Ordinalzahlen, Mächtigkeit und Folgen

Alexander Kern

1 Sind gewichtete p-adische Zahlenteile mit Gewichten 0–100% wie Ordinalzahlen?

Gewichtete p-adische Zahlenteile mit Gewichten in $[0, 1]$ (oder 0–100%) beschreiben die *relative Relevanz oder Tiefe* eines Teils in einer p-adischen Struktur.

- Ordinalzahlen messen *Positionen in wohlgeordneten Mengen*, nicht Maß oder Anteil.
- Prozentwerte beschreiben *stetige Gewichtung*, Ordinale sind *diskret und wohlgeordnet*.
- Daher können gewichtete p-adische Teile nicht direkt als Ordinalzahlen interpretiert werden.

Man kann sie formal als *maßtheoretische oder informationsbasierte Bewertung* eines Elements in einem ultrametrischen Raum verstehen.

$$\text{Gewichtetes Element } x_i \in \mathbb{Z}_p \text{ mit Gewicht } w_i \in [0, 1]$$

Diese Gewichte sagen *nicht* aus, wie mächtig die Menge ist, sondern nur, wie relevant oder dominant x_i innerhalb der Struktur ist.

2 Ist die Mächtigkeit einer Menge eine Menge oder eine Klasse?

Die Antwort hängt von der Größe der Menge ab:

- **Kleine Mengen:** Endliche Mengen oder Mengen wie $\mathbb{N}, \mathbb{R} \to$ Ihre Mächtigkeit (Kardinalzahl) ist *eine Menge*, z.B. $|\mathbb{N}| = \aleph_0$.
- **Große Mengen / Klassen:** Die Menge aller Mengen $V \to$ Ihre „Mächtigkeit" existiert nicht als Menge, sondern nur als *echte Klasse*.

Objekt	Kardinalität	Bemerkung
Endliche Menge	$n \in \mathbb{N}$	Menge
Abzählbare Menge $\mathbb{N}$	$\aleph_0$	Menge
Überabzählbare Menge $\mathbb{R}$	$\mathfrak{c}$	Menge
Klasse aller Mengen V	–	echte Klasse

3 Begrenzen Ordinalzahlen divergente oder konvergente Zahlen?

3.1 Grundprinzip

- Ordinalzahlen messen *Positionen in wohlgeordneten Mengen*, nicht den Wert einer Zahl.
- Konvergenz oder Divergenz ist ein *metrisches Konzept* in $\mathbb{R}$ oder $\mathbb{C}$.
- Ordinale können *indirekt* eine Folge begrenzen, wenn sie als Indexmenge dienen, z.B.:

3.2 Beispiele

Klassische Folge:

$$x_n = n \quad \text{divergiert in } \mathbb{R}$$
$$x_n = \frac{1}{n} \quad \text{konvergiert in } \mathbb{R}$$

Transfinite Folge:

$$x_\alpha = \frac{1}{\alpha + 1}, \quad \alpha < \omega_1$$

Hier indiziert α Ordinalzahlen bis ω_1; das Limit ist

$$\lim_{\alpha \to \omega_1} x_\alpha = 0$$

3.3 Fazit

- Ordinale *begrenzen nur die Indexmenge* der Folge.
- Sie erzwingen *nicht die Konvergenz* der Zahlenwerte.
- Merksatz:

$$\text{Ordinal} \neq \text{Konvergenzwert}, \quad \text{Konvergenz wird durch Metrik bestimmt, nicht durch Ordnun}$$