

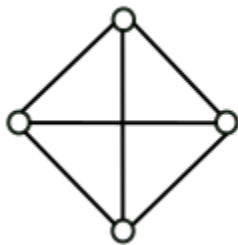
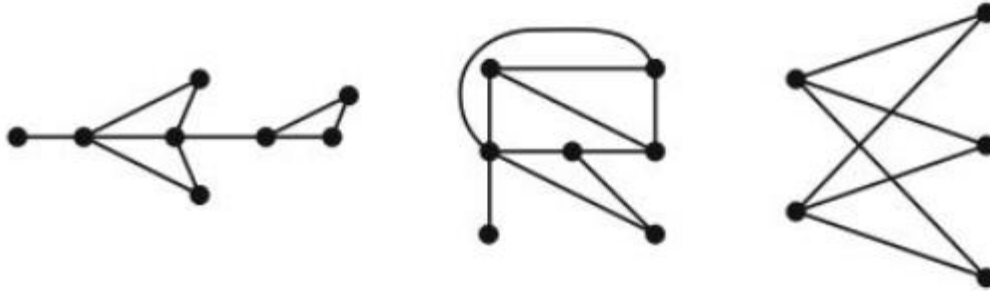
# Lý thuyết đồ thị

## Đồ thị phẳng.

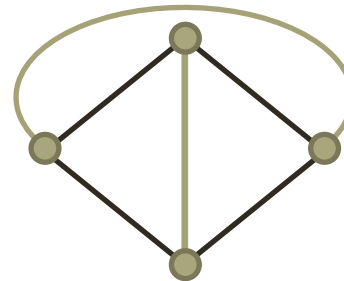
Tuần học 30/3-5/4

# Định nghĩa

- **Đồ thị  $G$  được gọi là phẳng** nếu có thể vẽ nó trong mặt phẳng sao cho các cặp cạnh chỉ cắt nhau tại đỉnh.



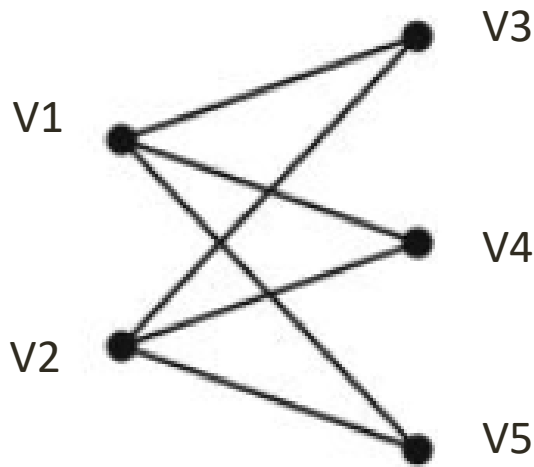
$K_4$



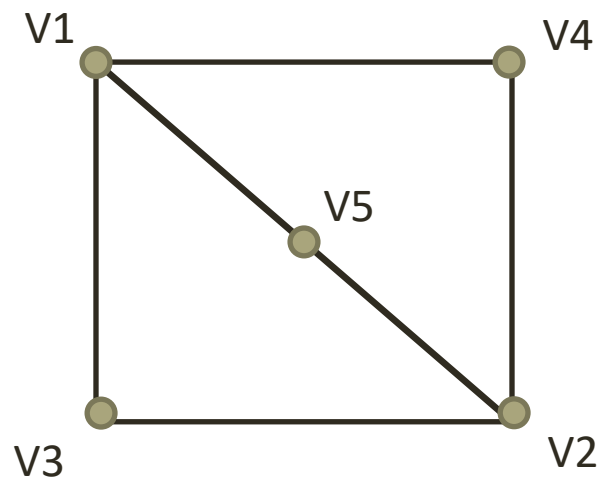
$K_4$

# Định nghĩa

- **Đồ thị G được gọi là phẳng** nếu có thể vẽ nó trong mặt phẳng sao cho các cặp cạnh chỉ cắt nhau tại đỉnh.



