

Geordnete Körper, CRC und RAID

Alexander Kern

1 Frage

Eignet sich der geordnete Körper für Redundanz wie RAID und irgendwie für CRC?

2 Antwort

2.1 1. Eigenschaften geordneter Körper

Ein geordneter Körper K ist ein Körper mit einer totalen Ordnung $<$, die mit der Addition und Multiplikation kompatibel ist:

- Additivität: $a, b \in P \Rightarrow a + b \in P$
- Multiplikativität: $a, b \in P \Rightarrow a \cdot b \in P$
- Trichotomie: Für jedes $a \in K$ gilt genau eine: $a \in P$, $-a \in P$, $a = 0$

Beispiele: \mathbb{Q}, \mathbb{R} Nicht-geordnet: \mathbb{C}

2.2 2. Anforderungen von CRC und RAID

- **CRC**: arbeitet über endlichen Körpern, meist \mathbb{F}_2 oder \mathbb{F}_{2^n} , mit Polynomdivision modulo 2.
- **RAID**: z.B. RAID 5/6 nutzt XOR oder Reed-Solomon-Codes über \mathbb{F}_{2^8} .
- Eigenschaften:
 - Endliche Menge von Elementen
 - Abgeschlossene Addition und Multiplikation
 - Diskrete Struktur für deterministische Redundanz

2.3 3. Vergleich geordneter Körper vs. CRC/RAID

Eigenschaft	Geordneter Körper (\mathbb{R})	CRC/RAID
Endlichkeit	unendlich	endlich
Addition		
Multiplikation		
Ordnung	relevant für Analysis	irrelevant
Diskrete Struktur	stetig	diskret, XOR-basiert
Modularität / Polynomrechnung	nicht geeignet	nötig

2.4 4. Fazit

- Geordnete Körper sind geeignet für **Vergleich, Analysis und Optimierung**.
- CRC und RAID benötigen **endlich-algebraische Strukturen**, z.B. \mathbb{F}_2 oder \mathbb{F}_{2^8} .
- Geordnete Körper sind **nicht geeignet** für digitale Redundanz oder Fehlerkorrektur.