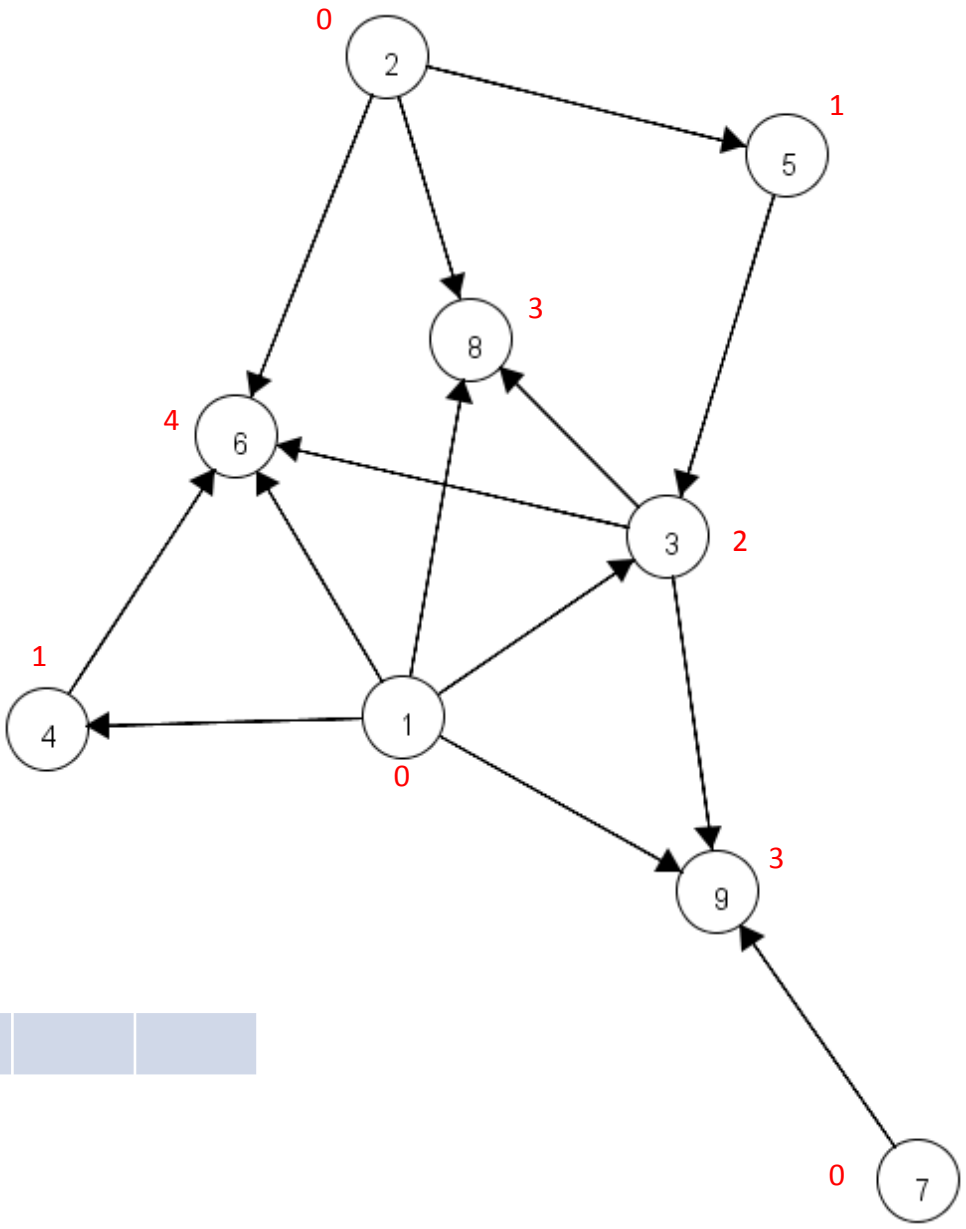


Ordenación topológica

Solución:

Inicialización: calcular grado de entrada

Nodo	Nº topológico
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0



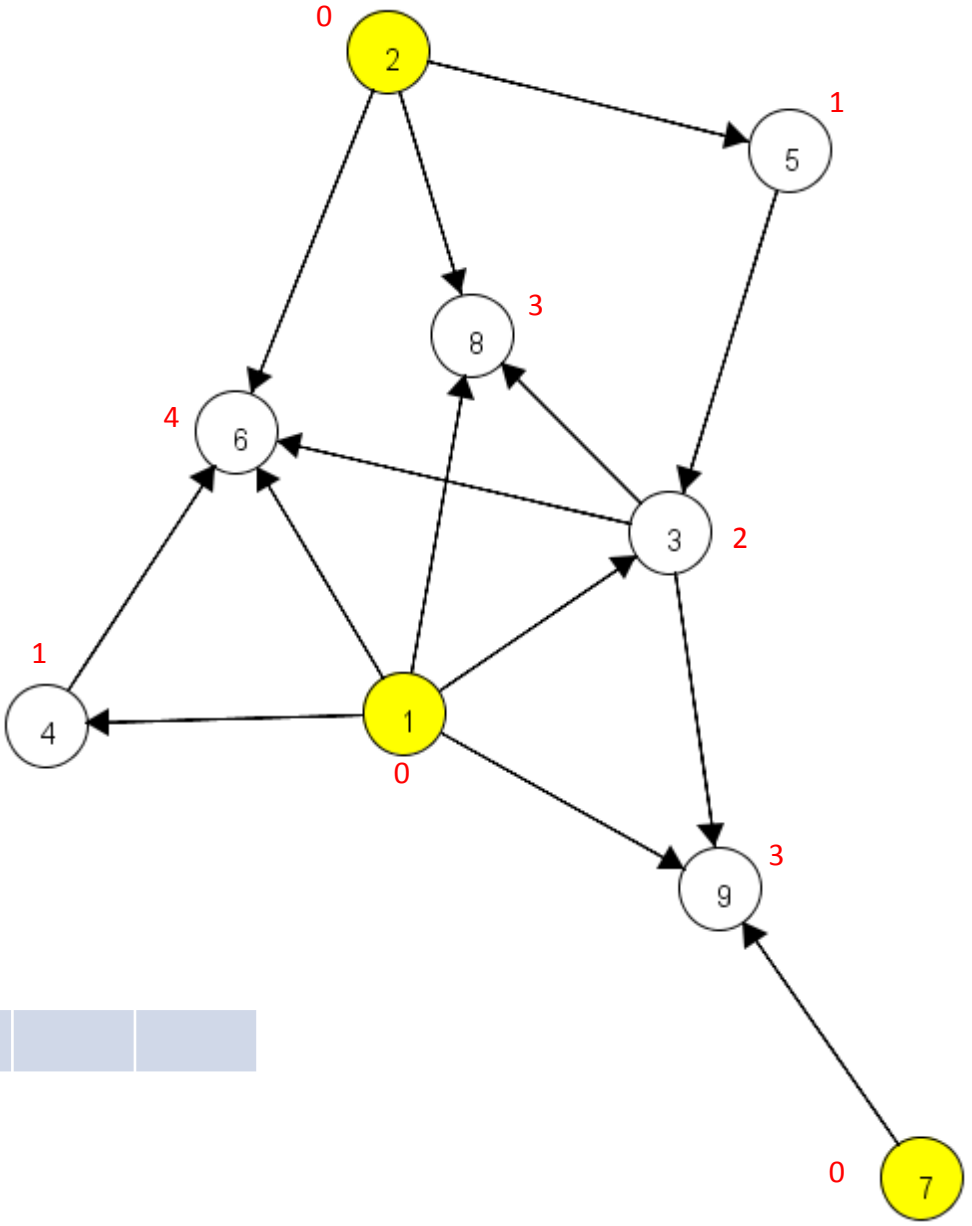
Cola

Contador: 1

Ordenación topológica

Solución:

Nodo	Nº topológico
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0



Cola

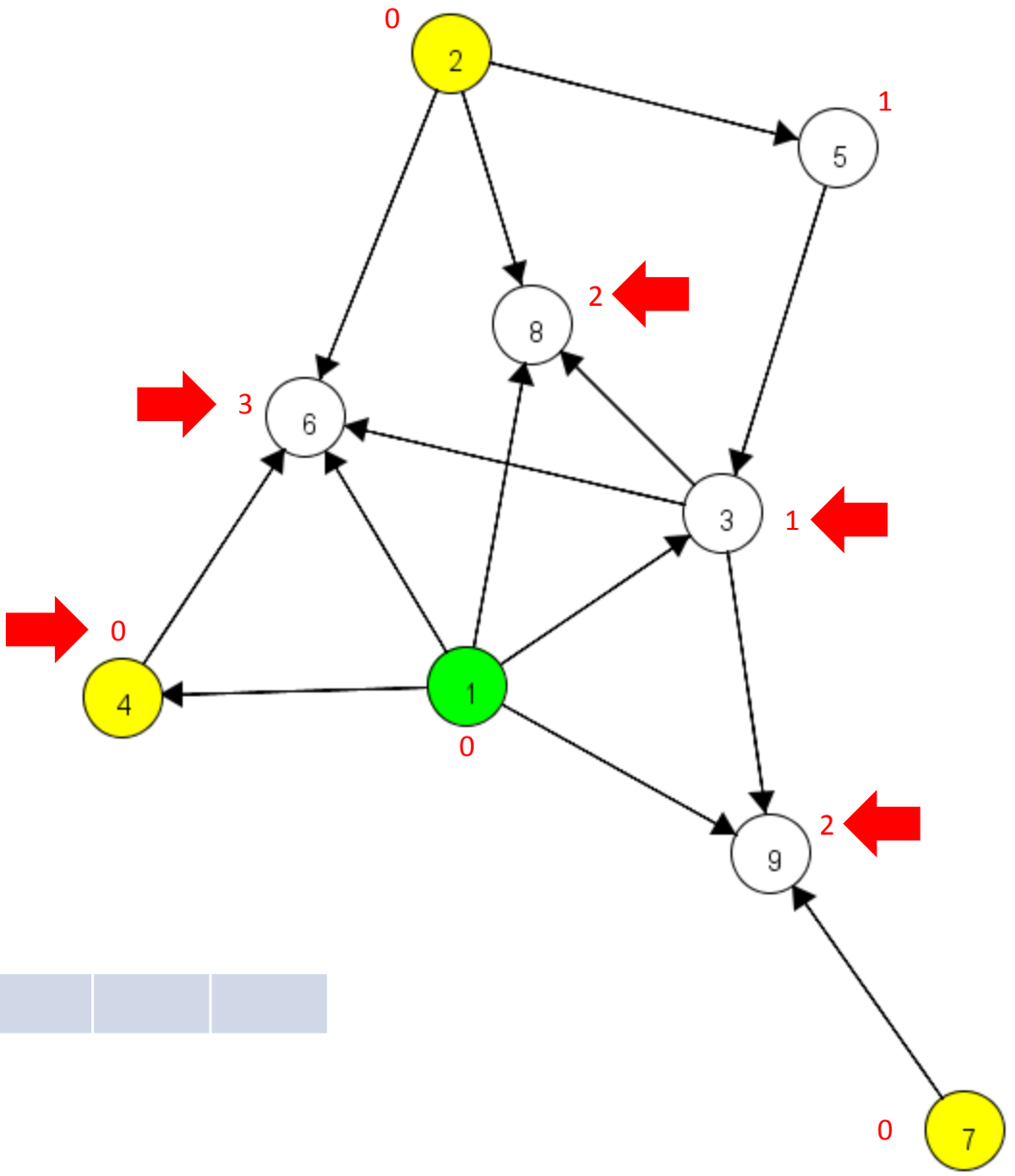
1	2	7						

Contador: 1

Ordenación topológica

Solución:

Nodo	Nº topológico
1	1
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0



Cola

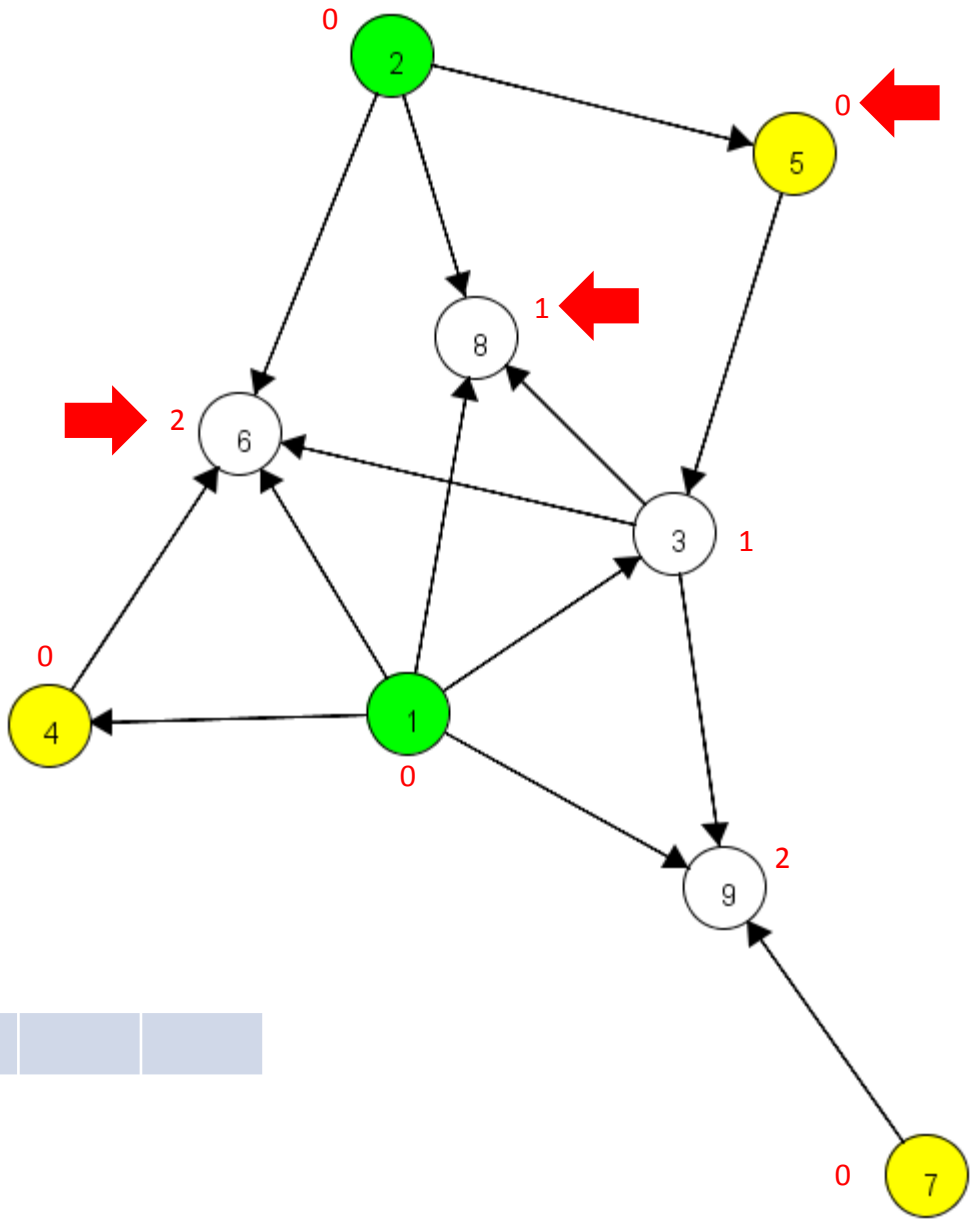
2	7	4						

Contador: 2

Ordenación topológica

Solución:

Nodo	Nº topológico
1	1
2	2
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0



Cola

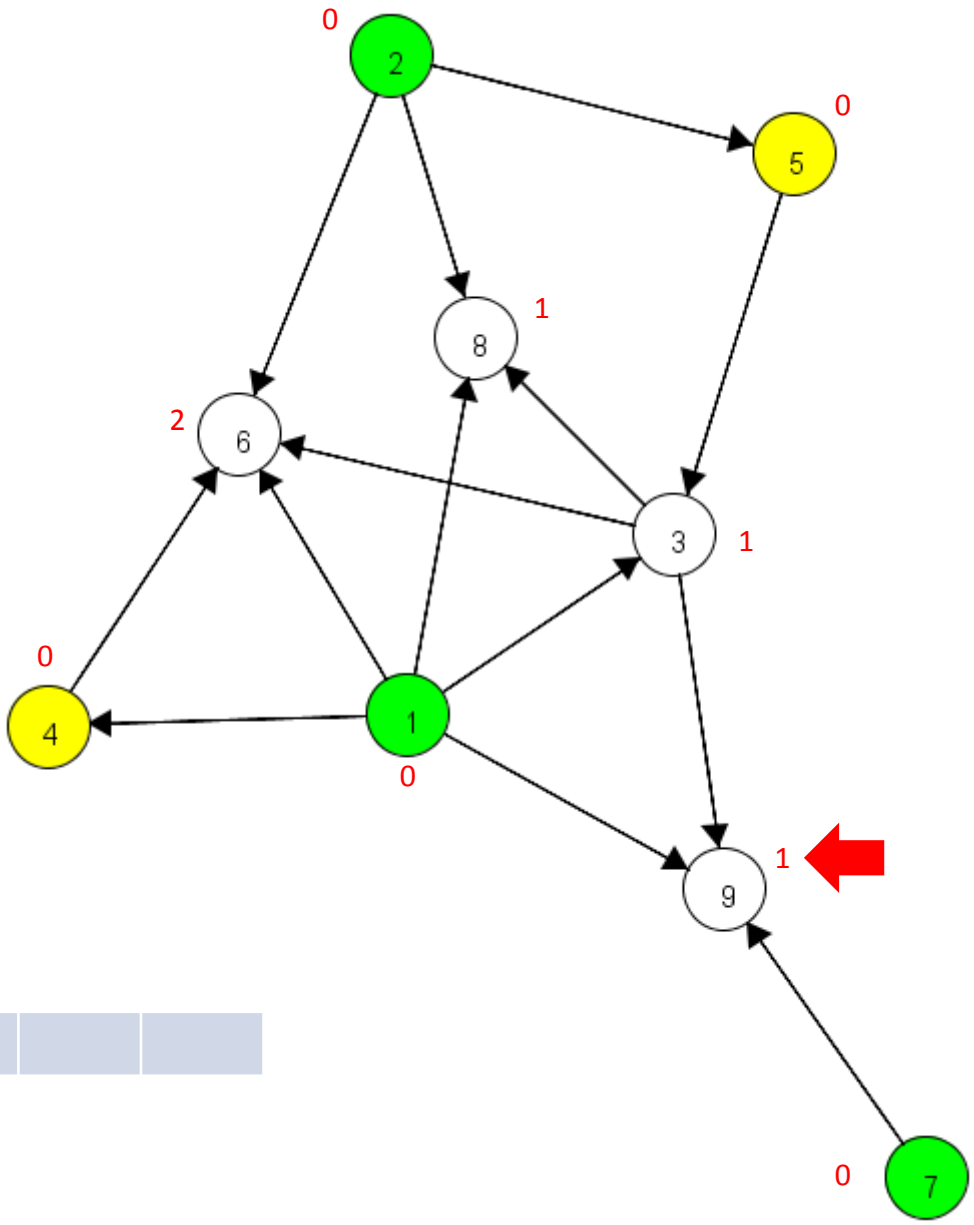
7	4	5						

Contador: 3

Ordenación topológica

Solución:

Nodo	Nº topológico
1	1
2	2
3	0
4	0
5	0
6	0
7	3
8	0
9	0



Cola

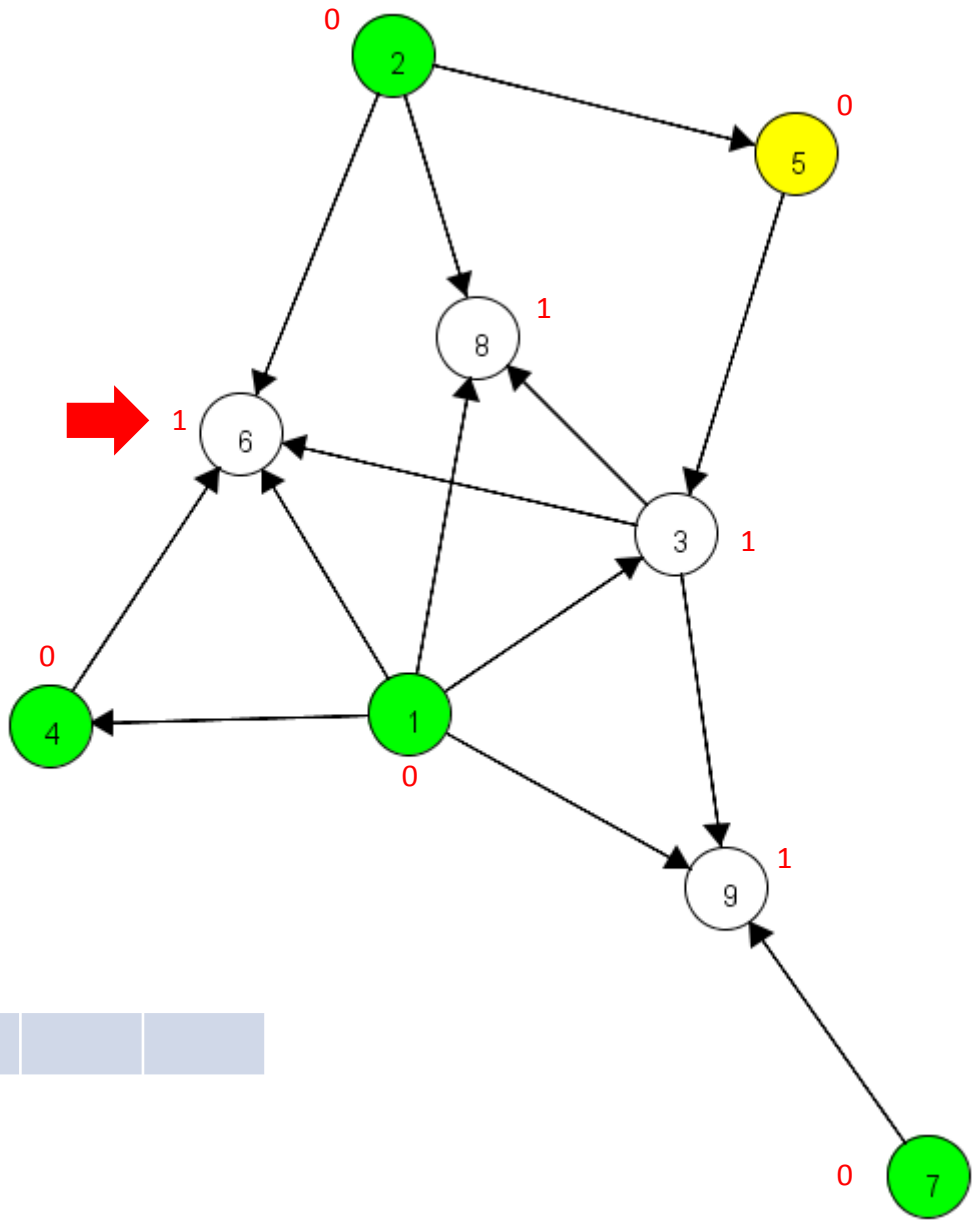
4	5							

Contador: 4

Ordenación topológica

Solución:

