



ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال دوم ۹۷-۹۸

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه صنعتی شریف

دکتر علی شریفی زارچی

مدرس

حسین ابراهیمی، علیرضا موسوی حسینی

طراحان تمرین

سپهر زمانی، پویان شیرزادیان، سینا ریسمانچیان،
سیدسجاد کاهانی

طراحان سربرگ

عملی اول

تمرین

الگوریتم‌های مرتب‌سازی مقدماتی و آشنایی با پایتون

مباحث

۳ اسفند ۱۳۹۷، ساعت ۲۳

مهلت ارسال

- پاسخ سؤال‌های این تمرین را به‌صورت جداگانه در قالب یک فایل Python در کوئرا آپلود کنید.
- به ازای هر روز دیرکرد در بارگذاری تمرین‌ها، طبق سیلابس درس بخشی از نمره را از دست خواهید داد.
- سعی کنید تا ۲۴ ساعت پیش از پایان موعد تحویل، سؤالات و ابهامات خود را در پیاتزا مطرح کنید.
- در این تمرین اجازه استفاده از الگوریتم‌های مرتب‌سازی آماده در پایتون را ندارید.

صف انتخاب واحد

- محدودیت زمان: ۱/۵ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

در این سوال اجازه استفاده از الگوریتم‌های مرتب‌سازی آماده در پایتون را ندارید.

مسئولان دانشگاه پس از مشاهده‌ی مشکلات اخیر انتخاب واحد دانشجویان، تصمیم گرفتند که نحوه انتخاب واحد را به شیوه‌ی عصر حجر خود بازگردانند. بدین منظور تصمیم گرفته شد که n صف از دانشجویان مقابل ساختمان آموزش تشکیل شود که هر صف به یک دانشکده اختصاص می‌یابد و به دانشجویان هر دانشکده عددی نسبت داده می‌شود. (دقت کنید مثلاً دانشجوی شماره ۱ دانشکده‌های متفاوت باهم فرق دارند) این صف‌ها در ابتدا خالی هستند و در هر مرحله یکی از اتفاقات زیر می‌افتد:

- دانشجوی‌های شماره x از هر دانشکده به صف دانشکده خودشان اضافه می‌شوند. (تضمین می‌شود که دانشجو x از هر دانشکده وجود دارد)
- از ابتدای یکی از صف‌ها تعدادی از دانشجویان که کارشان تمام شده، از صف خارج می‌شوند.

مسئولان آموزش برای این که بتوانند به درخواست دانشجویانی که صف خارج می‌شوند پاسخ دهند نیاز دارند تا جمع شماره‌های این افراد را بدانند.

حال مسئولان آموزش از شما می‌خواهند به جای این‌که سامانه‌ی آموزش جدیدی راه‌اندازی کنید، هر دفعه که اتفاق دوم رخ می‌دهد جمع شماره‌ها را حساب کنید.

ورودی

در خط اول ورودی دو عدد n و q آمده است که تعداد دانشکده‌ها و تعداد اتفاقات را نشان می‌دهد.

در q خط بعدی در هر خط

- $IN\ x$

یعنی دانشجویان هر دانشکده با شماره x به صف موردنظر خود اضافه می‌شوند.

- $OUT\ i\ j$

از ابتدای صف i ام، j دانشجو از صف خودشان خارج می‌شوند. تضمین می‌شود j حداقل صفر و حداکثر به اندازه‌ی طول فعلی صف است.

خروجی

به ازای هر اتفاق از نوع دوم عدد خواسته شده را چاپ کنید.

محدودیت‌ها

$$1 \leq n, q \leq 300\,000$$

$$1 \leq i \leq n$$

$$1 \leq x \leq 10^9$$

مثال

ورودی نمونه

```
2 5
IN 5
IN 17
OUT 1 1
IN 1
OUT 2 3
```

خروجی نمونه

```
5
23
```

۲ دانشکده (دو صف داریم) و ۵ اتفاق می‌افتد:

۱. دانشجویان با شماره ۵ از هر دانشکده به صف خودشان اضافه می‌شوند.
۲. دانشجویان با شماره ۱۷ از هر دانشکده به صف خودشان اضافه می‌شوند.
۳. از صف دانشکده اول، دانشجو اول (شماره ۵) از صف خود خارج می‌شود.
۴. دانشجویان با شماره ۱ از هر دانشکده به صف خودشان اضافه می‌شوند.
۵. از صف دانشکده دوم، ۳ دانشجو (۵ + ۱۷ + ۱) از صف خود خارج می‌شوند.

بازه‌های دوست داشتنی

- محدودیت زمان: ۱/۵ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۱۰۰ مگابایت

در این سوال اجازه استفاده از الگوریتم‌های مرتب‌سازی آماده در پایتون را ندارید.

در این سوال n بازه به شکل $[x_i, y_i]$ به شما داده می‌شود و شما باید تعداد اعداد صحیحی که فقط متعلق به یک بازه، فقط متعلق به دو بازه و ... فقط متعلق به n بازه هستند را در خروجی چاپ کنید. دقت کنید که ممکن است بازه‌ای شامل فقط یک عدد صحیح باشد.