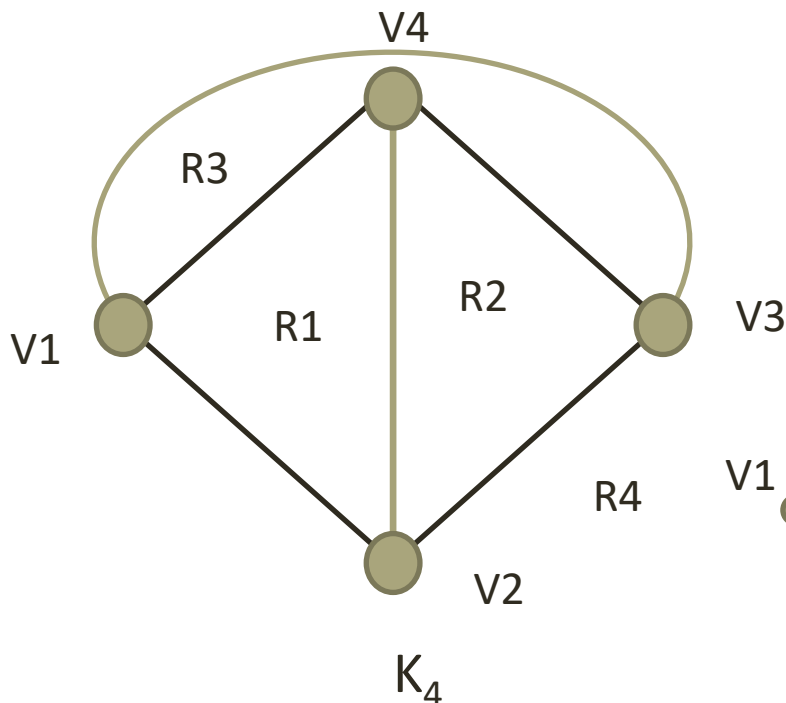
$K_{2,3}$



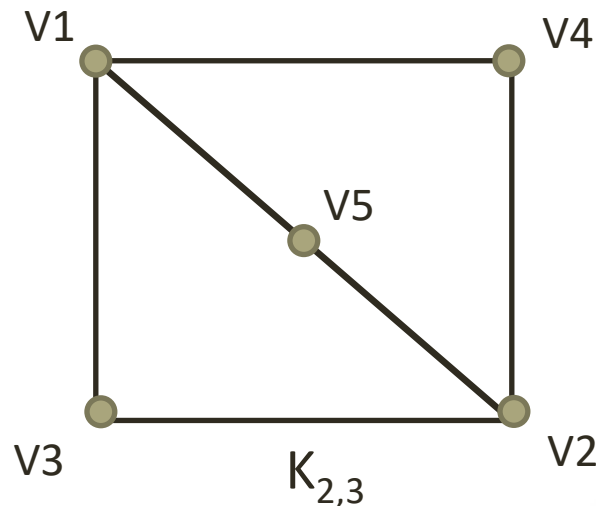
$K_{2,3}$

# Định lý Euler (Công thức Euler)

- Nếu  $G$  là một đồ thị phẳng liên thông có  $n$  đỉnh,  $q$  cạnh và  $r$  vùng thì  $n - q + r = 2$ .



