

HW6FFT

王启骅 PB20020580

2022 年 11 月 25 日

1 结果与讨论

计算得到 $f1$ 对于 $n = 2^4$ 变换如图 1,2, 对于 $n = 2^7$ 的情况如图 3, 4, 5 (这里计算结果向量图太长分为两张)。对 $f2$ 变换得到如图 6, 7, 8。由图可见当 n 的取值越大, 所构建得到的曲线越光滑, 相应的可以获得有关信号的更多更广频率范围内的信息, 逆变换得到的图像也更加接近原函数的图像。同样可以见到, 当信号存在噪声时, FFT 可以明显将噪声振幅减小, 保留原信号。对于取前 25% 的频率进行 IFFT 重建得到的信号, 明显比原信号更加光滑, 可见可以用该方法丢弃高频系数达到去噪声的目的。

f1 n=2 ⁴ 变换	g1	反变换f1
f1		
0.000000+0.000000i	-0.000000+0.000000i	0.000000+-0.000000i
1.418854+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	1.418854+-0.000000i
-0.007107+0.000000i	-0.000000+-0.350000i	-0.007107+-0.000000i
0.112291+0.000000i	-0.000000+0.000000i	0.112291+-0.000000i
1.000000+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	1.000000+0.000000i
-0.877658+0.000000i	-0.000000+-0.500000i	-0.877658+0.000000i
-1.407107+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-1.407107+-0.000000i
0.428905+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	0.428905+0.000000i
-0.000000+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-0.000000+-0.000000i
-0.428905+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	-0.428905+0.000000i
1.407107+0.000000i	0.000000+-0.000000i	1.407107+0.000000i
0.877658+0.000000i	0.000000+0.500000i	0.877658+-0.000000i
-1.000000+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-1.000000+-0.000000i
-0.112291+0.000000i	0.000000+-0.000000i	-0.112291+0.000000i
0.007107+0.000000i	0.000000+0.350000i	0.007107+0.000000i
-1.418854+0.000000i	0.000000+0.000000i	-1.418854+-0.000000i

图 1: $f1$ 进行 FFT 结果 ($n=2^4$)

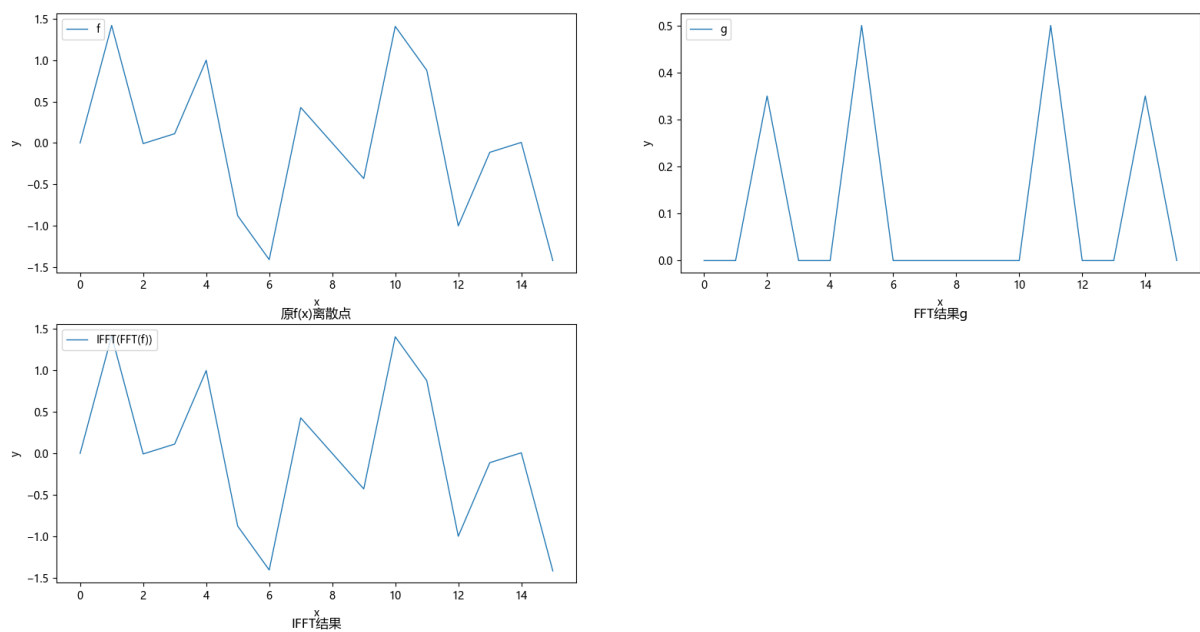


图 2: f1 进行 FFT 结果 ($n=2^4$)