Nodo	Nº topológico
1	1
2	2
3	0
4	4
5	0
6	0
7	3
8	0
9	0



Cola

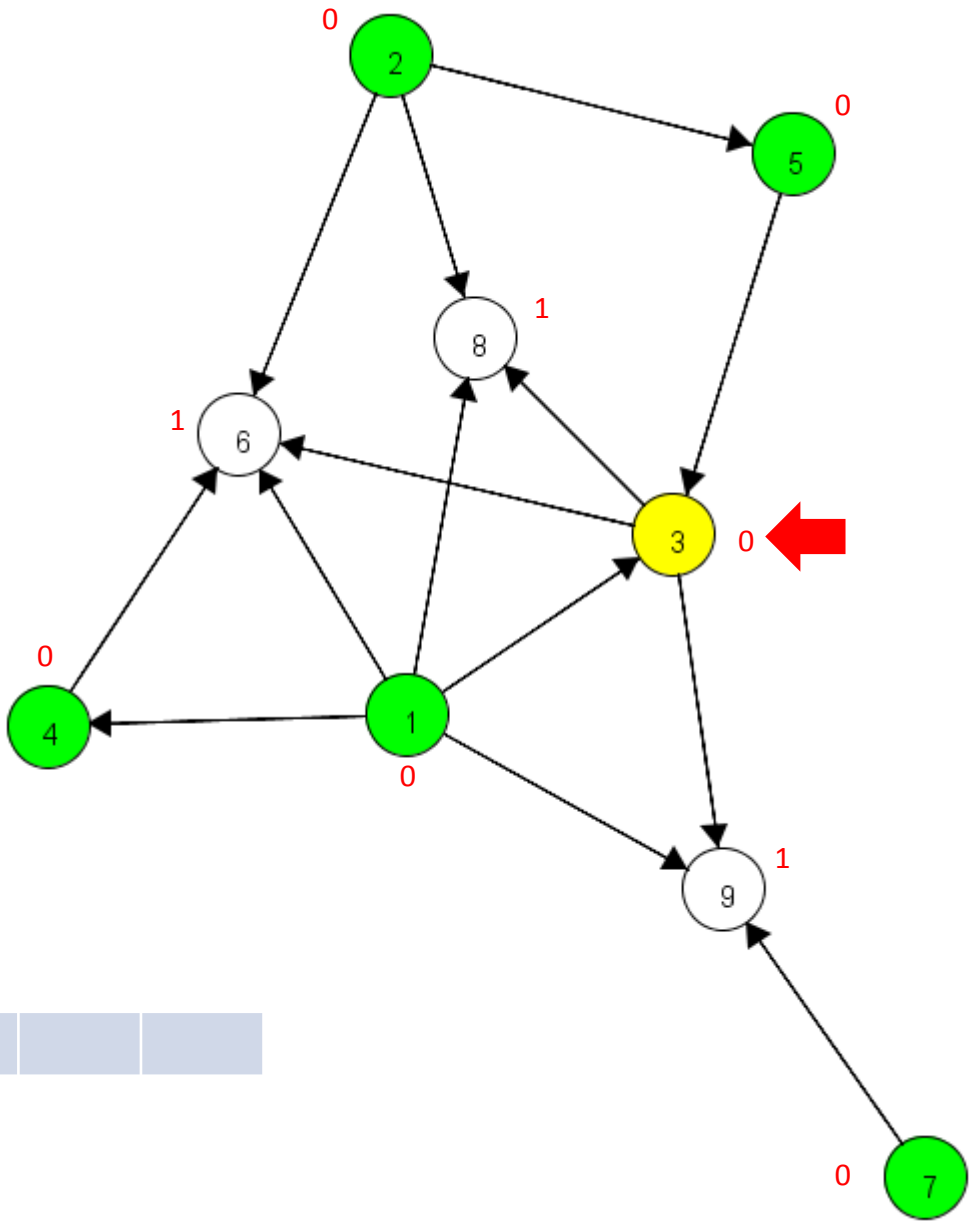
5								

Contador: 5

Ordenación topológica

Solución:

Nodo	Nº topológico
1	1
2	2
3	0
4	4
5	5
6	0
7	3
8	0
9	0



Cola

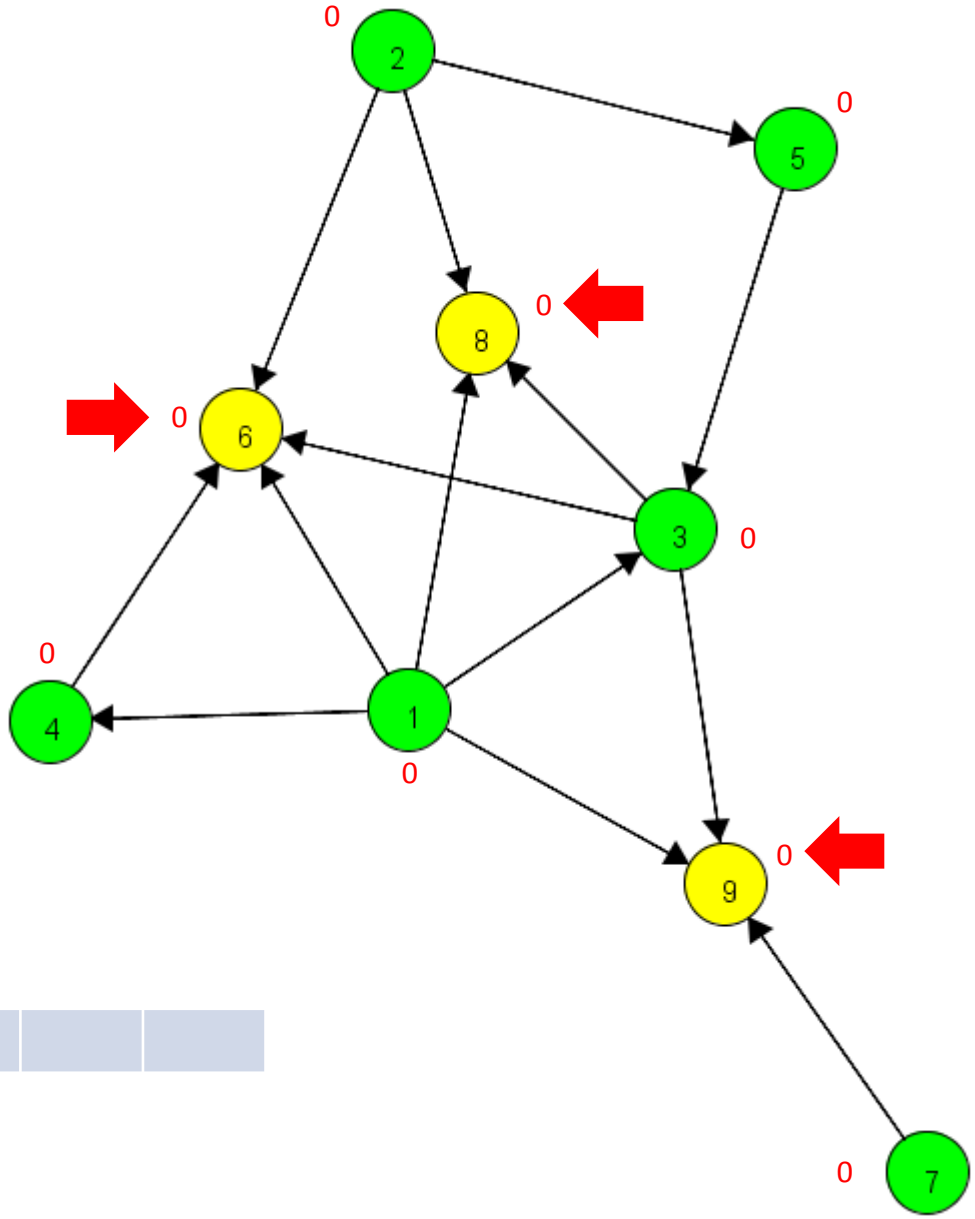
3								

Contador: 6

Ordenación topológica

Solución:

Nodo	Nº topológico
1	1
2	2
3	6
4	4
5	5
6	0
7	3
8	0
9	0



Cola

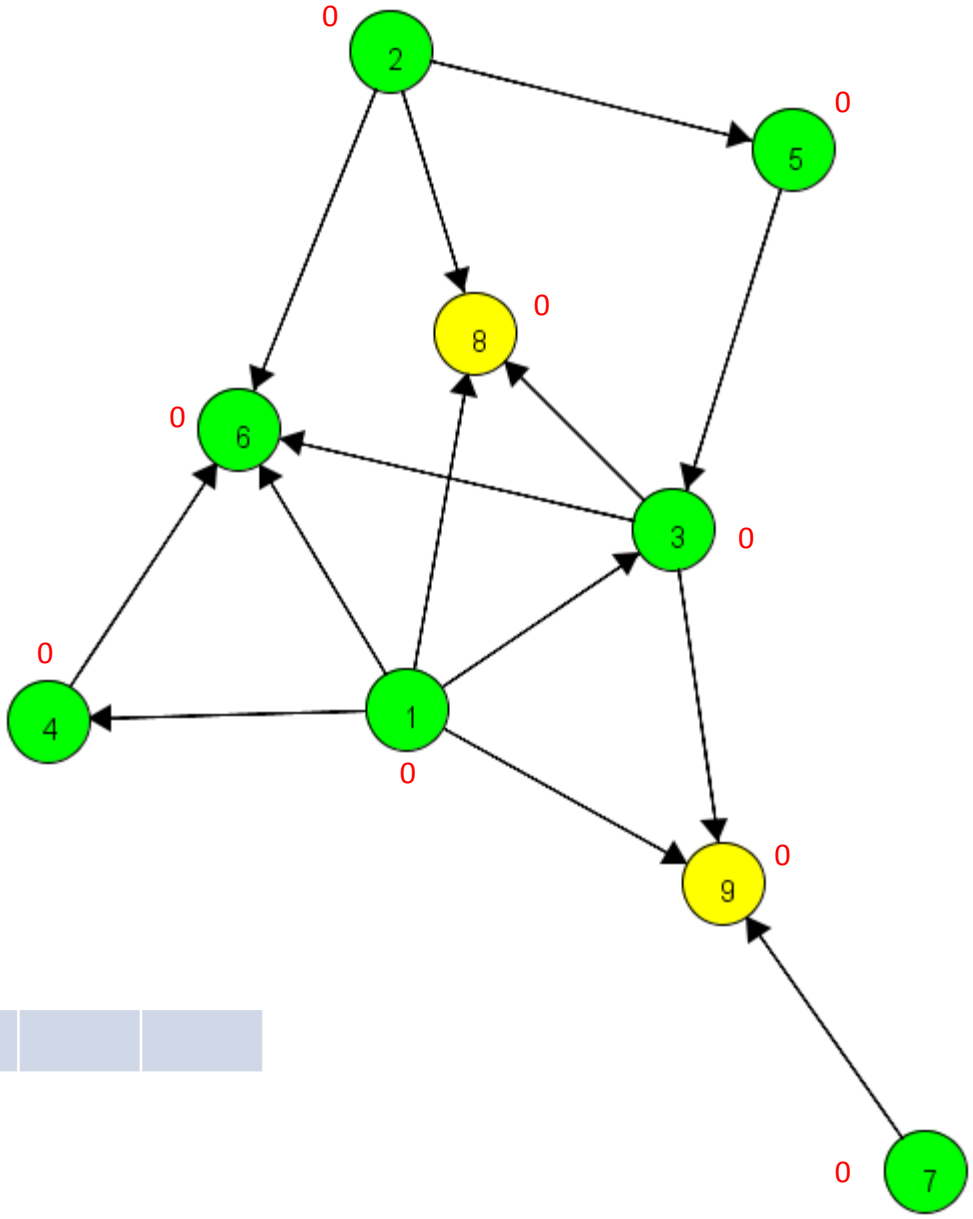
6	8	9						

Contador: 7

Ordenación topológica

Solución:

Nodo	Nº topológico
1	1
2	2
3	6
4	4
5	5
6	7
7	3
8	0
9	0



Cola

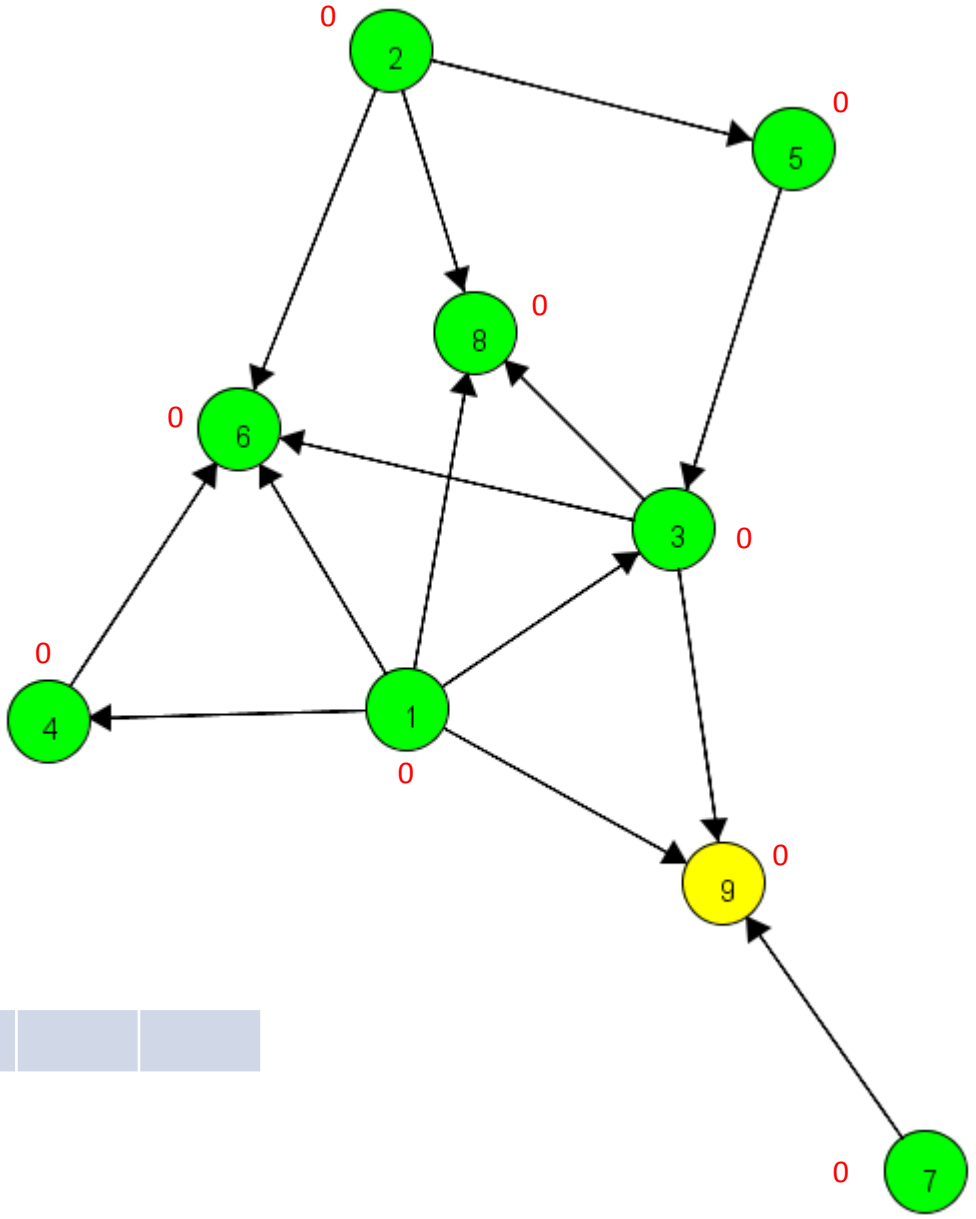
8	9							

Contador: 8

Ordenación topológica

Solución:

Nodo	Nº topológico
1	1
2	2
3	6
4	4
5	5
6	7
7	3
8	8
9	0



Cola

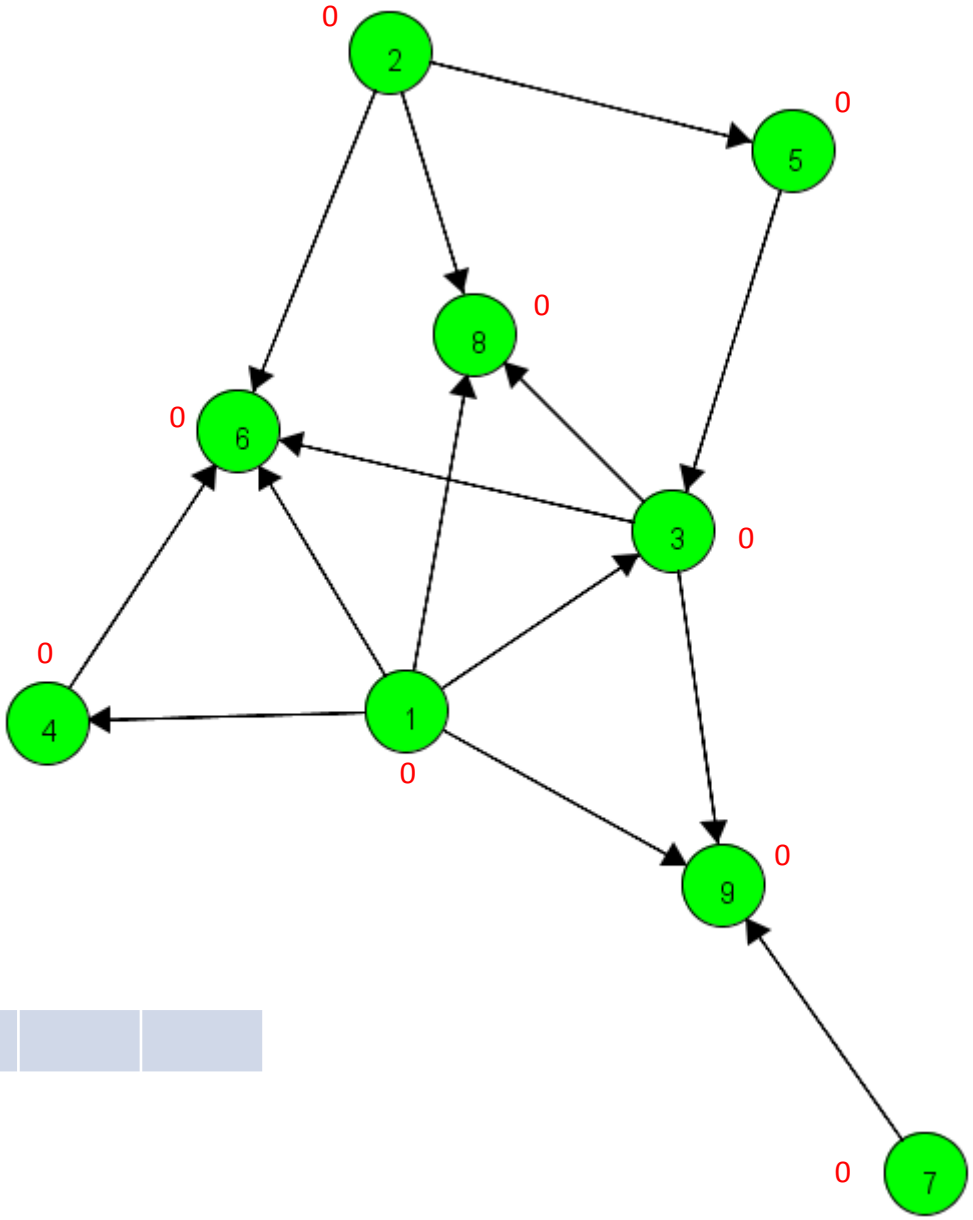
9								

Contador: 9

Ordenación topológica

Solución: ***1 – 2 – 7 – 4 – 5 – 3 – 6 – 8 – 9***

Nodo	Nº topológico
1	1
2	2
3	6
4	4
5	5
6	7
7	3
8	8
9	9



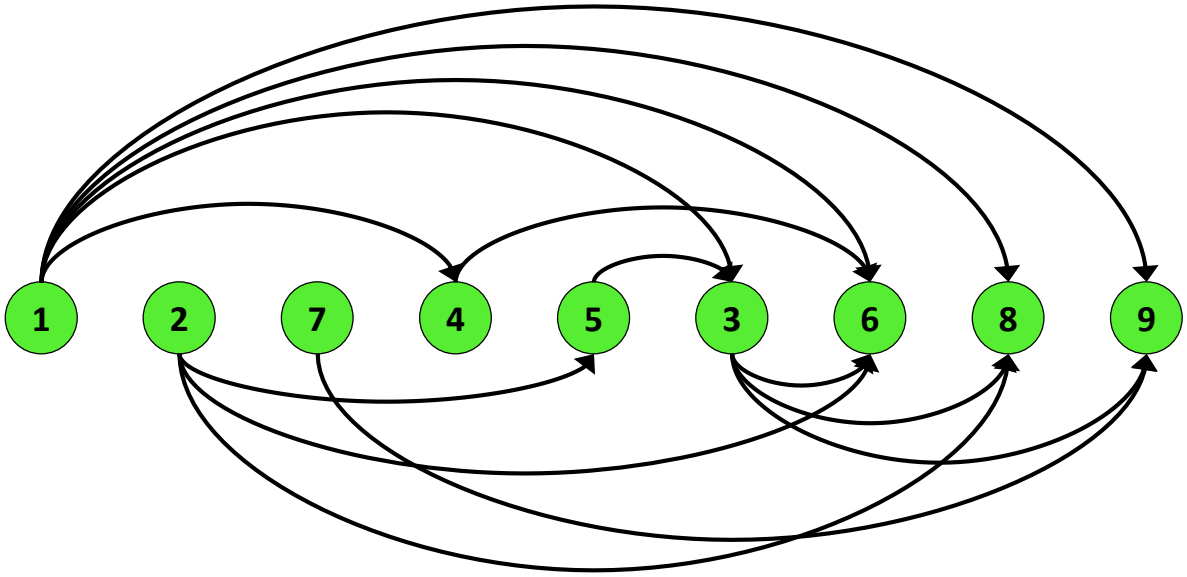
Cola

Contador: 10

Ordenación topológica

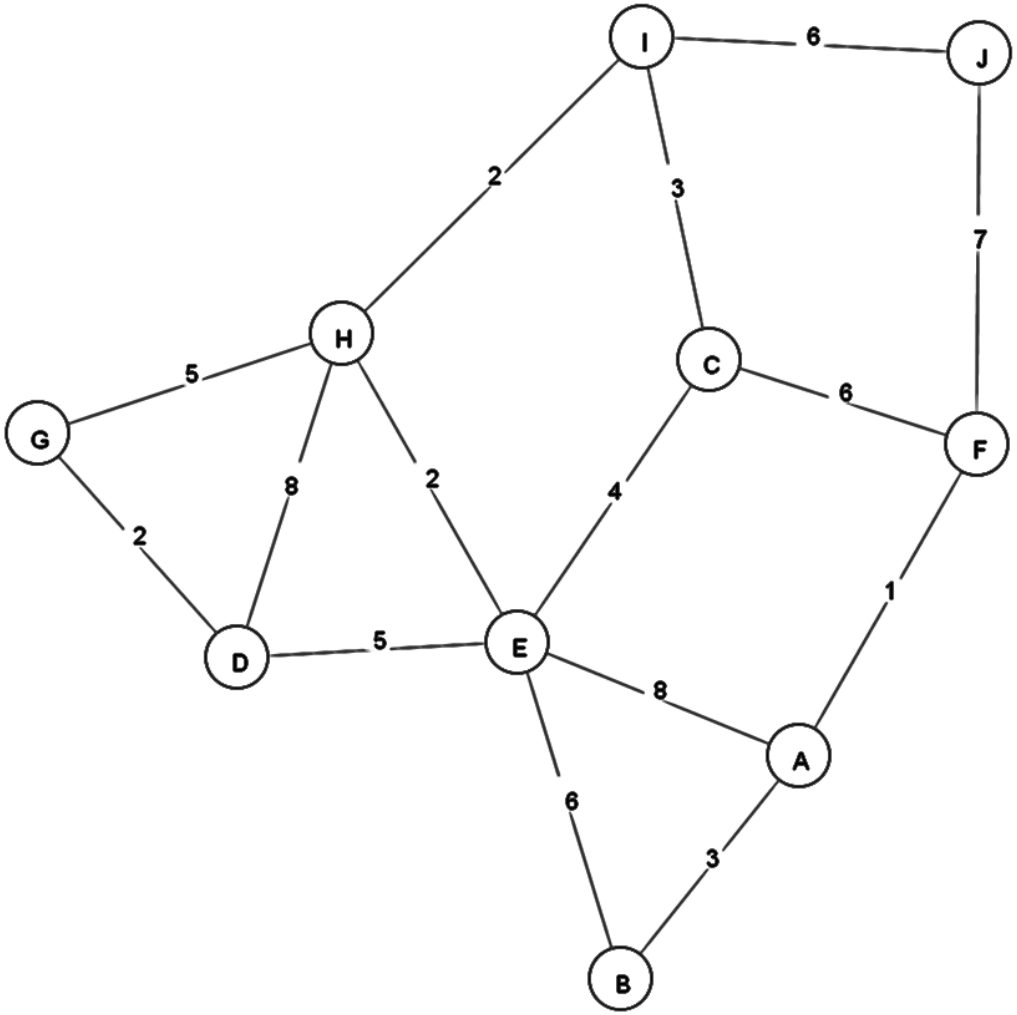
Solución:

1 – 2 – 7 – 4 – 5 – 3 – 6 – 8 – 9



Árbol expandido mínimo: algoritmo de Kruskal

Ejercicio 4: calcular el árbol expandido mínimo para el siguiente grafo, conexo y no dirigido, empleando para ello el algoritmo de Kruskal



