



אוניברסיטת אריאל בשומרון

פקולטה: מדעי הטבע

מחלקה: מדעי המחשב

שם הקורס: אלגוריתמים כלכליים

קוד הקורס: 7062310-2 קבוצה 1

סמסטר _____ ב _____ מועד _____ ב _____ תאריך בחינה: כ"א תמוז ה'תשע"ט, 24/7/2019

משך הבחינה: 3 שעות

שם המרצה: אראל סגל-הלוי

בבחינה חמש שאלות. סכום הנקודות בכל השאלות הוא 120. מותר לענות על כל השאלות.

- מי שיצבור 100 נקודות ומעלה, ציונו במבחן יהיה 100.

יש לענות במחברת הבחינה.

- אין צורך להעתיק את השאלון למחברת - השאלון יתפרסם בגיטהאב לאחר הבחינה.

חומר עזר מותר בשימוש: דף-נוסחאות אישי בגודל פוליו (A4). מותר לכתוב משני צדי הדף.

- יש להגיש את דף-הנוסחאות יחד עם מחברת הבחינה.

הנחיות לפתרון שאלות תיכנות:

- מותר לכתוב קוד בכל שפה שאתם מכירים או בפסאודו-קוד.
- יש לתעד את הקוד ולהסביר היטב בעברית מה עושה כל שורה ואיך זה מתאים לאלגוריתם.
- אתם לא נבחנים על התחביר של השפה אלא על האלגוריתם. העיקר שאוכל להבין מה עשיתם.

הנחיות כלליות:

- יש להסביר כל תשובה בפירוט. ניקוד מלא יינתן רק על תשובה נכונה עם הסבר נכון.
- אם נראה לכם ששאלה כלשהי אינה מוגדרת עד הסוף (חסרות הנחות מסויימות), הניחו את ההנחות שנראות בעיניכם הגיוניות ביותר בהתאם לשאלה.

בהצלחה!!

שאלה 1 [30 נק']. שיבוץ תורניות

בפיצרייה "פיצות כלכליות" ישנן n משמרות בשבוע ו- n עובדים. ההנהלה שיבצה באקראי כל עובד לאחת מ- n המשמרות השבועיות. כמה עובדים באו להנהלה וביקשו להחליף משמרת. ההנהלה הזמינה אתכם לפתח תוכנה שתאפשר לעובדים להחליף משמרות באופן עצמאי, בלי להטריח את המנהלים. המערכת תפנה לכל עובד, תבקש ממנו לרשום את סדר-העדיפות שלו על המשמרות (מה המשמרת שהוא הכי רוצה, השניה, השלישית וכו'), ותחזיר שיבוץ חדש העומד בדרישות הבאות:

1. אף עובד לא יקבל משמרת גרועה יותר מהמשמרת הנוכחית שלו.
2. אף עובד לא יכול להרויח מכך ש"ירגל" אחרי העובדים האחרים וינסה לגלות את סדר העדיפות שלהם.
3. אף קבוצת-עובדים לא יכולה להרויח מכך שהעובדים בקבוצה יסרבו להירשם למערכת ויבצעו החלפות בינם לבין עצמם.

א [10 נק']. ציינו שם של אלגוריתם המתאים לדרישות ההנהלה. ציינו שלוש תכונות של האלגוריתם, והתאימו אותן לשלוש הדרישות של ההנהלה.

ב [10 נק']. הניחו ש $n=5$;

- המשמרות הן: שחרית, בוקר, צהריים, ערב, לילה;
 - העובדים הם: רחל, אברהם, יצחק, יעקב, דינה.
 - השיבוץ המקורי הוא: שחרית-רחל, בוקר-אברהם, צהריים-יצחק, ערב-יעקב, לילה-דינה.
- העדפות העובדים הם (מהמשמרת המועדפת למשמרת הפחות מועדפת):

- רחל: בוקר, לילה, צהריים, ערב, שחרית
- אברהם: צהריים, ערב, לילה, שחרית, בוקר
- יצחק: ערב, לילה, שחרית, בוקר, צהריים
- יעקב: בוקר, צהריים, ערב, לילה, שחרית
- דינה: ערב, שחרית, בוקר, צהריים, לילה

הדגימו את פעולת האלגוריתם מסעיף א.