f1 n=2 ⁷ 变换	g1	反变换f1
f1	g1	反变换f1
0.000000+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-0.000000+-0.000000i
0.311592+0.000000i	0.000000+0.000000i	0.311592+-0.000000i
0.607960+0.000000i	-0.000000+-0.350000i	0.607960+-0.000000i
0.874758+0.000000i	0.000000+0.000000i	0.874758+-0.000000i
1.099348+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	1.099348+-0.000000i
1.271522+0.000000i	-0.000000+-0.500000i	1.271521+-0.000000i
1.384084+0.000000i	0.000000+0.000000i	1.384083+-0.000000i
1.433252+0.000000i	0.000000+-0.000000i	1.433251+-0.000000i
1.418854+0.000000i	-0.000000+0.000000i	1.418854+-0.000000i
1.344315+0.000000i	-0.000000+0.000000i	1.344314+-0.000000i
1.216422+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	1.216421+-0.000000i
1.044900+0.000000i	0.000000+0.000000i	1.044899+-0.000000i
0.841806+0.000000i	-0.000000+0.000000i	0.841806+-0.000000i
0.620791+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	0.620790+-0.000000i
0.396265+0.000000i	0.000000+0.000000i	0.396265+-0.000000i
0.182527+0.000000i	0.000000+-0.000000i	0.182526+0.000000i
-0.007107+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-0.007107+0.000000i
-0.161099+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-0.161099+0.000000i
-0.270391+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	-0.270390+0.000000i
-0.328937+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-0.328937+0.000000i
-0.334070+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-0.334069+-0.000000i
-0.286644+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	-0.286644+-0.000000i
-0.190982+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-0.190982+-0.000000i
-0.054592+0.000000i	0.000000+0.000000i	-0.054592+-0.000000i
0.112291+0.000000i	-0.000000+0.000000i	0.112291+0.000000i
0.297345+0.000000i	-0.000000+0.000000i	0.297345+0.000000i
0.486916+0.000000i	0.000000+-0.000000i	0.486916+0.000000i
0.666868+0.000000i	0.000000+0.000000i	0.666867+0.000000i
0.823449+0.000000i	-0.000000+0.000000i	0.823448+0.000000i
0.944150+0.000000i	0.000000+-0.000000i	0.944149+0.000000i
1.018484+0.000000i	0.000000+0.000000i	1.018483+0.000000i
1.038643+0.000000i	0.000000+0.000000i	1.038642+0.000000i
1.000000+0.000000i	-0.000000+0.000000i	1.000000+0.000000i
0.901419+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	0.901419+0.000000i
0.745358+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	0.745358+0.000000i
0.537752+0.000000i	-0.000000+0.000000i	0.537751+0.000000i
0.287692+0.000000i	-0.000000+0.000000i	0.287692+0.000000i
0.006912+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	0.006912+0.000000i
-0.290882+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-0.290882+0.000000i
-0.590806+0.000000i	0.000000+0.000000i	-0.590805+0.000000i
-0.877658+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-0.877658+0.000000i
-1.136807+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	-1.136806+0.000000i
-1.355039+0.000000i	0.000000+-0.000000i	-1.355038+0.000000i
-1.521334+0.000000i	0.000000+0.000000i	-1.521333+0.000000i
-1.627501+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-1.627500+0.000000i
-1.668654+0.000000i	0.000000+-0.000000i	-1.668652+0.000000i
-1.643490+0.000000i	0.000000+0.000000i	-1.643489+0.000000i
-1.554358+0.000000i	0.000000+0.000000i	-1.554356+-0.000000i
-1.407107+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-1.407106+-0.000000i
-1.210732+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	-1.210731+-0.000000i
-0.976834+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	-0.976834+-0.000000i
-0.718926+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-0.718925+-0.000000i
-0.451625+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-0.451625+-0.000000i
-0.189790+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	-0.189790+-0.000000i
0.052365+0.000000i	-0.000000+0.000000i	0.052364+-0.000000i
0.262100+0.000000i	0.000000+0.000000i	0.262100+-0.000000i
0.428905+0.000000i	-0.000000+0.000000i	0.428904+-0.000000i
0.545101+0.000000i	-0.000000+-0.000000i	0.545101+-0.000000i
0.606286+0.000000i	0.000000+-0.000000i	0.606285+-0.000000i
0.611566+0.000000i	-0.000000+0.000000i	0.611566+-0.000000i
0.563591+0.000000i	-0.000000+0.000000i	0.563591+-0.000000i
0.468360+0.000000i	0.000000+-0.000000i	0.468359+-0.000000i
0.334834+0.000000i	-0.000000+0.000000i	0.334833+-0.000000i
0.174368+0.000000i	0.000000+0.000000i	0.174368+-0.000000i
0.000000+0.000000i	-0.000000+0.000000i	-0.000000+-0.000000i

