

# Γραφική με Υπολογιστές 2018

## Εργασία #2: Μετασχηματισμοί και Προβολές

### Ζητούμενα

**A.** Έστω  $\mathbf{u}$  στήλη  $3 \times 1$  με τις συντεταγμένες ενός μοναδιαίου διανύσματος ως προς κάποιο σύστημα συντεταγμένων και  $\theta$  γωνία σε rad. Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση

$$R = \text{rotmat}(\theta, \mathbf{u})$$

που υπολογίζει τον πίνακα περιστροφής κατά  $\theta$  περί άξονα που διέρχεται από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων και είναι παράλληλος προς το  $\mathbf{u}$ .

**B.** Έστω  $c \in \mathbb{R}^3$  η  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες ενός διανύσματος  $\mathbf{u}$  ως προς κάποιο σύστημα συντεταγμένων και έστω  $\mathcal{L}$  διανυσματικός μετασχηματισμός περιστροφής με πίνακα μετασχηματισμού  $R$ , διάστασης  $3 \times 3$ . Έστω  $d \in \mathbb{R}^3$  οι μετασχηματισμένες συντεταγμένες του διανύσματος  $\mathbf{u}$  ως προς το ίδιο σύστημα. Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$d = \text{vectrans}(c, R)$$

Φροντίστε η `vectrans` να δουλεύει σωστά και στην περίπτωση που τα  $c, d$  είναι  $3 \times n$  πίνακες με τις συντεταγμένες  $n$  διανυσμάτων.

**Γ.** Έστω  $c_p \in \mathbb{R}^3$  η  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες ενός σημείου  $p$  ως προς ένα σύστημα συντεταγμένων. Στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων, έστω:  $R$  ένας  $3 \times 3$  πίνακας περιστροφής και  $c_t \in \mathbb{R}^3$  στήλη  $3 \times 1$  με τις συντεταγμένες ενός διανύσματος μετατόπισης  $t$ . Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$c_q = \text{pointtrans}(c_p, R, c_t)$$

που υλοποιεί σημειακό μετασχηματισμό affine εφαρμόζοντας την περιστροφή του  $p$  κατά  $R$  και έπειτα την μετατόπιση του κατά  $t$ . Φροντίστε η `pointtrans` να δουλεύει σωστά και στην περίπτωση που τα  $c_p, c_q$  είναι  $3 \times n$  πίνακες με τις συντεταγμένες  $n$  σημείων.

**Δ.** Έστω  $c_p \in \mathbb{R}^3$  η  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες ενός σημείου  $p$  ως προς σύστημα συντεταγμένων με αρχή  $o$  και άξονες  $(b'_1, b'_2, b'_3)$ . Έστω  $d_p \in \mathbb{R}^3$  οι συντεταγμένες του ίδιου σημείου ως προς σύστημα

συντεταγμένων με αρχή  $o \oplus \mathbf{v}_0$  και άξονες  $(b_1, b_2, b_3) = (\mathcal{L}(b'_1), \mathcal{L}(b'_2), \mathcal{L}(b'_3))$ , όπου  $\mathcal{L}$  μετασχηματισμός περιστροφής όπως περιγράφηκε παραπάνω. Αν  $c_o \in \mathbb{R}^3$  η  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες του διανύσματος  $\mathbf{v}_0$  ως προς το αρχικό σύστημα αξόνων, να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$d_p = \text{systemtrans}(c_p, b_1, b_2, b_3, c_0)$$

Φροντίστε η `systemtrans` να δουλεύει σωστά και στην περίπτωση που τα  $c_p, d_p$  είναι  $3 \times n$  πίνακες με τις συντεταγμένες  $n$  σημείων.