- הסבירו בפירוט כל שלב.
- כיתבו את השיבוץ הסופי המתקבל לאחר סיום האלגוריתם.

ג [10 נק']. הדגימו את תכונה מספר 2 של האלגוריתם על הקלט הנ"ל. כלומר: הוכיחו, שאף אחד מחמשת העובדים בדוגמה לא יכול להרויח מכך ש"ירגל" אחרי עובדים אחרים וינסה לגלות את סדר העדיפויות שלהם (בהנחה שהעובדים האחרים לא מרגלים).

שאלה 2 [20 נק']. חלוקת זמן נסיעה במונית

שלושה חברים ממטולה נכנסים למונית בשעה 6:00 בבוקר ונוסעים לכיוון אילת. משך הנסיעה – 9 שעות. במונית יש שני מושבים אחוריים ומושב אחד קדמי. מהמושב הקדמי רואים טוב יותר את הנוף, ולכן כולם רוצים לשבת בו. כדי שלא יריבו, הנהג מציע שיחלקו ביניהם את זמן-הנסיעה לשלושה חלקים שווים – בין 6:00 ל 9:00, בין 9:00 ל 12:00 ובין 12:00 ל-15:00, כך שכל אחד יישב מקדימה 3 שעות בדיוק. החברים לא מסכימים, כי זה חשוב להם באיזה חלק של הנסיעה הם יושבים מקדימה – יש הבדל בין לשבת מקדימה בתחילת הנסיעה, באמצעה או בסופה (הנוף שונה, רמת העייפות שונה, וכו'...).

הציעו לחברים אלגוריתם שבעזרתו יוכלו לחלק את זמן הנסיעה ביניהם. האלגוריתם צריך לקיים את התכונות הבאות:

1. כל אחד מהחברים חושב, שהזמן שבו הוא יושב מקדימה, טוב לפחות כמו הזמנים של שני החברים האחרים.
2. האלגוריתם חייב לתת פתרון מדויק ולא מקורב, והוא חייב להסתיים תוך מספר צעדים קטן.
3. כל חבר יושב מקדימה במשך פרק-זמן רצוף, או שני פרקי-זמן רצופים, אבל לא יותר (כך שלא יצטרכו יותר מדי פעמים לעצור את הרכב ולהתחלף ביניהם).
4. האלגוריתם לא משתמש בכסף (דמי-הנסיעה שולמו מראש על-ידי ההורים; החברים נוסעים בלי ארנק).

א [10 נק']. ציינו שם של אלגוריתם המקיים את הדרישות. ציינו את תכונות של האלגוריתם והתאימו לתכונות למעלה.

ב [10 נק']. נתונה טבלה המתארת את רמת האושר שכל חבר מרגיש כאשר הוא יושב מקדימה בכל שעה של הנסיעה.

שעה:	7 - 6	8 - 7	9 - 8	10 - 9	11 - 10	12 - 11	13 - 12	14 - 13	15 - 14
חבר א:	4	1	1	1	1	1	1	1	1
חבר ב:	1	3	3	3	3	4	4	4	4
חבר ג:	2	2	2	2	2	2	2	2	2

הדגימו את פעולת האלגוריתם מסעיף א. תארו בפירוט כל שלב באלגוריתם, ופרטו את התוצאה הסופית – מי יושב מקדימה בכל שעה במהלך הנסיעה. הראו שתוצאת החישוב שקיבלתם אכן מקיימת את הדרישות.

שאלה 3 [30 נק']. בתיים בירושה

הקבלן שלומי חסון ז"ל נפטר והותיר לילדיו מספר דירות. הילדים פנו לשמאי שחילק ביניהם את הדירות. הם רוצים לבדוק האם החלוקה של השמאי הוגנת. עליכם לכתוב פונקציות שיעזרו להם לברר.

א [10 נק']. כיתבו פונקציה המקבלת חלוקה של דירות לילדים, ובודקת האם החלוקה ללא קנאה. העזרו בהגדרות:

- בית מיוצג ע"י מספר שלם – int (מספר סידורי של הבית).
- ערך של בית הוא מספר ממשי – float.
- ילד מיוצג ע"י המחלקה הבאה:

```
class Child {
    set<int> houses;

    // Keeps the set of houses that this child received.
    map<int,float> map_house_to_value;

    // Keeps, for each house, its value for this child.
};
```

- כותרת הפונקציה שאתם צריכים לכתוב:

```
bool is_envy_free(vector<Child> children);
```

- הפונקציה מקבלת וקטור של ילדים, ומחזירה true אם-ורק-אם החלוקה של בתיים לילדים היא ללא קנאה.