图 3: f1 进行 FFT 结果 (n=2⁷)₁

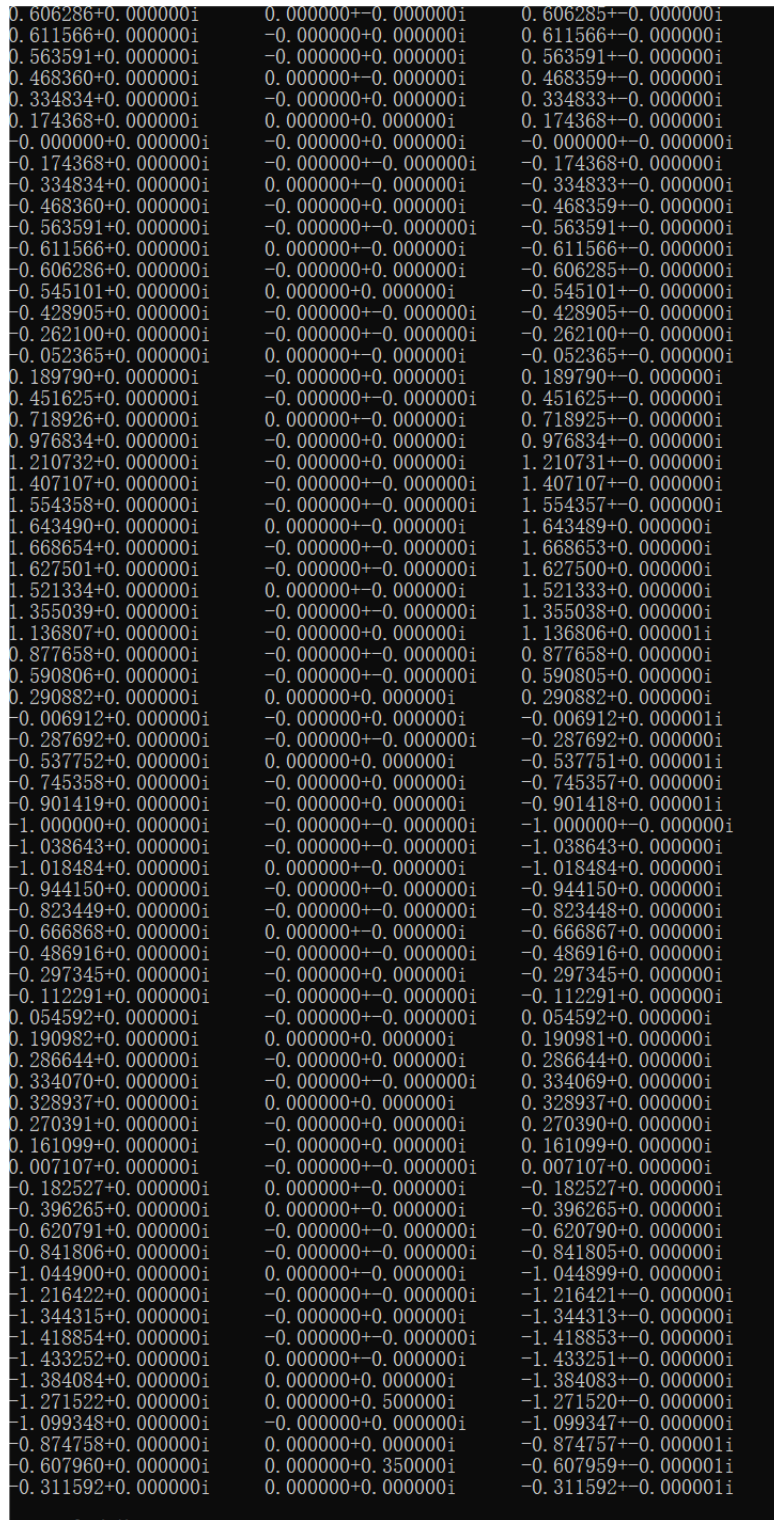


图 4: f1 进行 FFT 