**Ε.** Έστω  $c_p \in \mathbb{R}^3$  η  $3 \times 1$  στήλη με τις συντεταγμένες ενός σημείου ως προς το WCS,  $\{o, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0\}$ . Έστω ότι μία προοπτική κάμερα έχει κέντρο  $c = o \oplus \mathbf{v}_c$  και μοναδιαία διανύσματα  $\{\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_c, \mathbf{z}_c\}$ . Έστω ότι τα  $\mathbf{v}_c, \mathbf{x}_c, \mathbf{y}_c, \mathbf{z}_c$  έχουν συντεταγμένες  $c_v, c_x, c_y, c_z$  αντίστοιχα ως προς το WCS και  $w$  είναι η απόσταση του πετάσματος από το κέντρο (μετρημένη στις μονάδες που χρησιμοποιεί το σύστημα συντεταγμένων της κάμερας). Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση:

$$[P, D] = \text{projectCamera}(w, c_v, c_x, c_y, p)$$

που παράγει τις προοπτικές προβολές (με  $w = 1$ ) των τρισδιάστατων σημείων και τις επιστρέφει στον πίνακα  $P$  διάστασης  $2 \times n$ . Ακόμη, υπολογίζει το βάθος κάθε σημείου πριν την προβολή του στις 2 διαστάσεις και το επιστρέφει στον πίνακα  $D$  διάστασης  $n \times 1$ . Φροντίστε η `projectCamera` να δουλεύει σωστά και στην περίπτωση που το  $p$  είναι  $3 \times n$  πίνακας με τις συντεταγμένες  $n$  σημείων.

**ΣΤ.** Να υλοποιήσετε τη συνάρτηση

$$[P, D] = \text{projectKu}(w, c_v, c_K, c_u, p)$$

που παράγει τις προοπτικές προβολές και το βάθος των τρισδιάστατων σημείων του  $p$  όπως και η προηγούμενη αλλά δέχεται ως είσοδο τις συντεταγμένες  $c_K$  και  $c_u$  (σε μη ομογενή μορφή) του σημείου στόχου  $K$  και του μονοδιαίου up vector  $\mathbf{u}$  αντίστοιχα. Το  $c_v$  περιέχει όπως και πριν τις συντεταγμένες του κέντρου της κάμερας ως προς το WCS.

## Παραδοτέα

- Τα προγράμματα σε μορφή **σχολιασμένου** πηγαίου κώδικα με σχόλια γραμμένα στα **αγγλικά ή greeklish**.
- Script επίδειξης με όνομα `demo2.m`. Το script αυτό θα πρέπει να καλείται χωρίς εξωτερικά ορίσματα, να διαβάζει τη γάτα από το αρχείο `cat3d.mat` και να εκτελεί ένα προκαθορισμένο σύνολο μετασχηματισμών που περιγράφεται παρακάτω. Ως είσοδο χρησιμοποιείτε τον πίνακα  $V$ , διάστασης  $K \times 3$ , που περιέχει τις τρισδιάστατες συντεταγμένες των  $K$  κορυφών των τριγώνων που αποτελούν τη γάτα. Δοθέντων των σημείων του πίνακα  $V$ , το script σας θα πρέπει να:

1. Τα μετατοπίζει κατά  $t_1 = [-1, -1, 3]^T$ .
2. Τα περιστρέφει κατά γωνία  $\phi = \pi/4$  rad περί άξονα που διέρχεται από το σημείο με συντεταγμένες  $K = [0, 0, 0]^T$  και έχει κατεύθυνση παράλληλη προς το διάνυσμα  $g = [0, 1, 0]^T$ .
3. Τα μετατοπίζει κατά  $t_2 = [1, 1, -3]^T$ .

4. Χρησιμοποιώντας την έξοδο του βήματος 3, υπολογίζει την προοπτική προβολή των σημείων της γάτας για κάμερα με  $c_v = [9.8031, 9.8568, 0.9894]^T$ ,  $c_x = [0.7965, -0.6046, 0]^T$ ,  $c_y = [-0.0464, -0.0611, 0.9971]^T$  και  $w = 1$ .
5. Χρησιμοποιώντας την έξοδο του βήματος 3, υπολογίζει την προοπτική προβολή των σημείων της γάτας για κάμερα με  $c_v = [5.6737, -2.6957, -11.0840]^T$ ,  $c_K = [2.6696, 0.4589, 0.0815]^T$ ,  $c_u = [0, 0, 1]^T$  και  $w = 1$ .

