

# Zadanie 8. z 1. listy zadań z JFTT

Michał Kallas

7 listopada 2024

## 1 Treść zadania

Skonstruuj NFA rozpoznający język tych słów nad  $\{0,1\}^*$  które jako liczba w systemie dwójkowym dzielą się przez 5, przy czym liczba jest wczytywana począwszy od najmniej znaczącego bitu.

## 2 Rozwiązanie

Zacznijmy od skonstruowania NFA działającego analogicznie do tego zadanego, ale wczytującego liczby w odwrotnej kolejności, czyli **począwszy od najbardziej znaczącego bitu**.

W naszym automacie chcemy akceptować liczby podzielne przez 5. Zauważmy, że dana liczba albo dzieli się przez 5, albo nie dzieli się z resztą 1, 2, 3 lub 4. To oznacza, że każdą liczbę możemy zaprezentować przez pryzmat tego jaką zwraca resztę z dzielenia przez 5.

W takim wypadku nasz automat będzie składał się z 5 stanów:  $\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ .  $q_0$  oznacza resztę z dzielenia wynoszącą 0, a więc będzie to nasz stan akceptujący.

Zauważmy, że czytając liczby począwszy od najbardziej znaczącego bitu, przy przeczytaniu każdej kolejnej cyfry następuje przesunięcie bitowe w lewo aktualnej liczby oraz dodanie na jej koniec (jako najmniej znaczący bit) nowej cyfry. Czyli, jeśli liczba  $k = a \bmod 5$ , to:

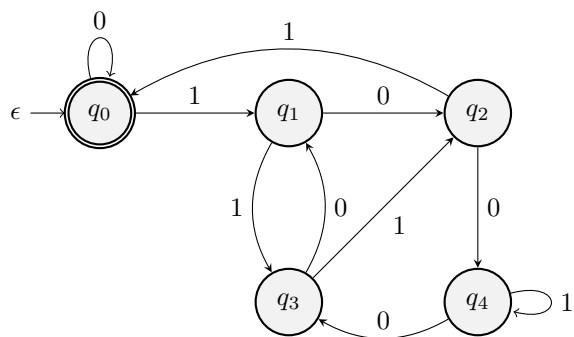
$$kb = (2a + b) \bmod 5$$

$kb$  oznacza konkatencję ciągu bitów  $k$  z bitem  $b$ .

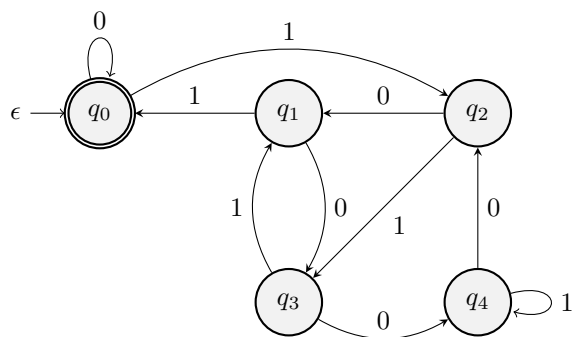
Na podstawie tej obserwacji możemy skonstruować naszą funkcję przejścia:

$$\delta(q_a, b) = q_{(2a+b) \bmod 5}$$

Teraz możemy skonstruować automat:



Na podstawie tego automatu, możemy stworzyć taki, który będzie wczytywał liczbę w odwrotnej kolejności, czyli od najmniej znaczącego bitu. W tym celu obrócimy strzałki w powyższym automacie. Nie musimy zamieniać stanu początkowego z akceptującym, bo to ten sam stan. Nie trzeba dodawać  $\epsilon$ -przejść, bo jest tylko jeden stan akceptujący w powyższym DFA.



W ten sposób otrzymaliśmy szukany NFA.