结果 ($n=2^7$)2

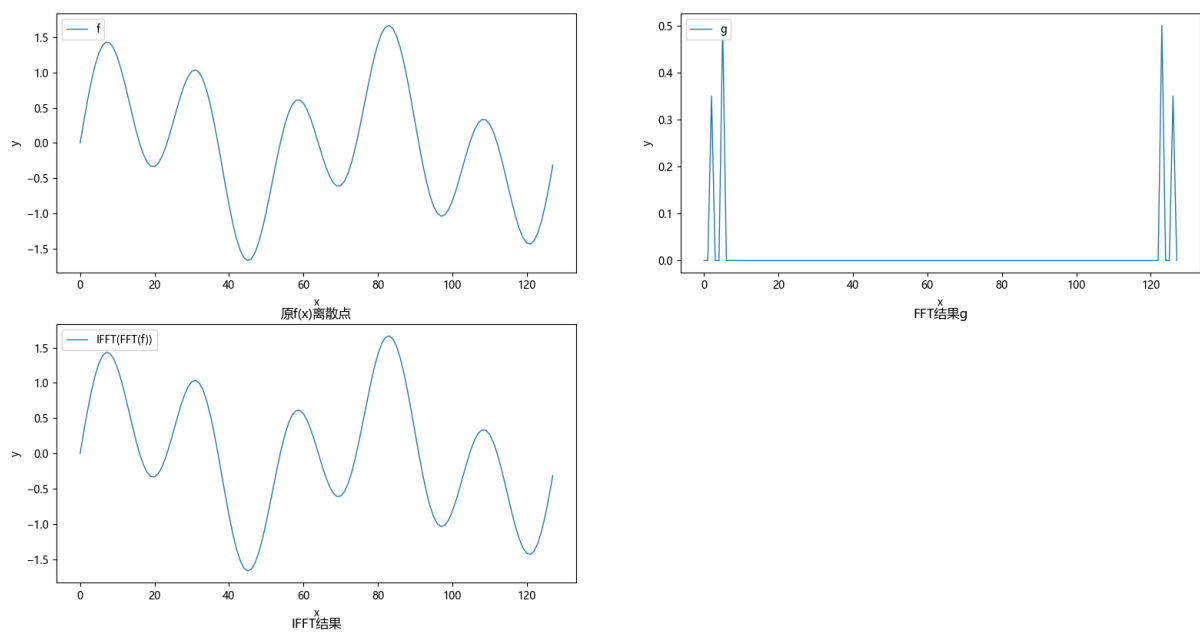


图 5: f_1 进行 FFT 结果 ($n=2^7$)

