

# **Γραφική με Υπολογιστές 2018**

## **Εργασία #2**

### **Μετασχηματισμοί και προβολές**

Κοσμάς Τσιάκας  
ΑΕΜ: 8255

29/4/2018

# 1. Περιγραφή της λειτουργίας και του τρόπου κλήσης των προγραμμάτων

## 1.1 Συνάρτηση rotmat

Η συνάρτηση αυτή υπολογίζει τον πίνακα μετασχηματισμού  $R$  με χρήση του τύπου του Rodrigues. Ο πίνακας είναι μεγέθους  $3 \times 3$  και για τον σχηματισμό του απαιτούνται μόνο η γωνία  $\theta$  και το διάνυσμα  $u$  που είναι παράλληλο προς τον άξονα περιστροφής. Ο πίνακας είναι ο εξής:

$$\begin{bmatrix} (1 - \cos a)u_x^2 + (\cos a) & (1 - \cos a)u_xu_y - (\sin a)u_z & (1 - \cos a)u_xu_z + (\sin a)u_y \\ (1 - \cos a)u_yu_x + (\sin a)u_z & (1 - \cos a)u_y^2 + (\cos a) & (1 - \cos a)u_yu_z - (\sin a)u_x \\ (1 - \cos a)u_zu_x - (\sin a)u_y & (1 - \cos a)u_zu_y + (\sin a)u_x & (1 - \cos a)u_z^2 + (\cos a) \end{bmatrix}$$

## 1.2 Συνάρτηση vectrans

Η συνάρτηση αυτή υπολογίζει τις μετασχηματισμένες συντεταγμένες  $d$  ενός διανύσματος  $u$ , με αρχικές συντεταγμένες  $c$ , μετά την εφαρμογή διανυσματικού μετασχηματισμού περιστροφής που περιγράφεται από τον πίνακα  $R$ . Το  $d$  προκύπτει μέσω της εξής σχέσης:

$$d = R * c$$

και επιστρέφει έναν πίνακα  $3 \times n$ , για είσοδο  $c$  διάστασης  $3 \times n$ .

## 1.3 Συνάρτηση pointtrans

Η συνάρτηση αυτή υλοποιεί σημειακό μετασχηματισμό Affine σε ένα διάνυσμα με τις συντεταγμένες ενός σημείου  $p$ . Αρχικά, εφαρμόζει την περιστροφή με τη χρήση του πίνακα  $R$  και στη συνέχεια το μετατοπίζει κατά το διάνυσμα  $t$ , το οποίο επίσης δίνεται ως όρισμα. Εφαρμόζεται συνολικά η παρακάτω πράξη:

$$cq = (R * cp) + ct$$

,όπου  $c$  ■ οι συντεταγμένες κάθε διανύσματος. Το διάνυσμα που περιέχει τις συντεταγμένες  $ct$ , αλλάζει μέγεθος ώστε η συνάρτηση να μπορεί να εφαρμόζει τον μετασχηματισμό σε  $n$  διανύσματα ταυτόχρονα, αν η είσοδος  $cp$  είναι μεγέθους  $3 \times n$ .

## 1.4 Συνάρτηση systemtrans

Η συνάρτηση αυτή εφαρμόζει αλλαγή του συστήματος συντεταγμένων σε ένα σημείο  $p$ , από σύστημα με αρχή  $o$  και άξονες  $(b'_1, b'_2, b'_3)$  σε σύστημα συντεταγμένων με αρχή  $o \oplus v_0$  και άξονες  $(b_1, b_2, b_3) = (\mathcal{L}(b'_1), \mathcal{L}(b'_2), \mathcal{L}(b'_3))$ . Ο πίνακας μετασχηματισμού  $L$  ισούται με:  $L = [b_1, b_2, b_3]^T$ .

Συνολικά, ο τύπος που μας δίνει τις συντεταγμένες του σημείου στο νέο σύστημα συντεταγμένων είναι ο εξής:

$$dp = L^{-1} * (cp - co)$$

με το διάνυσμα  $co$  να επεκτείνεται ανάλογα, ώστε να ικανοποιεί τις πράξεις για μετασχηματισμό  $n$  διανυσμάτων.

### 1.5 Συνάρτηση `projectCamera`

Η συνάρτηση αυτή παράγει τις προοπτικές προβολές των σημείων του τρισδιάστατου κόσμου και υπολογίζει το βάθος του κάθε σημείου πριν την προβολή του. Αρχικά, υπολογίζουμε την  $z$  συντεταγμένη με χρήση του εξωτερικού γινομένου ανάμεσα στις άλλες δύο συντεταγμένες από τα μοναδιαία διανύσματα της κάμερας. Εφαρμόζουμε αλλαγή του συστήματος συντεταγμένων από το WCS στο σύστημα συντεταγμένων της κάμερας με χρήση της συνάρτησης `systemtrans` που αναφέρθηκε προηγουμένως. Στη συνέχεια, για τον υπολογισμό των προβολών χρησιμοποιούμε τους τύπους που αφορούν το pin-hole μοντέλο, δηλαδή:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = -w \begin{pmatrix} \frac{x}{z} \\ \frac{y}{z} \end{pmatrix}$$

Το βάθος κάθε σημείου ισούται με την τιμή της τρίτης συντεταγμένης στον τρισδιάστατο χώρο, πολλαπλασιασμένη επί  $-1$ .