ב [10 נק']. כיתבו פונקציה המקבלת חלוקה של דירות לילדים, ובודקת האם החלוקה היא ללא-קנאה פרט לחפץ אחד (EF1):

```
bool is_EF1(vector<Child> children);
```

ג [10 נק']. תנו שלוש דוגמאות עם 3 ילדים לפעולות הפונקציה שכתבתם:

- דוגמה שבה שתי הפונקציות מחזירות true;
- דוגמה שבה שתי הפונקציות מחזירות false;
- דוגמה שבה פונקציה אחת מחזירה true והשניה מחזירה false.

עבור כל דוגמה, תארו את הקלט (וקטור הילדים, ערכי השדות בכל Child) ופרטו את שלבי החישוב.

שאלה 4 [20 נק']. שידוך מקסימלי בגרף דו-צדדי

נתון גרף דו-צדדי שבו לכל קשת יש משקל. המשקל של קשת בין צומת i לצומת j הוא: $w[i, j]$.

כדי למצוא שידוך עם משקל מקסימלי בגרף, השתמשו בתוכנית האופטימיזציה הבאה:

$$\text{Maximize} \quad \sum_{i,j} w[i,j] * x[i,j]$$

$$\text{Such that} \quad \text{For all } i: \sum_j x[i,j] = 1$$

$$\text{For all } j: \sum_i x[i,j] = 1$$

$$\text{For all } i,j: 1 \geq x[i,j] \geq 0$$

תרגמתם אותה לשפת מתמטיקה וקיבלתם את התוצאה הבאה (המטריצה x):

$i=2$	$i=1$	$i=0$	
0.45	0.45	0.1	$j=0$
0.5	0.3	0.2	$j=1$
0.05	0.25	0.7	$j=2$

א [10 נק']. תארו אלגוריתם כללי, המקבל מטריצה x עם ערכים לא-שלמים בגודל כלשהו (כמו המטריצה למעלה), ומחזיר מטריצה עם ערכים שלמים, המייצגת שידוך עם משקל מקסימלי בגרף. האלגוריתם מקבל כקלט את המטריצה x בלבד.

ב [10 נק']. הדגימו את פעולת האלגוריתם על המטריצה x למעלה. פרטו את כל המטריצות המתקבלות בשלבי-הביניים של החישוב. תארו את השידוך המקסימלי המתקבל – איזה i משודך לאיזה j ?

שאלה 5 [20 נק']. כמה עולה העוגה?

עמי קנה עוגה ושילם בביטקוין. תמי רוצה לדעת כמה עלתה העוגה. היא מסתכלת בשרשרת-הבלוקים, באתר live.clockcypher.com, מזהה את הבלוק והעיסקה של קניית העוגה, ורואה שם את הנתונים הבאים:

Block height: 1569632

Tx ID: b6f5f7c0e7f9e2ed17eb601e9bbe3f5e1d5975b7ccfd929ca06

- Input 0: 0.3 BTC from 2NFzMXUaf7vCd77Sj8Ke8ZfVL1zWpKC
- Output 0: 0.11 BTC to 2NFzMXUaf7vCd77Sj8Ke8ZfVL1zWpKC
- Output 1: 0.18 BTC to 2MvCdYFmtpPF79SFXwHDMXuHURZ9Bfm

א [5 נק']. מהו מחיר העוגה?

ב [5 נק']. מה גובה עמלת-העיסקה?

ג [5 נק']. מי קיבל את עמלת-העיסקה?

ד [5 נק']. הבלוק הגבוה ביותר בשרשרת-הבלוקים הוא 1569632. לפני כמה זמן (בקירוב) נקנתה העוגה?

שאלה 6 - משוב על הבחינה [רשות]

כדי לעזור לי לתכנן בחינות בשנים הבאות, אשמח אם תדרגו את השאלות והסעיפים בשאלות לפי דרגת קושי – מהקל ביותר לקשה ביותר. אם אין לכם זמן בזמן הבחינה, אפשר לענות גם אחרי הבחינה בדואל.

בהצלחה!!