

# NOIP 提高组模拟赛（八）

李佳衡

实验舱科学辅导中心

2020 年 8 月 12 日

## A - point

给一张  $n$  个点、 $m$  条边的无向图，你可以将每个点染成黑色或红色。如果一条边的两个端点颜色相同，则这条边是虚的；如果两个端点颜色不同，则这条边是实的。求有多少条边满足存在一种染色方案，使得有且仅有该条边的虚的。

$$n \leq 10^5, \quad m \leq 2 \times 10^5。$$

## A - point

给一张  $n$  个点、 $m$  条边的无向图，你可以将每个点染成黑色或红色。如果一条边的两个端点颜色相同，则这条边是虚的；如果两个端点颜色不同，则这条边是实的。求有多少条边满足存在一种染色方案，使得有且仅有该条边的虚的。

$$n \leq 10^5, \quad m \leq 2 \times 10^5。$$

解

问题即为，对于每条边，求将其两端点合并后，判断是否是二分图。

## A - point

给一张  $n$  个点、 $m$  条边的无向图，你可以将每个点染成黑色或红色。如果一条边的两个端点颜色相同，则这条边是虚的；如果两个端点颜色不同，则这条边是实的。求有多少条边满足存在一种染色方案，使得有且仅有该条边的虚的。

$$n \leq 10^5, \quad m \leq 2 \times 10^5.$$

解

问题即为，对于每条边，求将其两端点合并后，判断是否是二分图。

一个图是二分图，当且仅当其不存在奇环。因此一条边能合并，当且仅当其在所有奇环上、不在任何偶环上。

## A - point

给一张  $n$  个点、 $m$  条边的无向图，你可以将每个点染成黑色或红色。如果一条边的两个端点颜色相同，则这条边是虚的；如果两个端点颜色不同，则这条边是实的。求有多少条边满足存在一种染色方案，使得有且仅有该条边的虚的。

$$n \leq 10^5, \quad m \leq 2 \times 10^5。$$

### 解

问题即为，对于每条边，求将其两端点合并后，判断是否是二分图。

一个图是二分图，当且仅当其不存在奇环。因此一条边能合并，当且仅当其在所有奇环上、不在任何偶环上。

求这张图的一棵 DFS 树，经过一条树边的奇、偶环数可以通过树上差分解决。

时间复杂度  $O(m)$ 。

## B - T3

给一个长为  $n$  的 01 环，每次可以交换相邻两个数字，问最少多少次能使 0 和 1 分别在连续的一段区间。

不超过 10 组数据， $n \leq 10^6$ 。

解

对于所有的 0，最终方案应该是两边的 0 向中间靠近，并且左右个数应当相等。

## B - T3

给一个长为  $n$  的 01 环，每次可以交换相邻两个数字，问最少多少次能使 0 和 1 分别在连续的一段区间。

不超过 10 组数据， $n \leq 10^6$ 。

解

对于所有的 0，最终方案应该是两边的 0 向中间靠近，并且左右个数应当相等。

因此将环倍长为链，枚举中间的 0，代价即为左右所有 0 到位的距离，可以通过前缀和计算。

单组数据时间复杂度  $O(n)$ 。

给定一棵  $n$  个点的树。  $m$  次询问，每次给定两个不同点  $x$ 、 $y$ ，求有多少个点  $z$  到  $x$ 、 $y$  距离相等。  
 $n, m \leq 10^5$ 。



给定一棵  $n$  个点的树。  $m$  次询问，每次给定两个不同点  $x$ 、 $y$ ，求有多少个点  $z$  到  $x$ 、 $y$  距离相等。  
 $n, m \leq 10^5$ 。

解

由树的性质，每个点到  $x$ 、 $y$  的路径一定是在同一位置进入  $x$ 、 $y$  之间的链，这个点到  $x$ 、 $y$  距离应该相等。

给定一棵  $n$  个点的树。  $m$  次询问，每次给定两个不同点  $x$ 、 $y$ ，求有多少个点  $z$  到  $x$ 、 $y$  距离相等。  
 $n, m \leq 10^5$ 。

解

由树的性质，每个点到  $x$ 、 $y$  的路径一定是在同一位置进入  $x$ 、 $y$  之间的链，这个点到  $x$ 、 $y$  距离应该相等。  
求出两点距离，即可求出该点到  $x$  的距离，该点可以倍增求出。

给定一棵  $n$  个点的树。  $m$  次询问，每次给定两个不同点  $x$ 、 $y$ ，求有多少个点  $z$  到  $x$ 、 $y$  距离相等。  
 $n, m \leq 10^5$ 。

解

由树的性质，每个点到  $x$ 、 $y$  的路径一定是在同一位置进入  $x$ 、 $y$  之间的链，这个点到  $x$ 、 $y$  距离应该相等。

求出两点距离，即可求出该点到  $x$  的距离，该点可以倍增求出。

当该点是 LCA 时，除该点  $x$ 、 $y$  子树外的其他点都是答案；  
当该点不是 LCA 时，该点子树内除  $u$ （或  $v$ ）子树外的点都是答案。

时间复杂度  $O(m \log n)$ 。