### 1.6 Συνάρτηση `projectKu`

Η συνάρτηση αυτή παράγει τις προοπτικές προβολές των σημείων του τρισδιάστατου κόσμου και υπολογίζει το βάθος του κάθε σημείου πριν την προβολή του, χρησιμοποιώντας διαφορετικά ορίσματα για τον καθορισμό της κατεύθυνσης της κάμερας. Αρχικά, για τον υπολογισμό της συντεταγμένης  $z_c$  δημιουργείται το διάνυσμα  $\overline{CK}$ , το οποίο προκύπτει από το κέντρο της κάμερας και το σημείο που στοχεύει, που δίνονται ως ορίσματα στη συνάρτηση. Στη συνέχεια, με τη χρήση του `up-vector`, από το οποίο αφαιρείται η προβολή του με το διάνυσμα  $z_c$ , προκύπτει η δεύτερη συντεταγμένη  $y_c$ . Η τελευταία συντεταγμένη προκύπτει ως το εξωτερικό γινόμενο των άλλων δύο που υπολογίστηκαν. Για τον υπολογισμό των προβολών, αφού υπολογίστηκαν οι συντεταγμένες, καλείται η συνάρτηση `projectCamera` που αναφέρθηκε προηγουμένως.

## 2. Περιγραφή της λειτουργίας και του τρόπου κλήσης των προγραμμάτων

### 2.1 Script demo2

Αρχικά, στο script *demo2.m* φορτώνεται το αρχείο *cat3d.mat* και τα δεδομένα τα οποία περιέχει. Στη συνέχεια, αφού γίνεται εμφάνιση της αρχικής μορφής της γάτας με χρήση της συνάρτησης *plotObj*, εκτελούνται με τη σειρά τα βήματα 1-5 που περιγράφονται.

### 2.2 Βήμα 1 – Μετατόπιση κατά $t_1$

Για την μετατόπιση των σημείων κατά το διάνυσμα  $t_1$  προστίθεται σε κάθε στήλη του πίνακα  $V$ , που αντιπροσωπεύει ένα σημείο του 3D χώρου, το διάνυσμα  $t_1$ . Στη συνέχεια, εκτυπώνεται το αποτέλεσμα μέσω της *plotObj*.

### 2.3 Βήμα 2 – Περιστροφή

Για την περιστροφή των σημείων κατά γωνία  $\pi/4$  περί άξονα που διέρχεται από το  $[0,0,0]$  και είναι παράλληλο στο διάνυσμα  $g$ , δημιουργούμε αρχικά τον πίνακα  $R$  με χρήση της συνάρτησης *rotmat* και στη συνέχεια εφαρμόζουμε την περιστροφή με χρήση της *vectrans*.

### 2.4 Βήμα 3 – Μετατόπιση κατά $t_2$

Εφαρμόζεται η ίδια διαδικασία, όπως στο Βήμα 1.

### 2.5 Βήμα 4 – Προοπτική προβολή

Για τον υπολογισμό της προοπτικής προβολής των σημείων της γάτας χρησιμοποιείται η συνάρτηση *projectCamera* με χρήση των διανυσμάτων που παρέχονται. Στη συνέχεια, για την εμφάνιση των προβολών καλείται η συνάρτηση *objectPainter* που είχε υλοποιηθεί στην πρώτη εργασία. Όμως για την μετατροπή των τιμών του πίνακα με τις συντεταγμένες των σημείων σε μορφή χρησιμοποιήσιμη, ακέραια, από τη συνάρτηση ακολουθούμε την εξής διαδικασία: Καλούμε την συνάρτηση *pointtrans* με ορίσματα τον πίνακα των σημείων  $V$ , τον μοναδιαίο πίνακα πολλαπλασιασμένο με  $10^4$  και το διάνυσμα μετατόπισης  $[600, 650]$ . Με τον τρόπο αυτό, κάθε pixel μετατρέπεται σε ένα σημείο του πίνακα και το αντικείμενο μετακινείται με βάση το κέντρο της κάμερας, άρα στο κέντρο του καμβά. Στην συνάρτηση *triPaintGouraud* δεν υπάρχει καμία απολύτως αλλαγή.

