

אוניברסיטת אריאל בשומרון  
פקולטה : מדעי הטבע  
מחלקה : מדעי המחשב

## אלגוריתמים כלכליים

קוד הקורס : 2-7062310 קבוצה 1  
שם המרצה : אראל סגל-הלוי  
שנה \_\_\_\_\_ ה'תשפ"ב סמסטר \_\_\_\_\_ א \_\_\_\_\_ מועד \_\_\_\_\_ ב  
תאריך בחינה : י"ט אדר א' ה'תשפ"ב 20/2/2022  
משך הבחינה : 2.5 שעות = 150 דקות

בבחינה 4 שאלות. משקל כל שאלה 22 נקודות. ציוני המטלות והמענקים יתווספו לציון הבחינה.

יש לפתור את כל השאלות במחברת הבחינה.

• אין להעתיק את השאלון למחברת - השאלון יתפרסם באתר הקורס לאחר הבחינה.

חומר עזר מותר בשימוש : דף-נוסחאות אישי בגודל פוליו (A4). אפשר לכתוב משני צדי הדף.

הנחיות לפתרון שאלות תיכנות :

- יש לתעד את הקוד, ולהסביר היטב בעברית מה עושה כל שורה ואיך זה מתאים לאלגוריתם.
- אתם נבחנים על האלגוריתמים – ולא על התחביר של שפת פייתון.
- אם אתם לא זוכרים פקודה מסויימת, תכתבו מה שאתם זוכרים, ותסבירו בעברית למה התכוונתם.
- אם אתם לא יודעים פייתון בכלל [לא מומלץ], מותר לכתוב בשפת-תיכנות אחרת כלשהי, בתנאי שהאלגוריתם יהיה נכון מפורט ומדויק.

הנחיות כלליות :

- יש להסביר כל תשובה בפירוט. ניקוד מלא יינתן רק על תשובה נכונה עם הסבר נכון.
- אם נראה לכם ששאלה כלשהי אינה מוגדרת עד הסוף (חסרות הנחות מסויימות), הניחו את ההנחות הנראות בעיניכם הגיוניות ביותר בהתאם לשאלה. הסבירו את ההנחות שלכם.

**בהצלחה!!**

## שאלה 0. כתיבה מסודרת [2 נק']

ייתנו 2 נקודות נוספות על כתיבה מסודרת :

- כל השאלות פתורות במחברת הבחינה לפי הסדר, כל שאלה בעמוד נפרד ;
- הכתב ברור וקריא, ללא חיצים קשקושים ומחיקות.

## שאלה 0.5. מטלות [12 נק' ומעלה]

[שאלה זו מיועדת להוספת ציוני המטלות והמענקים. אין צורך לענות].

## שאלה 1. עקביות אלגוריתמים לחלוקת מושבים [22 נק']

במדינה מסוימת יש פרלמנט עם 6 מושבים. יש 60 אזרחים ושלוש מפלגות : צפון, מרכז ודרום. בבחירות האחרונות, מספר הקולות שקיבלו היה : צפון - 33, מרכז - 4, דרום - 23.

א. הראו, בדוגמה זו, שאלגוריתם המילטון אינו עקבי עבור המפלגות צפון+מרכז.

ב. הראו, בדוגמה זו, שאלגוריתם אדאמס הוא עקבי עבור המפלגות צפון+מרכז (יש להראות ע"י הפעלת האלגוריתם ולא ע"י ציטוט המשפט הכללי).

- תזכורת : אלגוריתם אדאמס הוא שיטת-המחלק עם  $f(s) = s$ .

## שאלה 2. מיקסום תוחלת הרווח עם התפלגות ריבועית [22 נק']

אנחנו מעוניינים למקסם רווח ע"י מכירת חפץ יחיד לקונה יחיד, שהערך האמיתי שלו לחפץ זה מתפלג לפי ההתפלגות הבאה:

$$F(x) = x^2 \quad [0 \leq x \leq 1]$$

שימו לב: הערך של הקונה במקרה זה הוא תמיד מספר בין 0 ל-1.

