

# Geordnete Körper, CRC und RAID

Alexander Kern

## 1 Frage

Eignet sich der geordnete Körper für Redundanz wie RAID und irgendwie für CRC?

## 2 Antwort

### 2.1 1. Eigenschaften geordneter Körper

Ein geordneter Körper  $K$  ist ein Körper mit einer totalen Ordnung  $<$ , die mit der Addition und Multiplikation kompatibel ist:

- Additivität:  $a, b \in P \Rightarrow a + b \in P$
- Multiplikativität:  $a, b \in P \Rightarrow a \cdot b \in P$
- Trichotomie: Für jedes  $a \in K$  gilt genau eine:  $a \in P, -a \in P, a = 0$

Beispiele:  $\mathbb{Q}, \mathbb{R}$  Nicht-geordnet:  $\mathbb{C}$

### 2.2 2. Anforderungen von CRC und RAID

- **CRC:** arbeitet über endlichen Körpern, meist  $\mathbb{F}_2$  oder  $\mathbb{F}_{2^n}$ , mit Polynomdivision modulo 2.
- **RAID:** z.B. RAID 5/6 nutzt XOR oder Reed-Solomon-Codes über  $\mathbb{F}_{2^8}$ .
- Eigenschaften:
  - Endliche Menge von Elementen
  - Abgeschlossene Addition und Multiplikation
  - Diskrete Struktur für deterministische Redundanz

### 2.3 3. Vergleich geordneter Körper vs. CRC/RAID

Eigenschaft	Geordneter Körper ( $\mathbb{R}$ )	CRC/RAID
Endlichkeit	unendlich	endlich
Addition		
Multiplikation		
Ordnung	relevant für Analysis	irrelevant
Diskrete Struktur	stetig	diskret, XOR-basiert
Modularität / Polynomrechnung	nicht geeignet	nötig

### 2.4 4. Fazit

- Geordnete Körper sind geeignet für \*\*Vergleich, Analysis und Optimierung\*\*.
- CRC und RAID benötigen \*\*endlich-algebraische Strukturen\*\*, z.B.  $\mathbb{F}_2$  oder  $\mathbb{F}_{2^8}$ .
- Geordnete Körper sind \*\*nicht geeignet\*\* für digitale Redundanz oder Fehlerkorrektur.