f2 n=2 ⁷ 变换	g2	反变换f2
0.000824+0.000000i	0.154097+0.000000i	0.000824+0.000000i
0.456744+0.000000i	-0.003379+0.000287i	0.456744+0.000000i
0.719227+0.000000i	0.005813+0.355827i	0.719227+0.000000i
1.121976+0.000000i	-0.005046+0.005772i	1.121976+0.000000i
1.191343+0.000000i	-0.006453+0.004581i	1.191343+0.000000i
1.354737+0.000000i	0.006431+0.494005i	1.354736+0.000000i
1.616598+0.000000i	0.001254+0.003627i	1.616597+0.000000i
1.600039+0.000000i	0.000754+0.004394i	1.600037+0.000000i
1.533216+0.000000i	-0.000687+0.001167i	1.533216+0.000000i
1.623990+0.000000i	0.001139+0.004381i	1.623989+0.000000i
1.248347+0.000000i	-0.011234+0.005637i	1.248347+0.000000i
1.308626+0.000000i	0.000320+0.005950i	1.308625+0.000000i
1.095268+0.000000i	-0.005966+0.002573i	1.095268+0.000000i
0.647140+0.000000i	0.002604+0.004038i	0.647140+0.000000i
0.535100+0.000000i	0.003411+0.004532i	0.535100+0.000000i
0.468052+0.000000i	-0.001627+0.002748i	0.468051+0.000000i
0.103199+0.000000i	0.006679+0.005571i	0.103199+0.000000i
0.078556+0.000000i	0.002655+0.001719i	0.078557+0.000000i
0.025224+0.000000i	-0.005265+0.004221i	0.025224+0.000000i
-0.048539+0.000000i	-0.001380+0.001011i	-0.048539+0.000000i
-0.269834+0.000000i	0.000725+0.004439i	-0.269834+0.000000i
-0.126953+0.000000i	0.006761+0.008995i	-0.126953+0.000000i
0.106720+0.000000i	-0.004774+0.002867i	0.106720+0.000000i
0.010119+0.000000i	-0.003674+0.004137i	0.010120+0.000000i
0.320388+0.000000i	0.000220+0.004683i	0.320388+0.000000i
0.429395+0.000000i	-0.000884+0.003662i	0.429395+0.000000i
0.572704+0.000000i	0.004302+0.004209i	0.572704+0.000000i
0.700807+0.000000i	-0.014686+0.007848i	0.700807+0.000000i
0.876294+0.000000i	-0.003412+0.000320i	0.876294+0.000000i
1.225766+0.000000i	-0.010101+0.006099i	1.225765+0.000000i
1.180474+0.000000i	-0.002065+0.001232i	1.180473+0.000000i
1.140252+0.000000i	0.001095+0.000862i	1.140250+0.000001i
1.248381+0.000000i	-0.003597+0.003631i	1.248381+0.000000i
0.939039+0.000000i	0.003824+0.005647i	0.939039+0.000000i
0.797325+0.000000i	0.000902+0.006708i	0.797325+0.000000i
0.538173+0.000000i	0.001709+0.002744i	0.538173+0.000000i
0.504999+0.000000i	0.006996+0.002049i	0.504999+0.000000i
0.026514+0.000000i	-0.001382+0.012591i	0.026514+0.000001i
-0.106086+0.000000i	-0.007838+0.011257i	-0.106086+0.000000i
-0.460541+0.000000i	-0.005613+0.008799i	-0.460540+0.000001i
-0.728761+0.000000i	-0.004053+0.001649i	-0.728761+0.000000i
-0.993458+0.000000i	0.002682+0.005975i	-0.993457+0.000000i
-1.242572+0.000000i	0.002970+0.003487i	-1.242572+0.000000i
-1.334295+0.000000i	0.011338+0.006479i	-1.334294+0.000000i
-1.577814+0.000000i	0.002440+0.004501i	-1.577812+0.000000i
-1.412243+0.000000i	0.003511+0.001174i	-1.412242+0.000000i
-1.402543+0.000000i	-0.005264+0.000489i	-1.402542+0.000000i
-1.397267+0.000000i	0.000352+0.006575i	-1.397265+0.000000i
-1.309252+0.000000i	0.002556+0.005584i	-1.309252+0.000000i
-1.048322+0.000000i	-0.000794+0.000341i	-1.048321+0.000000i
-0.682236+0.000000i	-0.010626+0.002671i	-0.682236+0.000000i
-0.707527+0.000000i	-0.000168+0.012443i	-0.707527+0.000000i
-0.353377+0.000000i	-0.013785+0.000769i	-0.353377+0.000000i
0.053913+0.000000i	0.006419+0.002619i	0.053913+0.000000i
0.238305+0.000000i	0.004812+0.004617i	0.238304+0.000000i
0.546014+0.000000i	-0.014512+0.005847i	0.546013+0.000000i
0.613664+0.000000i	-0.005242+0.002879i	0.613663+0.000000i
0.686628+0.000000i	0.008247+0.001513i	0.686627+0.000000i
0.718725+0.000000i	-0.008422+0.000713i	0.718724+0.000000i
0.779974+0.000000i	-0.000659+0.004607i	0.779973+0.000000i
0.830677+0.000000i	0.009776+0.001030i	0.830676+0.000000i
0.471619+0.000000i	-0.003654+0.002768i	0.471619+0.000000i
0.487319+0.000000i	-0.012253+0.000875i	0.487319+0.000000i
0.292823+0.000000i	-0.009262+0.001020i	0.292823+0.000000i
0.068740+0.000000i	-0.003157+0.000000i	0.068740+0.000000i
0.081584+0.000000i	-0.009262+0.001020i	0.081584+0.000000i
0.252754+0.000000i	-0.012253+0.000875i	0.252754+0.000000i

