

אוניברסיטת אריאל בשומרון
פקולטה : מדעי הטבע
מחלקה : מדעי המחשב

אלגוריתמים כלכליים

קוד הקורס : 2-7062310 קבוצה 1
שם המרצה : אראל סגל-הלוי
שנה _____ ה'תשפ"ב _____ סמסטר _____ א _____ מועד _____ א _____
תאריך בחינה : _____ ח' שבט ה'תשפ"ב 10/1/2022
משך הבחינה : 2.5 שעות = 150 דקות

בבחינה 4 שאלות. משקל כל שאלה 22 נקודות. ציוני המטלות והמענקים יתווספו לציון הבחינה.

יש לפתור את כל השאלות במחברת הבחינה.

• אין צורך להעתיק את השאלון למחברת - השאלון יתפרסם באתר הקורס לאחר הבחינה.

חומר עזר מותר בשימוש : דף-נוסחאות אישי בגודל פוליו (A4). אפשר לכתוב משני צדי הדף.

הנחיות לפתרון שאלות תיכנות :

- יש לתעד את הקוד, ולהסביר היטב בעברית מה עושה כל שורה ואיך זה מתאים לאלגוריתם.
- אתם נבחנים על האלגוריתמים – ולא על התחביר של שפת פייתון.
- אם אתם לא זוכרים פקודה מסויימת, תכתבו מה שאתם זוכרים, ותסבירו בעברית למה התכוונתם.
- אם אתם לא יודעים פייתון בכלל [לא מומלץ], מותר לכתוב בשפת-תיכנות אחרת כלשהי, בתנאי שהאלגוריתם יהיה נכון מפורט ומדויק.

הנחיות כלליות :

- יש להסביר כל תשובה בפירוט. ניקוד מלא יינתן רק על תשובה נכונה עם הסבר נכון.
- אם נראה לכם ששאלה כלשהי אינה מוגדרת עד הסוף (חסרות הנחות מסויימות), הניחו את ההנחות הנראות בעיניכם הגיוניות ביותר בהתאם לשאלה. הסבירו את ההנחות שלכם.

בהצלחה!!

שאלה 0. כתיבה מסודרת [2 נק']

ייתנו 2 נקודות נוספות על כתיבה מסודרת :

- כל השאלות פתורות במחברת הבחינה לפי הסדר, כל שאלה בעמוד נפרד ;
- הכתב ברור וקריא, ללא חיצים קשקושים ומחיקות.

שאלה 1. מכרז קומבינטורי [22 נק']

עמי ותמי משתתפים במכרז קומבינטורי על שלושה חפצים שונים : א, ב, ג. כזכור, מכרז קומבינטורי הוא מכרז שבו כל משתתף יכול להציע מחיר לכל תת-קבוצה של חפצים. ערכי המשתתפים נתונים בטבלה הבאה :

תמי	עמי	
0	0	קבוצה ריקה
6	3	א
8	1	ב
7	8	ג
8	4	א,ב
1	1	א,ג
1	2	ב,ג
10	9	א,ב,ג

א. מה יעשה מכרז VCG במצב זה – מי יקבל כל חפץ, וכמה ישלם?

ב. האם האלגוריתם, במקרה המסויים הזה (עם המספרים שבטבלה) מעודד-השתתפות? הוכיחו את תשובתכם ע"י חישוב מספרי.

שאלה 2. מיזוג הצעות תקציב של שני אזרחים [22 נק']

עמי ותמי רוצים להחליט על חלוקת התקציב המשפחתי שלהם. התקציב הכולל שלהם הוא 100. יש להם ארבעה סעיפים בתקציב: אוכל, בגדים, חשמל, נסיעות.

- עמי רוצה לחלק את התקציב באופן הבא: 0, 20, 50, 30.
- תמי רוצה לחלק את התקציב באופן הבא: 20, 0, 40, 20.

א. מהו התקציב המתקבל ע"י אלגוריתם החציון המוכלל עם פונקציות עולות ליניאריות?

