



ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال دوم ۹۷-۹۸

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه صنعتی شریف

مدرس	دکتر علی شریفی زارچی
طراحان تمرین	آراد محمدی، کیارش بنی‌هاشم
طراحان سربرگ	سپهر زمانی، پویان شیرزادیان، سینا ریسمانچیان، سیدسجاد کاهانی
تمرین	عملی دوم
مباحث	پشته، صف و مرتب‌سازی ادغامی
مهلت ارسال	۲۴ اسفند ۱۳۹۷، ساعت ۲۳

- پاسخ سؤال‌های این تمرین را به‌صورت جداگانه در قالب یک فایل Python در کوئرا آپلود کنید.
- به ازای هر روز دیرکرد در بارگذاری تمرین‌ها، طبق سیلابس درس بخشی از نمره را از دست خواهید داد.
- سعی کنید تا ۲۴ ساعت پیش از پایان موعد تحویل، سؤالات و ابهامات خود را در پیاتزا مطرح کنید.

نابه‌جایی تابعی

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

دنباله a از اعداد حسابی (اعداد طبیعی و صفر) به صورت $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ داده شده‌است. تابع $f(l, r, x)$ را برابر با تعداد اندیس‌های k تعریف می‌کنیم که:

$$l \leq k \leq r, a_k = x$$

حال تعداد j, i هایی را بیابید که $i < j$ و $f(1, i, a_i) > f(j, n, a_j)$

ورودی

در خط اول ورودی عدد n می‌آید و در خط بعدی n عدد که به ترتیب برابر a_1 تا a_n هستند.

$$1 \leq n \leq 10^5$$

$$0 \leq a_i \leq n$$

خروجی

در خروجی جواب سوال را چاپ کنید.

ورودی و خروجی نمونه

ورودی نمونه ۱

```
7
1 2 1 1 2 2 1
```

خروجی نمونه ۱

```
8
```

ورودی نمونه ۲

3

1 1 1

خروجی نمونه ۲

1

دیوار

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

روزبه در حال تکمیل کردن دیواری است. این دیوار به صورت دنباله ای از n عدد طبیعی (به نام a) به شما داده می شود که a_i ارتفاع قسمت i ام دیوار است. او تعداد نامتناهی بلوک های 1×2 در اختیار دارد و میتواند آن ها را به صورت افقی یا عمودی روی قسمت های مختلف این دیوار قرار دهد. با قراردادن بلوک به صورت عمودی، ارتفاع آن قسمت دیوار دو تا زیاد می شود و بلوک افقی را تنها می توان بر روی دو قسمت کنار هم و هم ارتفاع قرار داد تا ارتفاع هر کدام یکی زیاد شود. او می خواهد ببیند که آیا می تواند با تعدادی از این بلوک ها (حتی صفر بلوک) این دیوار را کامل کند؟ (یعنی تمام قسمت های دیوار هم ارتفاع شود و هیچ سوراخی در دیوار وجود نداشته باشد)

ورودی

ورودی شامل دو خط است؛ در خط اول عدد طبیعی n داده می شود که برابر با تعداد قسمت های دیوار است. در خط بعدی n عدد داده می شوند که عدد i برابر ارتفاع قسمت i ام دیوار (یا همان a_i) است.

$$1 \leq n \leq 2 \times 10^5$$

$$1 \leq a_i \leq 10^9$$

خروجی

خروجی برنامه باید YES یا NO باشد (به بزرگ بودن تمام حروف دقت کنید).

ورودی و خروجی نمونه

ورودی نمونه ۱

```
5
2 1 1 2 5
```

خروجی نمونه ۱

```
YES
```

ابتدا یک بلوک افقی روی قسمت دوم و سوم می‌گذاریم تا دیوار به $\langle 2, 2, 2, 2, 5 \rangle$ تبدیل شود؛ سپس با قراردادن ۳ بلوک افقی روی قسمت اول و دوم و ۳ بلوک افقی روی قسمت سوم و چهارم دیوار تبدیل به $\langle 5, 5, 5, 5, 5 \rangle$ می‌شود.

ورودی نمونه ۲

3
1 2 3

خروجی نمونه ۲

NO

ورودی نمونه ۳

3
4 5 3

خروجی نمونه ۳

YES

ابتدا با قرار دادن یک بلوک عمودی بر روی قسمت سوم، دیوار به $\langle 4, 5, 5 \rangle$ تبدیل می‌شود؛ سپس با قراردادن یک بلوک افقی بر روی قسمت دوم و سوم دیوار به $\langle 4, 6, 6 \rangle$ تبدیل می‌شود و نهایتاً با قراردادن یک بلوک عمودی روی قسمت اول دیوار به $\langle 6, 6, 6 \rangle$ تبدیل شده و کامل می‌شود.

توجه

شما ممکن است برنامه‌ای ساده بنویسید که صرفاً شامل یک دستور چاپ YES یا NO باشد و با این کار بیش از نصف نمره را بگیرید! اما در بررسی‌های بعدی به این قبیل پاسخ‌ها نمره‌ای تعلق نخواهد گرفت!

یک مشت بازه

- محدودیت زمان: ۴ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

دنباله‌ی a از n عدد طبیعی متمایز داده شده است. برای هر بازه‌ی $[l, r]$ ($1 \leq l \leq r \leq n$)، مقدار $S_{l,r}$ را به این صورت تعریف می‌کنیم:

$$S_{l,r} = (((M_1 \wedge M_2) \oplus (M_1 \vee M_2)) \wedge (M_1 \oplus M_2))$$

که منظور از M_1 و M_2 ، به ترتیب کوچک‌ترین و دومین عنصر کوچک آن بازه در دنباله‌ی a است؛ منظور از \wedge ، \vee و \oplus نیز به ترتیب عمل‌گرهای AND، OR و XOR منطقی هستند. بیشینه‌ی مقدار $S_{l,r}$ را برای همه‌ی زیربازه‌های a بیابید.

ورودی

در خط اول ورودی عدد n ، و در خط دوم اعضای دنباله‌ی a داده شده‌اند.

$$1 < n \leq 10^6$$

$$1 \leq a_i \leq 10^9$$

خروجی

در یک خط پاسخ مساله را چاپ کنید.

ورودی و خروجی نمونه

ورودی نمونه ۱

5
9 6 3 5 2

خروجی نمونه ۱

15

مقدار مورد نظر برای بازه $[1, 2]$ بیشینه می‌شود که برابر با مقدار زیر است:

$$(((9 \wedge 6) \oplus (9 \vee 6)) \wedge (9 \oplus 6)) = 15$$