א. חשבו את פונקציית הערך הוירטואלי של הקונה. הסבירו את החישוב.

ב. תארו אלגוריתם מגלה-אמת למכירת חפץ יחיד לקונה יחיד עם התפלגות זו; האלגוריתם אמור למקסם את תוחלת הרווח של המוכר. הסבירו בפירוט את פעולת האלגוריתם.

## שאלה 3. החלפת חדרים עם אדישות [22 נק']

שישה סטודנטים משובצים לחדרים שונים במעונות. סטודנט א כרגע גר בחדר א, סטודנט ב בחדר ב, וכו'. הסטודנטים רוצים להתחלף ביניהם בעזרת אלגוריתם סבן-סתורמן להחלפת חדרים עם אדישות. הטבלה הבאה מתארת את הערך שכל סטודנט מייחס לכל חדר (ערך גבוה יותר = הסטודנט רוצה יותר את החדר).

סטודנט	חדר א	חדר ב	חדר ג	חדר ד	חדר ה	חדר ו
סטודנט א	10	8	10	6	3	3
סטודנט ב	10	10	7	10	2	1
סטודנט ג	5	7	10	1	10	1
סטודנט ד	2	13	20	15	8	4
סטודנט ה	10	7	5	4	1	10
סטודנט ו	1	20	12	5	8	1

א. ציירו את הגרף המכוון הנוצר בשלב הראשון של האלגוריתם מתוך הטבלה הנ"ל. הסבירו את הציור.

ב. מצאו את כל רכיבי הקשירות החזקים בגרף, ואת כל רכיבי הקשירות החזקים *הסופיים* בגרף. הסבירו את התשובה.

ג. מהו מעגל-ההחלפה הראשון שמבצע האלגוריתם? הסבירו את החישוב.

## שאלה 4. תקציב הוגן בפייתון [22 נק']

בעיירה קטנה פועלות ארבע עמותות: הירוקים, האדומים, הצהובים והכחולים. ישנם ארבעה אזרחים. התקציב הכולל הוא 4000. האזרחים מעוניינים לחלק את התקציב בין העמותות בעזרת אלגוריתם שהוא גם יעיל פארטו וגם הוגן לקבוצות. התועלת של כל אזרח שווה לסכום הכולל המועבר לעמותות שהוא תומך בהן:

- אזרח 0: תומך בירוקים ובאדומים.
  - אזרח 1: תומך באדומים ובצהובים.
  - אזרח 2: תומך בצהובים ובכחולים.
  - אזרח 3: תומך באדומים, בצהובים ובכחולים.
- כיתבו קוד המוצא תקציב לפי הדרישות. העזרו בקוד הבא:

```
import cvxpy
TOTAL_BUDGET=4000
budget_for_greens = cvxpy.Variable() # "הירוקים"
budget_for_reds = cvxpy.Variable()
budget_for_yellows = cvxpy.Variable()
budget_for_blues = cvxpy.Variable()

### 1

_____

_____

_____

problem = cvxpy.Problem(
    ### 2

    constraints =
        ### 3

        _____

        _____

        _____

        _____

)
problem.solve()
print(f"budgets: greens={budget_for_greens.value},
reds={budget_for_reds.value}, yellows={budget_for_yellows.value},
blues={budget_for_blues.value}")
```

א. ציינו במחברת הבחינה את הקוד שיש לכתוב בקוים הריקים 1, 2, 3. הסבירו מדוע הפתרון שלכם אכן מוצא תקציב שהוא יעיל-פארטו וגם הוגן לקבוצות.

ב. נתונים שלושה תקציבים אפשריים:

1. ירוקים 0, אדומים 2000, צהובים 2000, כחולים 0.
  2. ירוקים 1000, אדומים 1000, צהובים 1000, כחולים 1000.
  3. ירוקים 2000, אדומים 0, צהובים 0, כחולים 2000.
- מבין התקציבים הנ"ל, שניים מהם הוגנים-ליחידים (Individual Fair Share), ואחד לא. הסבירו איזה תקציבים הוגנים-ליחידים ומדוע, ואיזה תקציב אינו הוגן-ליחידים ומדוע.