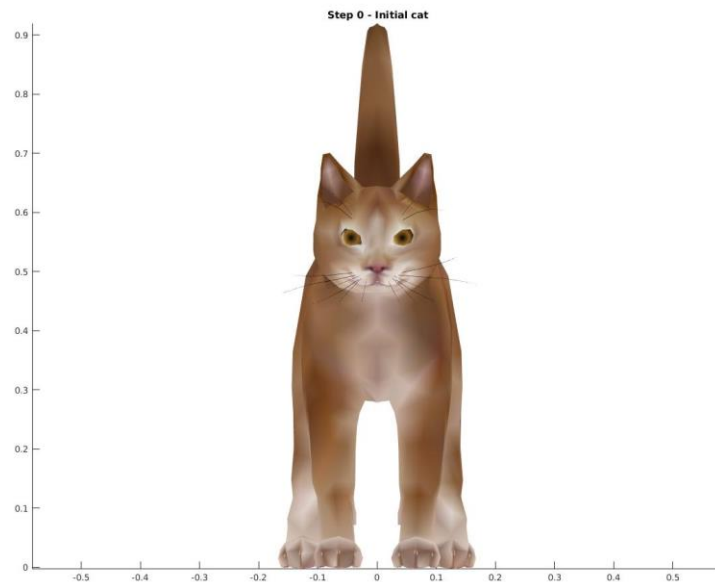
### 2.6 Βήμα 5 – Προοπτική προβολή με χρήση των διανυσμάτων κάμερας

Για τον υπολογισμό της προοπτικής προβολής των σημείων της γάτας με χρήση των διανυσμάτων της κάμερας, χρησιμοποιείται η συνάρτηση *projectKu* με χρήση των διανυσμάτων που παρέχονται. Για την προβολή του αποτελέσματος χρησιμοποιείται πάλι η ίδια διαδικασία με το Βήμα 4.

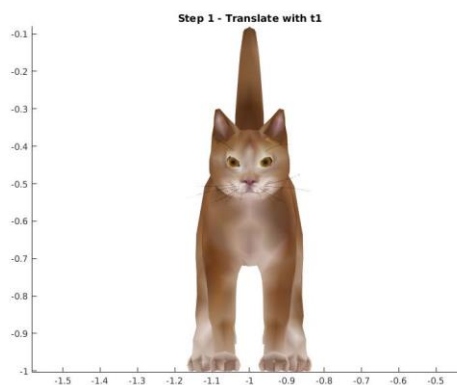
### 3. Ενδεικτικά αποτελέσματα & σχόλια

Ο χρόνος εκτέλεσης του script είναι περίπου στα 180 δευτερόλεπτα. Χρησιμοποιήθηκαν οι συναρτήσεις χρωματισμού τριγώνων από την πρώτη εργασία. Παρακάτω φαίνονται τα αποτελέσματα για κάθε ένα από τα βήματα 1 έως 5.

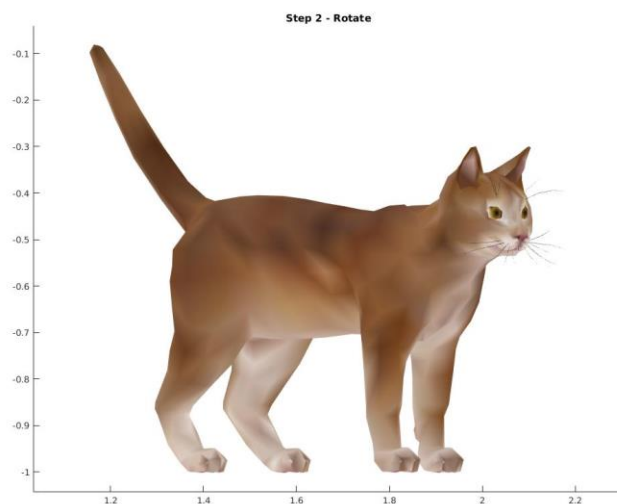
#### 3.1 Βήμα 0 – Αρχική μορφή



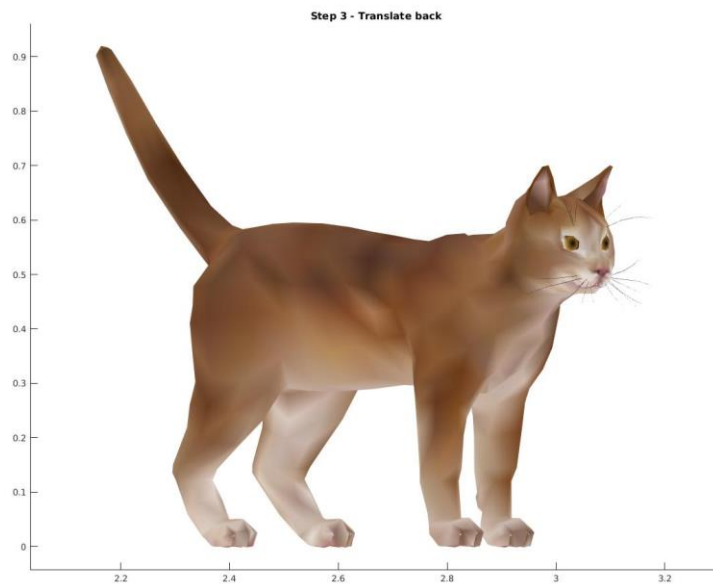
#### 3.2 Βήμα 1 – Μετατόπιση κατά [-1, -1, 3]



### 3.3 Βήμα 2 – Περιστροφή



### 3.4 Βήμα 3 – Μετατόπιση κατά $[1, 1, -3]$



### 3.5 Βήμα 4 – Προοπτική προβολή

Step 4 - Project to camera



### 3.6 Βήμα 5 – Προοπτική προβολή

Step 5 - Project to camera using camera vectors