Árbol expandido mínimo: algoritmo de Kruskal

Solución:

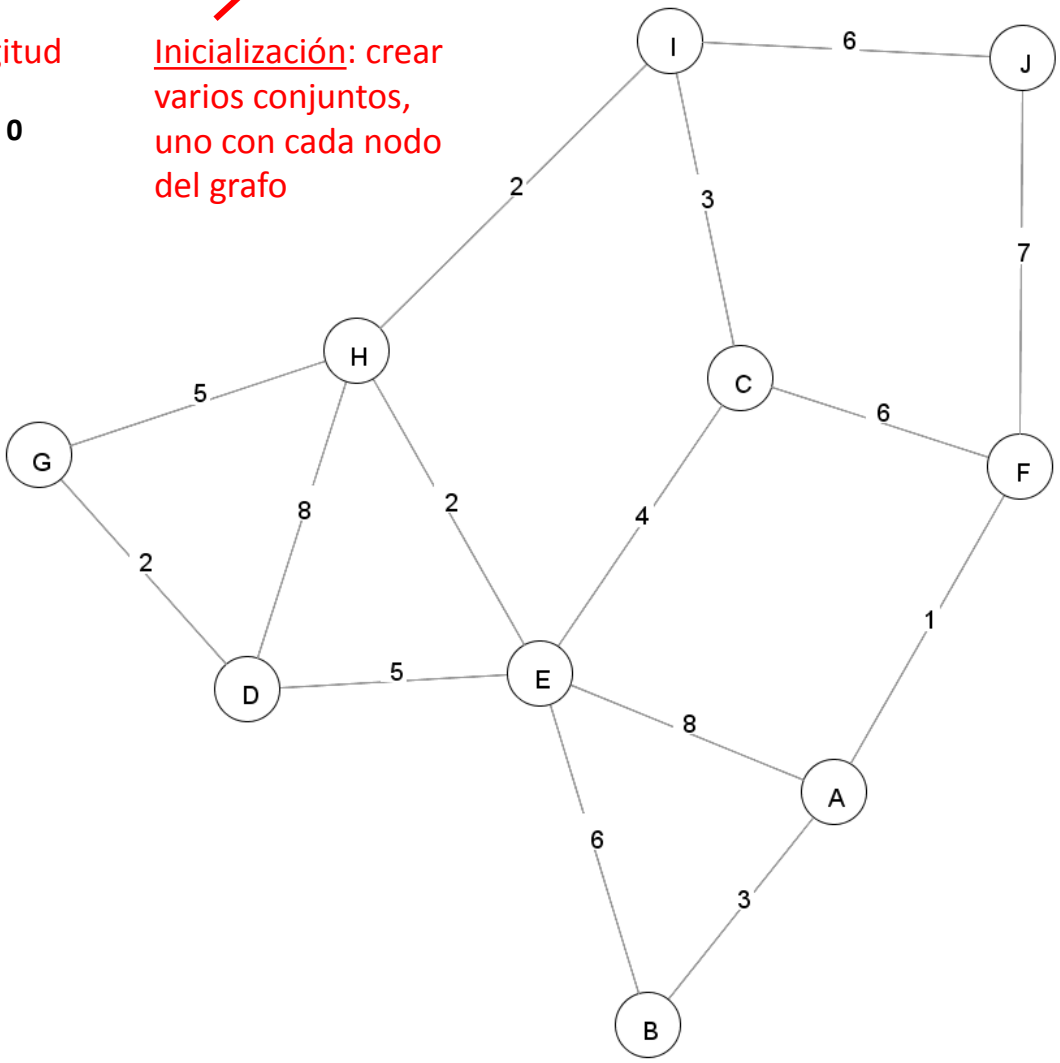
Kruskal - { A } { B } { C } { D } { E } { F } { G } { H } { I } { J }

Inicialización: ordenar las aristas por longitud

Arista	Longitud
A-F	1
D-G	2
E-H	2
I-H	2
A-B	3
C-I	3
C-E	4
D-E	5
G-H	5
B-E	6
C-F	6
I-J	6
F-J	7
A-E	8
D-H	8

Peso total = 0

Inicialización: crear varios conjuntos, uno con cada nodo del grafo



Árbol expandido mínimo: algoritmo de Kruskal

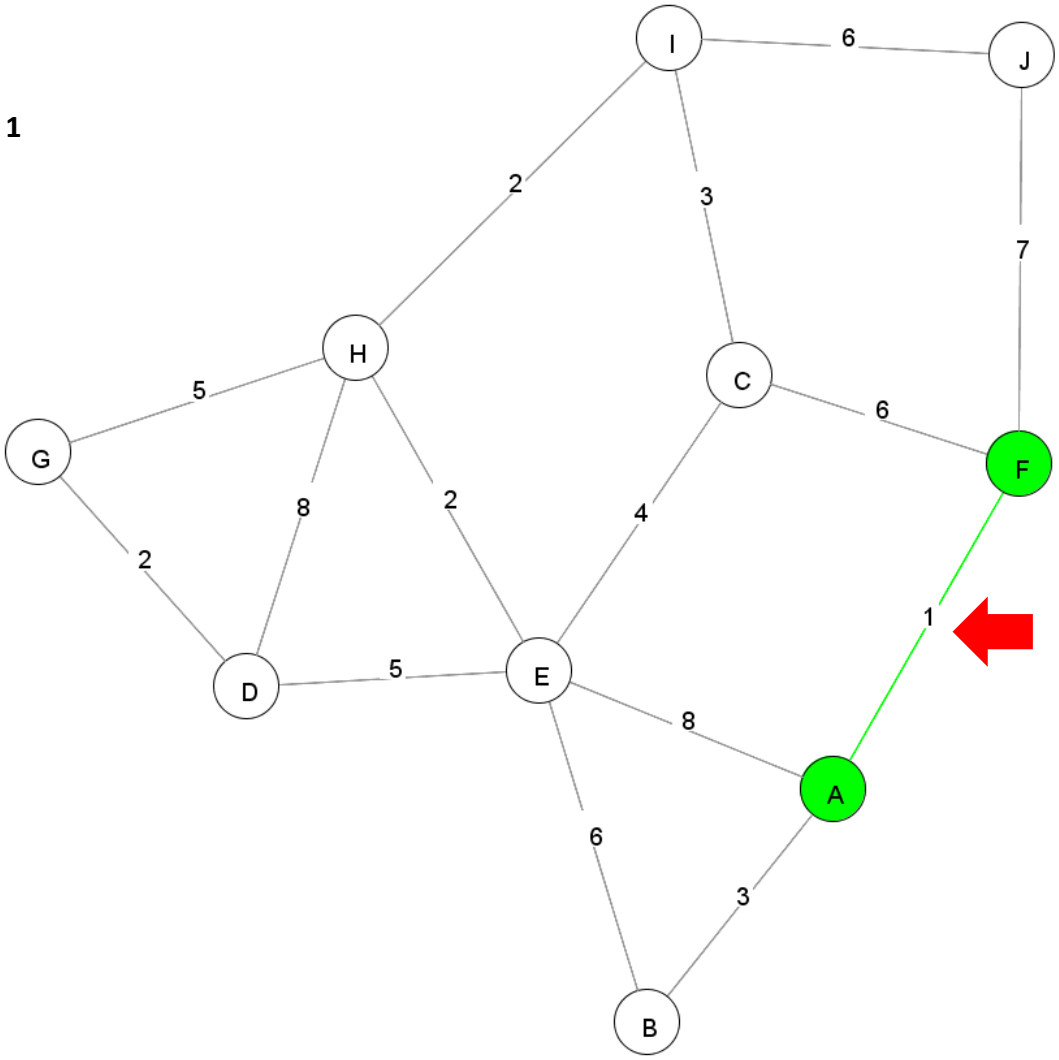
Kruskal - { A }{ B }{ C }{ D }{ E }{ F }{ G }{ H }{ I }{ J }

Kruskal - { A, F }{ B }{ C }{ D }{ E }{ G }{ H }{ I }{ J }

Solución:

	Arista	Longitud
Paso 1	A-F	1
	D-G	2
	E-H	2
	I-H	2
	A-B	3
	C-I	3
	C-E	4
	D-E	5
	G-H	5
	B-E	6
	C-F	6
	I-J	6
	F-J	7
	A-E	8
	D-H	8

Peso total = 1



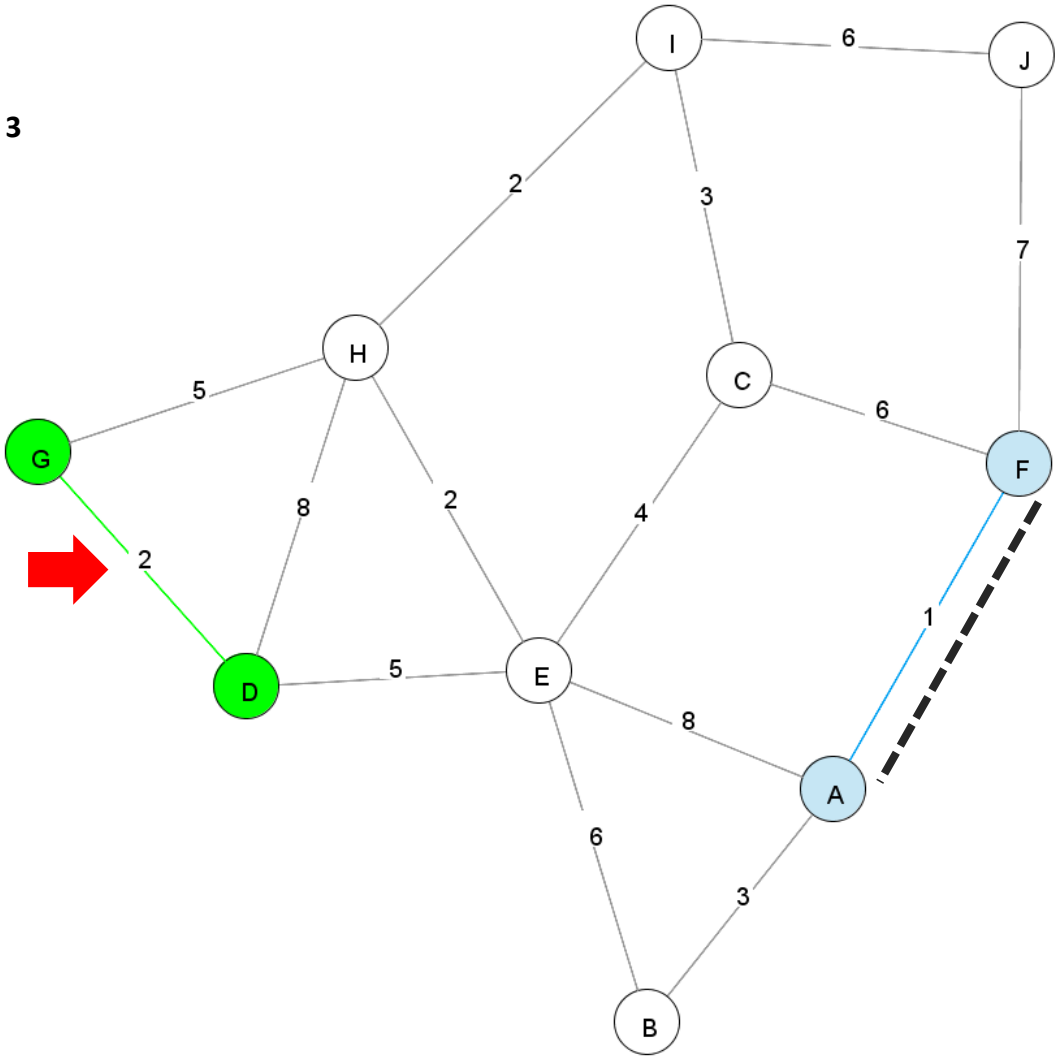
Árbol expandido mínimo: algoritmo de Kruskal

Kruskal - { A, F } { B } { C } { D } { E } { G } { H } { I } { J }
Kruskal - { A, F } { D, G } { B } { C } { E } { H } { I } { J }

Solución:

	Arista	Longitud
	A-F	1
Paso 2	D-G	2
	E-H	2
	I-H	2
	A-B	3
	C-I	3
	C-E	4
	D-E	5
	G-H	5
	B-E	6
	C-F	6
	I-J	6
	F-J	7
	A-E	8
	D-H	8

Peso total = 3



Árbol expandido mínimo: algoritmo de Kruskal

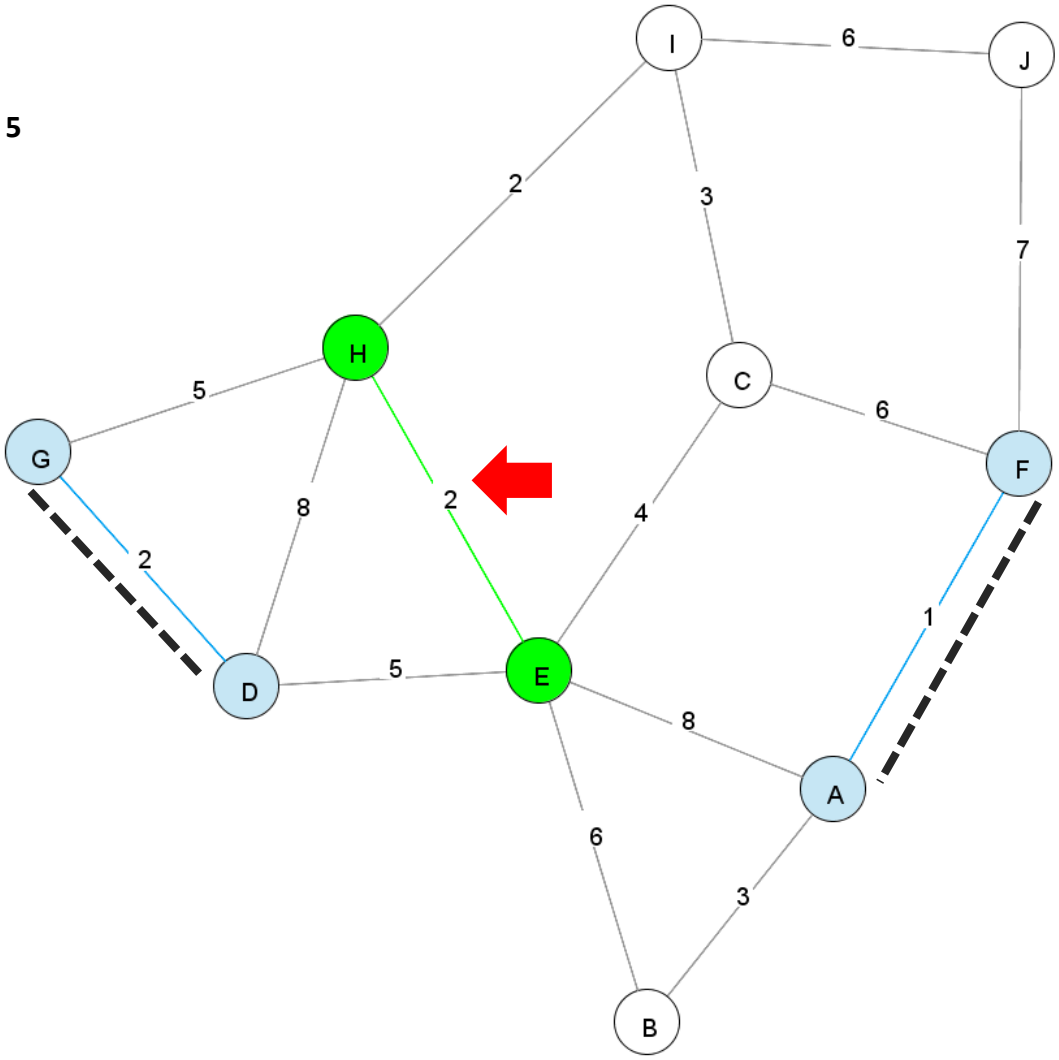
Kruskal - { A, F }{ D, G }{ B }{ C }{ E }{ H }{ I }{ J }
Kruskal - { A, F }{ D, G }{ E, H }{ B }{ C }{ I }{ J }

Solución:

Arista	Longitud
A-F	1
D-G	2
E-H	2
I-H	2
A-B	3
C-I	3
C-E	4
D-E	5
G-H	5
B-E	6
C-F	6
I-J	6
F-J	7
A-E	8
D-H	8

Paso 3

Peso total = 5



Árbol expandido mínimo: algoritmo de Kruskal

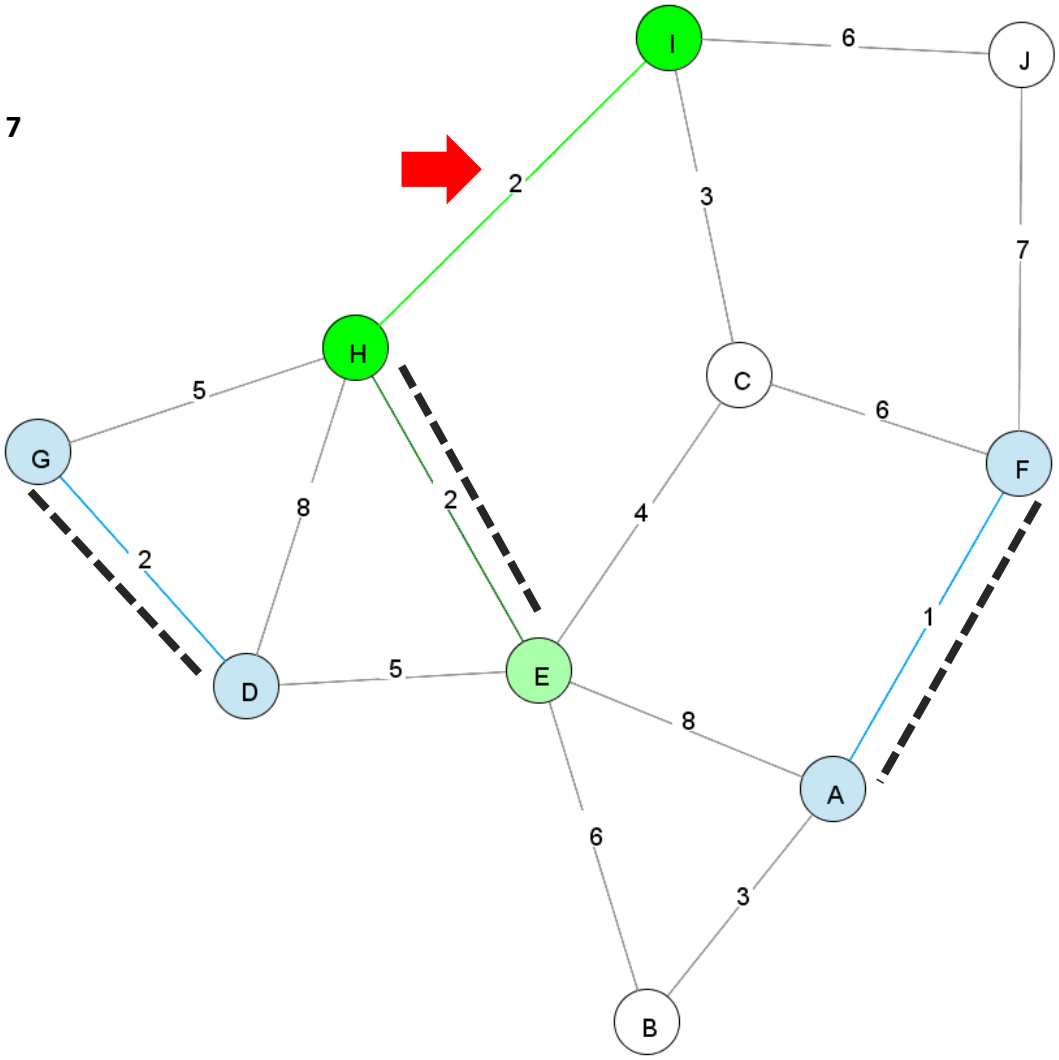
Kruskal - { A, F } { D, G } { E, H } { B } { C } { I } { J }
Kruskal - { A, F } { D, G } { E, H, I } { B } { C } { J }

Solución:

Arista	Longitud
A-F	1
D-G	2
E-H	2
I-H	2
A-B	3
C-I	3
C-E	4
D-E	5
G-H	5
B-E	6
C-F	6
I-J	6
F-J	7
A-E	8
D-H	8

Paso 4

Peso total = 7



Árbol expandido mínimo: algoritmo de Kruskal

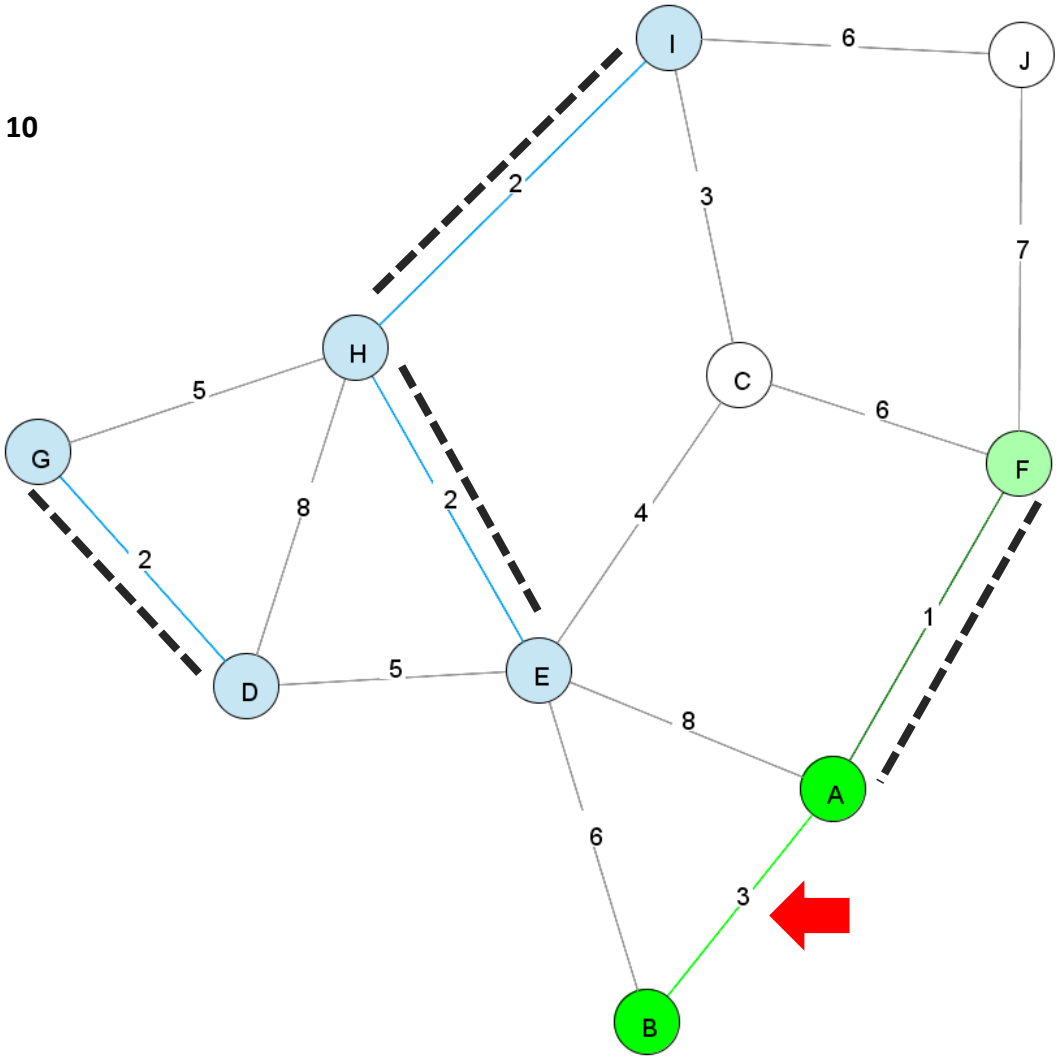
Kruskal - { A, F }{ D, G }{ E, H, I }{ B }{ C }{ J }
Kruskal - { A, B, F }{ D, G }{ E, H, I }{ C }{ J }

Solución:

Arista	Longitud
A-F	1
D-G	2
E-H	2
I-H	2
A-B	3
C-I	3
C-E	4
D-E	5
G-H	5
B-E	6
C-F	6
I-J	6
F-J	7
A-E	8
D-H	8