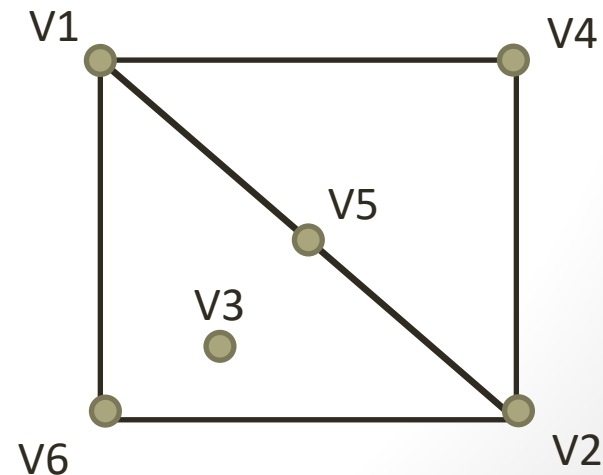
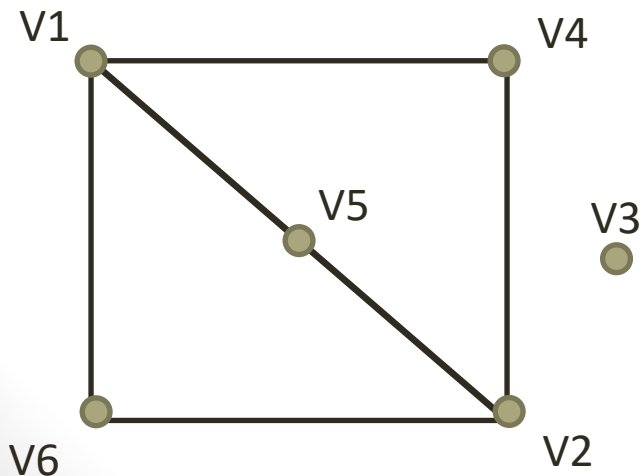
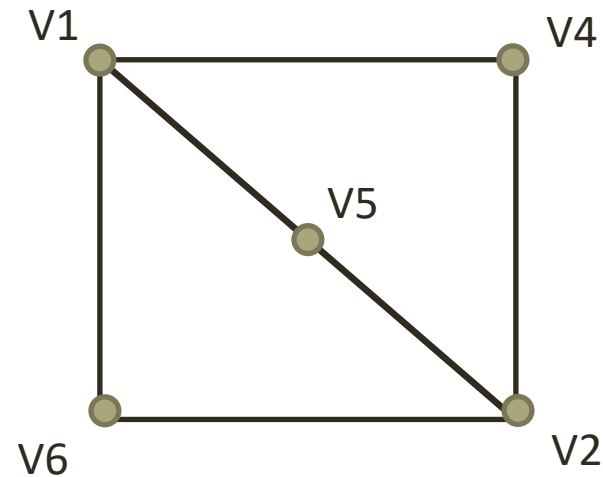
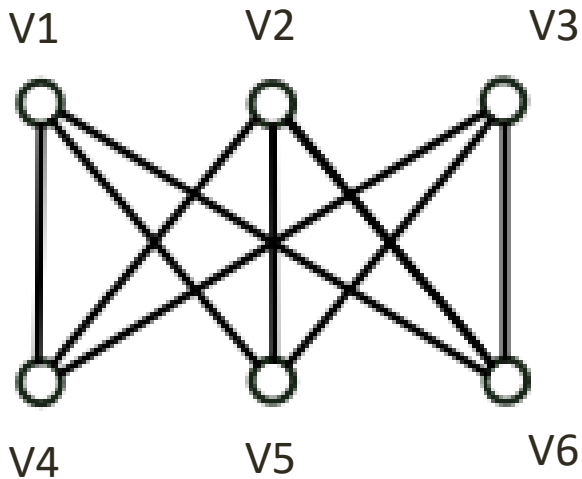
$$\begin{aligned}n &= 4 \\q &= 6 \\r &= 4 \\n - q + r &= 2\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}n &= 5 \\q &= 6 \\r &= ??? \\n - q + r &= 2\end{aligned}$$

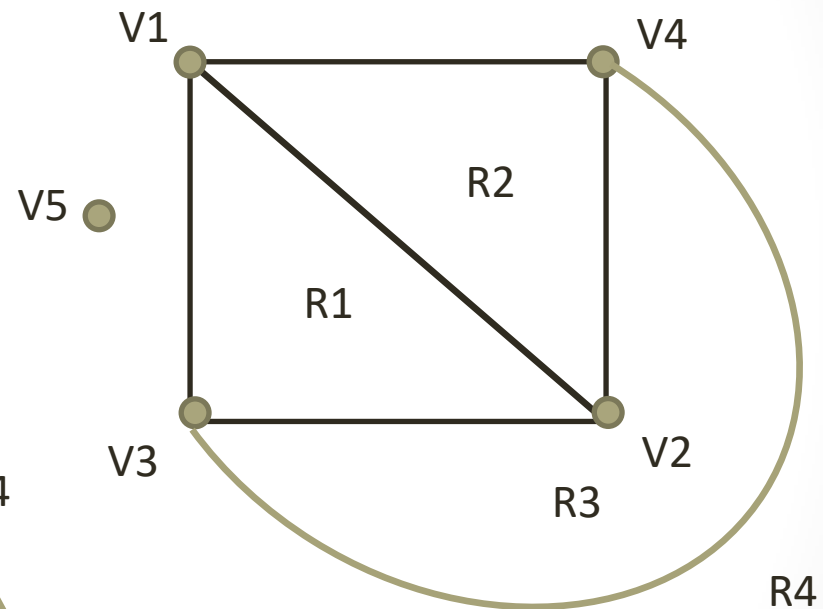
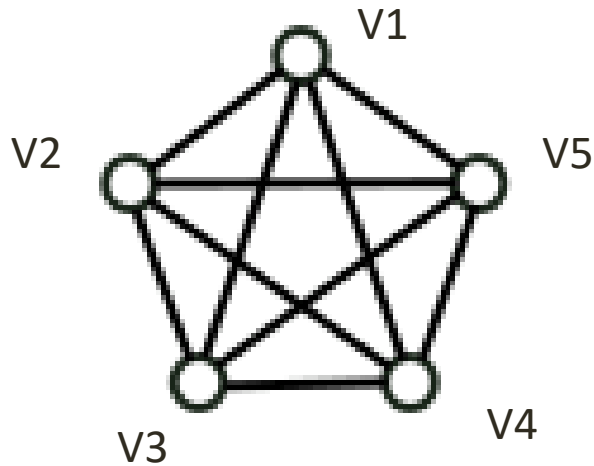
# Định lý Euler (Công thức Euler)

- Đồ thị phân đôi đầy đủ  $K_{3,3}$  không phẳng.