图 6: f2 进行 FFT 结果 (n=2⁷)1

0.008740+0.000000i	0.008137+0.000000i	0.008740+0.000000i
0.081584+0.000000i	-0.009262+-0.001020i	0.081584+0.000000i
-0.252754+0.000000i	-0.012253+-0.000874i	-0.252754+-0.000000i
-0.283912+0.000000i	-0.003654+-0.002768i	-0.283912+-0.000000i
-0.310449+0.000000i	0.009776+-0.001030i	-0.310449+-0.000000i
-0.395907+0.000000i	-0.000659+0.004607i	-0.395907+-0.000000i
-0.321813+0.000000i	-0.008422+-0.000713i	-0.321813+-0.000000i
-0.372620+0.000000i	0.008247+-0.001513i	-0.372619+-0.000000i
-0.244375+0.000000i	-0.005242+0.002879i	-0.244374+-0.000000i
-0.070246+0.000000i	-0.014512+-0.005847i	-0.070245+-0.000000i
0.221936+0.000000i	0.004812+0.004617i	0.221936+-0.000000i
0.249017+0.000000i	0.006419+-0.002619i	0.249017+-0.000000i
0.472546+0.000000i	-0.013785+-0.000769i	0.472546+-0.000000i
0.915313+0.000000i	-0.000168+-0.012443i	0.915312+-0.000000i
1.185233+0.000000i	-0.010626+0.002671i	1.185232+-0.000000i
1.357999+0.000000i	-0.000794+0.000341i	1.357998+-0.000000i
1.692778+0.000000i	0.002556+0.005584i	1.692778+0.000000i
1.770594+0.000000i	0.000352+0.006575i	1.770593+-0.000000i
1.748339+0.000000i	-0.005264+0.000489i	1.748339+0.000000i
1.963792+0.000000i	0.003511+0.001174i	1.963791+0.000000i
1.642049+0.000000i	0.002440+0.004501i	1.642048+0.000000i
1.780912+0.000000i	0.011338+-0.006479i	1.780911+0.000000i
1.397475+0.000000i	0.002970+0.003487i	1.397474+0.000000i
1.243487+0.000000i	0.002682+-0.005975i	1.243486+0.000001i
1.003135+0.000000i	-0.004053+-0.001649i	1.003135+-0.000000i
0.625194+0.000000i	-0.005613+-0.008799i	0.625194+0.000000i
0.553070+0.000000i	-0.007838+-0.011257i	0.553069+0.000000i
0.006995+0.000000i	-0.001382+0.012591i	0.006995+0.000001i
-0.080309+0.000000i	0.006996+0.002049i	-0.080309+0.000000i
-0.468609+0.000000i	0.001709+-0.002744i	-0.468608+0.000001i
-0.502461+0.000000i	0.000902+-0.006708i	-0.502460+0.000000i
-0.863698+0.000000i	0.003824+-0.005647i	-0.863697+0.000001i
-0.824607+0.000000i	-0.003597+0.003631i	-0.824607+-0.000000i
-0.803849+0.000000i	0.001095+-0.000862i	-0.803849+0.000000i
-0.845820+0.000000i	-0.002065+0.001232i	-0.845820+0.000000i
-0.883092+0.000000i	-0.010101+0.006099i	-0.883091+0.000000i
-0.734347+0.000000i	-0.003412+0.000320i	-0.734346+0.000000i
-0.489369+0.000000i	-0.014686+-0.007848i	-0.489368+0.000000i
-0.198773+0.000000i	0.004302+-0.004209i	-0.198773+0.000000i
-0.098761+0.000000i	-0.000884+-0.003662i	-0.098761+-0.000000i
0.168500+0.000000i	0.000220+0.004683i	0.168500+0.000000i
0.076117+0.000000i	-0.003674+0.004137i	0.076117+0.000000i
0.194314+0.000000i	-0.004774+-0.002867i	0.194314+0.000000i
0.584227+0.000000i	0.006761+-0.008995i	0.584227+0.000000i
0.524459+0.000000i	0.000725+-0.004439i	0.524459+0.000000i
0.480562+0.000000i	-0.001380+-0.001011i	0.480562+0.000000i
0.370552+0.000000i	-0.005265+0.004221i	0.370552+0.000000i
0.315261+0.000000i	0.002655+0.001719i	0.315260+0.000000i
0.161469+0.000000i	0.006679+-0.005571i	0.161469+0.000000i
0.051691+0.000000i	-0.001627+0.002748i	0.051691+0.000000i
-0.394141+0.000000i	0.003411+0.004532i	-0.394141+0.000000i
-0.541494+0.000000i	0.002604+0.004038i	-0.541494+0.000000i
-0.796861+0.000000i	-0.005966+-0.002573i	-0.796861+0.000000i
-0.858017+0.000000i	0.000320+-0.005950i	-0.858016+0.000000i
-1.212897+0.000000i	-0.011234+0.005637i	-1.212896+-0.000000i
-1.245188+0.000000i	0.001139+-0.004381i	-1.245186+-0.000000i
-1.211847+0.000000i	-0.000687+0.001167i	-1.211846+-0.000000i
-1.177812+0.000000i	0.000754+-0.004394i	-1.177811+-0.000000i
-1.208480+0.000000i	0.001254+-0.003627i	-1.208479+-0.000000i
-1.147876+0.000000i	0.006431+0.494005i	-1.147875+-0.000000i
-1.010191+0.000000i	-0.006453+0.004581i	-1.010190+-0.000000i
-0.666698+0.000000i	-0.005046+0.005772i	-0.666697+-0.000001i
-0.486109+0.000000i	0.005813+0.355827i	-0.486108+-0.000001i
-0.043106+0.000000i	-0.003379+0.000287i	-0.043105+-0.000001i