Paso 5

Peso total = 10



Árbol expandido mínimo: algoritmo de Kruskal

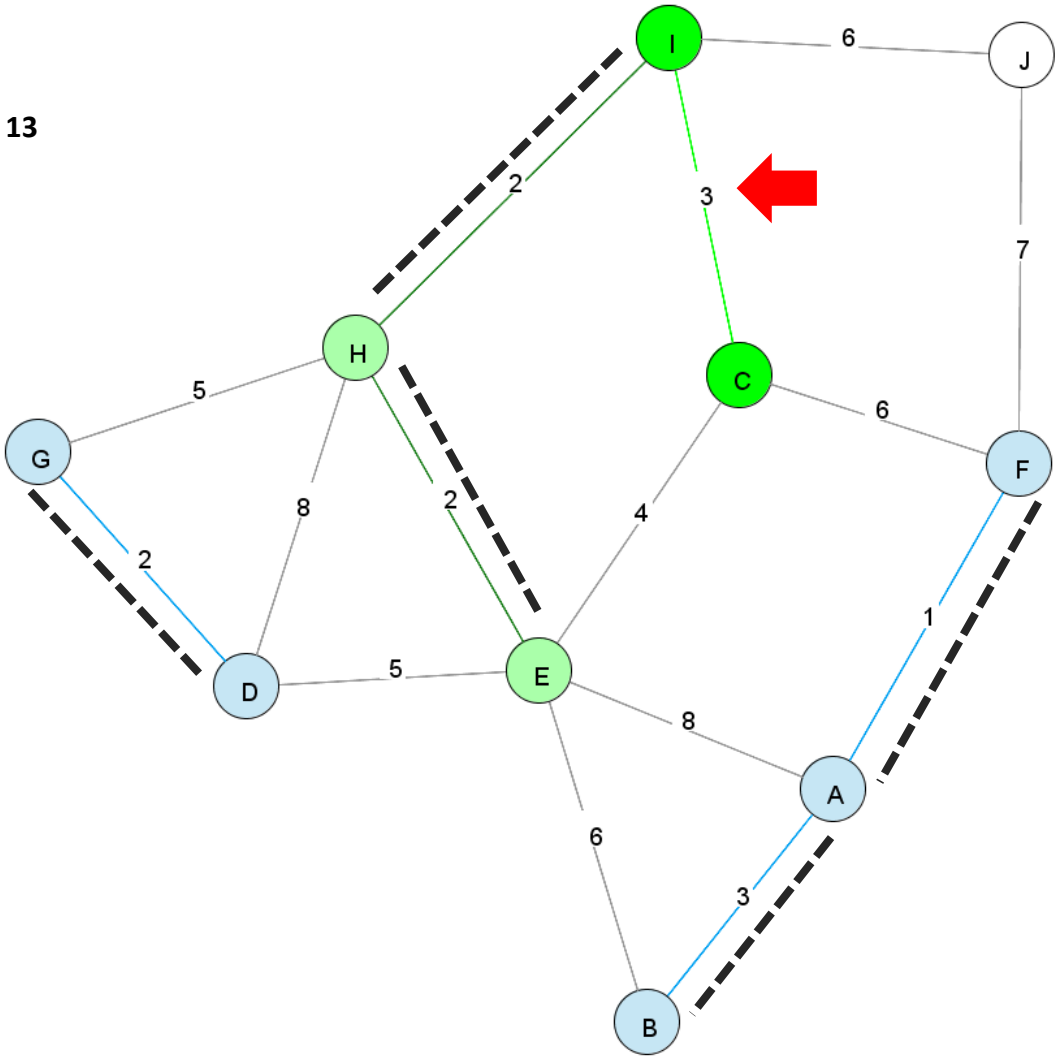
Kruskal - { A, B, F } { D, G } { E, H, I } { C } { J }
Kruskal - { A, B, F } { D, G } { C, E, H, I } { J }

Solución:

Arista	Longitud
A-F	1
D-G	2
E-H	2
I-H	2
A-B	3
C-I	3
C-E	4
D-E	5
G-H	5
B-E	6
C-F	6
I-J	6
F-J	7
A-E	8
D-H	8

Paso 6

Peso total = 13

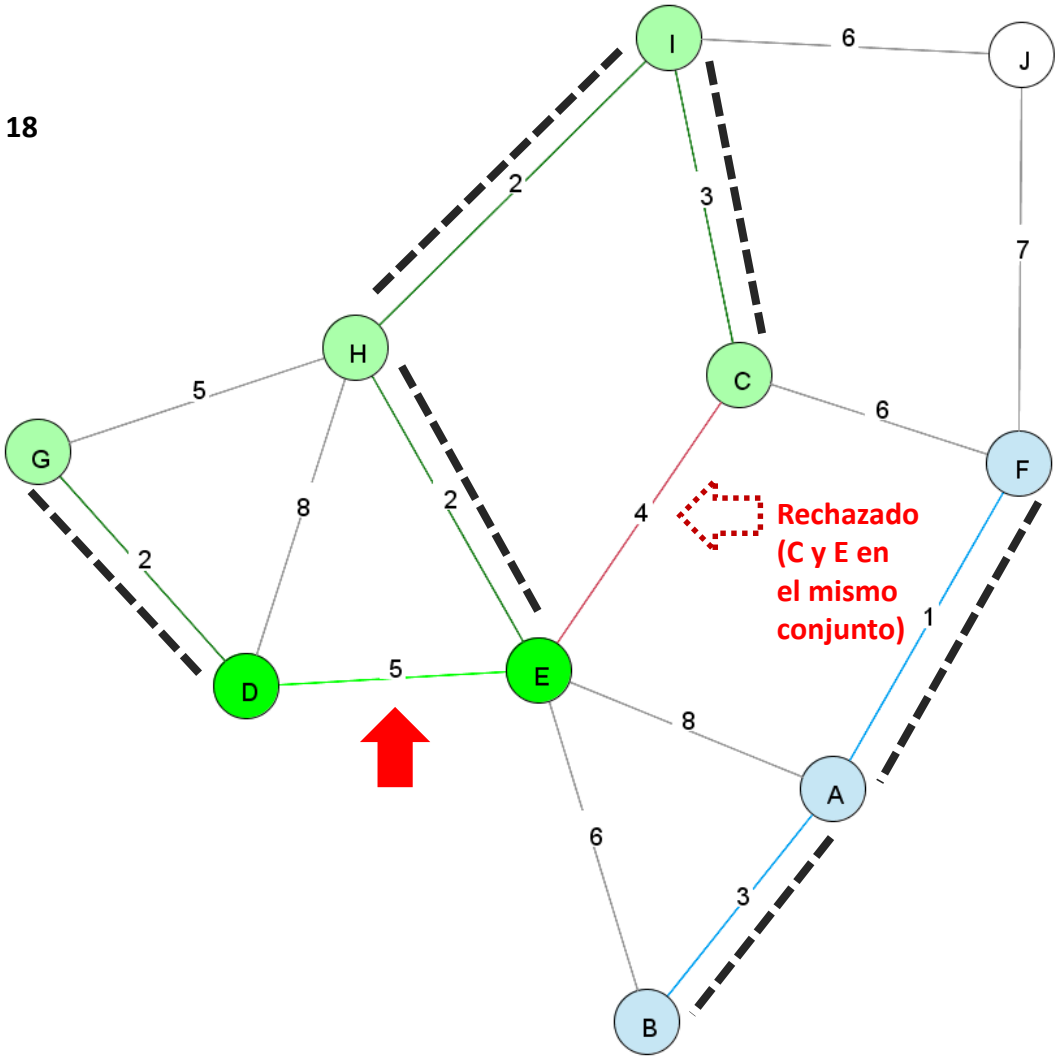


Árbol expandido mínimo: algoritmo de Kruskal

Kruskal - { A, B, F }{ D, G }{ C, E, H, I }{ J }
Kruskal - { A, B, F }{ C, D, E, G, H, I }{ J }

Solución:

	Arista	Longitud	
	A-F	1	Peso total = 18
	D-G	2	
	E-H	2	
	I-H	2	
	A-B	3	
	C-I	3	
Paso 7	C-E	4	Rechazado
Paso 8	D-E	5	
	G-H	5	
	B-E	6	
	C-F	6	
	I-J	6	
	F-J	7	
	A-E	8	
	D-H	8	



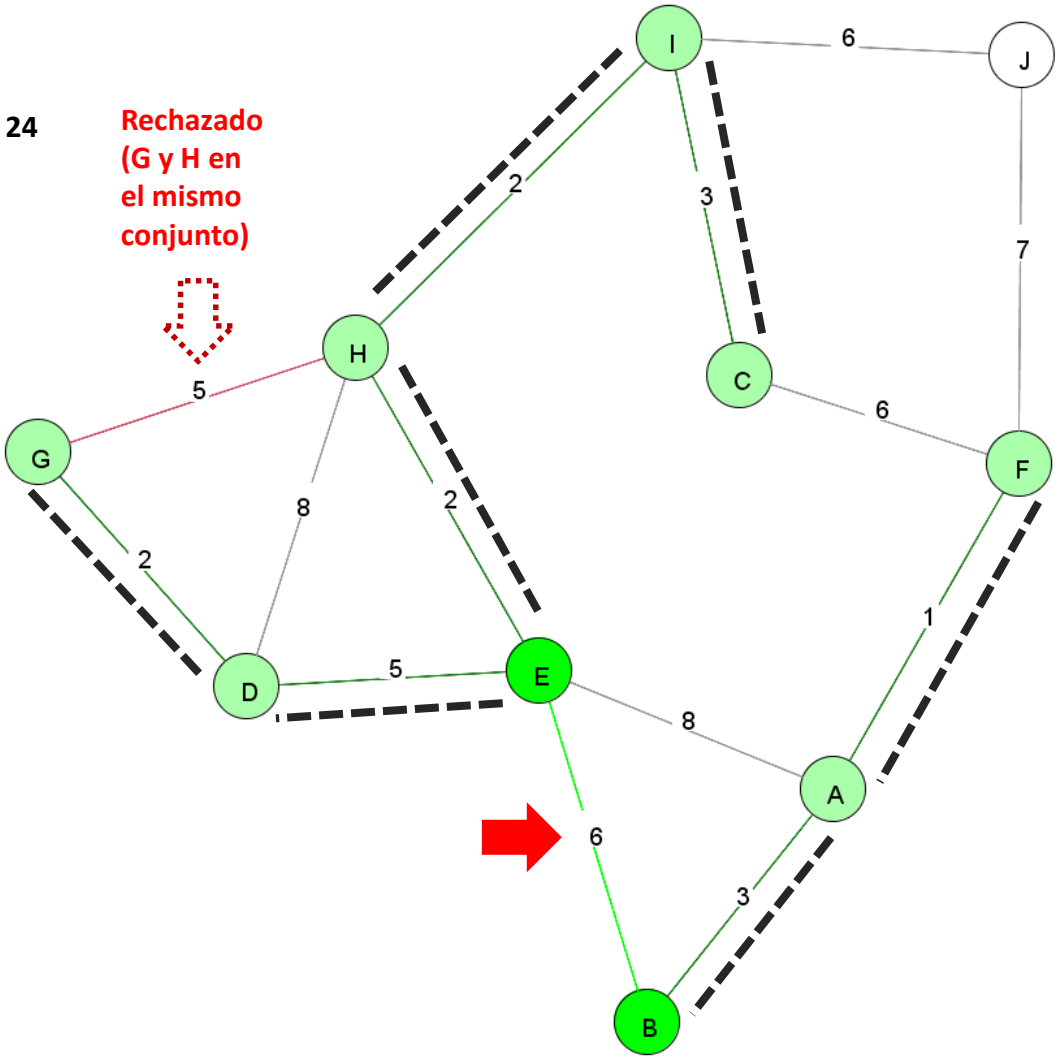
Árbol expandido mínimo: algoritmo de Kruskal

Kruskal - { A, B, F }{ C, D, E, G, H, I }{ J }
Kruskal - { A, B, C, D, E, F, G, H, I }{ J }

Solución:

	Arista	Longitud	
	A-F	1	Peso total = 24
	D-G	2	
	E-H	2	
	I-H	2	
	A-B	3	
	C-I	3	
	C-E	4	
	D-E	5	
Paso 9	G-H	5	Rechazado
Paso 10	B-E	6	
	C-F	6	
	I-J	6	
	F-J	7	
	A-E	8	
	D-H	8	

Rechazado (G y H en el mismo conjunto)

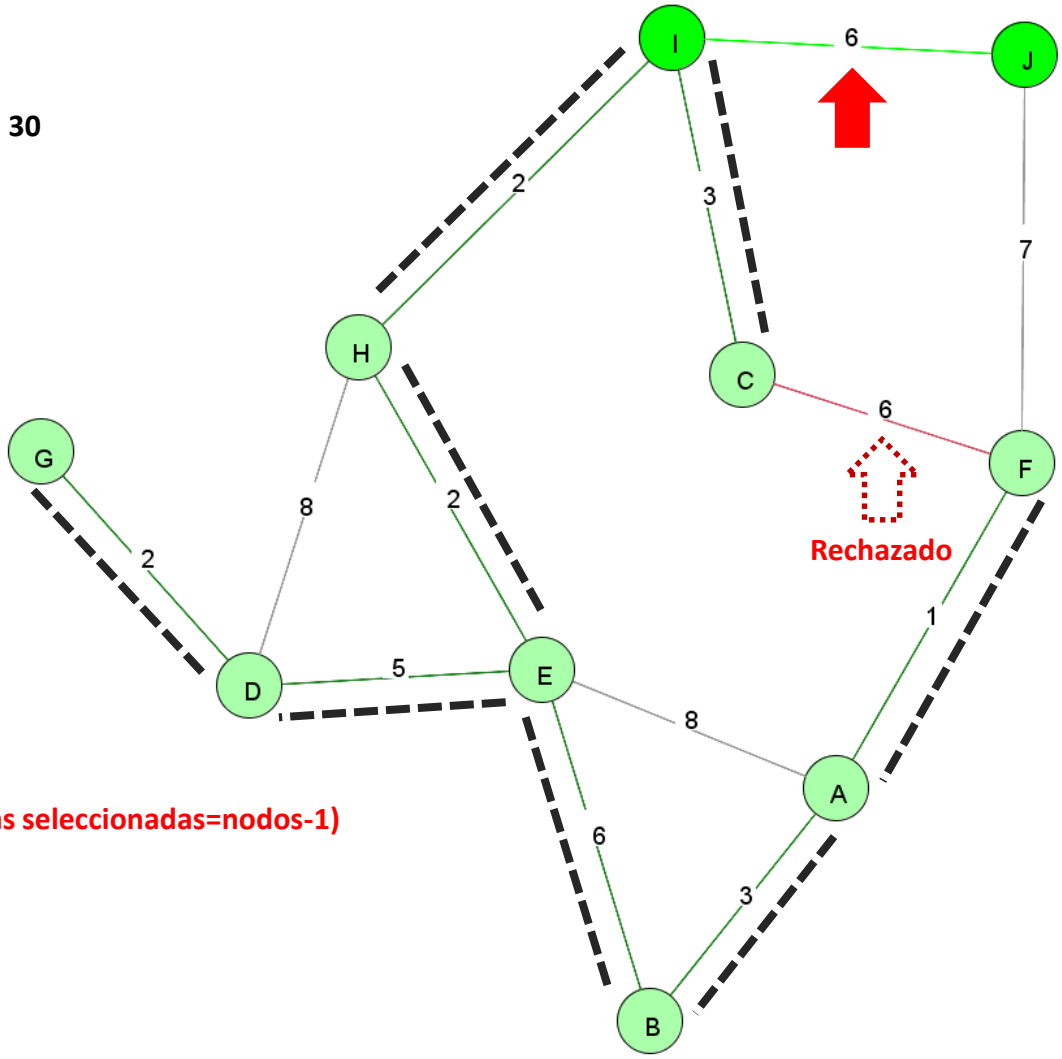


Árbol expandido mínimo: algoritmo de Kruskal

Kruskal - { A, B, C, D, E, F, G, H, I } { J }
Kruskal - { A, B, C, D, E, F, G, H, I, J }

Solución:

	Arista	Longitud	
	A-F	1	Peso total = 30
	D-G	2	
	E-H	2	
	I-H	2	
	A-B	3	
	C-I	3	
	C-E	4	
	D-E	5	
	G-H	5	
	B-E	6	
Paso 11	C-F	6	Rechazado
Paso 12	I-J	6	FIN (nº aristas seleccionadas=nodos-1)
	F-J	7	
	A-E	8	
	D-H	8	



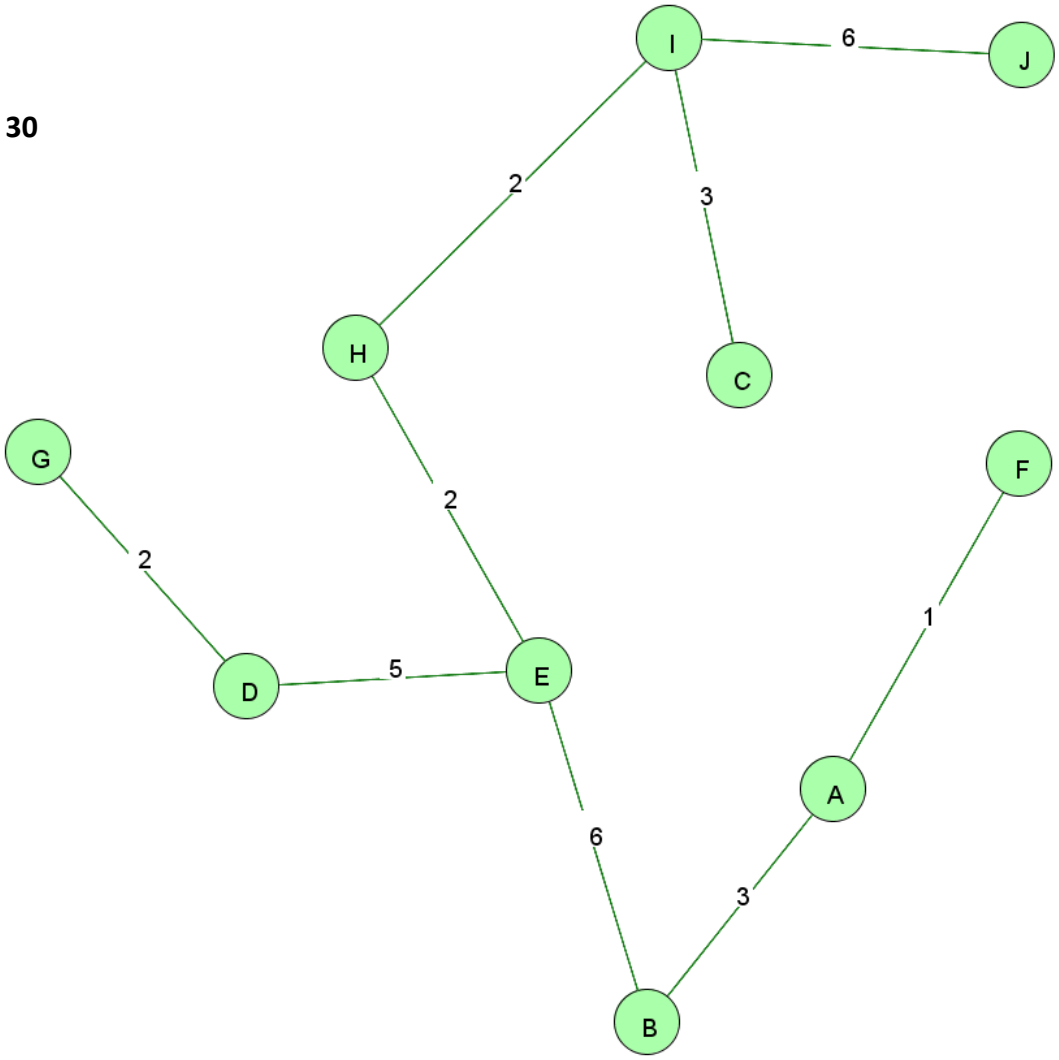
Árbol expandido mínimo: algoritmo de Kruskal

Solución:

Arista	Longitud
A-F	1
D-G	2
E-H	2
I-H	2
A-B	3
C-I	3
C-E	4
D-E	5
G-H	5
B-E	6
C-F	6
I-J	6
F-J	7
A-E	8
D-H	8

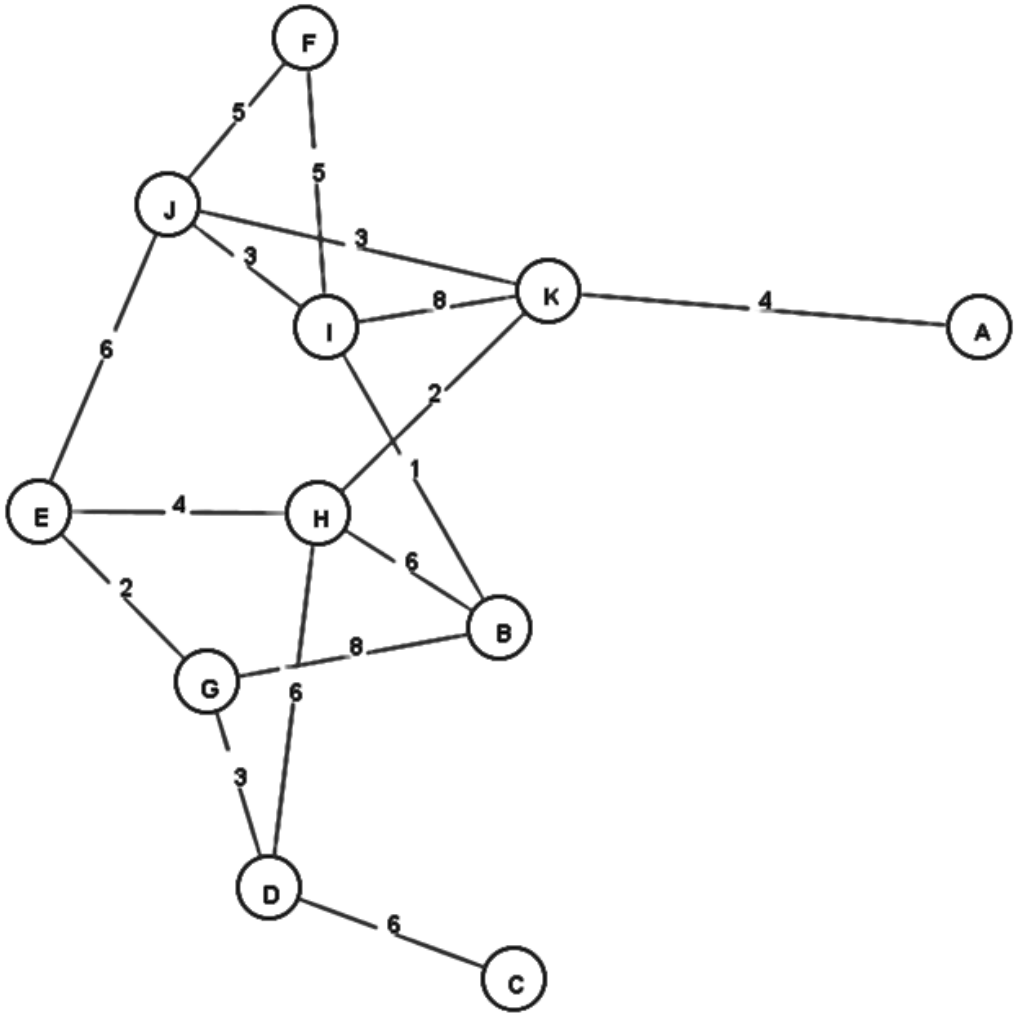
Peso total = 30

Árbol expandido mínimo



Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

Ejercicio 5: calcular el árbol expandido mínimo para el siguiente grafo, conexo y no dirigido, empleando para ello el algoritmo de Prim



Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

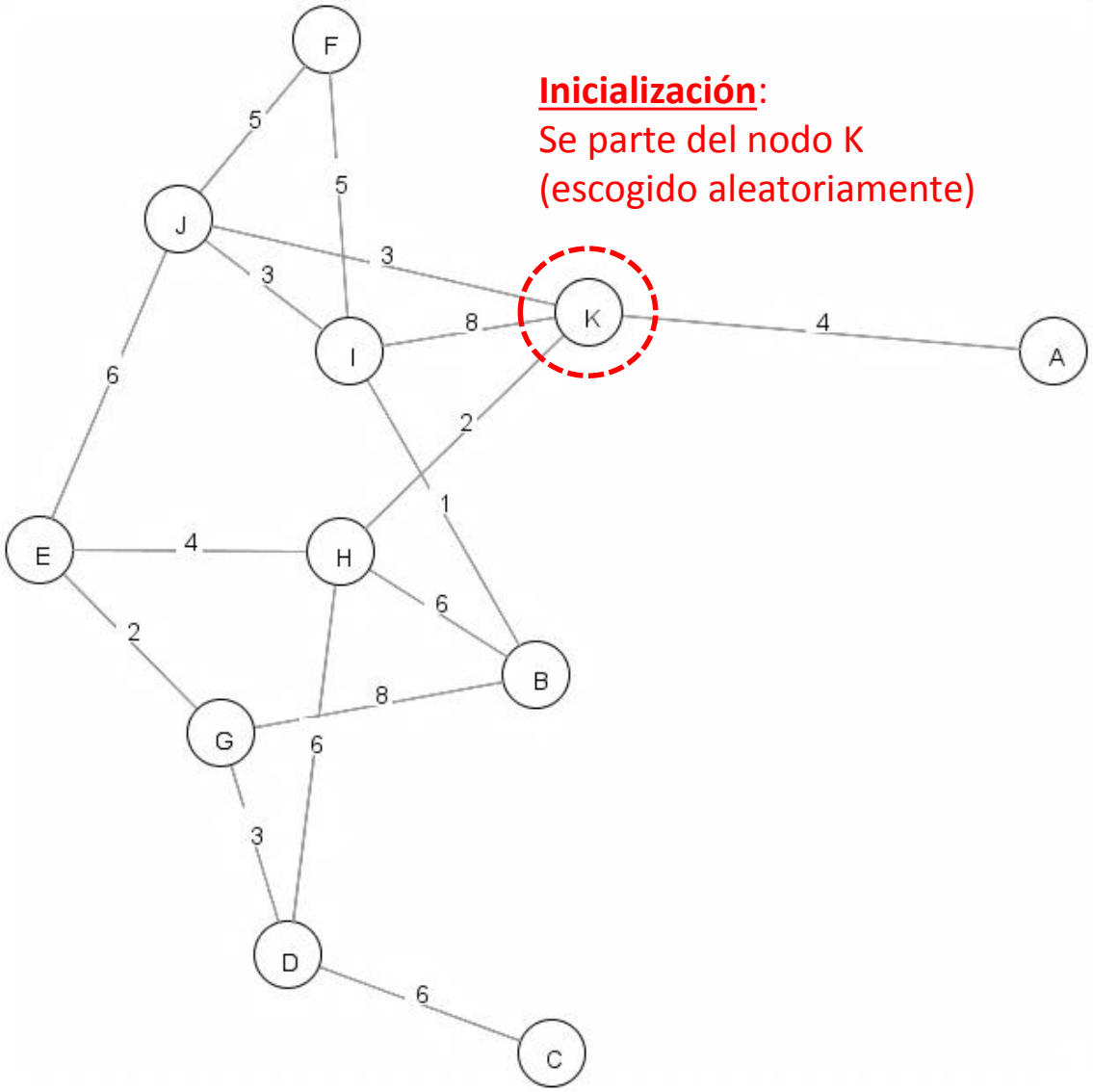
Solución:

Conjunto de nodos (B)

K									

Conjunto de aristas (T)

Peso total = 0



Inicialización:
Se parte del nodo K
(escogido aleatoriamente)

Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

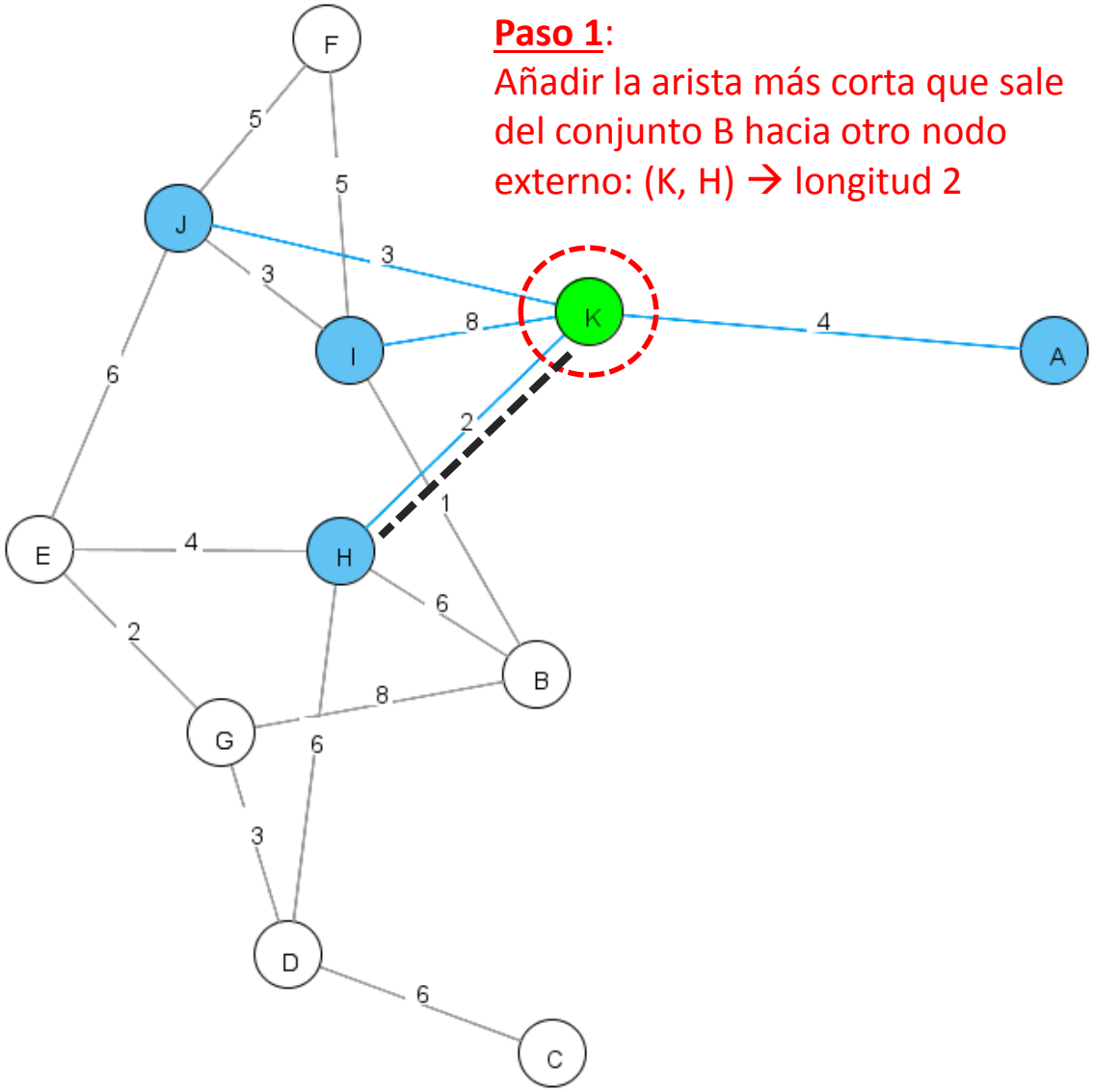
Solución:

Conjunto de nodos (B)

H	K									

Conjunto de aristas (T)
(K, H)

Peso total = 2



Paso 1:
Añadir la arista más corta que sale del conjunto B hacia otro nodo externo: (K, H) → longitud 2

Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

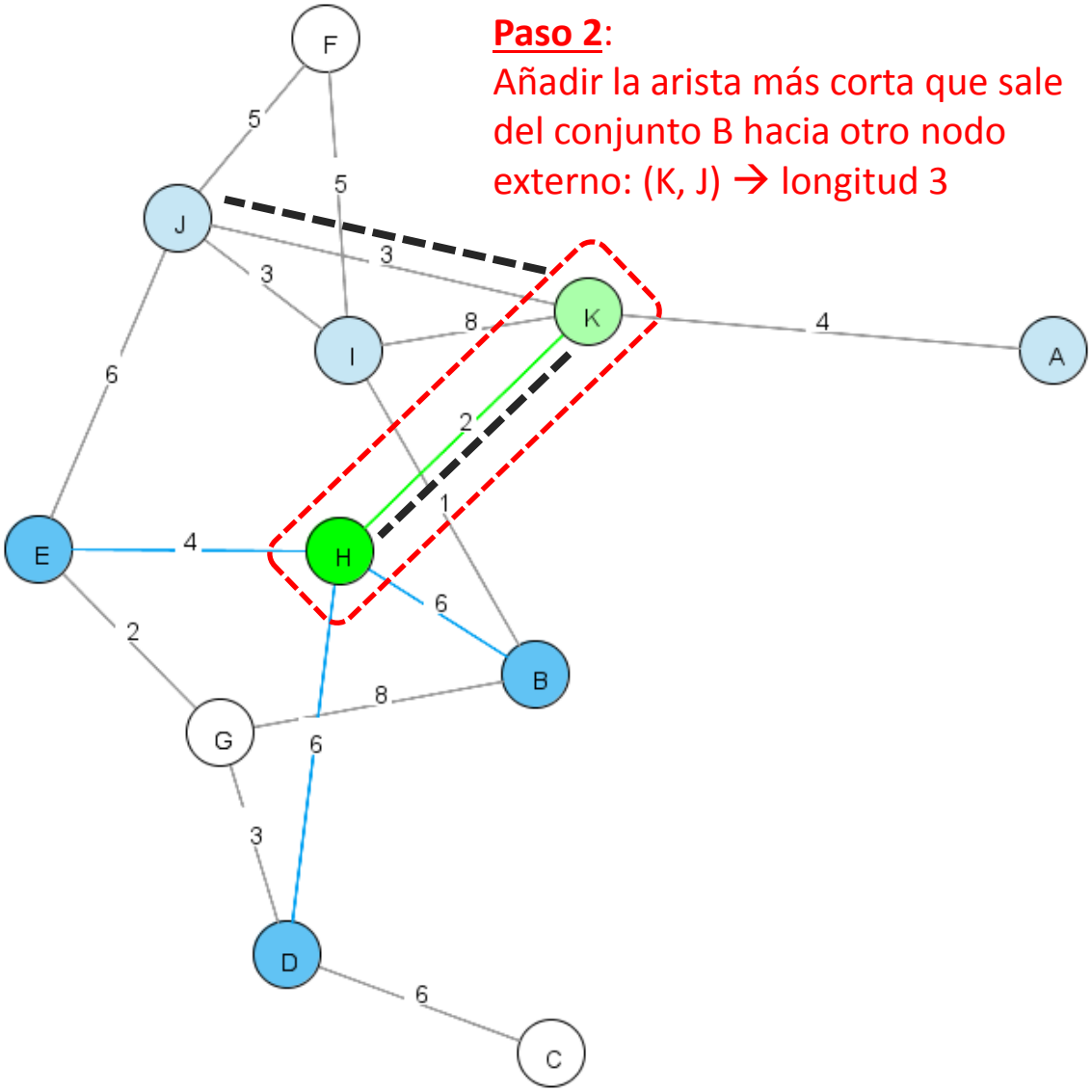
Solución:

Conjunto de nodos (B)

H	J	K								

Conjunto de aristas (T)
(K, H)
(K, J)

Peso total = 5



Paso 2:
Añadir la arista más corta que sale del conjunto B hacia otro nodo externo: (K, J) → longitud 3

Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

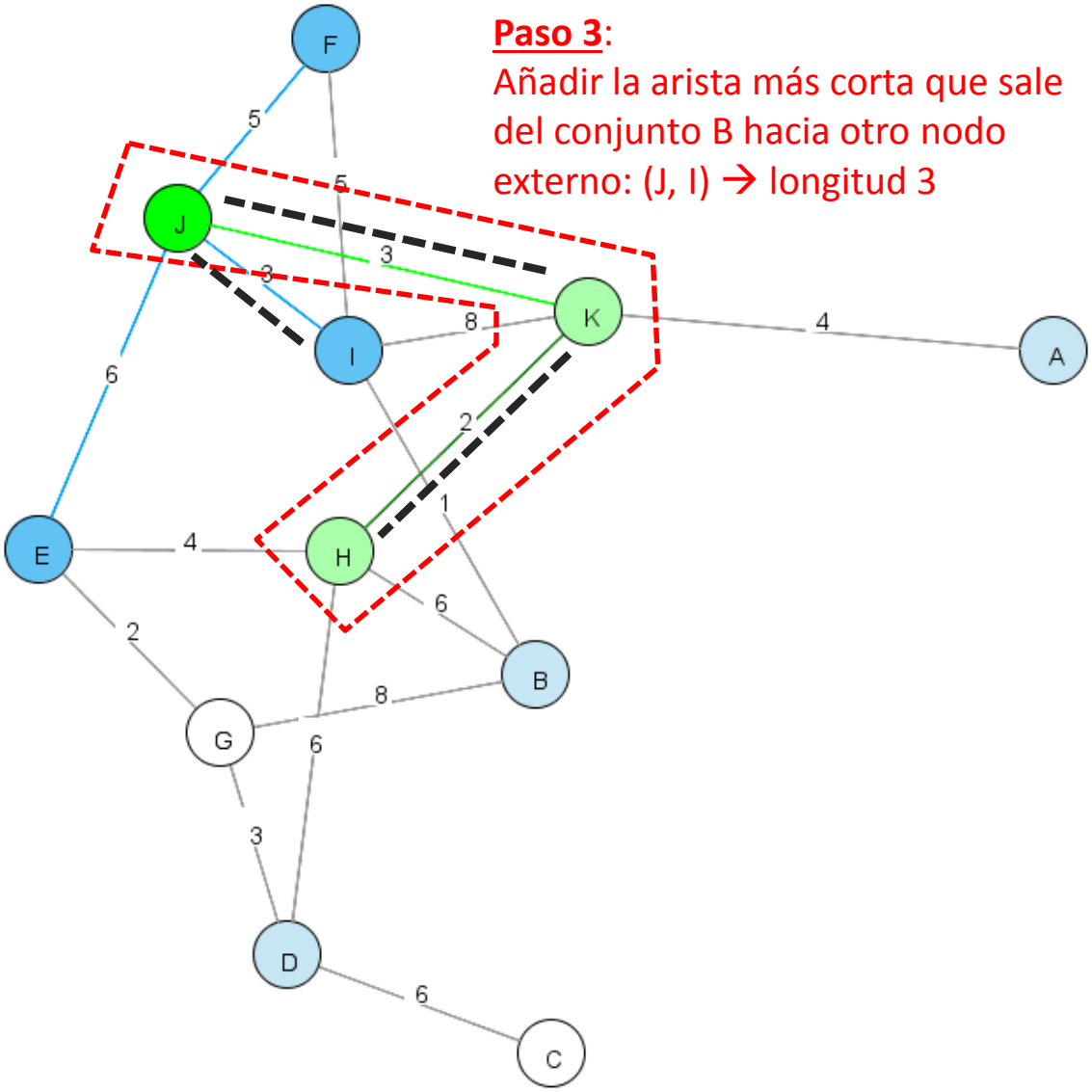
Solución:

Conjunto de nodos (B)

H	I	J	K							

Conjunto de aristas (T)
(K, H)
(K, J)
(J, I)

Peso total = 8



Paso 3:
Añadir la arista más corta que sale del conjunto B hacia otro nodo externo: (J, I) → longitud 3

Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

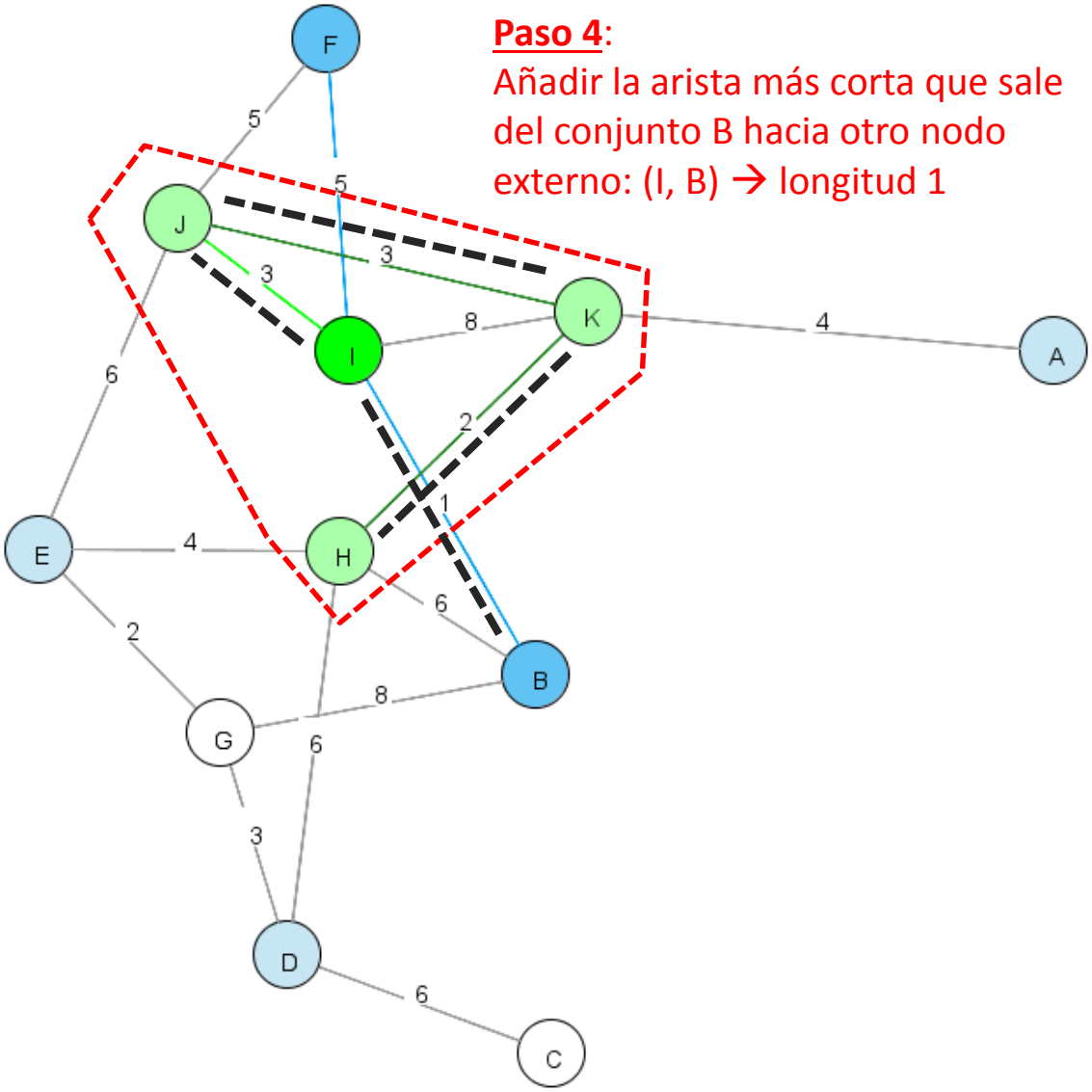
Solución:

Conjunto de nodos (B)

B	H	I	J	K						

Conjunto de aristas (T)
(K, H)
(K, J)
(J, I)
(I, B)

Peso total = 9



Paso 4:
Añadir la arista más corta que sale del conjunto B hacia otro nodo externo: (I, B) → longitud 1

Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

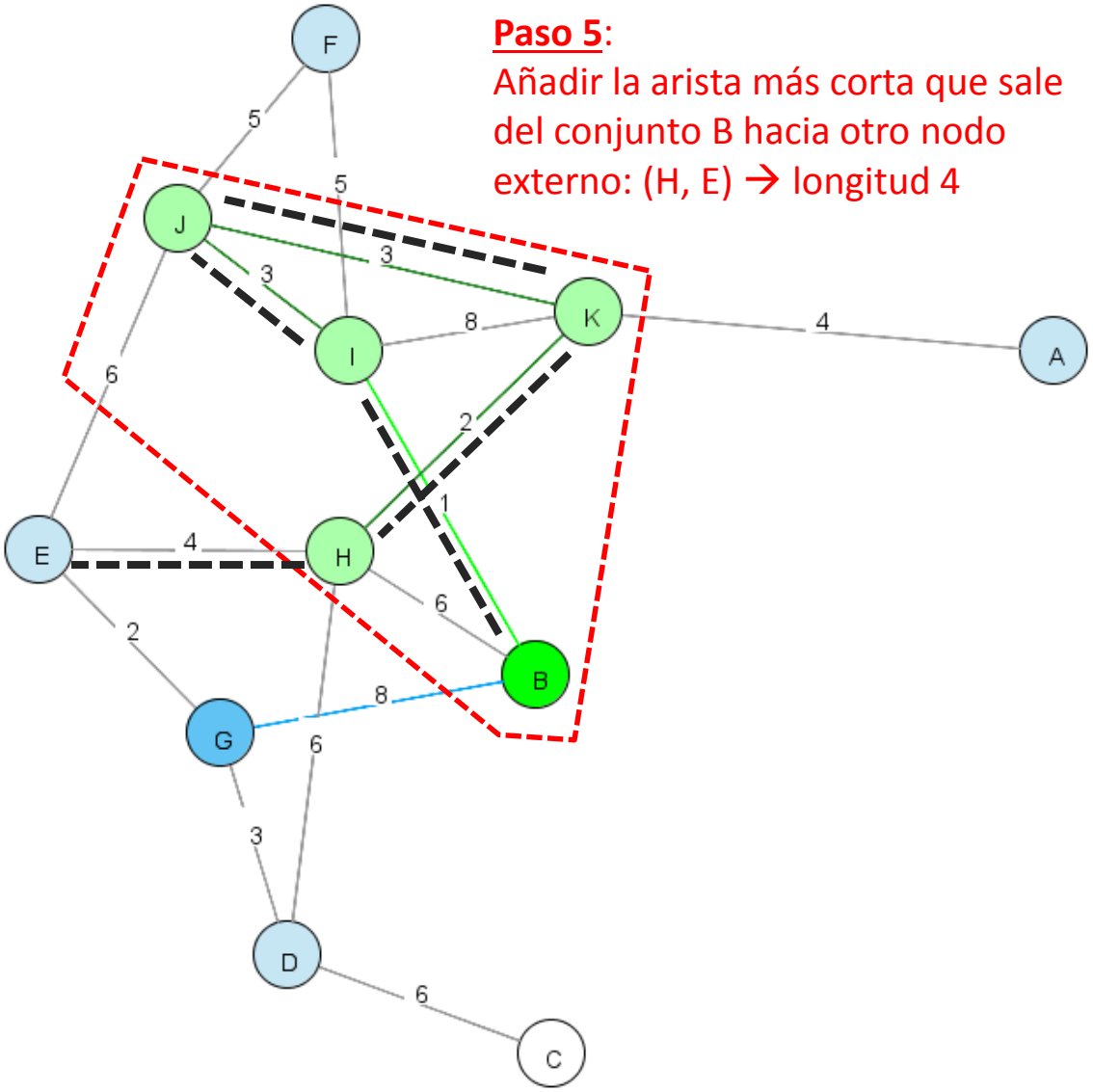
Solución:

Conjunto de nodos (B)

B	E	H	I	J	K					

Conjunto de aristas (T)
(K, H)
(K, J)
(J, I)
(I, B)
(H, E)

Peso total = 13



Paso 5:
Añadir la arista más corta que sale del conjunto B hacia otro nodo externo: (H, E) → longitud 4

Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

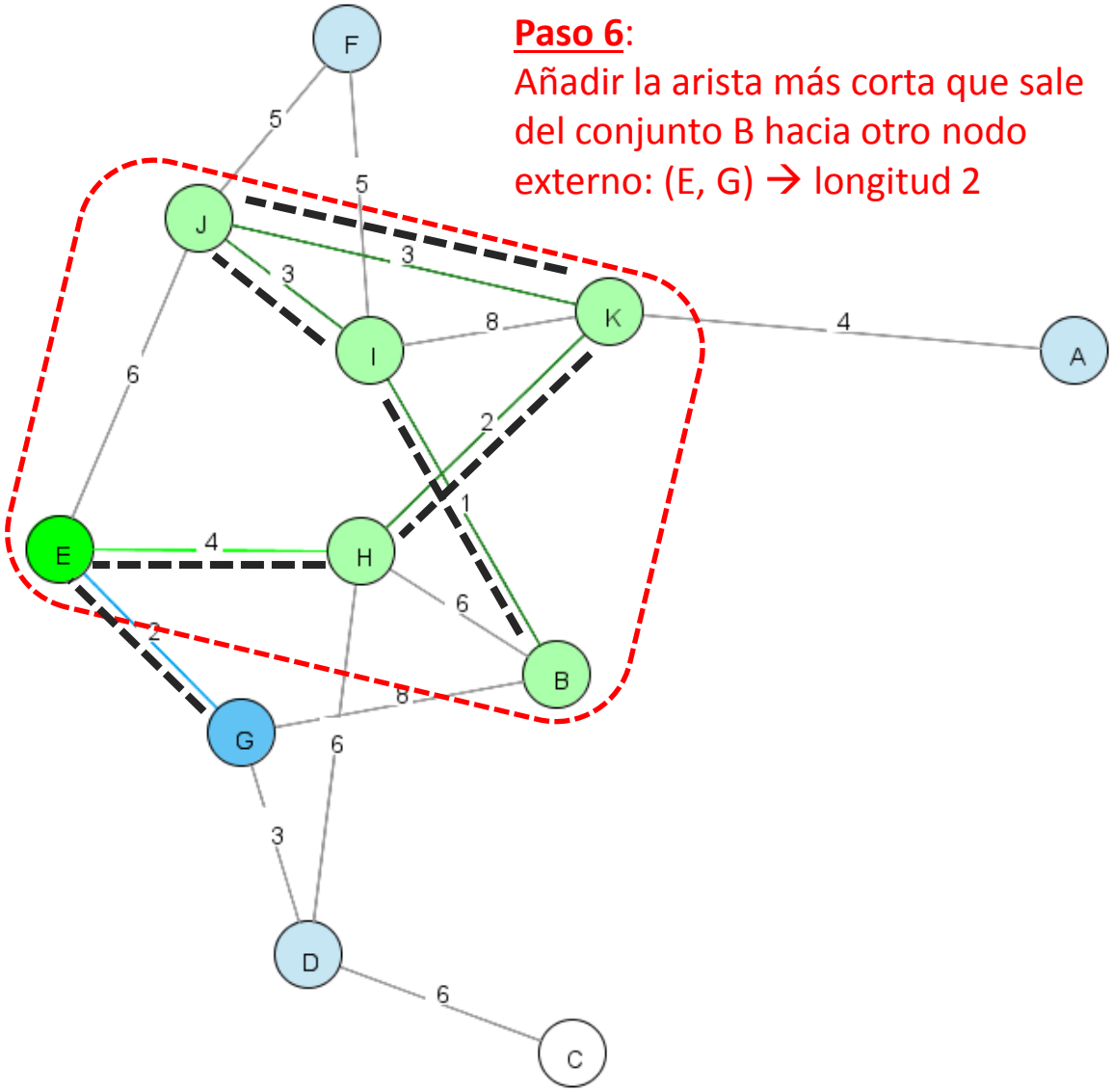
Solución:

Conjunto de nodos (B)

B	E	G	H	I	J	K				

Conjunto de aristas (T)
(K, H)
(K, J)
(J, I)
(I, B)
(H, E)
(E, G)

Peso total = 15



Paso 6:
Añadir la arista más corta que sale del conjunto B hacia otro nodo externo: (E, G) → longitud 2

Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

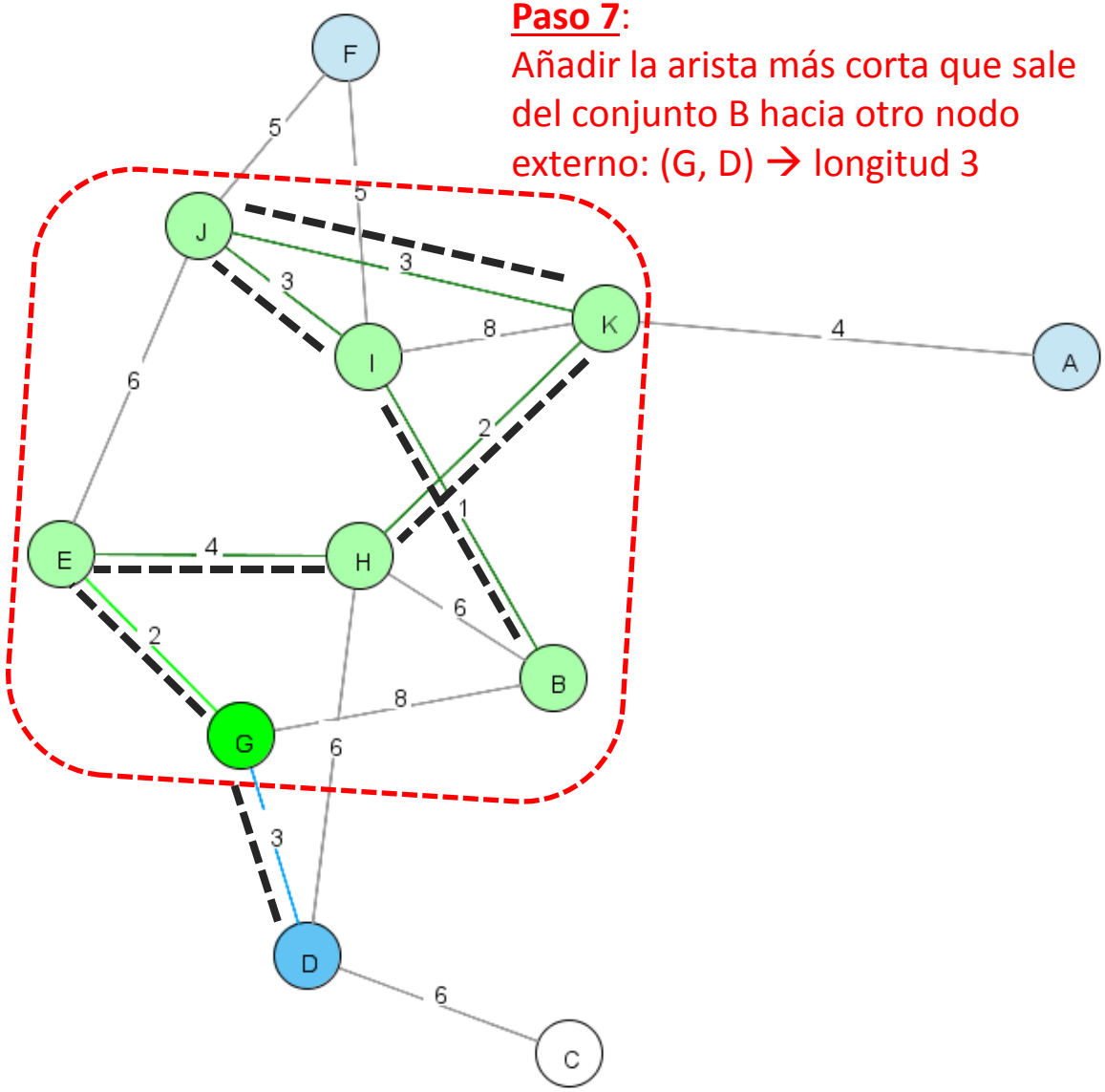
Solución:

Conjunto de nodos (B)

B	D	E	G	H	I	J	K			

Conjunto de aristas (T)
(K, H)
(K, J)
(J, I)
(I, B)
(H, E)
(E, G)
(G, D)

Peso total = 18



Paso 7:
Añadir la arista más corta que sale del conjunto B hacia otro nodo externo: (G, D) → longitud 3

Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

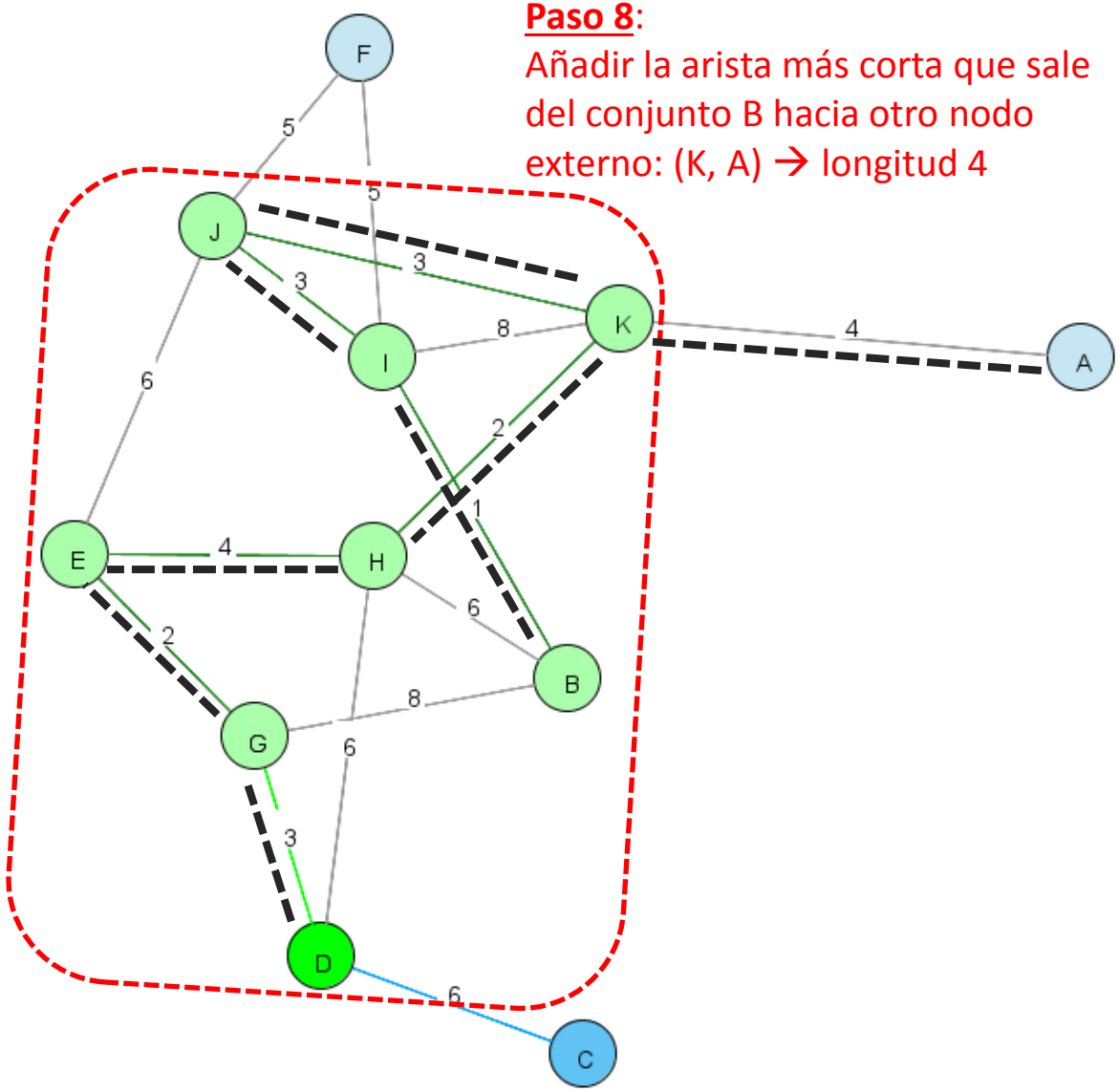
Solución:

Conjunto de nodos (B)

A	B	D	E	G	H	I	J	K		

Conjunto de aristas (T)
(K, H)
(K, J)
(J, I)
(I, B)
(H, E)
(E, G)
(G, D)
(K, A)

Peso total = 22



Paso 8:
Añadir la arista más corta que sale del conjunto B hacia otro nodo externo: (K, A) → longitud 4

Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

Solución:

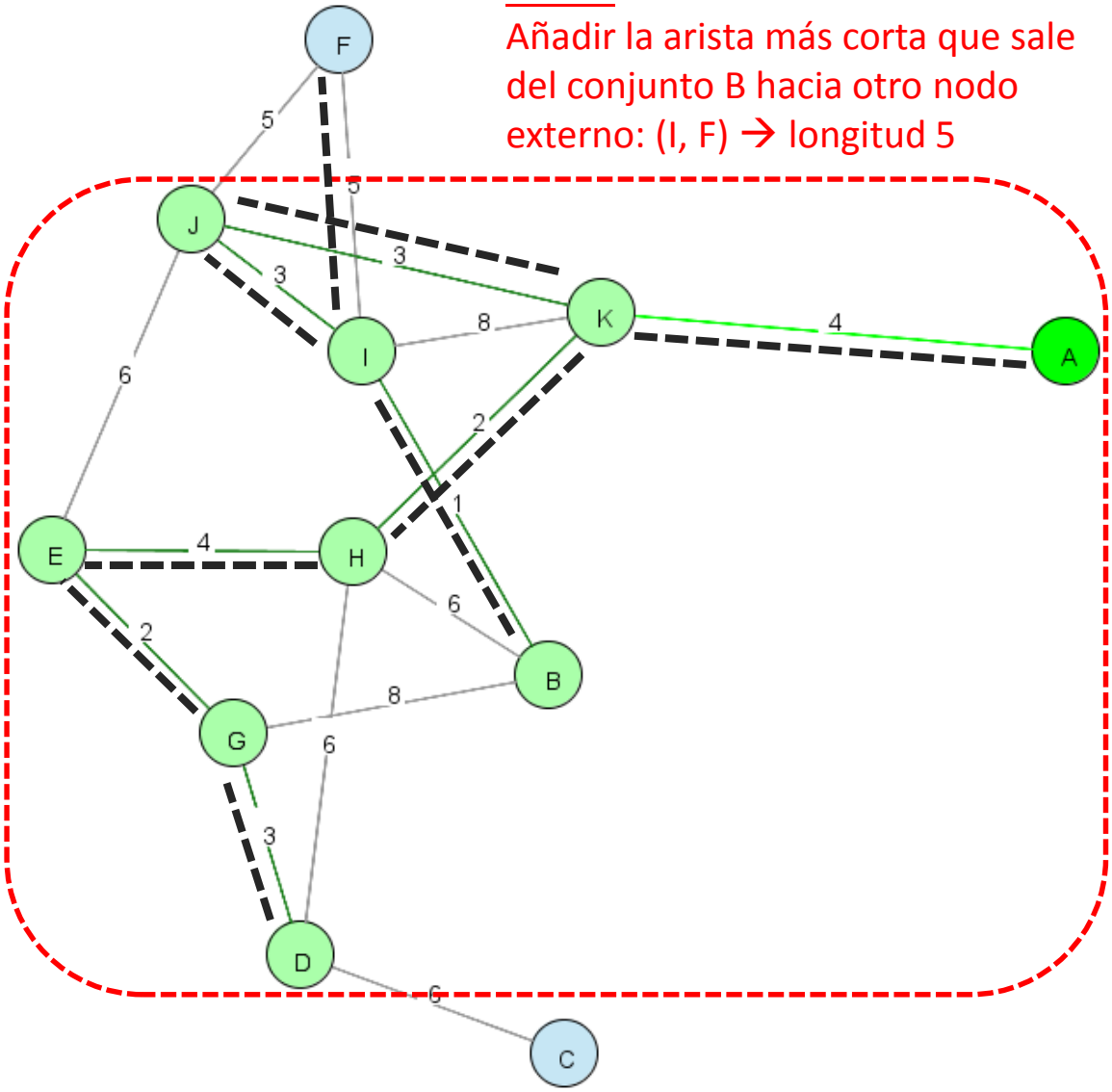
Conjunto de nodos (B)

A	B	D	E	F	G	H	I	J	K	

Conjunto de aristas (T)
(K, H)
(K, J)
(J, I)
(I, B)
(H, E)
(E, G)
(G, D)
(K, A)
(I, F)

Peso total = 27

Paso 9:
Añadir la arista más corta que sale del conjunto B hacia otro nodo externo: (I, F) → longitud 5



Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

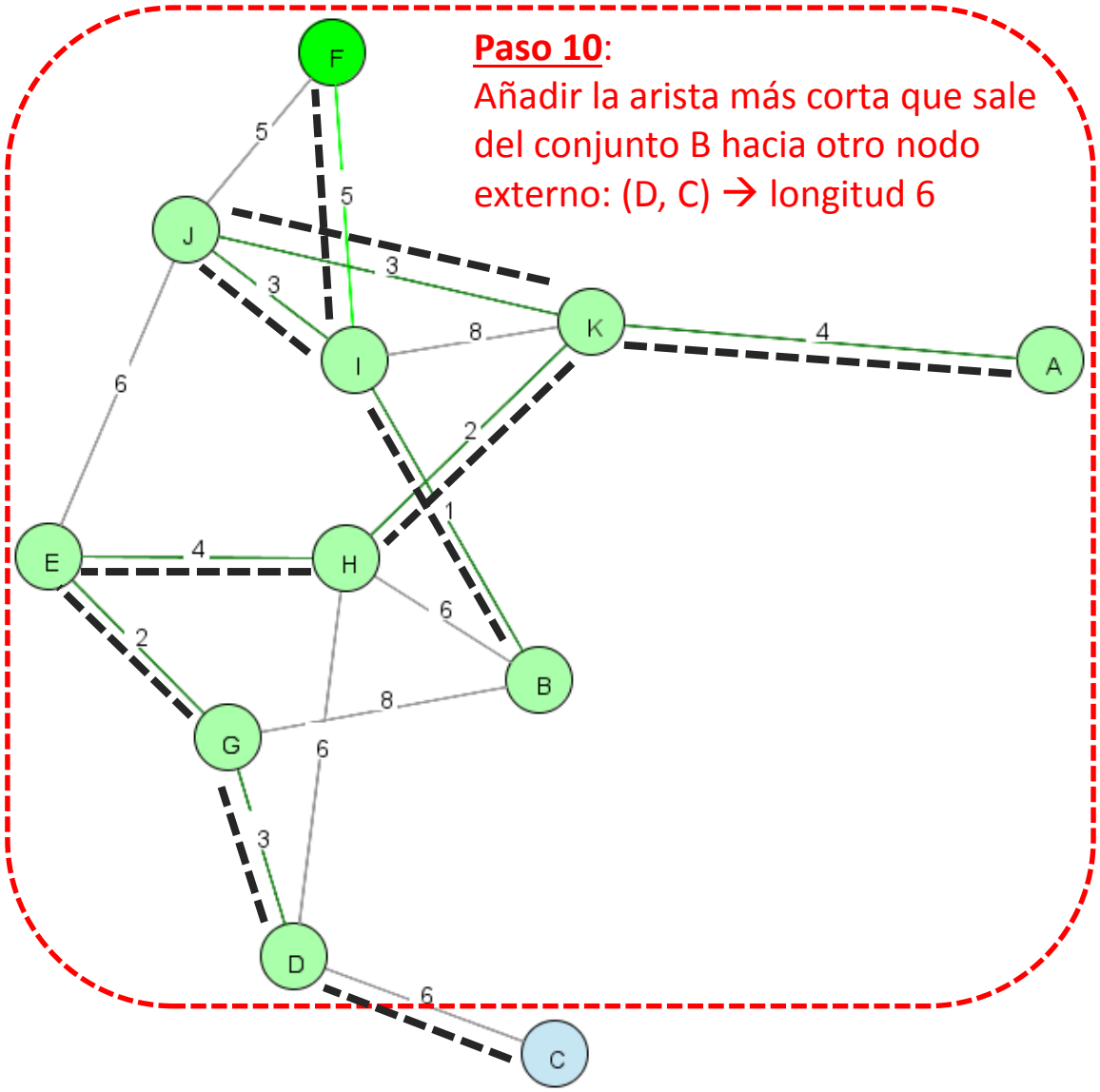
Solución:

Conjunto de nodos (B)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K

Conjunto de aristas (T)
(K, H)
(K, J)
(J, I)
(I, B)
(H, E)
(E, G)
(G, D)
(K, A)
(I, F)
(D, C)

Peso total = 33



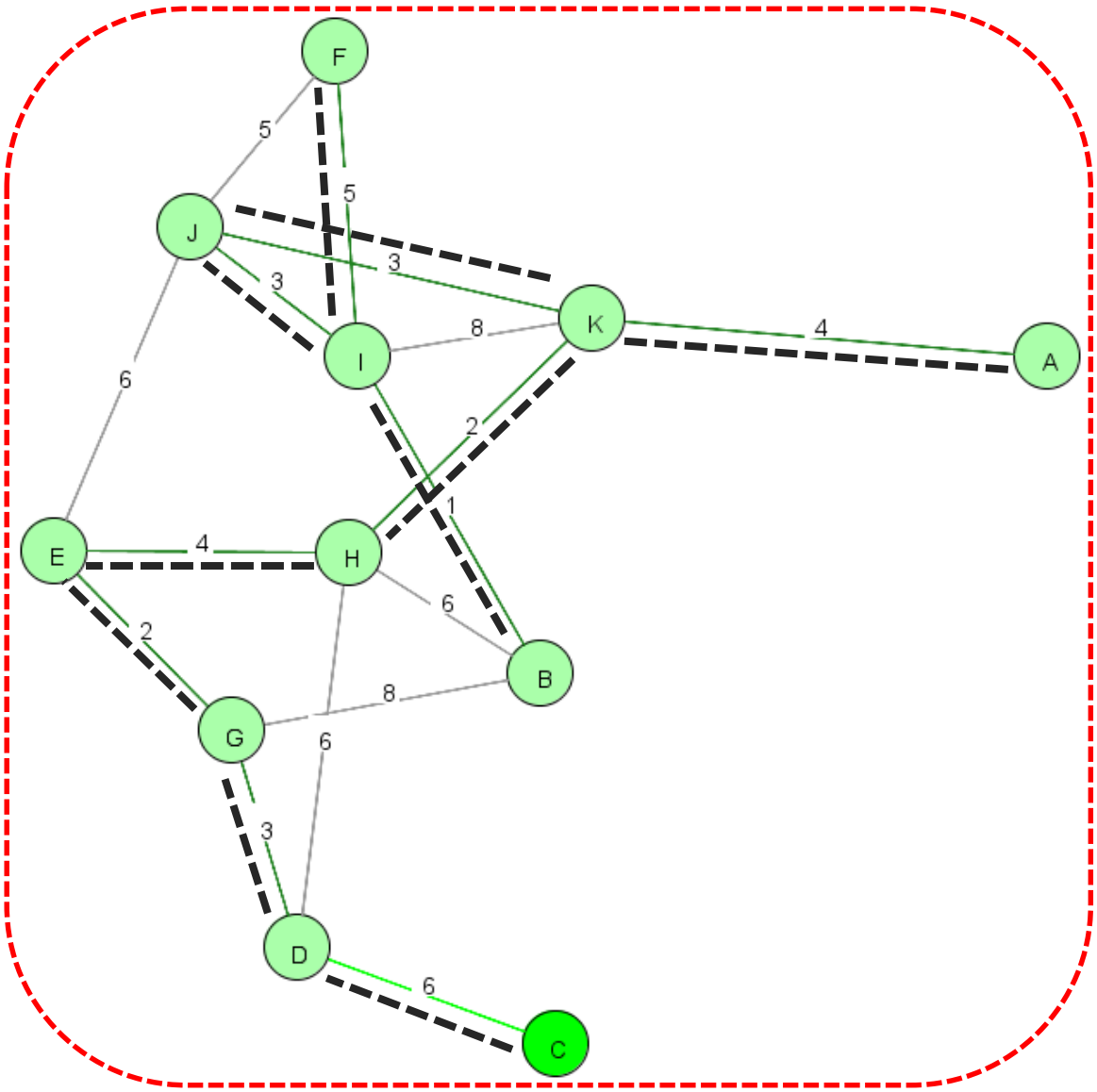
Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

Solución:

Conjunto de nodos (B)