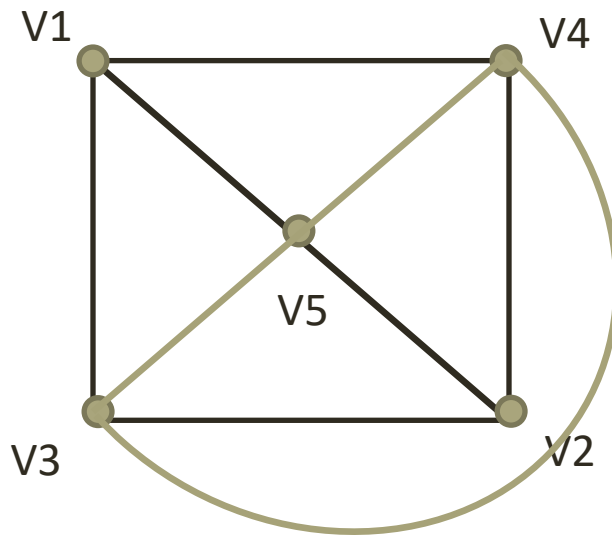


# Định lý Euler (Công thức Euler)

- Đồ thị đầy đủ  $K_5$  không phẳng.

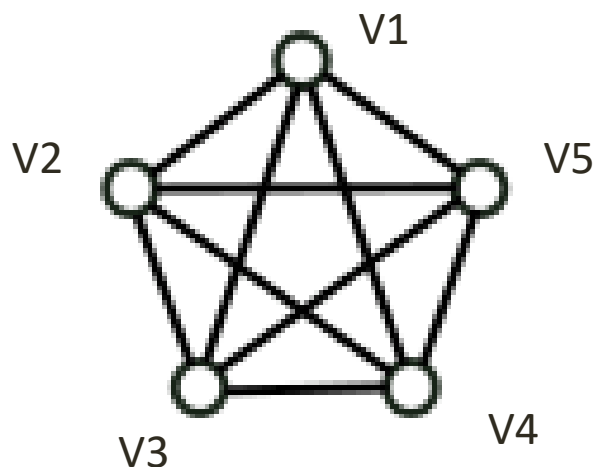


Không có  
cạnh nối v1  
và v2 mà  
không cắt  
cạnh khác



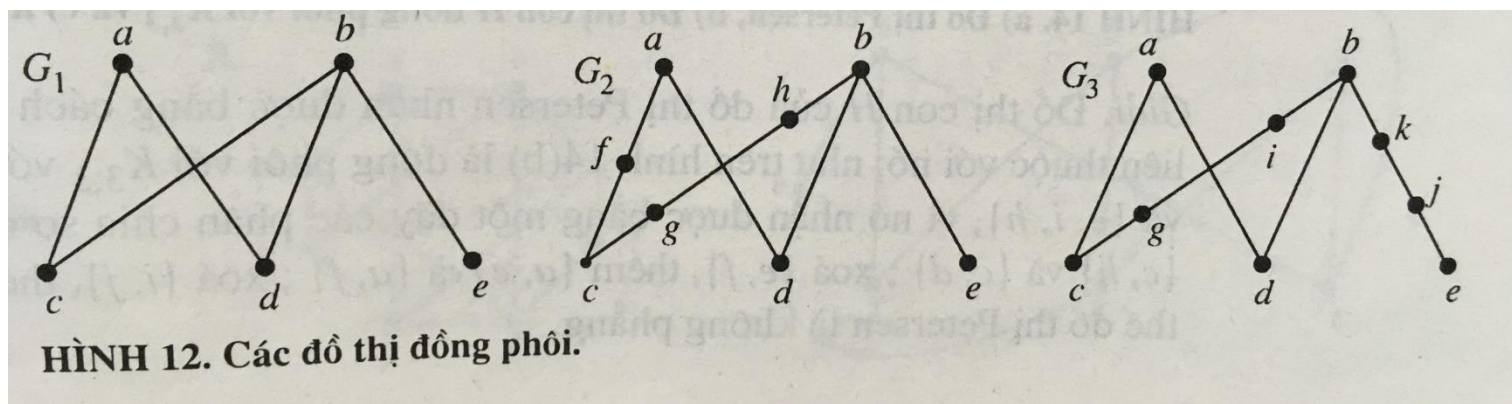
# Định lý Euler (Công thức Euler)

- Hệ quả công thức Euler: Nếu  $G$  là một đơn đồ thị phẳng liên thông với  $e$  cạnh,  $v$  đỉnh, trong đó  $v \geq 3$ , thì  $e \leq 3v - 6$ .
- Ví dụ:  $K_5$  có  $n=5$  đỉnh và  $e=10$  cạnh. Do  $v \geq 3$  và  $3v - 6 = 9 < e$  nên  $K_5$  không phẳng.