图 7: f2 进行 FFT 结果 ($n=2^7$)2

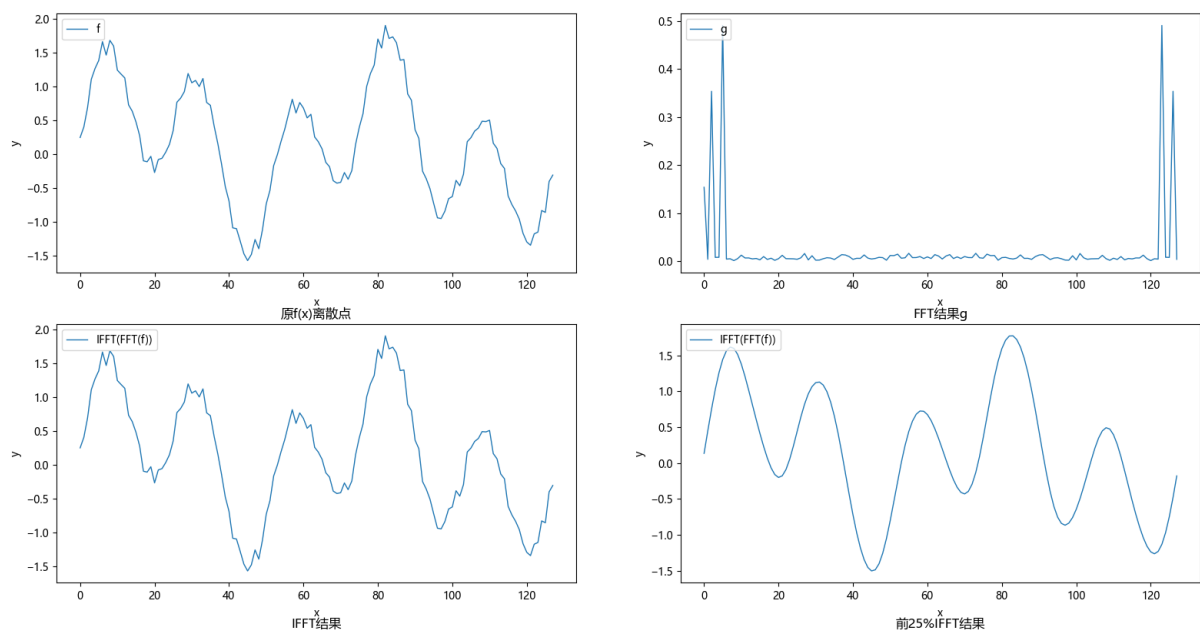


图 8: f_2 进行 FFT 结果 ($n=2^7$)