【问题描述】

Biadocy 是一个喜欢玩反恐精英的女孩子。希望本题不会使她对该游戏的热爱消失殆尽。

在现实中，Biadocy 也是背井离乡，忍辱负重，决心为反恐贡献出自己的一份力量。

Biadocy 所在的国家 A 国可以抽象成一棵 n 个点的无根无向树 T，点的编号为 1 到 n。对于每个 $1 \le i \le n-1$，第 i 条边连接点 u_i, v_i。

A 国中有很多恐怖分子，Biadocy 决定改造每条边使得恐怖分子交流变得困难。具体地，Biadocy 希望给每条边定向，并且定义 $f(s,t)$ 表示从 s 沿唯一的简单路径走到 t **不需要逆向通行**的边数。特别地，如果 $s=t$，则 $f(s,t)=0$。注意有可能 $f(s,t) \ne f(t,s)$。

Biadocy 定义整个定向方案的危险度为

$$\max_{1 \le s,t \le n} f(s,t)$$

Biadocy 想求出所有定向方案中最小的危险度以及危险度最小的方案数。方案数可能很大，你只需要输出答案对 P 取模的值即可，其中 $P = 10^9+7$。

【输入格式】

输入文件名为 `strike.in`。

第一行两个整数 $n, type$，分别表示树的节点数量和数据类型。$type$ 是一个整数参数，可以帮助你获得部分分，你可能不需要用到该参数。$type$ 的具体含义见**【数据规模与约定】**。

接下来 $n-1$ 行，第 i 行两个整数 u_i, v_i，描述第 i 条边。

【输出格式】

输出文件名为 `strike.out`。

共两行，第一行一个整数表示危险度的最小值。

第二行一个整数表示危险度最小的方案数，对 P 取模。

假设树的直径长度为 $diam$。显然危险度的最小值为 $D = \lceil \frac{diam}{2} \rceil$。

考虑一种重标号的方案，设点 v 的标号为 $h(v)$。我们钦定一个点 v_0 ，然后每个点的标号如下：

- $h(v_0) = 0$；
- 对于每条定向后的边 $u \to v$，$h(u) - h(v) = 1$。

如果 v_0 固定，那么每种定向方案和每种合法的标号方案一一对应。所以我们只需要计算合法的标号方案数即可。

一个标号方案合法的一个必要条件是

$$\forall (u, v) \in E, |h(u) - h(v)| = 1 \tag{4}$$

显然我们有

$$f(s,t) = \frac{\operatorname{dist}(s,t) + h(s) - h(t)}{2}$$

于是有

$$\max\{f(s,t), f(t,s)\} = \frac{\operatorname{dist}(s,t) + |h(s) - h(t)|}{2}$$

那么我们需要满足对于所有 $1 \le s,t \le n$ 都有

$$\frac{\operatorname{dist}(s,t) + |h(s) - h(t)|}{2} \le D$$

即

$$|h(s) - h(t)| \le 2D - \operatorname{dist}(s,t) \tag{5}$$

接下来我们分别讨论直径长度为偶数和奇数的情况。

直径长度为偶数

记直径中点为 r，直径两端点为 S,T。我们不妨令 $v_0 = S$ 即 $h(S) = 0$。那么为了满足 (5)，一定有 $h(T) = 0$。有如下结论：

定理 2. *当直径长度为偶数时，一种标号方案满足 (5) 的充要条件为对于每个点 v 都有*

$$|h(v)| \le D - \operatorname{dist}(r,v) \tag{6}$$

证明. 我们首先证明 (6) 的必要性。显然 S,T 中至少存在一个点 u 满足

$$\operatorname{dist}(u,v) = \operatorname{dist}(r,v) + D$$

那么当 $s = u, t = v$ 时，将 (5) 稍作变形即可得到 (6)。必要性得证。

接下来我们证明 (6) 的充分性。由于该条件成立，我们任取两个点 u,v，可以得到

$$|h(u) - h(v)| \le |h(u)| + |h(v)| \le 2D - (\operatorname{dist}(r,u) + \operatorname{dist}(r,v)) \le 2D - \operatorname{dist}(u,v)$$

所以 (5) 成立，充分性得证。 □

于是我们只需要用一个简单的 DP 统计同时满足 (4) 和 (6) 的方案数即可。时间复杂度 $O(n^2)$。

直径长度为奇数

直径长度为奇数时的做法与直径长度为偶数时的做法非常相似，但更为繁琐。

记 r_1, r_2 为直径的两个中点。我们暂时将 (r_1, r_2) 这条边断开，方便处理。记 S, T 为原树直径的两端点，并且我们强制 S 在 r_1 的子树中，T 在 r_2 的子树中。有如下结论：

定理 3. 当直径长度为奇数时，一种标号方案满足 (5) 的充要条件为

- 对于 r_1 子树内的所有点 v，都有 $|h(v)| \le D - 1 - \operatorname{dist}(r_1, v)$；
- 对于 r_2 子树内的所有点 v，都有 $|h(v)| \le D - \operatorname{dist}(r_2, v)$。

或

- 对于 r_1 子树内的所有点 v，都有 $|h(v)| \le D - \operatorname{dist}(r_1, v)$；
- 对于 r_2 子树内的所有点 v，都有 $|h(v)| \le D - 1 - \operatorname{dist}(r_2, v)$。

证明与直径长度为偶数的情况类似，不再展开。仍然用一个 DP 计算即可。注意同一种定向方案可能在 $v_0 = S$ 和 $v_0 = T$ 时都被计算，需要减去。具体实现可以见参考程序。