# Định lý Kuratowski

- Đồ thị đồng phôi: Nếu một đồ thị là phẳng thì mọi đồ thị nhận được từ đồ thị này bằng cách bỏ đi cạnh  $\{u,v\}$  và thêm vào đỉnh mới  $w$  cùng hai cạnh  $\{u,w\}$  và  $\{w,v\}$  cũng là phẳng. Phép toán như trên gọi là phép phân chia sơ cấp. Các đồ thị  $G_1$  và  $G_2$  được gọi là đồng phôi nếu chúng có thể nhận được từ cùng một đồ thị bằng một dãy các phép phân chia sơ cấp.

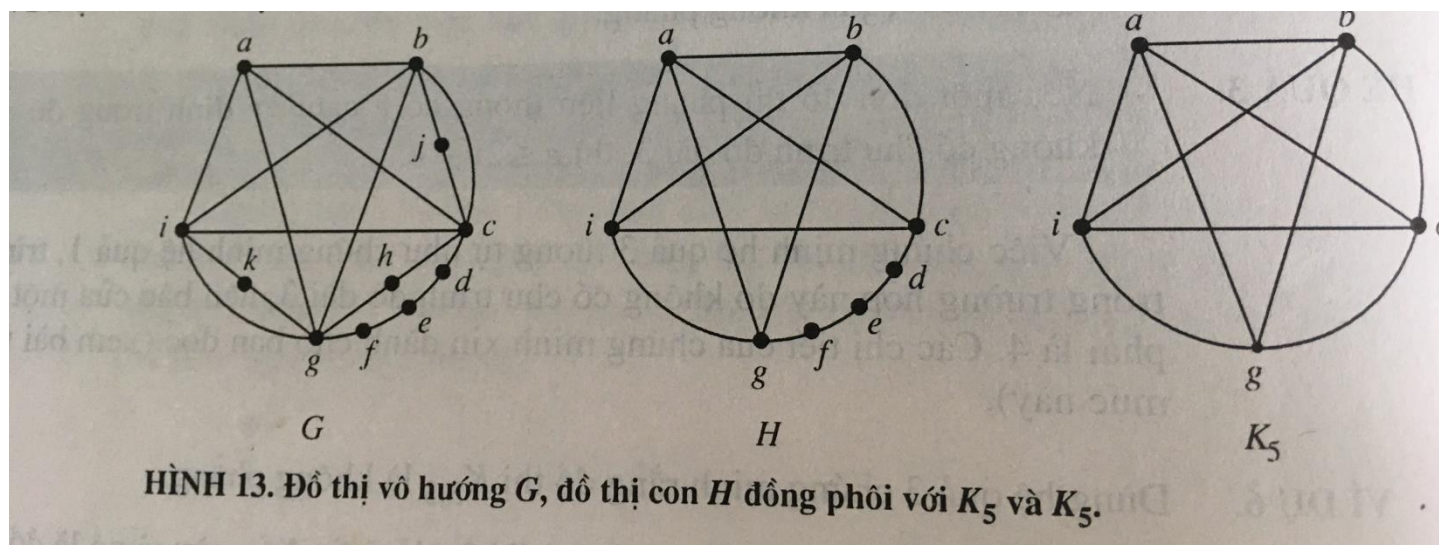


- Hình vẽ cho thấy  $G_1$ ,  $G_2$  và  $G_3$  đồng phôi vì có thể nhận được từ đồ thị  $G_1$  bằng các phép phân chia sơ cấp.



# Định lý Kuratowski

- Định lý Kuratowski: Đồ thị  $G$  là phẳng nếu và chỉ nếu nó không chứa đồ thị con đồng phôi  $K_{3,3}$  cũng như  $K_5$ .



- Hình vẽ thể hiện đồ thị  $G$  có đồ thị con là  $H$  bằng cách bỏ đi các đỉnh  $j, k, h$  và các cạnh liên thuộc với chúng.  $H$  đồng phôi với  $K_5$  vì có thể nhận được từ  $K_5$  bằng cách thêm các đỉnh  $d, e, f$  và một dãy các phép phân chia sơ cấp. Vậy  $G$  không phẳng.