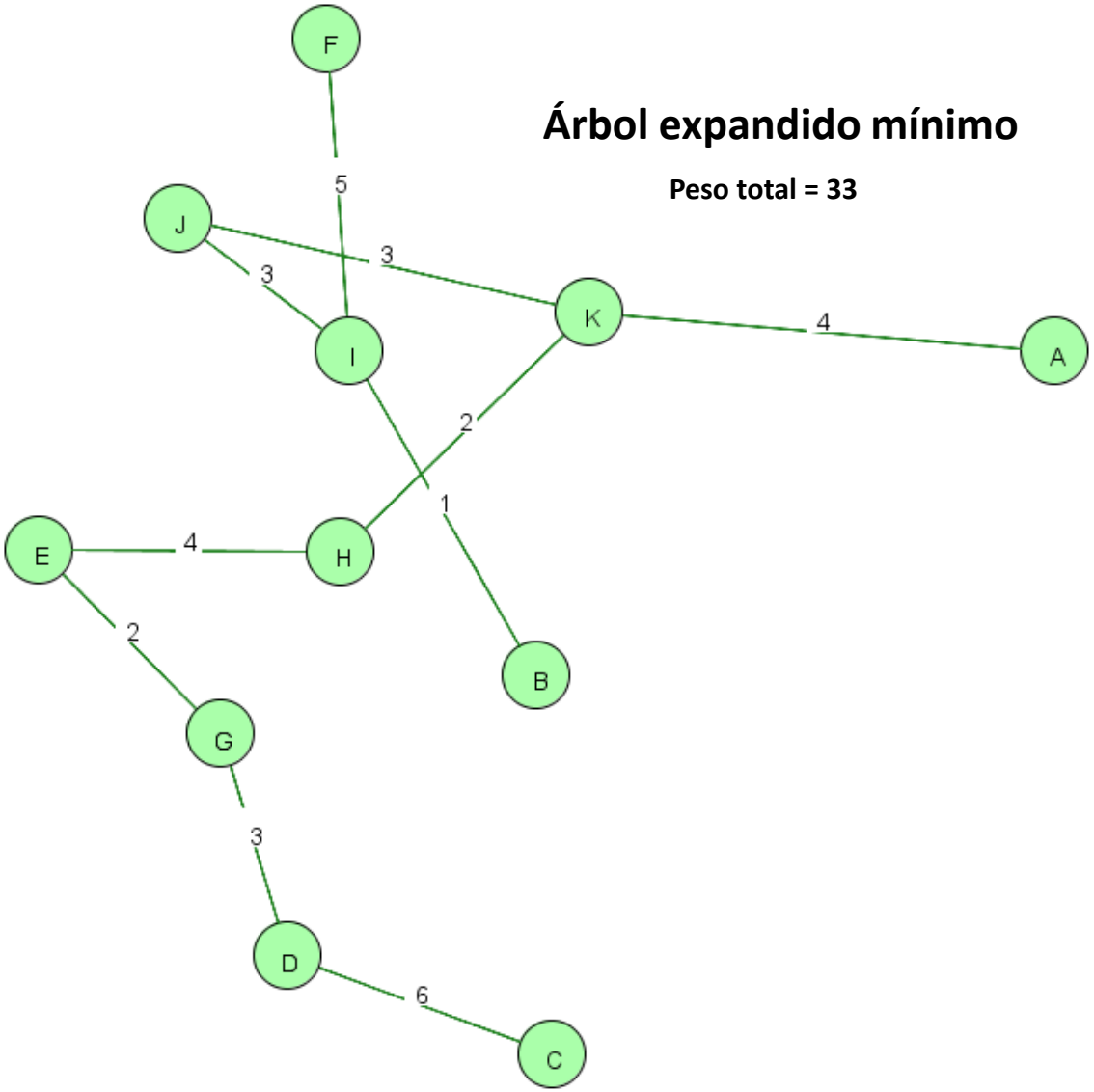
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K

El conjunto B contiene todos los nodos del grafo:
FIN DEL PROCESO



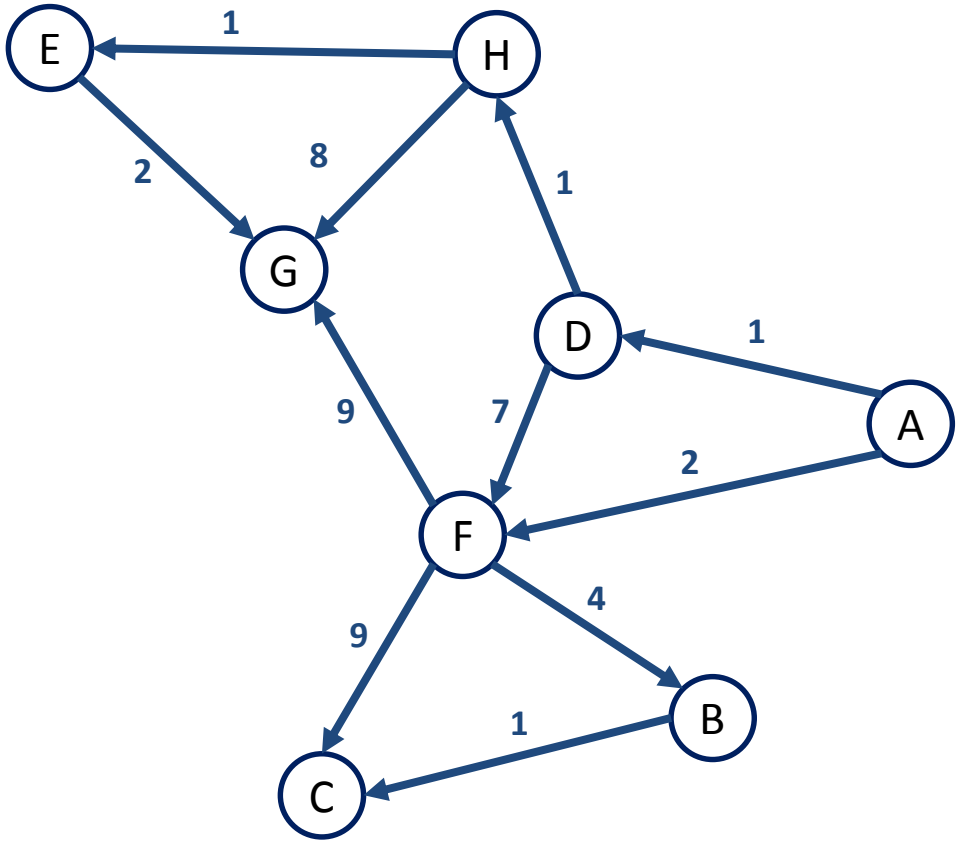
Árbol expandido mínimo: algoritmo de Prim

Solución:



Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Ejercicio 6: calcular los caminos mínimos para el siguiente grafo dirigido, partiendo del nodo A, empleando para ello el algoritmo de Dijkstra



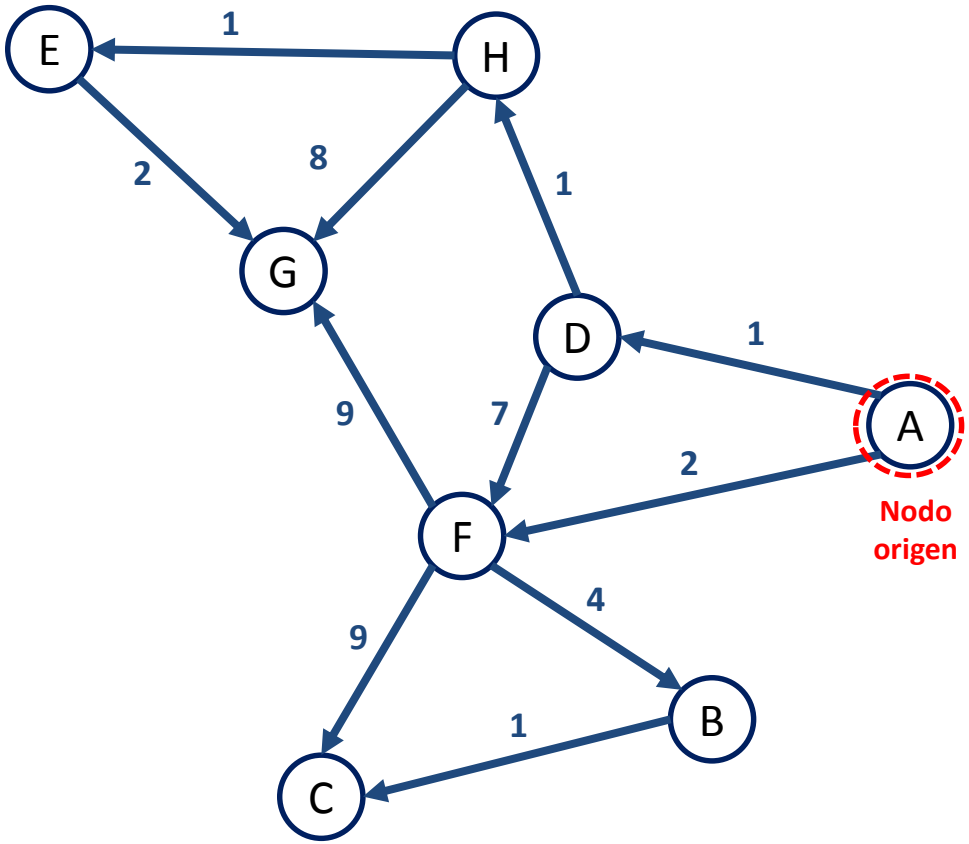
Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

Candidatos = { B, C, D, E, F, G, H }

Inicialización: lista candidatos + distancias desde A

Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
B	∞	
C	∞	
D	1	A
E	∞	
F	2	A
G	∞	
H	∞	



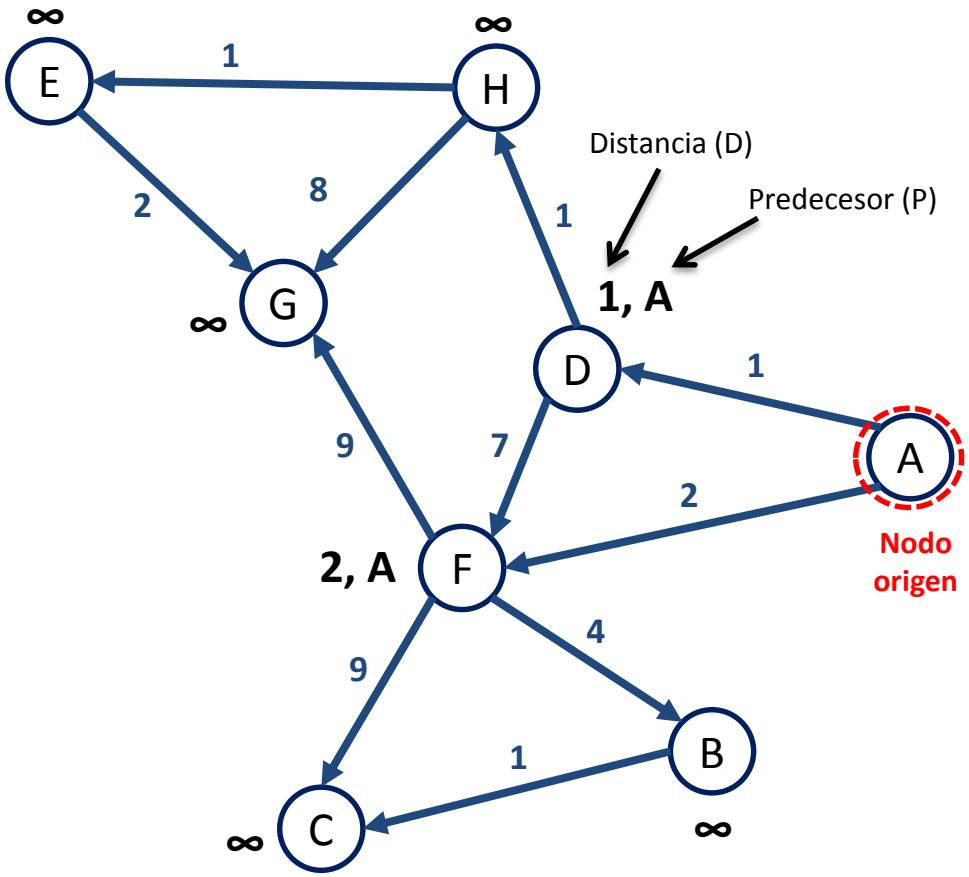
Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

Candidatos = { B, C, D, E, F, G, H }

Inicialización: lista candidatos + distancias desde A

Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
B	∞	
C	∞	
D	1	A
E	∞	
F	2	A
G	∞	
H	∞	



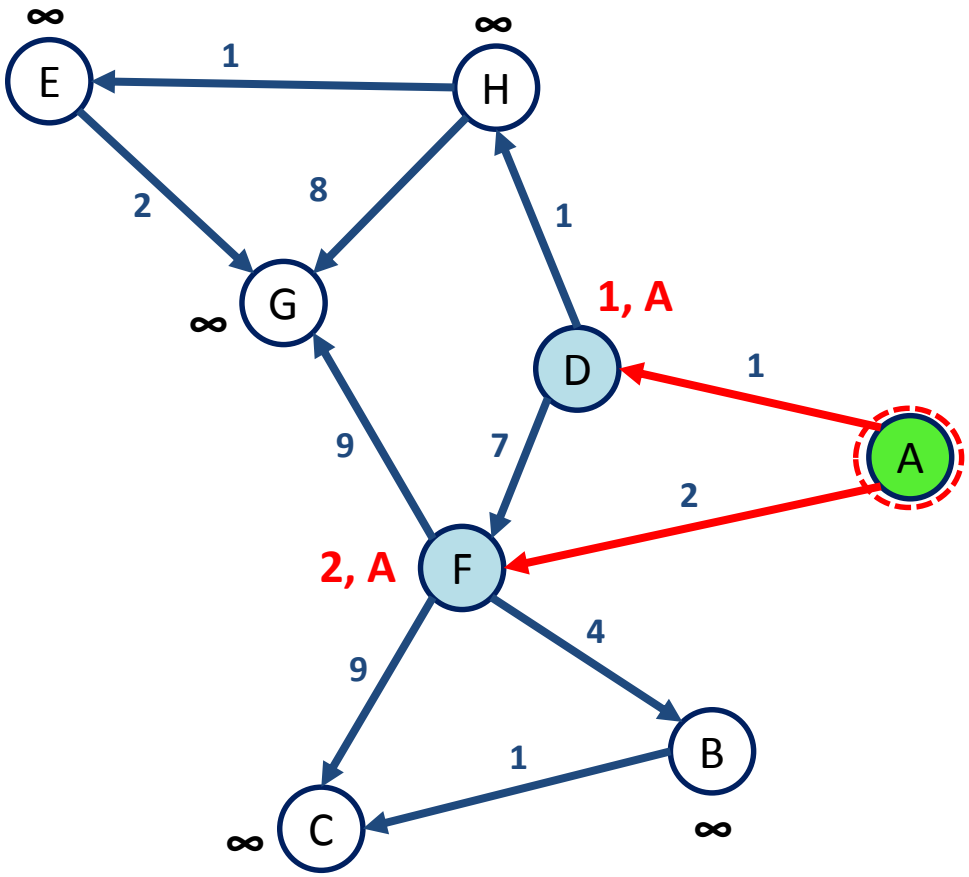
Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

Candidatos = { B, C, D, E, F, G, H }

Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
B	∞	
C	∞	
D	1	A
E	∞	
F	2	A
G	∞	
H	∞	

Camino mínimo	Longitud
A – D	1
A – F	2



Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

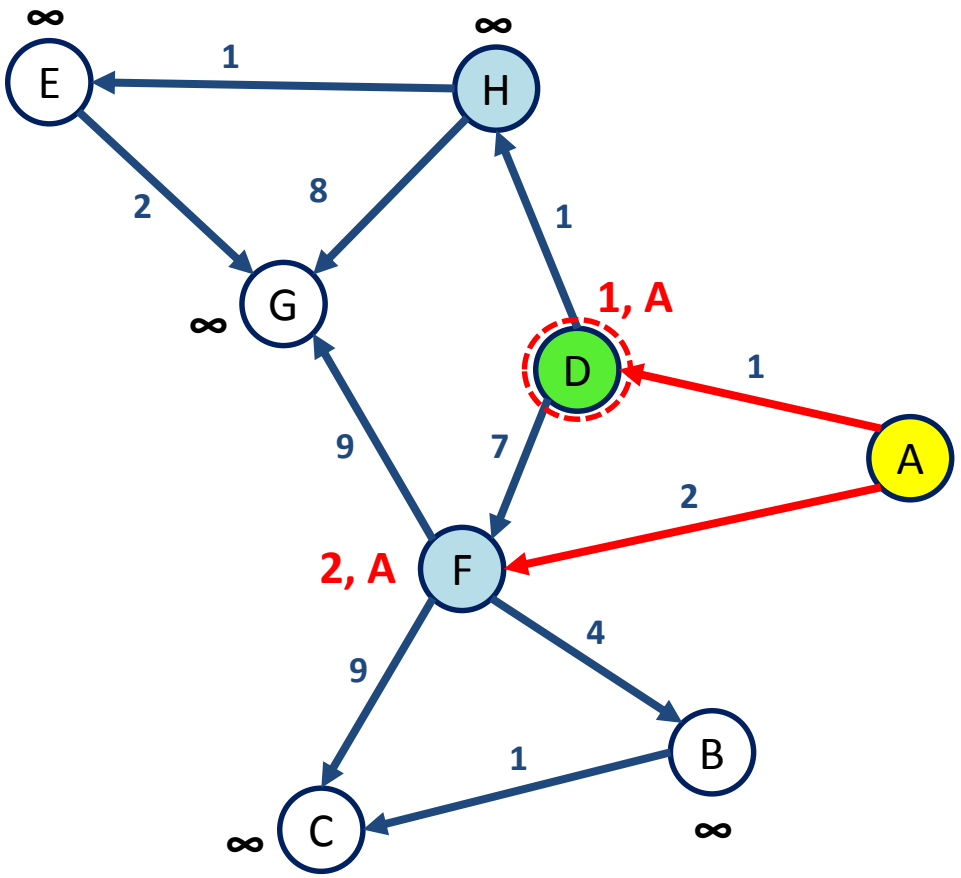
Candidatos = { B, C, E, F, G, H }

Seleccionados = { D }

Paso 1

Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
B	∞	
C	∞	
D	1	A
E	∞	
F	2	A
G	∞	
H	∞	

Camino mínimo	Longitud
A – D	1
A – F	2



Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

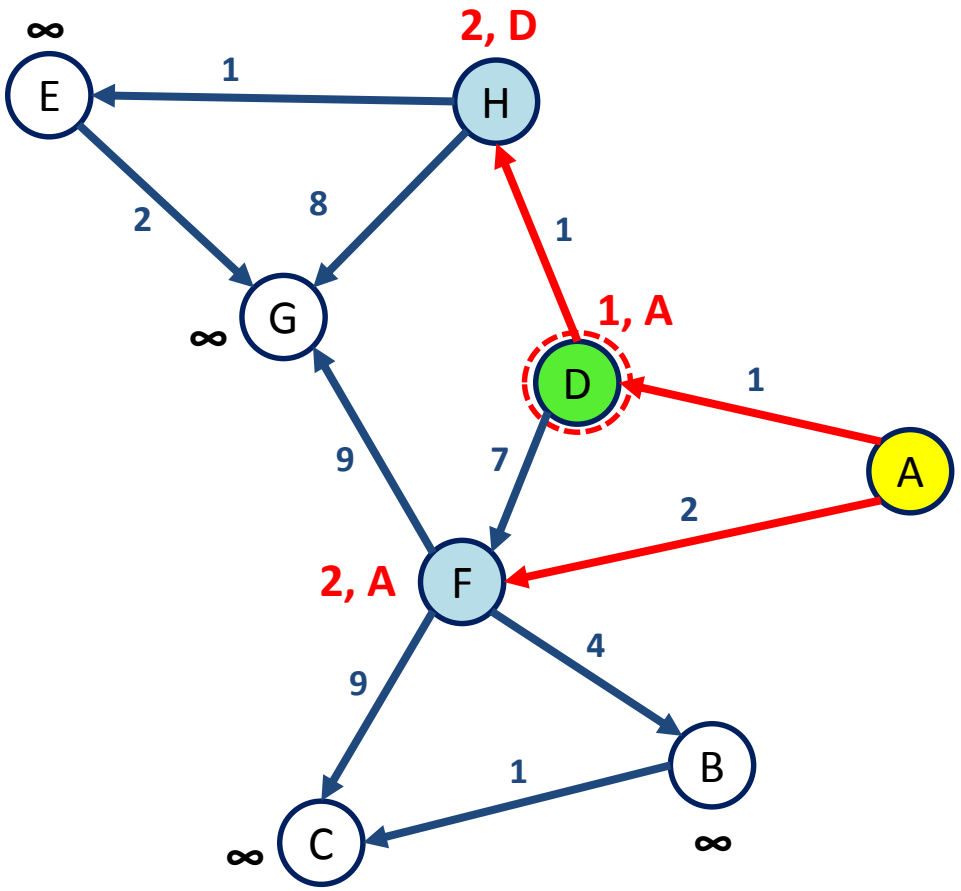
Solución:

Candidatos = { B, C, E, F, G, H }

Seleccionados = { D }

	Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
	B	∞	
	C	∞	
Paso 1	D	1	A
	E	∞	
	F	2	A
	G	∞	
	H	2	D

Camino mínimo	Longitud
A – D	1
A – F	2
A – D – H	2



Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

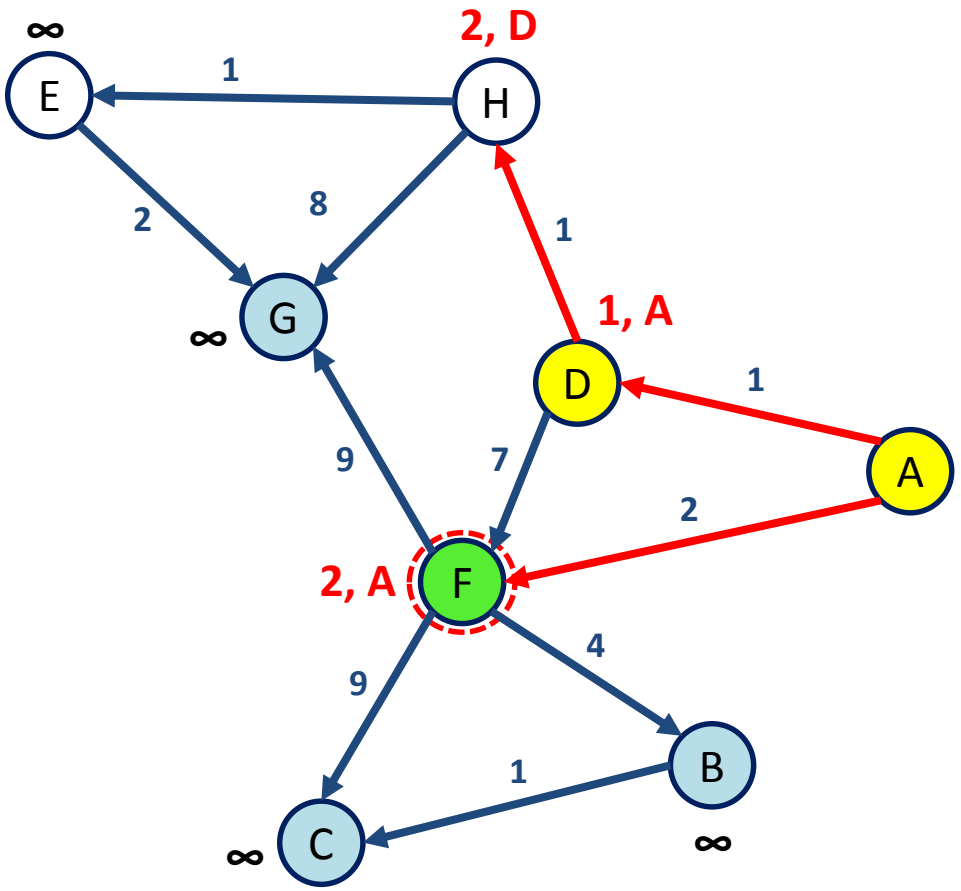
Candidatos = { B, C, E, G, H }

Seleccionados = { D, F }

Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
B	∞	
C	∞	
D	1	A
E	∞	
F	2	A
G	∞	
H	2	D