ورودی

در خط اول ورودی عدد n داده می‌شود. سپس در n خط بعدی در هر خط دو عدد صحیح x_i و y_i با یک فاصله می‌آیند که نقطه اول و آخر بازه (که شامل خود بازه هستند) را مشخص می‌کنند.

خروجی

خروجی برنامه شما باید شامل n خط باشد و در خط i تعداد اعداد صحیحی که متعلق به i بازه هستند را چاپ کنید.

محدودیت‌ها

$$n \leq 100000$$

$$0 \leq x_i, y_i \leq 1000$$

مثال

ورودی نمونه ۱

```
3
2 4
1 3
0 0
```

خروجی نمونه ۱

3
2
0

اعداد 0، 1 و 4 فقط داخل یک بازه و اعداد 2 و 3 داخل دو بازه هستند و هیچ عددی نداریم که داخل سه بازه باشد.

ورودی نمونه ۲

5
4 6
2 5
0 10
5 8
3 6

خروجی نمونه ۲

4
3
1
2
1

اعداد 0، 1، 9 و 10 داخل یک بازه، اعداد 2، 7 و 8 داخل دو بازه، عدد 3 داخل سه بازه، اعداد 4 و 6 داخل چهار بازه و عدد 5 داخل پنج بازه هستند.

دانشگاه شما دانشگاه نیست

- محدودیت زمان: ۵ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

در این سوال اجازه استفاده از الگوریتم‌های مرتب‌سازی آماده در پایتون را ندارید.

اکبر و بنا دو دوست صمیمی در دانشگاه هستند. این دو در روز انتخاب واحد باهم قرار می‌گذارند تا با هم انتخاب واحد کنند. اما از آن جایی که حال این روزهای *Edu* خوش نیست، چهره‌ی جدیدی از خود به نمایش می‌گذارد. آنها می‌خواهند در این ترم n درس بردارند. پس شروع به وارد کردن درس‌های مورد نظرشان می‌کنند. اما سامانه *Edu* به اکبر درس غیرمطلوبش با شماره a_1 و به بنا درسی که موردنظرش نیست با شماره b_1 می‌دهد. این دو که به اصطلاح "*panic*" می‌کنند، با سرعت باقی درس‌های موردنظرشان را وارد می‌کنند. *Edu* نیز سواستفاده کرده و به اکبر به ترتیب درس‌هایی با ظرفیت خالی با شماره‌های a_n, a_3, \dots, a_2 و به بنا درس‌هایی خالی با شماره‌های b_n, b_3, \dots, b_2 می‌دهد. اکبر و بنا سعی می‌کنند تا فاجعه به وجود آمده را درست کنند اما *Edu* در هر بار پیغام جدیدی از آستین خود بیرون می‌کشد.

اکبر و بنا که عصبانی شده‌اند نزد مسئول آموزش می‌روند و مشکل خود را بیان می‌کنند. مسئول آموزش این دو را به آرامش دعوت می‌کند و می‌گوید "همه‌ی گزینه‌ها در مورد شما همچنان روی میز است". پس کاغذی با عدد k روی آن، بر روی میز می‌گذارد و به آن‌ها می‌گوید که شما باید در k مرحله، ۱ واحد به شماره درس‌های اکبر یا بنا اضافه کنید و اگر پس از این k مرحله، مقدار خطا بین شماره درس‌های خودتان کم‌ترین مقدار خود را داشته باشد، درس‌های موردنظرشان به شما داده می‌شود. سپس خطا بین درس‌ها را اینگونه تعریف کرد: مجموع مربعات اختلاف بین جفت درس‌های a_i و b_i .

به اکبر و بنا کمک کنید درس‌های موردنظرشان را بگیرند.

ورودی

در خط اول دو عدد n و k با فاصله از هم می‌آیند که نشان‌دهنده‌ی تعداد درس‌ها و تعداد مراحل است.

پس از آن در خط بعدی a_1, a_2, \dots, a_n (لزوماً باهم متمایز نیستند) با فاصله از هم می‌آیند که نشان‌دهنده‌ی درس‌های اکبر و در خط بعدی اعداد b_1, b_2, \dots, b_n می‌آیند که درس‌های بنا هستند.

خروجی

کمینه‌ی خطای بین درس‌های اکبر و بنا را بدست آورید. عدد خروجی ممکن است بزرگ باشد، باقی‌مانده آن را بر $10^9 + 7$ چاپ کنید.

محدودیت‌ها

$$1 \leq n, k \leq 10\,000$$

$$1 \leq a_i, b_i \leq 10^3$$

مثال

ورودی نمونه ۱

```
5 2
1 1 4 5 7
2 1 2 4 5
```

خروجی نمونه ۱

```
4
```

ورودی نمونه ۲

```
6 7
3 5 7 9 1 11
4 3 6 9 2 11
```

خروجی نمونه ۲

```
0
```