NOIP 提高组模拟赛（九）

李佳衡

实验舱科学辅导中心

2020 年 8 月 13 日

A - 数叶子

给一棵 n 个点的树，对于每个 i 作为根，求有多少个非空叶子集合，使得他们可能在所有叶子的 DFS 序上连续。

不超过 1000 组数据，$\sum n \leq 2 \times 10^5$。

A - 数叶子

给一棵 n 个点的树，对于每个 i 作为根，求有多少个非空叶子集合，使得他们可能在所有叶子的 DFS 序上连续。

不超过 1000 组数据，$\sum n \le 2 \times 10^5$。

解

设 $f_{1,i}$、$f_{2,i}$ 分别表示 i 子树内的叶子集合（不是全集）在 DFS 序上可能是前缀、可能是跨多个子树区间且的方案数。

A - 数叶子

给一棵 n 个点的树，对于每个 i 作为根，求有多少个非空叶子集合，使得他们可能在所有叶子的 DFS 序上连续。

不超过 1000 组数据，$\sum n \le 2 \times 10^5$。

解

设 $f_{1,i}$、$f_{2,i}$ 分别表示 i 子树内的叶子集合（不是全集）在 DFS 序上可能是前缀、可能是跨多个子树区间且的方案数。

$$f_{1,u} = \sum f_{1,v} \cdot 2^{c-1} + 2^c - 2$$

$$f_{2,v} = \sum f_{1,i} \cdot f_{1,j} \cdot 2^{c-2} + \sum f_{1,i} \cdot (2^{c-1} - 1) + 2^c - 1$$

朴素枚举根后 DP $O(n^2)$，换根 DP 可以做到 $O(n)$。

B - interva

给一个长为 n 的序列 a_i。q 次询问，每次给定 x、y，求 a 的多少个区间内 x、y 出现次数相等。

$n \leq 8000$，$q \leq 5 \times 10^5$，$1 \leq x, y, a_i \leq 10^9$。

B - interva

给一个长为 n 的序列 a_i。q 次询问，每次给定 x、y，求 a 的多少个区间内 x、y 出现次数相等。

$n \leq 8000$，$q \leq 5 \times 10^5$，$1 \leq x, y, a_i \leq 10^9$。

解

枚举两种颜色，分别视作 $+1$、-1；将这两种颜色的位置取出来作前缀和，要求的区间 $s_r - s_l = 0$ 即 $s_l = s_r$，枚举 r 用桶求 l 的方案数即可。

B - interva

给一个长为 n 的序列 a_i。q 次询问，每次给定 x、y，求 a 的多少个区间内 x、y 出现次数相等。

$n \leq 8000$，$q \leq 5 \times 10^5$，$1 \leq x, y, a_i \leq 10^9$。

解

枚举两种颜色，分别视作 $+1$、-1；将这两种颜色的位置取出来作前缀和，要求的区间 $s_r - s_l = 0$ 即 $s_l = s_r$，枚举 r 用桶求 l 的方案数即可。

每个点对只会计算一次，时间复杂度 $O(n^2)$。

C - T2 B

在 $n \times n$ 的网格上有空地和障碍。q 次询问，每次给定起点终点，求一条路径使得其“宽度”最大，即能够通过尽量大的正方形箱子（长为奇数)。

$n \leq 1000$，$q \leq 3 \times 10^5$。

C - T2 B

在 $n \times n$ 的网格上有空地和障碍。q 次询问，每次给定起点终点，求一条路径使得其“宽度”最大，即能够通过尽量大的正方形箱子（长为奇数）。

$n \leq 1000$，$q \leq 3 \times 10^5$。

解

BFS 求出每个位置可以放置的最大箱子宽度，询问类似求两点间的平静路。类似地，求最小生成树，按照宽度顺序枚举点与周围连接，同时满足 Kruskal 重构树的性质（父亲宽度小于儿子），答案即为 LCA 宽度。

时间复杂度 $O(n + q \log n)$。