Paso 2

Camino mínimo	Longitud
A – D	1
A – F	2
A – D – H	2



Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

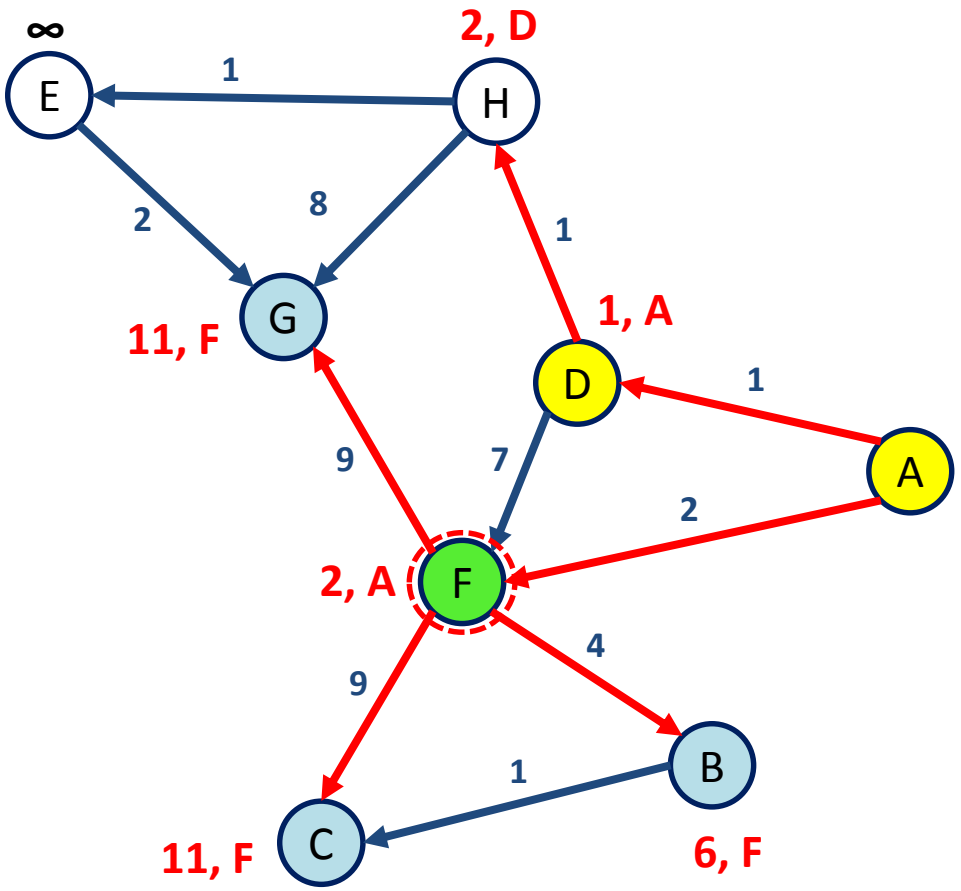
Candidatos = { B, C, E, G, H }

Seleccionados = { D, F }

Paso 2

Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
B	6	F
C	11	F
D	1	A
E	∞	
F	2	A
G	11	F
H	2	D

Camino mínimo	Longitud
A – D	1
A – F	2
A – D – H	2
A – F – B	6
A – F – C	11
A – F – G	11



Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

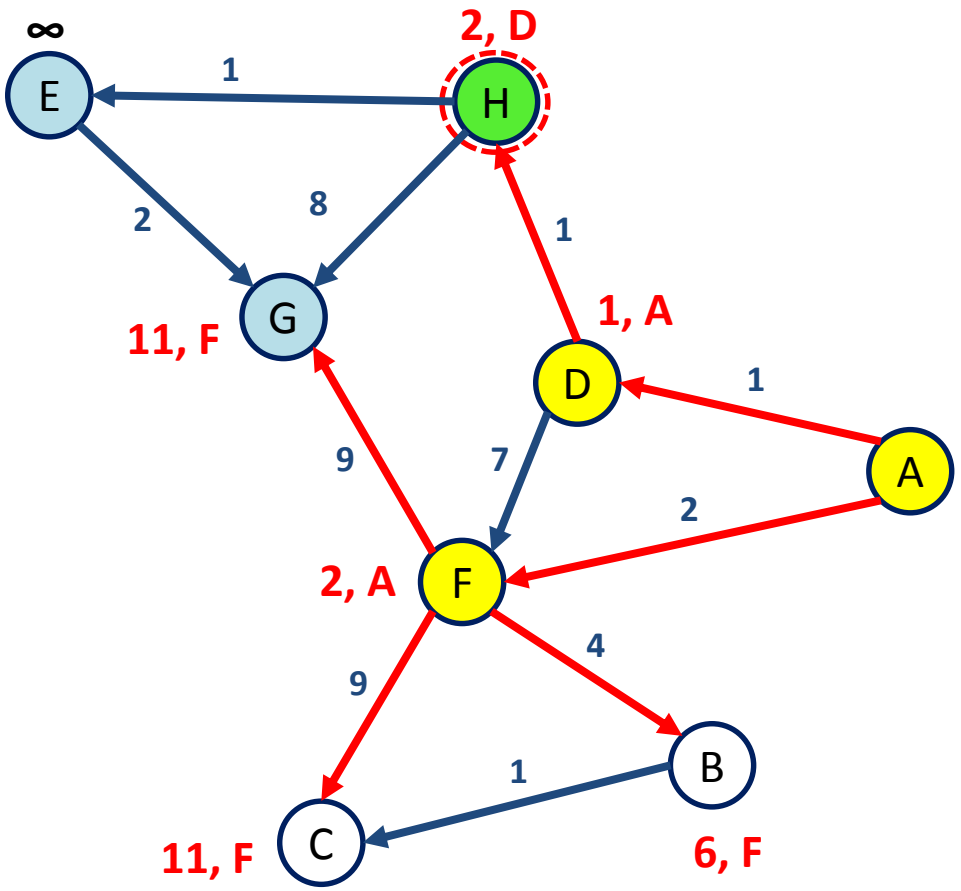
Candidatos = { B, C, E, G }

Seleccionados = { D, F, H }

Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
B	6	F
C	11	F
D	1	A
E	∞	
F	2	A
G	11	F
H	2	D

Paso 3

Camino mínimo	Longitud
A – D	1
A – F	2
A – D – H	2
A – F – B	6
A – F – C	11
A – F – G	11



Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

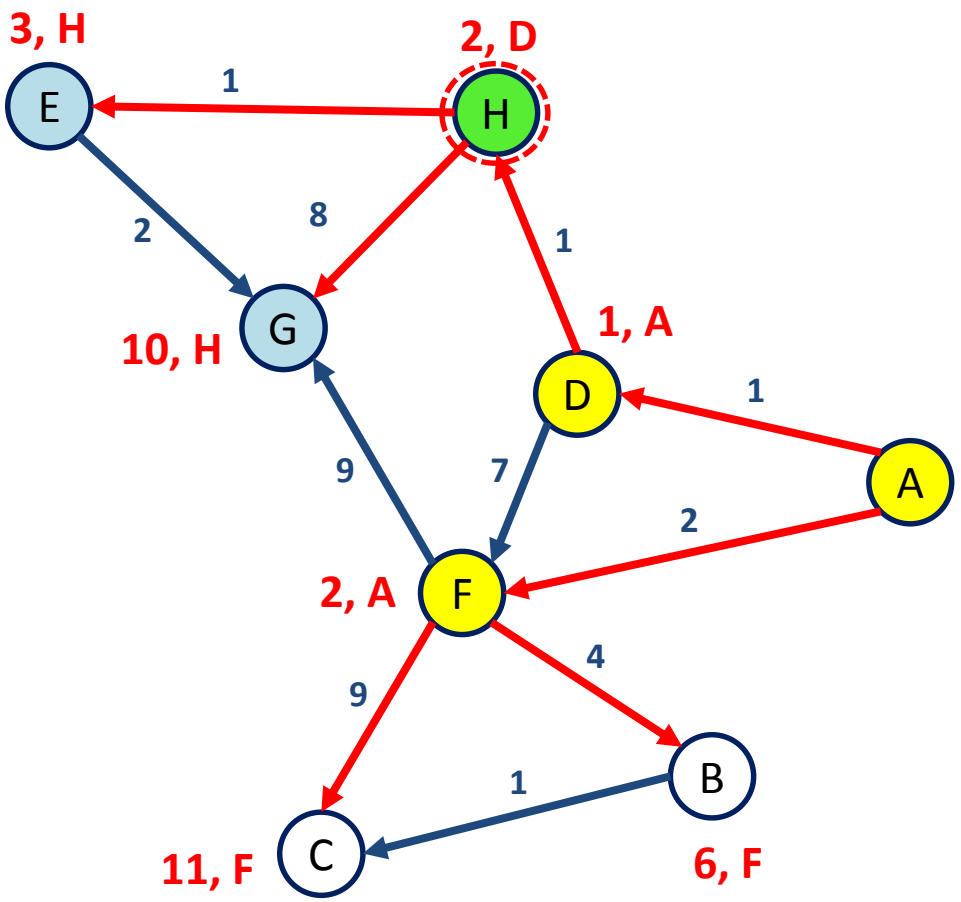
Candidatos = { B, C, E, G }

Seleccionados = { D, F, H }

Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
B	6	F
C	11	F
D	1	A
E	3	H
F	2	A
G	10	H
H	2	D

Paso 3

Camino mínimo	Longitud
A – D	1
A – F	2
A – D – H	2
A – F – B	6
A – F – C	11
A – D – H – G	10
A –D –H – E	3



Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

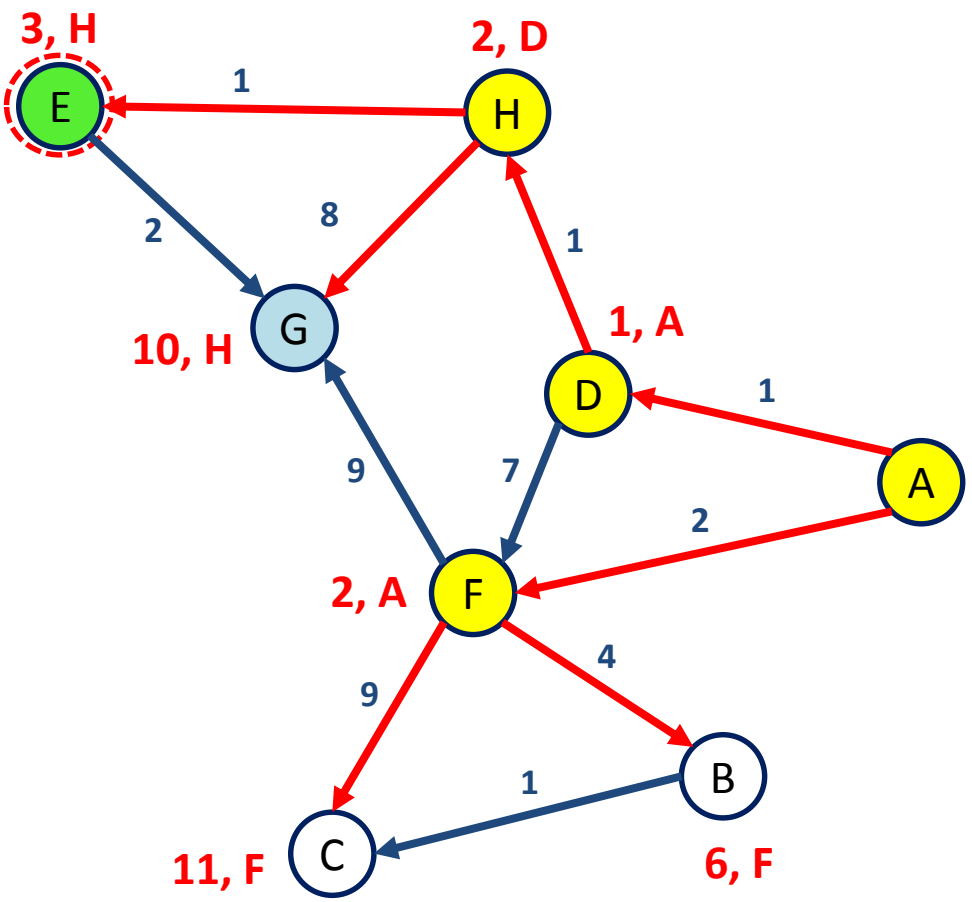
Candidatos = { B, C, G }

Seleccionados = { D, F, H, E }

Paso 4

Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
B	6	F
C	11	F
D	1	A
E	3	H
F	2	A
G	10	H
H	2	D

Camino mínimo	Longitud
A – D	1
A – F	2
A – D – H	2
A – F – B	6
A – F – C	11
A – D – H – G	10
A –D –H – E	3



Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

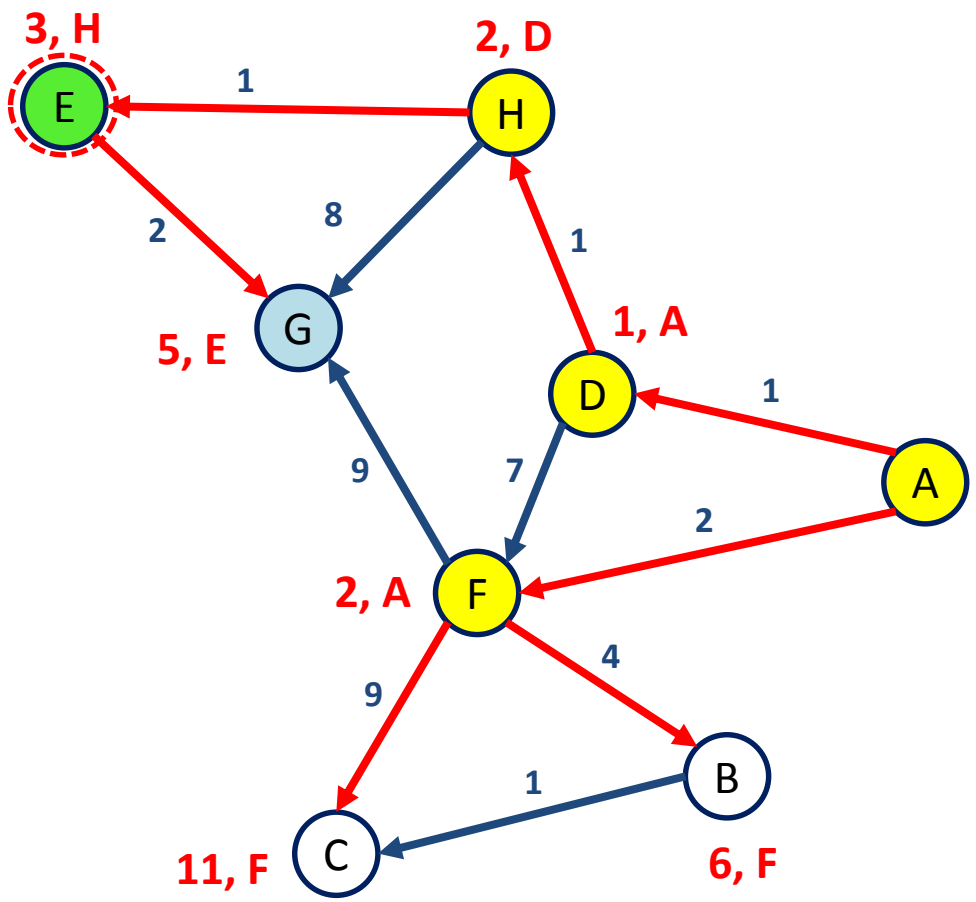
Candidatos = { B, C, G }

Seleccionados = { D, F, H, E }

Paso 4

Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
B	6	F
C	11	F
D	1	A
E	3	H
F	2	A
G	5	E
H	2	D

Camino mínimo	Longitud
A – D	1
A – F	2
A – D – H	2
A – F – B	6
A – F – C	11
A – D – H – E – G	5
A –D –H – E	3



Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

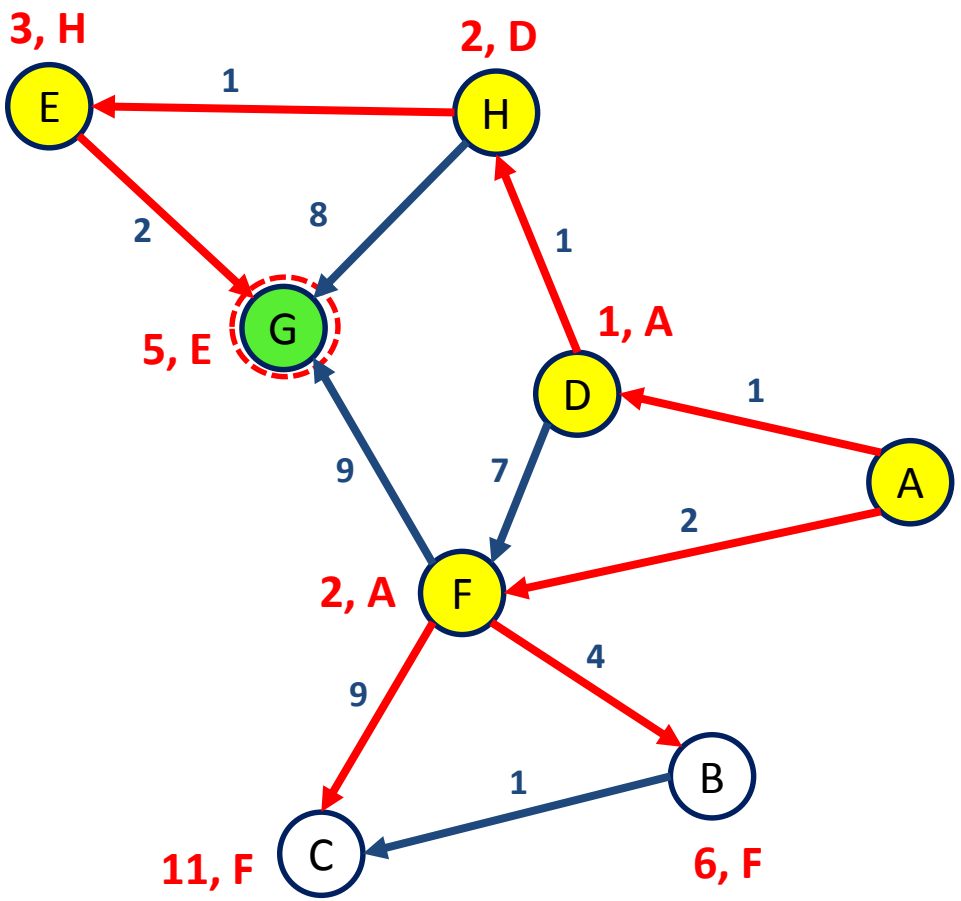
Candidatos = { B, C }

Seleccionados = { D, F, H, E, G }

Paso 5

Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
B	6	F
C	11	F
D	1	A
E	3	H
F	2	A
G	5	E
H	2	D

Camino mínimo	Longitud
A – D	1
A – F	2
A – D – H	2
A – F – B	6
A – F – C	11
A – D – H – E – G	5
A –D –H – E	3



Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

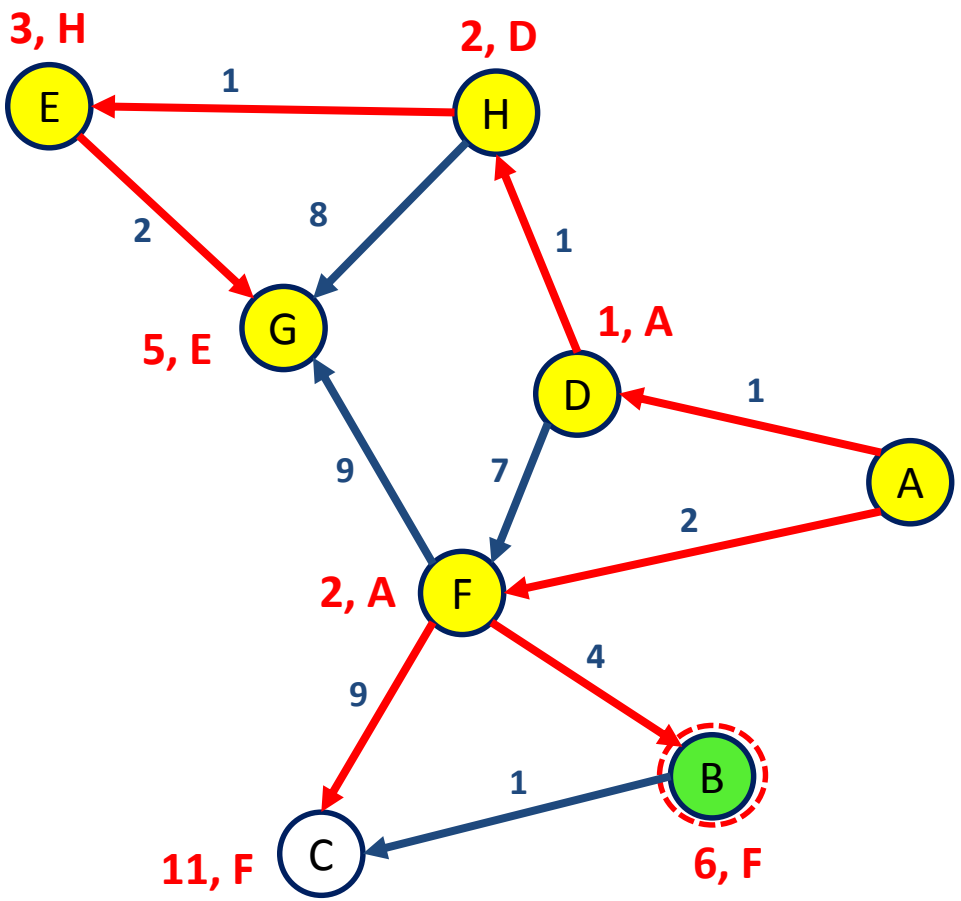
Candidatos = { C }

Seleccionados = { D, F, H, E, G, B }

Paso 6

Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
B	6	F
C	11	F
D	1	A
E	3	H
F	2	A
G	5	E
H	2	D

Camino mínimo	Longitud
A – D	1
A – F	2
A – D – H	2
A – F – B	6
A – F – C	11
A – D – H – E – G	5
A –D –H – E	3



Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

n-2 iteraciones → **FIN DEL PROCESO**

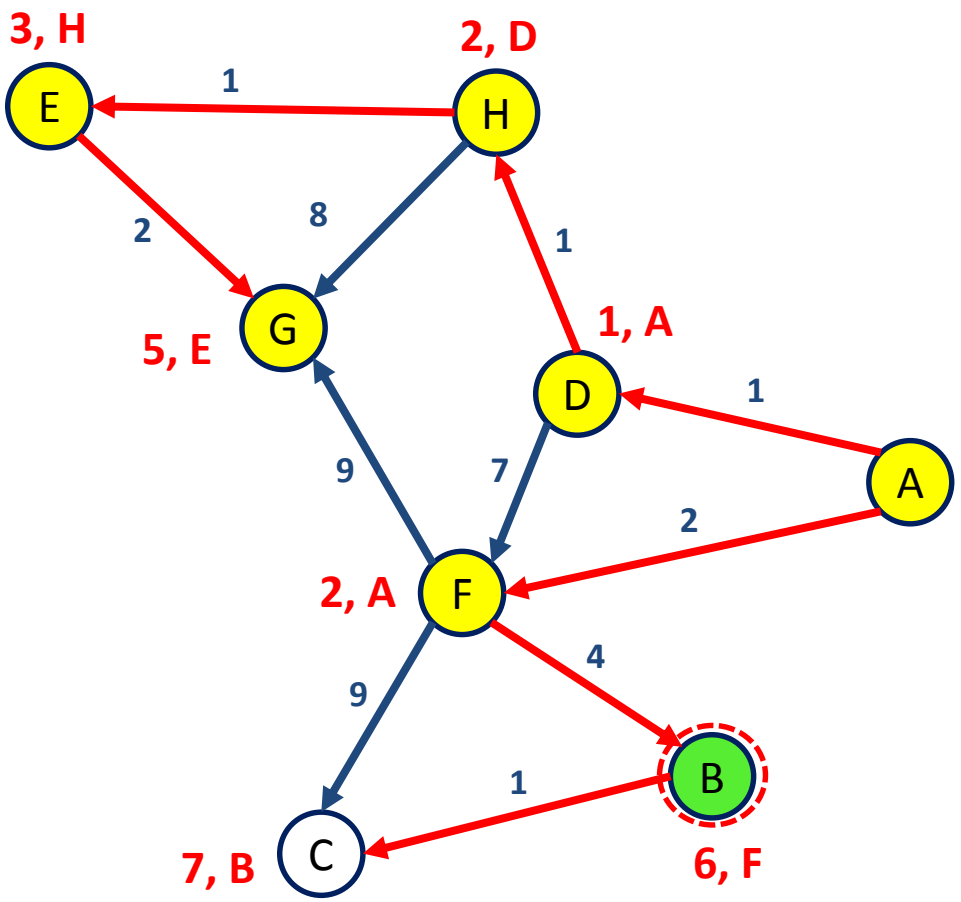
Candidatos = { C }

Seleccionados = { D, F, H, E, G, B }

Paso 6

Nodo	D[Nodo]	P[Nodo]
B	6	F
C	7	B
D	1	A
E	3	H
F	2	A
G	5	E
H	2	D

Camino mínimo	Longitud
A – D	1
A – F	2
A – D – H	2
A – F – B	6
A – F – B - C	7
A – D – H – E – G	5
A –D –H – E	3



Caminos mínimos: algoritmo de Dijkstra

Solución:

Camino mínimo	Longitud
A – D	1
A – F	2
A – D – H	2
A – F – B	6
A – F – B - C	7
A – D – H – E – G	5
A –D –H – E	3