ב. התקציב שהתקבל בסעיף א (אם פתרתם נכון) מקיים את התכונה הבאה: הסכום המוקצב לכל סעיף נמצא בין הערך של עמי לבין הערך של תמי (כולל). הוכיחו שהתכונה הזאת מתקיימת באופן כללי: האלגוריתם תמיד יקציב, לכל סעיף, סכום כלשהו הנמצא בין הערך של עמי לבין הערך של תמי (כולל) לאותו סעיף.

שאלה 3. חיפוש מעגלי-החלפה בפייתון [22 נק']

א. כיתבו פונקציה בפייתון המוצאת מעגל בגרף החלפת בתים. כותרת הפונקציה:

```
def find_trading_cycle(preferences: List[List[int]]) -> List[int]:
```

הניחו שבתחילת הפונקציה, כל אדם i גר בבית i . הפרמטר `preferences` מתאר את ההעדפות של בעלי-הבתים (מניחים שההעדפות חזקות – אין אדישות). לכל i , הוקטור `preferences[i]` מתאר את סדר ההעדפות של אדם i . למשל, אם:

```
preferences[11] = [15, 13, 11, 7, 8, ...]
```

המשמעות היא, שאדם מספר 11 הכי רוצה את בית 15, אחריו את בית 13, אחריו את בית 11 (הבית הנוכחי שלו), וכו'.

הפונקציה מחזירה וקטור המתאר את המעגל, למשל אם מוחזר הוקטור:

```
[11, 15, 17, 11]
```

המשמעות היא, שאדם 11 מקבל את בית 15, אדם 15 מקבל את בית 17, ואדם 17 מקבל את בית 11.

ב. הדגימו את פעולת האלגוריתם שלכם על הקלט הבא:

```
[[2, 0, 3, 1], [3, 1, 2, 0], [3, 2, 0, 1], [0, 1, 2, 3]]
```

פרטו את שלבי הריצה ואת התוצאה הסופית.

שאלה 4. מציאת חלוקה אגליטרית [22 נק']

עמי ותמי רוצים לחלק ביניהם משאבים רציפים: 100 יחידות עץ, 100 יחידות ברזל, ו-100 יחידות נפט. הערכים שהם מייחסים ליחידה אחת של כל משאב הן:

- עמי: עץ=70, ברזל=30, נפט=20.
- תמי: עץ=10, ברזל=50, נפט=60.

כיתבו קוד המוצא חלוקה אגליטרית של המשאבים בין עמי לתמי. השלימו את הקוד הבא:

```
import cvxpy
wood_to_ami = cvxpy.Variable() # How many units of wood are given to Ami.
iron_to_ami = cvxpy.Variable() # How many units of iron are given to Ami.
oil_to_ami = cvxpy.Variable() # How many units of oil are given to Ami.
### 1
```

```
prob = cvxpy.Problem(
    ### 2
```

```
    constraints = [
        ### 3
```

```
    ]
)
prob.solve()
print("Given to Ami: ", wood_to_ami.value, iron_to_ami.value,
      oil_to_ami.value)
```

א. ציינו במחברת הבחינה את הקוד שיש לכתוב בקווים הריקים 1, 2, 3. נמקו את תשובתכם – הסבירו מדוע הפתרון שלכם אכן מוצא חלוקה אגליטרית.

ב. נתונות שלוש חלוקות אפשריות:

- עמי מקבל 100 עצים, 50 ברזל, 0 נפט. תמי מקבלת את השאר.
- עמי מקבל 50 עצים, 50 ברזל, 50 נפט. תמי מקבלת את השאר.
- עמי מקבל 0 עצים, 50 ברזל, 100 נפט. תמי מקבלת את השאר.

מבין החלוקות הנ"ל, אחת מהן היא אגליטרית. מהי? הוכיחו (ע"י חישובים מספריים) ששתי החלוקות האחרות אינן אגליטריות.