

HW3 反幂法求解矩阵按模最小特征值

王启骅 PB20020580

2022 年 10 月 3 日

1 实验结果与分析

```
A_1:
Y
1.0000000 1.0000000 1.0000000 1.0000000 1.0000000 X
0.5625000 -1.0000000 0.5625000 -0.1071429 0.0044643
0.4910305 -1.0000000 0.6586386 -0.1514674 0.0079814
146252.8124999 -297848.7499997 196174.6874998 -45114.3749999 2377.2544643
149112.7706857 -304047.4061706 200595.2751762 -46244.6916684 2446.5594958
Eigen Value:0.000003289
Eigen Vector:(0.490426,-1.000000,0.659750,-0.152097,0.008047)
```

(a) A_1

```
A_2:
Y
1.0000000 1.0000000 1.0000000 1.0000000 X
0.0000000 1.0000000 -0.0000000 0.5000000
-0.1111111 1.0000000 -0.4222222 0.6222222
-0.1155433 1.0000000 -0.4250344 0.6244842
-0.1157255 1.0000000 -0.4256870 0.6247689
-0.1157318 1.0000000 -0.4256940 0.6247744
0.0000000 2.0000000 -0.0000000 1.0000000
-0.6250000 5.6250000 -2.3750000 3.5000000
-0.9333333 8.0777778 -3.4333333 5.0444444
-0.9362105 8.0899243 -3.4437758 5.0543329
-0.9367123 8.0938184 -3.4454900 5.0568107
-0.9367188 8.0938561 -3.4455130 5.0568375
Eigen Value:0.123550504
Eigen Vector:(-0.115732,1.000000,-0.425695,0.624775)
```

(b) A_2

图 1: 反幂法迭代结果

A_1 按模最小特征值为 0.000003289, 对应的特征向量 (0.490426,-1.000000,0.659750,-0.152097,0.008047)。 A_2 的按模最小特征值为 0.123550504, 对应的特征向量 (-0.115732,1.000000,-0.425695,0.624775)。

可见 A_1 迭代了 3 次, A_2 迭代了 6 次。但是收敛速度应该不仅与按模最小的特征值的大小有关, 还应该与其他特征值相对于最小特征值的大小有关。当按模最小的特征值相对于其他特征值远小时, 在计算机允许的内存和精度范围内, 是可以以更快的速度收敛。本次实验中全部矩阵是使用 double 型变量, 暂未发现数值问题, 但是分析可能出现的问题有例如按模最小特征值远比其他特征值小, 导致数据精度难以达到, 或者迭代过程中计算 X 值时可能因为数值过大溢出等。