Για τα βήματα 1 - 3 παρουσιάστε κάθε μετασχηματισμένη εκδοχή της γάτας σε ξεχωριστό figure, καλώντας τη βοηθητική συνάρτηση plotObj. Ακόμη, παρουσιάστε και την αρχική γάτα με τον ίδιο τρόπο. Για την προβολή του αποτελέσματος των βημάτων 4 - 5, καλέστε τη συνάρτηση objectPainter της πρώτης εργασίας, με χρήση της μεθόδου Gouraud για τη χρωματική απόδοση των τριγώνων. Για τη μετατροπή του αποτελέσματος του βήματος 3 σε μορφή χρησιμοποιήσιμη από την objectPainter (δηλαδή σε ακέραιες συντεταγμένες) θεωρείστε ότι το μέγεθος των pixels στις δύο διαστάσεις του καμβά είναι  $(10^{-4}, 10^{-4})$  καθώς και ότι το κέντρο της κάμερας ταυτίζεται με το σημείο  $(M/2, N/2)$  του καμβά. Τέλος, θεωρείστε καμβά διάστασης  $M = 1200, N = 1300$ .

Συνολικά, θα πρέπει να παράξετε 6 figures, ένα για την αρχική γάτα και άλλα πέντε για τα αποτελέσματα των βημάτων 1 - 5. Αν δεν είχατε υλοποιήσει την πρώτη εργασία ή αν είχατε κάποιο λάθος στην υλοποίηση, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την objectPainter κάποιας/κάποιου συναδέλφου αρκεί να το δηλώσετε στην αναφορά.

- Αναφορά με:
  1. Περιγραφή της λειτουργίας και του τρόπου κλήσης των προγραμμάτων,
  2. Περιγραφή των συναρτήσεων και παρουσίαση του αντίστοιχου ψευδοκώδικα,
  3. Τα ενδεικτικά αποτελέσματα που παράγονται από τα demos.

## Υποβολή εργασίας

- Υποβάλετε ένα και μόνο αρχείο, τύπου zip.
- Το όνομα του αρχείου πρέπει να είναι AEM.zip, όπου AEM είναι τα τέσσερα ψηφία του Α.Ε.Μ. του φοιτητή της ομάδας.
- Το προς υποβολή αρχείο πρέπει να περιέχει τα αρχεία κώδικα Matlab και το αρχείο report.pdf το οποίο θα είναι η αναφορά της εργασίας.
- Η αναφορά πρέπει να είναι ένα αρχείο τύπου PDF, και να έχει όνομα report.pdf.
- Όλα τα αρχεία κώδικα πρέπει να είναι αρχεία κειμένου τύπου UTF-8, και να έχουν κατάληξη .m.
- Το αρχείο τύπου zip που θα υποβάλετε δεν πρέπει να περιέχει κανένα φάκελο.
- Για την ονομασία των αρχείων που περιέχονται στο προς υποβολή αρχείο, χρησιμοποιείτε μόνο αγγλικούς χαρακτήρες, και όχι ελληνικούς ή άλλα σύμβολα, πχ "#", "\$", "%" κλπ.

**Θα αξιολογηθούν μόνο όσες εργασίες έχουν demos που τρέχουν!**

### Βοηθητική συνάρτηση plotObj

Η συνάρτηση plotObj δέχεται τα εξής ορίσματα:

- $V$  ο πίνακας με τις συντεταγμένες των κορυφών των τριγώνων της εικόνας. Ο πίνακας  $V$  είναι διάστασης  $3 \times L$  (ή  $2 \times L$  αν πρόκειται για δισδιάστατο αντικείμενο), όπου  $L$  το πλήθος των κορυφών του αντικειμένου.
- $C$  είναι ο πίνακας με τα χρώματα των κορυφών. Ο πίνακας  $C$  είναι διάστασης  $L \times 3$ . Η  $i$ -στη γραμμή του πίνακα δηλώνει τις χρωματικές συνιστώσες της αντίστοιχης κορυφής.
- $F$ , ο πίνακας που περιέχει τις κορυφές των  $K$  τριγώνων. Ο πίνακας είναι διάστασης  $K \times 3$ . Η  $i$ -στη γραμμή του πίνακα δηλώνει τις τρεις κορυφές που σχηματίζουν το τρίγωνο (με αναφορά σε κορυφές του πίνακα  $V$  και αρίθμηση που ξεκινά από το 1).

Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας τα ορίσματα  $C$  και  $F$  θα τα πάρετε έτοιμα από το αρχείο cat3d.mat. Θα πρέπει ωστόσο να προσδιορίσετε τον κατάλληλο πίνακα  $V$  για κάθε μετασχηματισμό που ζητείται στα βήματα 1 - 3.